

위성발사체 유도제어시스템

최재원

부산대학교 공과대학 기계공학부 및 기계기술연구소

1. 서 론

본 논문에서는 위성발사체의 유도제어에 대한 문제를 다루고자 한다. 발사체의 임무는 발사시의 발사궤도를 제어하여 위성등의 탑재물(payload)을 소정의 궤도에 투입시키는 것으로서 그 기본적인 구성은 항법시스템과 유도제어시스템을 들 수 있다. 소정의 궤도에 탑재물을 투입하기 위해서는 먼저 발사체의 위치, 속도 및 자세에 대한 정보를 실시간으로 알 필요가 있는데 이러한 상태량을 결정하는 부분이 항법시스템에서 행해진다. 한편, 유도제어시스템은 항법시스템에서 제공하는 정보를 이용하여 탑재물의 궤도투입을 수행하게 된다. 최적제어 문제로서 연료소비최소화, 가속도최소화 등의 조건을 만족하는 발사궤적을 계획하는 것 등이 그 주요한 기능 중의 하나가 된다. 이와 같이 생성된 궤적은 비행 중 여러 가지 외란에 의해 필연적으로 오차를 포함하게 되므로 성공적인 임무 수행을 위해서는 궤적의 수정이 반드시 필요하게 된다. 오차에 기인한 궤적의 수정은 현재의 상태값과 종단조건을 양쪽의 경계값으로 하는 2점 경계치문제(two point boundary value problem)를 풀어서 성취하게 된다.

발사체의 유도 기능을 좀 더 구체적으로 기술하면, 발사체의 자세 방향을 적절히 조작하여 발사체의 진행 방향을 제어하는 것과, 엔진의 연소시간을 조절하여 발사체의 속도를 제어함으로써 위성체를 소정의 목적하는 궤도에 투입시키는 것[1,2]이라 할 수 있다. 즉, 불확실한 비행상황하에서도 소정의 임무조건을 만족시킬 수 있도록 적절한 유도지령을 생성시키는 것이 유도제어시스템의 주요한 기능 중의 하나라 하겠다. 발사체의 유도 방식은 크게 프로그램 유도방식 또는 개루프 유도방식과 폐루프 유도방식으로 나눌 수 있다. 먼저, 개루프 유도방식은 사전에 프로그램화된 순서에

따라 발사체의 자세 방향을 변경하고, 발사체를 예정된 비행 경로를 따라 비행시켜 목표지점에 가까워진 부근에서, 발사체의 동체축 방향의 속도증분이 주어진 임무에 적합한 값에 도달했을 때 엔진의 연소를 정지시키는 일련의 과정을 통하여 발사체를 유도하는 방식으로[1], 지상에서의 대형컴퓨터를 이용하여 매 초기조건에 대하여 비선형 2점 경계치문제를 풀어 최적궤적을 구해낸다. 이 방식은 구성이 간단하고 비용면에 있어서도 효율적이나, 실시간 처리가 요구되는 탑재용 직접식(explicit) 유도법으로는 사용할 수 없다. 반면, 페루프 유도방식은, 발사체의 현재위치, 속도 및 자세 각을 실시간으로 검출하여 목적하는 궤도상태와의 관계로부터 요구되는 자세 방향을 구해내는 방식이다. 이 방식은 또한 섭동식(perturbation) 유도법과 직접식(explicit) 유도법으로 대별할 수 있는데[1], 섭동식 유도법은 앞에서 언급한 지상의 대형컴퓨터에서 구한 개루프 최적 유도궤적을 기준 궤도로 삼고, 섭동법에 의한 실제궤적을 구해내는 방식으로 사전에 결정된 고정 임무에 사용이 적합하다. 반면, 직접식 유도법은 발사체의 비행중 연속적으로 최적지령각을 계산하여 발사체를 실시간으로 유도하는 방식으로 지상에서의 궤적에 대한 사전 계산이 불필요하며, 임무 수행에 있어서도 융통성이 부여될 수 있는 방식이다.

발사체의 궤적에 대한 우리나라에서의 연구는, 실용위성 및 과학위성급에 대하여, 개루프 개념의 지구정지궤도 및 극궤도 진입을 위한 발사궤적에 대한 연구[3-5]가 수행된 바 있으며, 실용위성에 대한 페루프 개념의 실시간 직접식 관성 유도법을 적용한 발사궤적에 대한 연구[1,6,7]도 있었다.

본 논문에서는 먼저, 일본의 발사체를 중심으로 개괄적인 비교를 한다. 그리고 최근에 발사에 성공한 일본의 J-I 발사체의 유도제어시스템[8-10]에 관하여 간단히 그 특징을 기술한다. 이와 더불어 유도제어시스템의 적용 예를 고찰하

기 위하여 섭동식 유도법의 기준궤도로 사용할 수 있는 개루프 최적발사궤적을 Pontryagin의 최대원리[11,12]를 적용하여 구하고 일본의 과학위성 발사체인 M-3H-3에 적용하여 그 발사궤적을 고찰한 결과에 대하여 기술한다. 실제시스템에서는 페루프유도 방식과 개루프 유도방식을 병용하여 궤도 정밀도를 향상시키는 방식을 사용하고 있는데, 본 논문에서 기술한 유도 알고리즘은 전파유도 및 섭동식 유도법의 기준궤도로 사용될 수 있다.

2. 발사체를 이용한 탑재물의 궤도 투입

발사체를 이용하여 위성의 탑재물을 목표궤도에 투입시키기 위해서는 가능한 적은 연료를 사용하여 적은 오차범위내에서 목표궤도에 도달하게 하여 탑재물을 본체에서 분리시킬 필요가 있다. 이를 위하여 앞에서 언급한 항법 및 유도과정을 수행하여야 하고 동시에 위성의 자세를 목표 방향으로 안정되게 유지시키기 위한 제어 기능도 요구된다 하겠다.

2.1 발사체의 유도

발사체의 유도방식으로는 기체의 경로방향 가속도와 추력 가속도의 비를 선형으로 가정하고 준최적 유도법의 하나로 알려져 있는 수정된 선형 사인법[13]이 일본의 발사체들인 N-I(1975-1982), H-I(1986-1992) 및 H-II(1994-현재)에 이용되어 성공적인 결과를 주었다고 알려져 있다.

2.2 발사체의 자세제어

발사체의 자세제어는 발사체의 자세오차와 자세 변화율을 피드백시키는 PD 제어가 기본인데, 대체로 기체의 휨(bend-

ing) 제어를 위해 이득 및 위상을 조정할 수 있는 보상필터를 추가하게 된다. 통상 1차 휨에 대해서는 위상안정화를 행하고, 2차 이상의 고차 휨에 대해서는 이득안정화를 행하게 된다. N-I 발사체의 경우는 아날로그 방식의 제어시스템을 사용하였으나, N-II 발사체(1981-1986) 이후 세대는 디지털 방식의 제어시스템이 사용되고 있으며, H-II 발사체 3호기 경우는 SFU의 수납을 위해 5m의 패어링(fairing)이 사용됨에 따라 큰 공력모멘트의 발생이 예상되어 횡가속도를 피드백하여 받음각(angle of attack)의 발생을 억제하기 위한 하중경감(load relief) 제어가 적용되었다[13].

2.3 궤도 투입을 위한 정밀도 비교

본 절에서는 그 동안 일본에서 발사되었던 정지위성의 전이궤도(transfer orbit)에의 투입시 발생하는 원지점(apogee)에서의 고도 오차를 발사체별로 구분하여 그림 1에 도시하였다[13]. 미국으로부터의 기술도입에 의해 개발된 N-II 발사체를 제외하면 그 동안 상당한 진보가 있어 왔다는 것을 알 수 있다. H-II 발사체의 경우는 종래의 3단식과는 달리 2단식으로 변경하였기 때문에 3단 고체모터에 기초한 오차 발생 요인이 줄어들기는 하였으나 전체적으로 궤도 투입시의 정밀도에 있어서 비약적인 발전을 이룩하였음을 알 수 있다.

3. J-I 발사체의 유도제어시스템

일본의 시험용 J-I 발사체가 1996년 2월에 성공적으로 발사되었다. J-I 발사체는 3단의 고체 로켓으로 NASDA (NAtional Space Development Agency of Japan)의 H-II

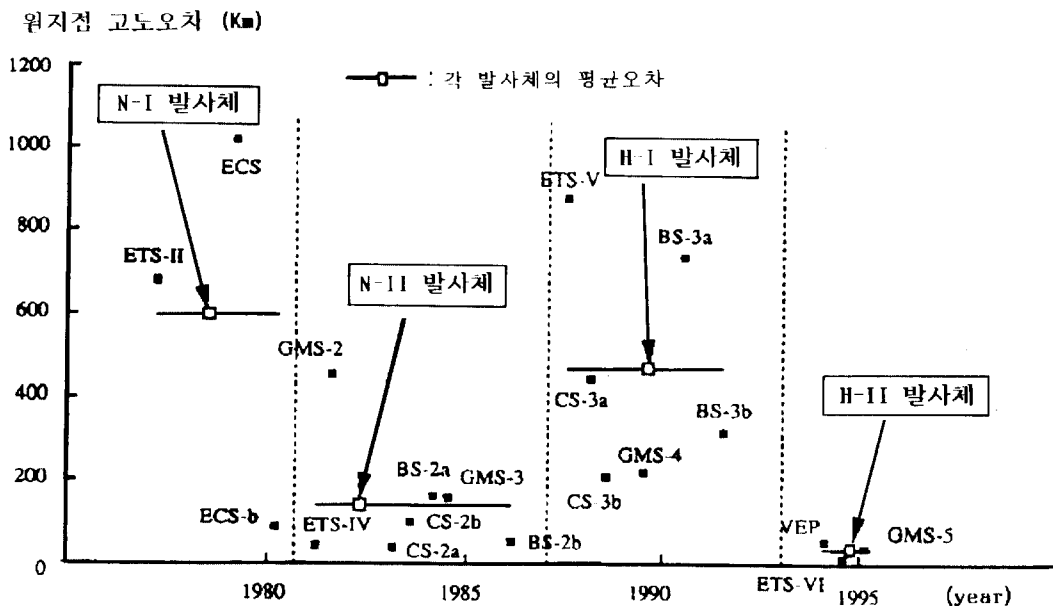


그림 1. 정지위성의 전이궤도 투입 오차(원지점 고도 오차).

발사체의 SRB(Solid Rocket Booster)와 ISAS(Institute of Space and Astronautical Science)의 M-3SII의 상단(upper stage)의 조합으로 구성되어 있다. 따라서, 이 발사체의 유도제어시스템은 기본적으로 H-II와 M-3SII의 유도제어시스템들의 조합으로 볼 수 있다. 본 시험용 발사체의 탑재물(payload)은 HYPLEX(Hypersonic Flight Experiment)였다. 탑재물의 투입지점(injection point)의 최대 편차는 1.6 sigma로 보고되었다[8].

3.1 J-I 발사체 개요

일본의 J-I 발사체는 1992년에 개발이 시작되어 1996년 2월 12일 8.00 JST에 Tanegashima 우주센터에서 성공적으로 발사되었다. 그림 2에서 보는 바와 같이, J-I은 H-II 발사체의 SRB와 M-3SII의 상단으로 구성되어 있으며 탑재물은 HYPLEX였다. 1단의 자세는 코어(core) 모터의 가변 노즐과 외부에 장착된 2개의 버니어엔진(EVE: External Vernier Engines)에 의해 제어된다. 2단의 자세는 액체 분사형의 추력벡터제어(LITVC: Liquid Injection Thrust Vector Control)의 온오프(on/off) 동작과 측면제트(SJ: Side Jet)에 의해 제어된다. 마지막으로, 3단은 스핀안정화 후에 분리된다. 1, 2단 구간 동안은 전파유도방식(radio guidance)이 사용된다.

J-I 발사체의 유도제어시스템은 처음에는 M-3SII의 것과 같은 것으로 계획되었다가 개발이 진행됨에 따라 다음의 3가지 중요한 변화들이 수용되었다.

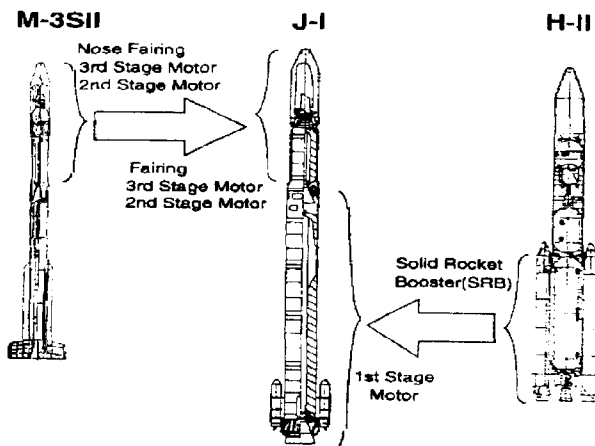


그림 2. H-II와 M-3SII의 결합에 의한 J-I 발사체의 외관.

먼저, 1단 엔진 연소중의 롤 제어를 위한 효과기(effectors)가 교체되었다는 것이다. 이는 SMRC(Solid Motor Reaction Control)에 의한 롤 제어용 동력이 초기 롤 기동과 고동압(high dynamic pressure)에서의 롤 안정화 제어를 위해서는 충분하지 않다는 이유 때문이었다. 이를 해결하기 위하여 M-3SII의 꼬리날개 끝단에 장착되어 있던 SMRC

를 EVE(External Vernier Engine)로 교체하였는데, EVE는 H-I 발사체에 장착되어 성공적으로 사용되었던 것이다.

다음으로는, 1995년 1월 M-3SII에서 발생한 실패에 대한 교정 기능으로 부스터 단계-2의 자세제어프로그램(B2-ACP: Booster stage-2 Attitude Control Program)에 자세 변화율 필터(attitude rate filter)를 첨가하였다. B2-ACP는 원래 잡음을 감소시키기 위한 변화율 필터를 가지고 있었지만, 구조진동에 대한 이득을 안정화시키기 위해 또 다른 필터가 추가되었다. 이득 안정화 필터와 더불어 dead 주파수 대역은 LITVC의 분사 유체를 절약하기 위해 그것의 원래 폭 보다 두 배 넓어졌다.

마지막으로, 부스터 단계-1의 자세제어프로그램(B1-ACP: Booster stage-1 Attitude Control Program)이 새로이 개발되어 적용되었다. 이것은 SRB의 제어 효과기와 EVE의 사용으로 M-3SII의 B1-ACP를 수정하는 것보다 더 효과적이라는 판단에 따른 것이다.

3.2 J-I 발사체의 유도제어시스템 개요

J-I 발사체의 유도제어시스템의 간략도가 다음의 그림 3에 도시되어 있다. 그림의 유도제어시스템과 관련한 부분에서 굵은 선으로 표시된 상자는 탑재된 하드웨어 장비를 표시하고, 점선으로 표시한 상자는 탑재 소프트웨어를 나타내고 있다. 본 시스템은 앞에서 언급한 변화를 제외하고는 M-3SII의 시스템과 기본적으로는 같은 시스템이다.

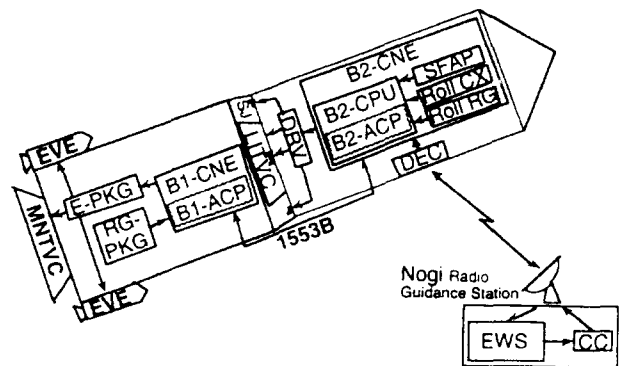


그림 3. J-I 발사체 유도제어시스템의 간략도.

1단의 제어 효과기들은 가변 노즐 추력벡터제어(MNTVC: Movable Nozzle Thrust Vector Control)와 EVE이며, 이들은 모두 유압서보기구 메카니즘을 가지고 있으며, 제어용 E-PKG(Electronic-PacKaGe)에 의해 구동된다.

B1-CNE(Booster stage-1 CoNtrol Electronics)는 B1-ACP 프로그램에 의한 1단 자세제어용 컴퓨터이다. B1-CNE는 2단에 장착된 B2-CNE(Booster stage-2 CoNtrol Electronics)로부터 1553B 데이터 버스를 통하여 자세오차

신호와, 1단에 장착된 3축의 레이트 자이로 패키지 RG-PKG(Rate Gyro PacKaGe)로부터 자세 변화율 신호를 받아 E-PKG에 제어 지령들을 전달한다.

B2-CNE는 센서와 계산기로서의 기능을 한다. B2-ACP 및 B2-CPU는 미리 프로그램된 목표 자세와 센서로부터의 측정 데이터를 비교하여 자세오차를 산정해 내며, 또한 1단 분리 후의 제어 지령을 생성시키는 기능을 한다. M-3SII의 특징 중 하나인 B2-CNE의 센서부는 다음의 3부분으로 구성되어 있다. 즉, 피치 및 요 자세각을 검출하는 roll free platform위의 3축의 FRIG(Floated Rate Integrating Gyro)를 장착한 SFAP(Spin Free Analysis Platform), SFAP의 roll axis syncro transmitter를 이용하여 롤 자세를 검출하는 Roll CX, 그리고 롤 자세 변화율을 검출하기 위한 roll rate gyro가 그것들이다. 피치와 요 자세 변화율은 SFAP의 FRIG로부터의 출력을 미분하여 B2-ACP에 의해 계산된다. 그리고 스핀(spin) 임무를 수행하기 위하여 B2-CNE에는 spin rate gyro도 장착되어 있다.

2단용 제어 효과기로는 가스 제트형의 SJ와 LITVC가 사용된다. B2-CNE로부터의 제어 지령은 SJ와 LITVC의 밸브를 구동시키기 위한 구동부(DRV)로 출력된다. 제어 주기는 자세 센서인 FRIG의 재평형 피드백 루프(rebalance feedback loop)의 주기와 같이 20.48 msec로 설정되어 있다.

기체의 추적, 궤적오차의 계산 및 목표 자세 조정 지령의 전송은 Nogi 레이다 기지에서 하게 된다. 궤적오차는 기준 궤적과 관측된 궤적을 비교하여 EWS에서 계산된다.

센서와 제어 효과기의 사용 스케줄이 그림 4에 표시되어 있다. 1단의 RG-PKG로부터의 데이터를 이용하여 1단의 구조 진동의 효과를 검토하게 된다. RG-PKG가 고장일 경우, 2단의 자세 변화율 정보는 1단 비행구간의 자세제어를 위해 데이터 버스를 통하여 전송된다.

1단 모터의 연소 종료(BO: Burn-Out)시 및 BO 후의 잔류 추력에 의한 불확실성과 같은 외란을 극복하기 위하여,

MNTVC 및 EVE가 1단 연소 종료 시점 부근 및 후에 피치와 요 제어 효과기로서 사용된다. 마찬가지로, 2단 모터 연소 종료시의 LITVC에 의한 피치와 요 제어의 불확실성을 극복하기 위하여 2단 모터 연소 구간오의 말미에 SJ를 필요로 한다.

4. 최적조건에 의한 발사체 유도법칙

기호설명

A_{T0} : 동체좌표계에서의 추력가속도	I_1 : 관성좌표계에서의 발사체의 위치
A_{T1} : 관성좌표계에서의 추력가속도	$S_x, S_p: x, p$ 에 관한 민감도 행렬
B : 발사체의 질량흐름률(mass flow rate)	T_R : 발사체의 추력
f : 시스템 벡터의 1차미분방정식에 대한 표현	U : 관성좌표계에서의 단위추력벡터
G_1 : 관성좌표계에서 추력가속도	V_e : 배출 속도
h : 동상태 벡터의 1차미분방정식에 대한 표현	V_1 : 관성좌표계에서의 발사체의 속도
$[IB]$: 관성좌표계에서 동체좌표계로의 좌표변환행렬	x : 시스템 벡터
J : 성능 지표 함수	x_0 : 시스템 벡터의 목표치
M : 성능 지표 함수에 사용되는 가중치 행렬	μ : 중력상수
m : 발사체의 중량	λ : 가중치 행렬의 가중치 계수

4.1 Pontryagin의 최대법칙

n 개의 1차 상미분 방정식으로 상태변수들이 표현되는 다음과 같은 시스템을 생각하자.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (4.1)$$

위 식에서 $x(t) = [x_1, \dots, x_n]^T$ 은 상태공간에서의 시스템 상태벡터(state vector)로 초기값 $x(t_0) = x_0$ 를 가지며, $u(t) = [u_1, \dots, u_n]^T$ 은 제어벡터(control vector)이다. 위의 시스템 (4.1)에 대하여 우리가 최소화시켜야 할 성능지표함수(performance index function)를 다음과 같은 일반적인 형태로 정의한다[11,12,14].

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (4.2)$$

또한, Hamiltonian은 다음과 같이 스칼라 함수로 정의된다.

$$H(x, p, u, t) = g(x, u, t) + p^T \cdot f(x, u, t) \quad (4.3)$$

여기서, $p(t)$ 는 동상태벡터(costate vector)라 불리우는 $(n \times 1)$ 벡터로, 다음의 (4.4)를 만족한다.

$$\dot{p}(t) = - \left[\frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} \right]^T p - \left[\frac{\partial g(x, u, t)}{\partial x} \right] \quad (4.4)$$

(4.3)에서, Hamiltonian H 를 최대로 만드는 최적제어 $u(t)$ 는 미지의 벡터 $p(t)$ 와 $x(t)$ 의 함수로 주어진다. 그러므로

센서 및 제어 효과기	축	Flight Phase				
		1st Stage Phase		2nd Stage Phase		
		Burning	Coasting	Burning	Coasting	
센서	자세오차	피치	B2-CNE(SFAP)			
		요	B2-CNE(Roll CX)			
	자세 변화율	피치	RG-PKG	B2-CNE(SFAP)		
		요	RG-PKG	B2-CNE(Roll RG)		
제어 효과기	피치	MNTVC	MNTVC	LITVC	SJ	
	요	EVE		EVE		
	롤	EVE			EVE	

그림 4. 센서 및 제어 효과기(Control Effecters)의 사용.

이 $u(t)$ 값을 (4.1), (4.4)에 대입하면 $u(t)$ 는 위의 식들로부터 지워져, 아래의 정형식(canonical form)으로 시스템이 표시된다.

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (4.5)$$

위식의 해는 각각 n 개의 초기조건 및 종단조건으로부터 구할 수 있으며, $x(t_f)$ 에 관한 종단점에서의 경계조건이 없는 경우에는 다음과 같이 $p(t_f)$ 가 결정된다.

$$p(t_f) = -\left. \frac{\partial S(x(t), t)}{\partial x} \right|_{t_f} \quad (4.6)$$

이와 같은 비선형 2점 경계치 문제는 일반적인 수치해법으로 해를 구하기가 어려우며, 본 논문에서는 이의 해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 알고리즘을 사용한다.

4.2 발사체 운동방정식

비선형 시스템에 최적제어를 적용하는 경우, 성능지표함수를 시스템의 새로운 상태변수로 늘려서 제어문제를 푸는 방법들을 많이 사용한다[15]. 이에 따라 본 연구에서도 우리가 최소화시키려는 (4.2)의 성능지표함수 J 를 시스템 (4.1)의 $n+1$ 번째의 새로운 상태변수로 정의한 제어문제를 생각한다.

$$x_{n+1}(t_f) = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (4.7)$$

한편, 관성좌표계에서 공기력을 무시할 경우의 M-3H-3의 병진운동 방정식은 다음과 같이 기술할 수 있다[16].

$$\dot{x}_I = V_I \quad (4.8)$$

$$\dot{V}_I = [IB]^{-1} \cdot [A_{TB}] + G_I \quad (4.9)$$

이제, 위의 운동방정식에 4.1절에서 서술한 Pontryagin의 최대원리를 적용하는데, 이때 수식의 계산을 간단히 하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 공기력은 발사체의 운동에 작용하지 않고,
- 2) 지구의 중력가속도에서 중력 고차항(harmonics)은 무시하며,
- 3) 발사체는 일정한 비추력을 가지고,
- 4) 오직 하나의 엔진으로부터 추력을 얻는다고 가정한다.
- 5) 중량 90.5 Kg의 과학위성 EXOS-B모델에 대한 목표궤도는 개루프 유도에 의해 구한 값을 기준값으로 사용하는데, 근지점 고도는 250 Km로 하고, 위도 및 경도는 각각 24.125 deg 및 133.523 deg로 설정한다.

위에서 정의된 M-3H-3의 병진운동 방정식 (4.8), (4.9)에서 M-3H-3의 관성속도 벡터 V_I 와 관성위치 벡터 r_I , 그리고 질량 m 을 최적제어 모델의 상태변수 $x(t)$ 로 선정한다.

다. 그리고 시스템의 제어입력으로는 관성좌표계에서의 추력방향벡터 $U = [u_1, u_2, u_3]^T$ 와 질량흐름률 B 를 사용하기로 한다. 이 경우, 시스템은 7차, 제어입력은 3차의 차수를 갖게 된다. 한편, 관성좌표계에서의 추력가속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_{TI} = \frac{T_R}{m} U = \frac{v_e B}{m} U \quad (4.10)$$

위의 가정과 (4.10)에 따라, (4.8) 및 (4.9)의 M-3H-3의 병진운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

비행체 시스템 $f(x, u, t)$;

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_e u_1 B}{x_7} - \frac{\mu x_1}{\|r_I\|^3} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{v_e u_2 B}{x_7} - \frac{\mu x_3}{\|r_I\|^3} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{v_e u_3 B}{x_7} - \frac{\mu x_5}{\|r_I\|^3} \\ \dot{x}_7 &= -B \end{aligned} \quad (4.11)$$

위의 (4.9) 및 (4.11)에서 $r_I = [x_1, x_2, x_3]$ 는 관성좌표계에서의 발사체의 위치, $V_I = [x_4, x_5, x_6]$ 는 관성좌표계에서의 발사체의 속도, x_7 은 발사체의 무게, 그리고 $U = [u_1, u_2, u_3]$ 는 단위추력벡터이다. 그리고 $\|r_I\|$ 는 관성위치벡터의 노름(norm)으로 다음과 같다.

$$\|r_I\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad (4.12)$$

(4.11)에서의 제어입력들은 다음과 같은 제약조건을 만족해야 한다.

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1 \quad (4.13)$$

4.3 최적 유도지령각[17]

본 논문에서는 앞의 4.2절에서 언급한 제약조건들을 만족하면서, 관성위치 목표치와 관성속도 목표치의 오차를 최소화시키는 문제를 다루기 위하여 다음과 같은 성능지표함수를 선택하고, (4.7)에 의하여 이를 여덟번째의 새로운 상태변수로 다음과 같이 정의한다.

$$x_8(t) = \frac{1}{2} [x(t) - x_d]^T M [x(t) - x_d] \quad (4.14)$$

여기서, M 은 (7×7) 가중치 행렬(weighting matrix)로 다음과 같이 나타내어 진다.

$$M = \text{diag} [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_7]$$

여기서, λ_i $i=1, \dots, 7$ 은 가중치 상수로 $\lambda_i \geq 0$ 이며, 본 논문에서 설정한 문제에 부합시키기 위하여 λ_7 은 0으로 두어 질량흐름률은 고려하지 않는다. 또한 식에서 $x_d = [x_{d1}, \dots, x_{d7}]^T$ 는 상태변수의 목표치이다. 이제, (4.14)를 미분하면 다음의 (4.15)와 같은 함수를 얻을 수 있는데, (4.11)과 아래의 (4.15)로부터 (4.11)을 8개의 상태를 가진 시스템으로 확장시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} f_8(x, u, t) &= \dot{x}_8(t) \\ &= f^T M [x(t) - x_d] \end{aligned} \quad (4.15)$$

이제 Hamiltonian H 는 (4.3)의 정의로부터 $g(x, u, t) = 0$ 이라 하고, 앞의 (4.11) 및 (4.15)를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^8 p_i f_i \\ &= \frac{v_e}{x_7} B [P \cdot U - \frac{x_7}{v_e} p_7] + [p_1 - \lambda_1(x_1 - x_{d1})]x_2 \\ &\quad + [p_3 - \lambda_3(x_3 - x_{d3})]x_4 + [p_5 - \lambda_5(x_5 - x_{d5})]x_6 - \frac{\mu P \cdot r_l}{\|r_l\|^3} x_7 \end{aligned} \quad (4.16)$$

윗 식에서 P 는 다음과 같이 정의된다.

$$P = [[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})], [p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})], [p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]]^T \quad (4.17)$$

또한 $\|P\|$ 는 아래와 같이 계산된다.

$$\|P\| = \sqrt{[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})]^2 + [p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})]^2 + [p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]^2} \quad (4.18)$$

(4.16)에서는 $p_8(t) = -1$ 의 값을 사용하였다. 이는 4.1절의 (4.6)으로부터 동상태벡터(costate vector)의 최종시간 경계조건이 다음과 같고, (4.15)의 $f_8(x, u, t)$ 에서는 $x_8(t)$ 의 값이 사용되지 않기 때문이다.

$$h(t_f) = [0, \dots, 0, -1]^T$$

(4.14)의 성능지표함수를 최소화시키기 위해서는 H 가 u 에 대하여 최대가 되어야 한다. 그런데 $\frac{v_e}{x_7} > 0$ 이고, U 가 단위 벡터이므로, U 를 P 에 평행하게 만들면 H 가 최대가 된다. 이때의 두 벡터 U 와 P 사이의 각을 α 라 하면 $\alpha = 0^\circ$ 일 때 이므로, 이때 $\cos \alpha = 1$ 이 된다. 즉,

$$\cos \alpha = \frac{P \cdot U}{\|P\| \|U\|} = 1 \quad (4.19)$$

그런데, 위 식에서 U 는 단위벡터이므로 $\|U\| = 1$ 이다. 그러므로 윗 식에서 최적제어 $U^* = [u_1^*, u_2^*, u_3^*]$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_1^* &= \frac{1}{\|P\|} [p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})] \\ u_2^* &= \frac{1}{\|P\|} [p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})] \\ u_3^* &= \frac{1}{\|P\|} [p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})] \end{aligned} \quad (4.20)$$

위에서 구한 최적제어 값들을 시스템 (4.11)에 대입하여 최적 시스템 식을 구하고, 동상태 벡터식(h^*)를 (4.5)로부터 계산하면 다음과 같은 $2n$ 개의 미분방정식 (4.21)과 (4.22)를 얻을 수 있다. 최적 시스템 식 $f^*(x, p, t)$;

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_1}{\|r_l\|^3} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_3}{\|r_l\|^3} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_5}{\|r_l\|^3} \\ \dot{x}_7 &= -B \end{aligned} \quad (4.21)$$

최적 동상태 벡터 식 $h^*(x, p, t)$;

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \lambda_1 x_2 + \frac{\mu}{\|r_l\|^3} \cdot \left[[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})] - \frac{3(P \cdot r_l)x_1}{\|r_l\|^3} \right] \\ \dot{p}_2 &= \lambda_2 \left[\frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_2 - \lambda_2(x_2 - x_{d2})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_1}{\|r_l\|^3} \right] - [p_1 - \lambda_1(x_1 - x_{d1})] \\ \dot{p}_3 &= \lambda_3 x_4 + \frac{\mu}{\|r_l\|^3} \cdot \left[[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})] - \frac{3(P \cdot r_l)x_3}{\|r_l\|^3} \right] \\ \dot{p}_4 &= \lambda_4 \left[\frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_4 - \lambda_4(x_4 - x_{d4})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_3}{\|r_l\|^3} \right] - [p_3 - \lambda_3(x_3 - x_{d3})] \\ \dot{p}_5 &= \lambda_5 x_6 + \frac{\mu}{\|r_l\|^3} \cdot \left[[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})] - \frac{3(P \cdot r_l)x_5}{\|r_l\|^3} \right] \\ \dot{p}_6 &= \lambda_6 \left[\frac{v_e B}{x_7} \cdot \frac{[p_6 - \lambda_6(x_6 - x_{d6})]}{\|P\|} - \frac{\mu x_5}{\|r_l\|^3} \right] - [p_5 - \lambda_5(x_5 - x_{d5})] \\ \dot{p}_7 &= \frac{v_e B \|P\|}{x_7^2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

일단 최적제어 벡터 값 U^* 가 구해졌으므로 성능지표함수로부터 정의하여 사용하였던 여덟번째 시스템 (4.15)는 위의 식에서 제외시킨다. 따라서, 남은 문제는 경계조건 $x(t_0) = x$

6. $p(t_f)=0, i=1, 2, \dots, 7$ 을 사용하여 위의 두 최적벡터 미분방정식을 푸는 2점 경계치 문제(two point boundary value problem)가 된다.

4.4 2점 경계치 문제

본 논문에서는 4.3절에서 발생하는 2점 경계치 문제를 풀기 위하여 Newton-Raphson 알고리즘을 사용한다. 이 방법은 비선형 함수의 근(root)을 찾기 위한 방법인데, $p(t_f)$ 가 $p(t_0)$ 의 함수로 어떠한 굴곡된 그래프(curve graph)를 가질때, 임의의 한 점으로부터 접선을 찾아 외삽법(extrapolation)을 사용, $p(t_f)$ 의 근을 찾는 방법이다.

이를 자세히 살펴보면, 어떠한 임의의 한 점 $p(t_f)^{(0)}$ 를 가정하여 최적 시스템 식과 최적 동상태벡터 식을 수치적으로 적분하여 $x(t_f)^{(0)}$ 와 $p(t_f)^{(0)}$ 의 값을 얻어낸다. 그 다음, 종단조건(terminal condition)을 검증하여 그 오차로써 새로운 $p(t_0)^{(1)}$ 을 추정해 낸다. 그림 5는 이러한 추정 절차를 설명하고 있다. 위에서 구한 $p(t_f)^{(0)}$ 와 $x(t_f)^{(0)}$ 는 $p(t_0)^{(0)}$ 의 값으로부터 구해진 것이므로, 이들 변수 사이에는 그림에서 보는 바와 같은 어떠한 알려지지 않은 함수관계가 존재한다. 이 함수의 기울기는 $\Delta p(t_0)$ 와 곱해져서 종단조건(terminal condition)의 오차로 지정된다. 새로운 추정값 $p(t_0)^{(1)}$ 의 값은 다음과 같다.

$$p(t_0)^{(1)} = p(t_0)^{(0)} - \Delta p(t_0) \quad (4.23)$$

이때, $p(t_0)$ 의 값은 다음의 (4.24)로부터 구해진다.

$$\left[\frac{\partial p(t_f)}{\partial p(t_0)} - M \frac{\partial x(t_f)}{\partial p(t_0)} \right] \Delta p(t_0) = p(t_f)^{(0)} - M x(t_f)^{(0)} - x_d \quad (4.24)$$

위의 식을 풀기 위하여 다음과 같은 두개의 ($n \times n$)민감도 행렬(sensitivity matrix) $S_p(t_f)$ 와 $S_x(t_f)$ 를 정의한다[14].

$$\begin{aligned} S_p(t_f) &\equiv \frac{\partial p(t_f)}{\partial p(t_0)} \\ S_x(t_f) &\equiv \frac{\partial x(t_f)}{\partial p(t_0)} \end{aligned} \quad (4.25)$$

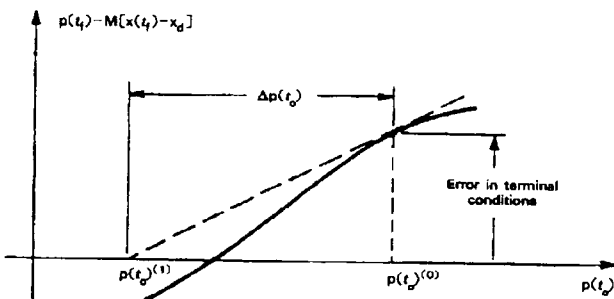


그림 5. Newton-Raphson 방법에 의한 $p(t_0)$ 값의 추정.

이 민감도 행렬은 다음과 같은 미분방정식을 갖는데, 이 식은 4.3절에서의 (4.21) 및 (4.22)로부터 $\frac{\partial}{\partial p(t_0)}$ 와 $\frac{d}{dt}$ 의 순서를 바꾸어 줌으로써 그림 5와 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_x &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial p(t_0)} f^*(x, p, t) \\ &= \frac{\partial f^*}{\partial x} \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} + \frac{\partial f^*}{\partial p} \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \\ &= \frac{\partial f^*}{\partial x} S_x + \frac{\partial f^*}{\partial p} S_p \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_p &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial p(t_0)} h^*(x, p) \\ &= \frac{\partial h^*}{\partial x} \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} + \frac{\partial h^*}{\partial p} \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \\ &= \frac{\partial h^*}{\partial x} S_x + \frac{\partial h^*}{\partial p} S_p \end{aligned} \quad (4.27)$$

그리고 이 민감도 행렬의 미분방정식에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_p(0) &\equiv \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)} \Big|_{t=0} = I_n \\ S_x(0) &\equiv \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)} \Big|_{t=0} = [0] \end{aligned} \quad (4.28)$$

(4.28)에서의 민감도 행렬의 미분 방정식은 최적 시스템 (4.21)과 최적 동상태벡터 (4.22)와 함께 풀어야 한다. 여기에서 구한 최종시간에서의 민감도 행렬의 값이 위의 추정식 (4.23)에 포함되어 새로운 $p(t_0)$ 의 값을 만들어 내게 된다. 위 절차의 k 번째의 반복으로 얻어지는 $k+1$ 번째의 $p(t_0)$ 의 값은 다음의 (4.29)와 같다.

$$\begin{aligned} p(t_0)^{(k+1)} &= p(t_0)^{(k)} - [S_p(t_f)^{(k)} - M \cdot S_x(t_f)^{(k)}]^{-1} \cdot [p(t_f)^{(k)} \\ &\quad - M \cdot [x(t_f)^{(k)} - x_d]] \end{aligned} \quad (4.29)$$

이렇게 구한 $p(t_0)$ 의 값은 반복회수가 증가할 수록 어떤 일정한 값으로 수렴하게 되는데, 초기의 추정치 $p(t_0)^{(0)}$ 와 $f^*(x, p, t)$ 와 $h^*(x, p, t)$ 함수의 특성에 따라 수렴하는 정도가 달라지게 된다.

5. 결 론

본 논문에서는, 위성발사체의 유조제어시스템에 대하여 일본의 발사체를 중심으로 개략적으로 살펴보았으며, 특히 최근 발사에 성공한 NASDA의 H-II 발사체의 SRB와

ISAS의 M-3SII의 상단의 조합으로 구성된 J-I 발사체의 유도제어시스템에 대하여 간략히 소개하였다. 또한, 발사체의 유도를 위한 여러 가지 유도법 가운데 일본의 과학위성 발사체 M-3H-3을 모델로 하여 최적제어이론을 이용한 발사체 유도법칙을 유도하였으며, 이 때 유도법칙의 해는 Newton-Raphson 수치해법 알고리즘을 사용하여 구하였다.

참고문헌

[1] 최재원, 윤용중, 이장규, “직접식 관성유도시스템의 성능 분석,” 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 419-424, 1991.

[2] M. S. Bhat, “On the guidance and condition of Aerospace vehicles,” *Proc. Int. Symp. Advances in Aerospace Sciences & Engineering*, pp. 105-119, 1992.

[3] 최재원, 이장규, 이달호, “위성발사체의 발사궤적 해석,” 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 614-619, 1988.

[4] 최재원, “우주발사체의 지구정지궤도 및 극궤도 진입을 위한 발사궤적 해석,” 서울대학교 대학원 석사학위논문, 1989.

[5] 최재원, 이장규, 이승현, “유도제어시스템을 포함한 과학위성 M-3H-3의 발사궤적 해석,” 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 59-64, 1989.

[6] 최재원, 이장규, “발사체의 자세안정을 고려한 유도기법,” 한국항공우주학회지, 제23권, 제4호, pp. 117-123, 1995.

[7] J. W. Choi, J. G. Lee, M. H. Lee, H. Suzuki and T. Suzuki, “On an attitude stabilizing condition for a launch vehicle,” *Proceedings of the 34th SICE Conference*, Sapporo, Japan, vol 26-28, pp. 1123-1128, July, 1995.

[8] H. Suzuki, W. Kobayashi, Y. Suzuki and K. Ayabe,

“Guidance and control system for J-I launch vehicle,” *Proceedings of the 3rd ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems*, Noordwijk, The Netherlands, pp. 26-29, November, 1996.

[9] T. Sato, M. Arita, M. Miwada, N. Sak, and H. Miya-ba, “Test Flight of the J-I Launch Vehicle,” *20th ISTS*, 1996.

[10] T. Sato, M. Arita, M. Miwada, N. Saki and H. Miya-ba, “J-I launch vehicle : First flight and future,” *96 IAF*, 1996.

[11] A. E. Bryson, Y. C. Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing Co., 1975.

[12] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory—An Introduction*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

[13] H. Suzuki, “Instrument and control technologies in Japanese space development - present and future (in Japanese),” *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 35, no. 11, pp. 829-832. November, 1996.

[14] W. L. Brogan, *Modern Control Theory*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A., 1985.

[15] L. Markus, E. B. Lee, “Optimal control for nonlinear processes,” *Archive, Rational Mech. and Anal.*, 1960. 7.

[16] 이장규 외, 위성발사체 시스템에 대한 기초연구 II, 최종연구보고서, 과학기술처, 1990.

[17] 이승현, 최재원, 이장규, “과학위성 발사체의 최적 기준궤적 해석,” 한국항공우주학회지, 제20권, 제1호, pp. 27-38. 1992. 3.

저 자 소 개



최 재 원

1965년 9월 5일생.
 1987년 서울대학교 제어계측공학과(공학사)
 1989년 동대학원 제어계측공학과(공학석사)
 1995년 동대학원 제어계측공학과(공학박사)
 1995년 1월~1995년 2월 일본우주개발사업단(NASDA) 쓰쿠바우주센터 방문연구원
 1995년 3월~1995년 8월 서울대학교 제어계측신기술연구센터연수연구원.
 1995년 9월~1995년 3월 미국 남가주대학교(USC) 박사후연구원

1996년 4월~현재 부산대학교 기계공학부 전임강사.