증류탑의 적응 예측 제어

윤태웅*, 양대륙**, 이광순***, 권영민*

* 고려대학교 전기·전자·전파 공학부, **고려대학교 화학공학과, ***서강대학교 화학공학과

1. 서 론

증류탑은 화학 및 석유산업에서 가장 중요한 분리공정이며 또한 매우 에너지 집약적이다 (Yang과 Lee 1997). 그러므로 증류탑에 대한 고성능 제어 시스템의 설계는 생성물의 품질 향상이나 에너지 절약이란 측면에서 매우 중요하다. 그러나 증류탑은 매우 복잡한 다변수 비선형 동특성을 갖고 있어 제어기 설계에 효율적으로 사용될 수 있는 단순화된 모델을 찾기가 어렵다. 이러한 한계를 극복하기 위해, 본 논문에서는 전달함수 모델에 근거한 적응예측제어기법을 증류탑에 적용하고자 한다.

함수의 단조 감소를 유도할 수일반 예측 제어 (Generalized Predictive Control; GPC)는 널리 알려진 바와 같이 적응 시스템을 위한 가장 효과적인 제어 방법중의 하나이다. 이는 GPC가 시간지연의 변화나 비최소위상 특성에 강인하다는 사실과, 더불어 다변수 적응제어시 일반적으로 요구되었던 제어대상의 지연 행렬 (Delay matrix)에 관한 정보를 사전에 요구하지 않는다는 사실에 기인한다. 그러나 GPC에서는 일반적으로 그 설계 상수들과 관련된 안정도 정리가 결여되어 있다는 문제가 존재한다. 이러한 문제에 대한 해결책은 이후 Clarke와 Scattolini (1991), Mosca와 Zhang (1992) 및 Kouvaritakis 등 (1992)에 의해 독립적으로 제시되었는데, 이 방법들은 Kwon과 Pearson (1978)의 상태공간 제어기를 입출력 데이터를 이용하여 구현한 것으로서 GPC 비용함수에 말단 등식조건을 추가한 것이다. 부과된 적절한 수의 등식조건들로부터 비용함수의 단조 감소를 유도할 수 있고 이로부터 폐루프의 안정도를 보장할 수 있다. 최근 Yoon과 Clarke (1994)는 이같은 안정한 예측제어 기법을 이용한 적응 제어 시스템의 효율성을 IFAC의 Benchmark 경연을 통해 보였으며, 또한 Yoon과 Chow (1995)는 Clarke와 Scattoloni (1991)의 안정한 예측 기법을 다변수 제어기로 확장하였다. 본 논문에서는 이러한 다변수 예측제어를 이용한 증류탑의 적응제어에 관해 논한다.

2. 증류탑의 동특성

본 논문에서는 그림 1에 묘사된 바와 같은 전량응축기와 재비기를 가진 이성분 증류탑을 고려한다. 모델이 너무 복잡해지는 것을 피하기 위해서 다음의 가정들을 사용한다.

- Constant molar overflow
- 각 단에서 액체의 양은 일정하게 유지된다.
- 단 내부 기체의 양은 무시된다.
- 각단에서 기체는 액체와 평형인 상태에 있다.
- 응축기와 재비기의 액체의 양은 일정하다.

단의 수를 N_T 라 하고 각단의 번호를 응축기에서부터 차례로 부여하면, 다음의 방정식들로 이루어진 증류탑 모델을 얻을 수 있다.

- 전량응축기

$$H_c\frac{dx_1}{dt} = V_r(y_1 - x_1) = V_r y_1 - (L_r + D)x_1$$

· 정류부

$$H_r\frac{dx_{rj}}{dt} = V_r(y_{rj}-y_{rj-1})+L_r(x_{rj-1}-x_{rj}) + (1-q)F_j x_F$$

여기서 $j=N_F-1$ 이면 $F_j=F$ 이고 그렇지 않으면 $F_j=0$ 이다.

· 탈거부

$$H_s\frac{dx_{sj}}{dt} = V_s(y_{sj}-y_{sj-1})+L_s(x_{sj-1}-x_{sj}) + qF_j x_F$$

여기서 $j=N_F$ 이면 $F_j=F$ 이고 그렇지 않으면 $F_j=0$ 이다.

· 재비기

$$H_b\frac{dx_{N_T}}{dt} = L_s x_{N_T-1}-V_s y_{N_T-1}-Bx_{N_T}$$

· 다른 관계식들

$$L_s = L_r+qF$$
$$V_r = V_s+(1-q)F$$
$$y_j = K_j x_{j+1}$$

위의 방정식에 사용된 기호들은 표 1에 설명되어 있고 아래첨자 c, r, s와 b는 각각 응축기, 재비기, 정류부, 탈거부를 나타낸다. 또한 아래첨자 i는 i번째 단을 나타낸다.

표 1. 증류탑을 기술하는데 사용된 기호들.

x, y	Liquid and vapor compositions
D, B	Overhead and bottom products
L, V	Liquid and vapor flow rates
F, x_F	Feed and feed composition
q	Feed quality
H	Liquid holdup
K	Vapor-liquid equilibrium constant

이 증류탑에서의 제어목표는 환류량 및 재비기 비등량 L_r과 V_s을 사용하여 탑상 및 탑저조성 x_1과 x_{N_T}를 조절하는 것이다.

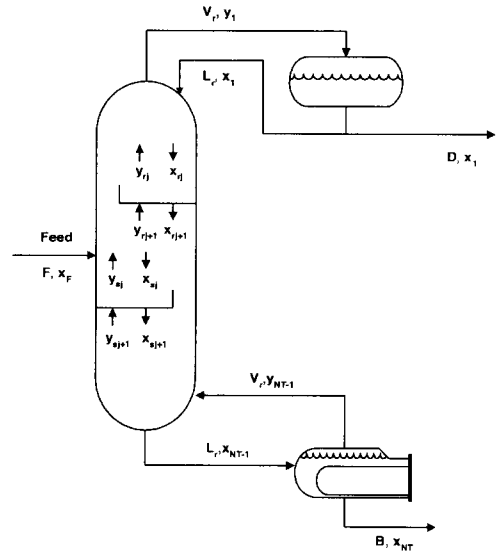

그림 1. 이성분 증류탑.

3. 예측제어

3.1 모델과 예측

다음의 CARIMA 모델로 기술되는 다변수 공정을 고려한다.

$$\boldsymbol{A}(q^{-1})\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{B}(q^{-1})\boldsymbol{u}(t-1)+\frac{\boldsymbol{T}(q^{-1})}{\Delta}\boldsymbol{\xi}(t) \quad (1)$$

여기서 $\boldsymbol{u}(t)$와 $\boldsymbol{y}(t)$는 입력 및 출력 벡터들이고 $\boldsymbol{\xi}(t)$는 백색 잡음 벡터이다. $\boldsymbol{A}(q^{-1})$, $\boldsymbol{B}(q^{-1})$와 $\boldsymbol{T}$는 다항식 행렬이고, Δ는 차분 연산자 (즉 $1-q^{-1}$)이며, 일반성을 잃지 않고 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{T}$를 대각 행렬이라 가정한다. 또한 논리전개의 간략화를 위해 벡터 $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{u}$ 및 $\boldsymbol{\xi}$는 모두 같은 차원을 갖는다고 가정한다 (즉 $\boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{\xi}\in R^n$). (1)로부터 i번째 출력과 입력들과의 관계를 다음과 같이 다시 쓴다.

$$A_i(q^{-1})y_i(t)=\boldsymbol{B}_i(q^{-1})\boldsymbol{u}(t-1)+\frac{T_i(q^{-1})}{\Delta}\xi_i(t) \quad (2)$$

여기서 A_i와 T_i는 $\boldsymbol{A}$와 $\boldsymbol{T}$의 i번째 대각요소이고 $\boldsymbol{B}_i$는 $\boldsymbol{B}$의 i번째 행이며 ξ_i는 $\boldsymbol{\xi}$의 i번째 요소이다. (2)를 이용하여 $y_i(t+k)$의 최적예측

$\hat{y}_i(t+k)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\hat{y}_i(t+k) &= \boldsymbol{G}_i^k \triangle \boldsymbol{u}(t+k-1) + f_i(t+k) \\ f_i(t+k) &= \frac{F_i^k}{T_i} y_i(t) + \frac{\boldsymbol{H}_i^k}{T_i} \triangle \boldsymbol{u}(t-1)\end{aligned} \quad (3)$$

여기서 다항식 F_i^k, $\boldsymbol{G}_i^k$ 와 $\boldsymbol{H}_i^k$ 는 아래의 Diophantine 항등식을 만족시킨다.

$$\begin{aligned}T_i &= A_i \triangle E_i^k + q^{-k} F_i^k \\ E_i^k \boldsymbol{B}_i &= \boldsymbol{G}_i^k T_i + q^{-k} \boldsymbol{H}_i^k\end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\boldsymbol{G}_i^k$ 는 $k-1$ 차 다항식 벡터로서 그 계수는 시스템 $\boldsymbol{B}^i/A^i$ 의 처음 k개의 계단응답과 같다. 즉,

$$\frac{\boldsymbol{B}_i}{A_i \triangle} = \sum_{l=1}^{\infty} \boldsymbol{g}_i^l q^{-l+1}, \quad \boldsymbol{G}_i^k = \sum_{l=1}^{k} \boldsymbol{g}_i^l q^{-l+1} \quad (5)$$

3.2 제어법칙

예측제어법칙을 구하기 위해 다음의 2차 비용함수를 고려한다.

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned}J_i &= \sum_{k=N_1}^{N_y-1} \mu_i(k)[w_i(t+k) - \hat{y}_i(t+k)]^2 \\ &+ \sum_{k=N_y}^{N_u} \frac{\mu_i(N_y)}{\gamma}[w_i(t+N_y) - \hat{y}_i(t+k)]^2 \\ &+ \sum_{k=0}^{N_u-1} \rho_i(k) \triangle u_i(t+k)^2\end{aligned} \quad (7)$$

식 (6), (7)은 Yoon과 Clarke (1995a)에서 사용된 비용함수의 다변수 시스템에로의 확장으로서, $\mu_i(k)$ 와 $\rho_i(k)$ 는 i번째 추종 오차들과 제어입력 증분에 대한 양의 가중치열, N_1 과 N_{2i} 는 각각 예측 범위의 상한 및 하한값, 그리고 N_u 는 제어범위이다. γ 는 1보다 작거나 같은 양의 값을 갖는 수로서 N_y 이후의 오차에 더 큰 가중값을 주기 위해 도입된 값이다. 만약 $\gamma=0$ 이면 다음의 등식조건들이 사용됨을 의미한다.

$$w_i(t+N_y) = \hat{y}_i(t+N_y+k) \text{ f } k \in [0, m_i - 1] \quad (8)$$

여기서 m_i 는 제약조건의 수 (즉 $N_{2i} - N_y + 1$)이다. 제어입력 $\boldsymbol{u}(t)$ 는 N_u 이후 움직이지 않는 것으로 가정하며 (즉 $\triangle \boldsymbol{u}(t+k) = \boldsymbol{0}$ *if* $k \geq N_u$), 만약 N_1 과 N_y 가 같다면 비용함수 (7)의 첫 번째 항은 무시된다. 가중치열 $\mu_i(k)$ 와 $\rho_i(k)$ 는 보통 상수로 설정하나 성능을 향상시키기 위해서 시변 (Time-varying) 가중치가 설정 될 수 있다. 여기서는 Yoon과 Clarke (1993)에서처럼 다음의 가중치열을 사용한다.

$$\mu_i(k) = \alpha^{-2k}, \quad \rho_i(k) = \alpha^{-2k} \overline{\rho}_i \quad (9)$$

이 지수 가중치는 폐루프의 극점(Pole)을 반경 α 이내의 원에 위치시키기 위해 사용된다. 제어법칙 (7)은 GPC ($\gamma=1$)를 포함한 기존의 많은 예측제어 알고리듬을 표현할 수 있다는 점에서 일반적이다. 0이 아닌 γ (≤ 1)를 사용하면, Kwon과 Byun (1989) 그리고 Demircioglu와 Clarke (1993)에 의해 제안되었던 예측제어 방식에서와 유사한 제어기가 얻어진다.

비용함수 (7)을 간단한 벡터형태로 다시 쓰기 위해 다음을 정의한다.

$$\begin{aligned}\triangle \boldsymbol{U} &= [\triangle \boldsymbol{u}(t)^T \quad \triangle \boldsymbol{u}(t+1)^T \quad \cdots \quad \triangle \boldsymbol{u}(t+N_u-1)^T]^T \\ \boldsymbol{w}_i &= [w_i(t+N_1) \quad w_i(t+N_1+1) \quad \cdots \quad w_i(t+N_y-1)]^T \\ \boldsymbol{y}_i &= [\hat{y}_i(t+N_1) \quad \hat{y}_i(t+N_1+1) \quad \cdots \quad \hat{y}_i(t+N_y-1)]^T \\ \boldsymbol{f}_i &= [f_i(t+N_1) \quad f_i(t+N_1+1) \quad \cdots \quad f_i(t+N_y-1)]^T \\ \overline{\boldsymbol{w}}_i &= [w_i(t+N_y) \quad w_i(t+N_y) \quad \cdots \quad w_i(t+N_y)]^T \\ \overline{\boldsymbol{y}}_i &= [\hat{y}_i(t+N_y) \quad \hat{y}_i(t+N_y+1) \quad \cdots \quad \hat{y}_i(t+N_{2i})]^T \\ \overline{\boldsymbol{f}}_i &= [f_i(t+N_y) \quad f_i(t+N_y+1) \quad \cdots \quad f_i(t+N_{2i})]^T\end{aligned} \quad (10)$$

이 벡터들을 이용하여 (7)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}J = \sum_{i=1}^{n} \Big(&[\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{w}_i]^T \boldsymbol{Q} [\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{w}_i] \\ &+ \frac{\alpha^{-2N_y}}{\gamma} [\overline{\boldsymbol{y}}_i - \overline{\boldsymbol{w}}_i]^T [\overline{\boldsymbol{y}}_i - \overline{\boldsymbol{w}}_i] \Big) \\ &+ \triangle \boldsymbol{U}^T \boldsymbol{\Lambda} \triangle \boldsymbol{U}\end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 가중치 행렬 $\boldsymbol{Q}$ 와 $\boldsymbol{\Lambda}$ 는

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Q} &= diag[\alpha^{-2N_1}, \alpha^{-2(N_1+1)}, \cdots, \alpha^{-2(N_y-1)}] \\ \boldsymbol{\Lambda} &= diag[\boldsymbol{\Lambda}_0, \alpha^{-2}\boldsymbol{\Lambda}_0, \cdots, \alpha^{-2(N_y-1)}\boldsymbol{\Lambda}_0] \\ \boldsymbol{\Lambda}_0 &= diag[\overline{\rho}_1, \overline{\rho}_2, \cdots, \overline{\rho}_n]\end{aligned} \quad (12)$$

이며, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} zboldy_i &= \boldsymbol{G}_i \triangle \boldsymbol{U} + \boldsymbol{f}_i \\ \bar{\boldsymbol{y}}_i &= \bar{\boldsymbol{G}}_i \triangle \boldsymbol{U} + \bar{\boldsymbol{f}}_i \end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $\boldsymbol{G}_i$와 $\bar{\boldsymbol{G}}_i$는 아래와 같다.

$$\boldsymbol{G}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_i^{N_1} & \boldsymbol{g}_i^{N_1-1} & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{g}_i^{N_1+1} & \boldsymbol{g}_i^{N_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{g}_i^{N_2-1} & \boldsymbol{g}_i^{N_2-2} & \cdots & \boldsymbol{g}_i^{N_2-N_u} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{G}}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_i^{N_2} & \boldsymbol{g}_i^{N_2-1} & \cdots & \boldsymbol{g}_i^{N_2-N_u+1} \\ \boldsymbol{g}_i^{N_2+1} & \boldsymbol{g}_i^{N_2} & \cdots & \boldsymbol{g}_i^{N_2-N_u+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{g}_i^{N_2+} & \boldsymbol{g}_i^{N_2+-1} & \cdots & \boldsymbol{g}_i^{N_2-N_u+m_i} \end{bmatrix} \tag{14}$$

비용함수 (11)을 (13)을 이용하여 최소화하면 다음의 최적 $\triangle \boldsymbol{U}$를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \triangle \boldsymbol{U} = & \left(\boldsymbol{\Lambda} + \sum_{i=1}^{n} [\, \boldsymbol{G}_i^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{G}_i + \frac{\alpha^{-2N_2}}{\gamma} \bar{\boldsymbol{G}}_i^T \bar{\boldsymbol{G}}_i] \right)^{-1} \\ & \times \left(\sum_{i=1}^{n} [\, \boldsymbol{G}_i^T \boldsymbol{Q} (\boldsymbol{w}_i - \boldsymbol{f}_i) \right. \\ & \left. + \frac{\alpha^{-2N_2}}{\gamma} \bar{\boldsymbol{G}}_i^T (\bar{\boldsymbol{w}}_i - \bar{\boldsymbol{f}}_i)] \right) \end{aligned} \tag{15}$$

그러나 이 제어법칙에서는 γ가 0이 될 수 없음은 물론 γ가 0에 접근함에 따라 수치적 문제가 야기된다. 이런 상황을 타개하기 위해 다음과 같이 벡터 $\boldsymbol{p}_i$를 도입한다.

$$\boldsymbol{p}_i = \frac{\alpha^{-2N_2}}{\gamma} [\, \bar{\boldsymbol{G}}_i \triangle \boldsymbol{U} - (\bar{\boldsymbol{w}}_i - \bar{\boldsymbol{f}}_i)] \tag{16}$$

그러면 식 (15)와 (16)으로부터 다음의 선형 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} + \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{G}_i^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{G}_i & \bar{\boldsymbol{G}}_1^T & \cdots & \bar{\boldsymbol{G}}_n^T \\ \bar{\boldsymbol{G}}_1 & -\gamma \alpha^{2N_2} \boldsymbol{I}_{m_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\boldsymbol{G}}_n & 0 & \cdots & -\gamma \alpha^{2N_2} \boldsymbol{I}_{m_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{p}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{p}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{G}_i^T \boldsymbol{Q} (\boldsymbol{w}_i - \boldsymbol{f}_i) \\ \bar{\boldsymbol{w}}_1 - \bar{\boldsymbol{f}}_1 \\ \vdots \\ \bar{\boldsymbol{w}}_n - \bar{\boldsymbol{f}}_n \end{bmatrix} \tag{17}$$

여기서 $\boldsymbol{I}_{m_i}$는 m_i차의 항등행렬이다. 이렇게 표현된 제어법칙은 γ가 0이 됨을 허용함은 물론, $\gamma \ll 1$인 경우 식 (15)에 비해 수치적으로 우월한 특성을 갖는다.

제어법칙 (17)을 더욱 간단히 하기 위해서 다음을 정의한다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{G} &= [\, \boldsymbol{G}_1^T \, \boldsymbol{G}_2^T \cdots \boldsymbol{G}_n^T]^T, \\ \bar{\boldsymbol{G}} &= [\, \bar{\boldsymbol{G}}_1^T \, \bar{\boldsymbol{G}}_2^T \cdots \bar{\boldsymbol{G}}_n^T]^T, \\ \boldsymbol{p} &= [\, \boldsymbol{p}_1^T \, \boldsymbol{p}_2^T \cdots \boldsymbol{p}_n^T]^T, \\ \boldsymbol{w} &= [\, \boldsymbol{w}_1^T \, \boldsymbol{w}_2^T \cdots \boldsymbol{w}_n^T]^T, \\ \bar{\boldsymbol{w}} &= [\, \bar{\boldsymbol{w}}_1^T \, \bar{\boldsymbol{w}}_2^T \cdots \bar{\boldsymbol{w}}_n^T]^T, \\ \boldsymbol{f} &= [\, \boldsymbol{f}_1^T \, \boldsymbol{f}_2^T \cdots \boldsymbol{f}_n^T]^T, \\ \bar{\boldsymbol{f}} &= [\, \bar{\boldsymbol{f}}_1^T \, \bar{\boldsymbol{f}}_2^T \cdots \bar{\boldsymbol{f}}_n^T]^T, \\ \boldsymbol{M} &= diag[\, \boldsymbol{Q}, \, \boldsymbol{Q}, \cdots, \, \boldsymbol{Q} \,]^T \end{aligned} \tag{18}$$

그러면 아래와 같은 간단한 형태의 제어법칙을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda} + \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{G} & \bar{\boldsymbol{G}}^T \\ \bar{\boldsymbol{G}} & -\gamma \alpha^{2N_2} \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{M} (\boldsymbol{w} - \boldsymbol{f}) \\ \bar{\boldsymbol{w}} - \bar{\boldsymbol{f}} \end{bmatrix} \tag{19}$$

이것은 Yoon과 Clarke (1995a)에서와 정확히 같은 형태이다. $\gamma = 0$이면 벡터 $\boldsymbol{p}$($\boldsymbol{p}_i$)는 다음의 등식제약조건과 관련한 Lagrange multiplier가 된다.

$$\bar{\boldsymbol{G}} \triangle \boldsymbol{U} = \bar{\boldsymbol{w}} - \bar{\boldsymbol{f}} \quad (\ \bar{\boldsymbol{G}}_i \triangle \boldsymbol{U} = \bar{\boldsymbol{w}}_i - \bar{\boldsymbol{f}}_i \ ).$$

방정식 (17)이나 (19)로부터 $\triangle \boldsymbol{U}$가 계산되면 이중 $\triangle \boldsymbol{u}(t)$ ($\triangle \boldsymbol{U}$중 처음 n요소)만을 실제로 시간 t에 인가하고 전체과정은 다음 샘플에 다시 반복된다. 이러한 제어법칙은 구현하기가 간단하고 또한 시스템 모델의 입·출력 표현 순서에 무관한 폐루프 특성을 보장한다. 다음은 여기서 구한 예측 제어 법칙의 안정도 보장에 관한 정리이다.

정리 1 (1) 또는 (2)로 표현되는 다변수 공정과 (17) 또는 (19)의 예측제어기에 대해, 다음의 조건이 만족되면 폐루프 시스템의 안정도가 보장된다.

$$\begin{aligned} &\gamma=0,\ \alpha\le 1,\\ &m_i=\deg(A_i)+1,\ N_u\ge N,\\ &N_y=N_u+max_{1\le i,j\le n}\langle \deg(B_{ij})-\deg(A_i)\rangle \end{aligned} \tag{20}$$

여기서 N은 시스템 (1)의 0이 아닌 극점(Pole)의 수이고 m_i는 등식 조건의 수이다(즉 $N_{2i}-N_y+1$ $\langle\cdot\rangle$). 그리고 B_{ij}는 $\boldsymbol{B}_i$의 j번째 요소이고 은 그 내부가 양수이면 그 값을 취하고 그렇지 않으면 0을 취한다 (즉, $\langle\cdot\rangle=max\{\cdot,0\}$).

토의 1: 이 정리는 Chow 등 (1996)에서와 같이 비용함수의 단조감소를 보임에 의해 증명할 수 있다.

토의 2: N_1이 N_y와 같도록 설정되면 제어법칙은 가중치 파라미터 $\overline{\rho}_i$에 무관하게 된다. 그러므로 다른 상수들이 안정도 조건 (20)을 만족하도록 결정된다고 했을 때, 사용자는 N_u와 α 두 상수만을 결정하면 된다. 또한 N_u와 α는 폐루프의 상승시간 (Rise-time)과 정정시간(Settling-time)과 관련되어, 사용자에 의해 쉽게 결정될 수 있다 (Yoon과 Clarke, 1995a). 본 논문에서도 이러한 Tuning 방법을 사용한다.

3.3 추정법칙

증류탑의 식별을 위해 다음과 같은 추정기를 도입한다.

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t) &= \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t-1)+\frac{\boldsymbol{P}_i(t-1)\boldsymbol{\phi}_i(t-1)}{1+\boldsymbol{\phi}_i(t-1)^T\boldsymbol{P}_i(t-1)\boldsymbol{\phi}_i(t-1)}e_i(t)\\ \overline{\boldsymbol{P}}_i(t) &= \boldsymbol{P}_i(t-1)\\ &\quad -\frac{\boldsymbol{P}_i(t-1)\boldsymbol{\phi}_i(t-1)\boldsymbol{\phi}_i(t-1)^T\boldsymbol{P}_i(t-1)}{1+\boldsymbol{\phi}_i(t-1)^T\boldsymbol{P}_i(t-1)\boldsymbol{\phi}_i(t-1)}\\ \boldsymbol{P}_i(t) &= (1-\frac{\lambda_0}{\lambda_1})\overline{\boldsymbol{P}}_i(t)+\lambda_0\boldsymbol{I},\quad (\boldsymbol{P}_i(0)=\lambda_1\boldsymbol{I}) \end{aligned} \tag{21}$$

여기서 $i\in[1,n]$ 이다. 벡터 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$는 $(1-A_i)$와 $\boldsymbol{B}_i$ 계수의 추정값을 포함하고 있고, 벡터 $\boldsymbol{\phi}_i$는 필터링된 입출력값들 ($\boldsymbol{u}^f$, y_i^f)로 이루어져 있다. $\boldsymbol{P}$는 공분산행렬이며 $e_i(t)$는 추정오차로서 아래와 같이 주어진다.

$$e_i(t)=y_i^f(t)-\boldsymbol{\phi}_i(t-1)^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t-1) \tag{22}$$

T_i는 잡음 특성을 나타내기보다는 강인성을 증대시키기 위해 사용되는 설계 다항식으로서 도입하며 따라서 추정 대상으로 고려하지 않는다. Yoon과 Clarke (1995b)에서는 T 다항식의 단일 입출력 예측제어 시스템의 강인성에 미치는 영향에 대해 논의하였다.

식 (21)에서의 공분산 행렬의 수정은 $\boldsymbol{P}$의 특성값이 (λ_0,λ_1) 사이에 있도록 하기 위한 것으로서, 이는 증류탑의 비선형 특성과 시변 특성에 대처하기 위해 추정기의 활동성을 유지 ($\lambda_0>0$) 해야 할 필요성으로 인해 도입되었다.

4. 증류탑의 적응제어

여기서는 지금까지 논의한 적응제어 기법을 15단의 ($N_T=15$) 이성분 증류탑 모델에 적용한 결과를 소개한다. 지면관계상 모사에 사용된 증류탑의 자세한 상수들에 관해서는 생략한다.

4.1 설계절차

제어기 설계절차는 샘플링시간 결정, 모델구조 선정 그리고 제어기 및 추정기 상수 설정 과정으로 이루어진다.

개루프 시스템은 약 1시간 정도의 상승시간을 갖는다. 원하는 상승시간을 20분이라 가정하고 20분내에 10회 정도의 샘플링을 하는 경우를 고려하여, 샘플링시간을 2분으로 결정한다.

이어서, 약간의 개루프 실험결과를 토대로 다음의 모델 구조를 가정한다.

$$\begin{aligned} A_i(q^{-1}) &= 1-a_iq^{-1}\\ B_{ij}(q^{-1}) &= b_{ij1}+b_{ij2}q^{-1}+b_{ij3}q^{-2}+b_{ij4}q^{-3} \end{aligned} \tag{23}$$

그 후 PRBS입력을 공정에 가하여 초기 시스템 식별을 한다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 식별이 진행됨에 따라 추정된 출력값 (점선)이 실제 출력값 (실선)에 접근

해 감을 알 수 있다.

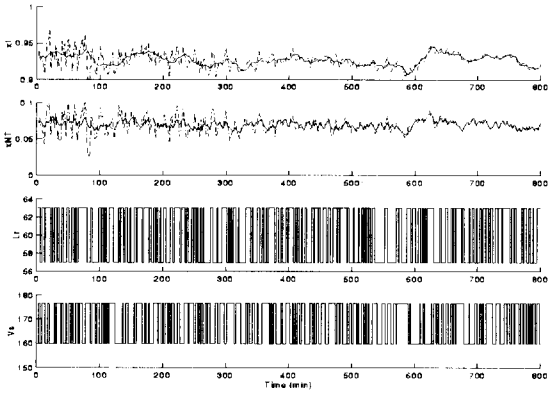

그림 2. 초기 추정을 위한 PRBS 테스트.

모델의 구조와 초기 계수들을 결정한 후, 적응제어기의 설계상수들을 표 2에서와 같이 설정한다. $\alpha=0.8$로 설정한 것은 원하는 상승시간이 20분 (10 샘플)이고 $1-0.8^{10}\approx 0.89$ 임을 고려한 결과이다. 또한 개루프 극점들 (a_1, a_2)이 구간 $(0.9, 1)$ 사이에 있는 것으로 관측되어 추정기 필터를 $1/(1-0.9q^{-1})$ 로 설정하였다.

표 2. 설계 목표와 파라미터들.

제어목표	20분의 상승시간
샘플링 시간	2분
λ_0, λ_1	0.1, 100
N_u , α	20, 0.8
추정기 필터	$0.1/(1-0.9q^{-1})$

4.2 모사 결과

본 논문에서는 두 가지 모사 결과를 소개한다. 그림 3은 설정값 추종 성능을 보여주고 있는데, 그림에서 볼 수 있듯이 일관된 과도상태 특성이 관측되고 또한 20분의 상승시간이 성취됨을 볼 수 있다 (점선: 설정값, 실선: 출력). 또한 두 채널간의 상호 간섭도 효과적으로 저감됨이 나타난다.

다음으로 Feed가 변화하고 있는 상황을 가정한 모사 결과를 그림 4에 보인다. 이는 공정 특성이 불확실한 경우로 간주될 수 있으며, 여기서도 역시 적응제어기의 Feed 변화에 대한 효과적 대처로 인해 일관된 제어성능이 얻어짐을 볼 수 있다.

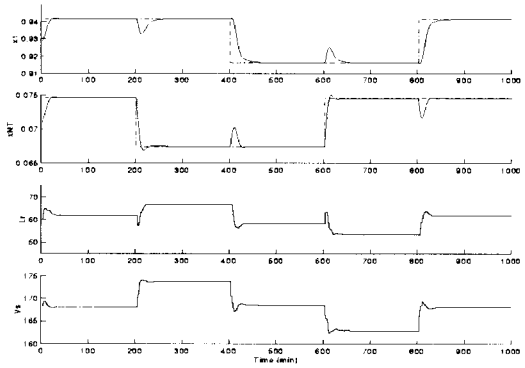

그림 3. 변하는 지령치에 대한 반응.

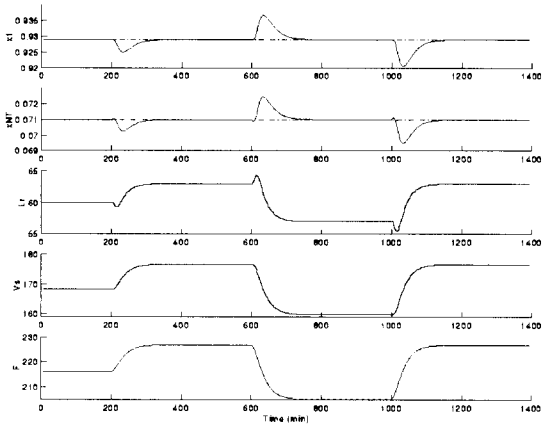

그림 4. feed변화에 대한 반응.

5. 결론

지금까지 이진 증류탑을 위한 적응 제어 기법에 대해 소개하였다. 제안된 방법은 최근 개발된 다변수 예측 제어 알고리듬과 공분산 행렬 정규화 기능을 갖는 추정 알고리듬에 기초하고 있다. 이러한 적응 시스템은 그 설계 과정이 복잡하지 않아 실제적 적용 가능성이 높다는 점에서 가치가 있다. 필터를 제외하면 단 두 개의 제어기 상수만이 결정되면 되고, 더우기 이들이 공정의 상승 및 정정 시간과 관련되어 그 설정이 쉽다는

중요한 특징을 갖는다. 이와 같은 제어기 설계의 간소화에도 불구하고 증류탑의 설정값 추종 성능 및 Feed 변화에 대한 제어 성능의 우수함을 공정 모사를 통해 확인하였다.

참고문헌

Chow, C. M., Yoon, T.-W., and Clarke, D. W. (1996). An approach to multivariable predictive control with stability guarantees. In Proceedings of JKACC International Conference on CONTROL '96, pp. 1350-1355, UK. IEE Conference Publication No. 427.

Clarke, D. W. and Scattolini, R. (1991). Constrained receding-horizon predictive control. IEE Proc. Part D, 138(4), 347-354.

Demircioglu, H. and Clarke, D. W. (1993). Generalized predictive control with end-point weighting. IEE Proc. Part D, 140(4), 275-282.

Kouvaritakis, B., Rossiter, J. A., and Chang, A. O. T. (1992). Stable generalized predictive control: an algorithm with guaranteed stability. IEE Proc. Part D, 139(4), 349-362.

Kwon, W. H. and Byun, D. G. (1989). Receding horizon tracking control as a predictive control and its stability properties. Int. J. Control, 50(5), 1807-1824.

Kwon, W. H. and Pearson, A. E. (1978). On feedback stabilization of time-varying discrete linear systems. IEEE Trans. on Auto. Control, AC-23(3), 479-481.

Mosca, E. and Zhang, J. (1992). Stable redesign of predictive control. Automatica, 28(6), 1229-1233.

Yang, D. R. and Lee. K. S. (1997). Monitoring of a distillation column using modified extended Kalman filter and a reduced order model. Computers and Chem. Engng, 21(Suppl), S565-570.

Yoon, T.-W. and Chow, C. M. (1995). Multivariable receding-horizon predictive control for adaptive applications. In Proceedings of International Workshop on Predictive and Receding Horizon Control, pp. 73-84, Seoul, Korea.

Yoon, T.-W. and Clarke, D. W. (1993). Receding horizon predictive control with exponential weighting. Int. J. Syst. Sci., 24(9), 1745-1757.

Yoon, T.-W. and Clarke, D. W. (1994). Adaptive predictive control of the benchmark plant. Automatica, 30(4), 621-628.

Yoon, T.-W. and Clarke, D. W. (1995a). A reformulation of receding-horizon predictive control. Int. J. Syst. Sci., 26(7), 1383-1400.

Yoon, T.-W. and Clarke, D. W. (1995b). Observer design in receding-horizon predictive control. Int. J. Control, 61(1), 171-191.

저자소개

윤 태웅

1984년 서울대학교 제어계측공학과 학사
1986년 서울대학교 제어계측공학과 석사
1994년 Oxford 대학교 Dept. of Eng. Sci. 박사
1992년-1993년 Oxford 대학교 Tutor
1986년-1995년 한국과학기술원(KIST), 연구원, 선임연구원
1995년-현재 고려대학교 전기전자전파 공학부 조교수
주관심분야 : 적응 선형/비선형 제어, 예측 제어 및 제어 응용(전력계통안정화, 전동기제어 등)
(136-701) 서울 성북구 안암동 5가 1번지
고려대학교 공과대학 전기전자전파 공학부
Tel: (02) 3290-3240
Fax: (02) 921-1325
E-mail: twy@cello.korea.ac.kr

양 대륙

1981년 서울대학교 화공과 학사
1983년 한국과학기술원 화공과 석사
1990년 University of California, Santa Barbara, 화공과 박사
1983년-1986년 KIST, 연구원

1990년-1991년 ABB Simcon Inc. , Application Engineer
1992년-1993년 포항공과대학교 화학공학과, 조교수
1994년-현재 고려대학교 화학공학과, 부교수
주관심분야 : 공정제어, 공정모사, 공정최적화
(136-701) 서울 성북구 안암동 5가 1번지
고려대학교 화학공학과
Tel: (02) 3290-3298
Fax: (02) 926-6102
E-mail: dryang@infosys.korea.ac.kr

이 광순

1977년 서울대학교 화공과 학사
1979년 한국과학기술원 화공과 석사
1983년 한국과학기술원 화공과 박사
1986년-1987년 Univ. of Waterloo, 카나다 방문교수
1995년-1996년 Auburn Univ. , 미국 방문교수
1983년-현재 서강대학교 화공과 교수
Tel: (02) 705-8477
E-mail: kslee@ccs.sogang.ac.kr

권 영민

1996년 고려대학교 전기공학과 학사
1996년-현재 고려대학교 전기공학과 석사과정
주관심분야 : 예측제어
Tel: (02) 923-2881
E-mail: xof@cello.korea.ac.kr

- 담당 편집 위원:
이의수 교수 (동국대학교 화학공학과) -