

원료 및 제품저장조를 포함하는 병렬 비연속 공정의 최적설계

Optimal Design of Parallel Noncontinuous Units with Feedstock/Product Storages

이 경 범
(Gyeong-beom Yi)

Abstract : This article derives an analytic solution to determine the optimal size of multiple noncontinuous process and storage units. The total cost to be minimized consists of the setup cost of noncontinuous processing units and the inventory holding cost of feedstock/product storages. A novel approach, which is called PSW(Periodic Square Wave) model, is applied to represent the material flow among non-continuous units and storages. PSW model presumes that the material flow between unit and storage is periodic square wave shaped. The resulting optimal unit size has similar characteristics with the classical economic lot sizing model such as EOQ(Economic Order Quantity) or EPQ(Economic Production Quantity) model in a sense that the unit size is determined as the balance between setup and inventory holding cost. However, the influence of inventory holding cost of PSW model is different from that of EOQ/EPQ model. EOQ/EPQ model includes only the product inventory holding cost but PSW model includes all inventory holding costs around the non-continuous unit with proportional contribution. PSW model is suitable for analyzing interlinked process-storage system. The optimal lot size of PSW model is smaller than that of EOQ/EPQ model. This is quite a remarkable result considering that the EOQ/EPQ model has been widely used since last half century.

Keywords : optimal, sizing, multiple, noncontinuous, storage, periodic

1. 서론

화학 공장은 전체적인 관점에서 on-site와 off-site로 구분되어 있다. 화학 공정이 있는 on-site는 화학공학 기술의 핵심 분야로서 대부분의 연구가 집중되고 있지만 주로 저장조군으로 구성된 off-site에 대한 연구는 별로 없다. 이러한 경향은 비연속 공정에 관한 연구에서도 마찬가지이다. 저장조가 없거나 저장조가 무한한 경우 비연속 공정의 설계 및 운전에 관한 연구는 많이 진척되었지만 일정 크기의 중간 저장조를 가지고 있는 경우에는 연구가 별로 진척되어 있지 않다. 한편 1971년 미국 정유업계의 한 보고에 따르면 공정비용의 약 22%가 저장조와 연관이 있고, 화학공학 산업에서 재고는 전자산의 약 23%를 차지한다[2]. 이 보고서는 많은 숨은 이득이 on-site와 off-site의 조화 속에 찾을 수 있음을 나타낸다.

본 연구는 다수의 직렬 비연속 공정과 원부자재 및 제품 저장조군으로 구성된 공장의 초기 개념 설계단계에서 각 공정과 저장조의 최적 크기를 계산하는 간단한 수식을 개발하는 것이다. 저자가 아는 한 공개된 화학공학 문헌에서 찾을 수 있는 이 분야에 대한 유일한 체계적인 연구는 참고문헌 [3] 이다. 논문은 중간 저장조에 대한 여러 문헌을 소개하고, 비연속 공정에서 중간 저장조의 역할이 얼마나 중요한가를 잘 소개하고 있다. 그들은 중간 저장조를 포함하는 비연속 공정의 설계에 대한 매우 상세한 비선형 혼합정수 계획법(Mixed Integer Nonlinear Programming) 모형을 제시하고 수리계획법 또는 발견적 방법으로 풀고 있다. 사실 그들의 방법은 본 논문에서 적용할 방법보다 첨단 전산응용 기술을 사용한다는 점에서 진보적인 것이다.

본 연구에서의 접근법은 매우 본질적이다. 본 연구에서는 설계나 운전에 관한 상세한 내용은 생략된 한 전형적인 비연속 공장을 설정한다. 이러한 설정은 화학 공장의 초기 개념설계 단계에 적합하다. 공장설계의 초기 단계에서는 대개의 상세한 정보는 구할 수가 없으므로 참고문헌[3]에서 소개된 엄밀한 모형을 적용하고자 할 경우 입력자료의 불확실성으로 인해 의미 없는 경우가 많다. 그리고 본 연구에서는 간단한 해석적인 해를 얻는데 주력하고자 한다. 이러한 간단한 해석적인 해의 장점은 초기 공장설계 단계에서 다양한 시장 및 경영상황에 대처하여 신속하게 의사결정을 내리는 데 있다.

본 연구에서는 저자에 의해 소개된 사각파 모형을 전적으로 사용할 것이다[8]. 고전적인 경제적 생산량 결정 모형인 EOQ(Economic Order Quantity) 또는 EPQ(Economic Production Quantity) 모형이 따로 떨어진 하나의 비연속 공정과 저장조에 기초를 두고 유도된 것임에 반하여 사각파 모형은 본 연구의 대상과 같은 여러 개의 공정과 저장조들이 얽힌 공장에 적용하는데 적합하다. EOQ나 EPQ 모형에 대한 사각파 모형의 장점은 참고문헌[8]에 잘 나타나 있다. 또다른 연구에서 저자는 사각파 모형을 직렬 공정-저장조 계에 적용할 경우 EPQ 모형에 비해 총비용이 보통 6% 절감된다는 결과를 확인하였다[9]. 본 연구에서는 병렬로 전개된 공정-저장조 계에 사각파 모형을 적용하고자 한다. 먼저 하나의 비연속 공정과 다수의 원부자재 및 제품 저장조로 구성된 공장에 대해서부터 논의를 시작하고자 한다.

II. 한 개의 비연속 공정과 다수의 저장조의 최적 크기

그림 1.에 나타난 것처럼 한 개의 비연속 공정과 원부자재 및 제품 저장조들로 구성된 공장을 고려하자.

원부자재나 제품들은 각각 전용 저장조에 보관된다. 비연

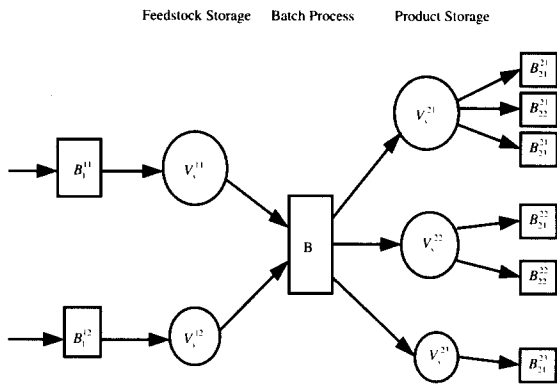


그림 1. 원부자재 및 제품저장조와 단일 공정으로 구성된 공장 개념도.
Fig. 1. Schematic diagram of single batch multiple storage plant.

속 공정의 크기(B)와 생산 주기(ω)는 주요한 미지수이다. 상첨자 1j는 원부자재에 대한 일련번호이고 상첨자 2j는 제품에 대한 일련번호이다. 총 원부자재의 수는 $|1j|$ 이고 총 제품의 수는 $|2j|$ 로 나타낸다. 원부자재의 조성 즉 제조 처방 f_1^{1j} 과 제품 수율 f_1^{2j} 는 고정된 상수이다. 여기서 f_1^{1j} 나 f_1^{2j} 의 j에 대한 합은 1이 된다. 원부자재 저장조의 크기 V_s^{1j} 와 제품 저장조의 크기 V_s^{2j} 는 계산되어야 한다. 원부자재는 주기적으로 구매되며 그 주문량 B^{1j} 과 주문 주기 ω^{1j} 는 역시 계산되어야 한다. 각 제품의 평균 수요량 D^{2j} 가 주어진 값이고 제조 처방과 제품 수율이 알려져 있으므로 원부자재의 평균 구매량 D^{1j} 는 알려진 값이다.

$$D^{1j} = \frac{B^{1j}}{\omega^{1j}} = \frac{f_1^{1j} B}{\omega} \quad (1)$$

제품들도 주기적으로 출하된다. 하첨자 2k를 고객 일련번호라 하자. 제품 2j에 대한 고객의 수는 $|2jk|$ 이다. 고객에 대한 출하량 B^{2jk} 과 출하 주기 ω^{2jk} 는 알려진 값이다. 따라서 제품 2j에 대한 물질 수지로부터 다음식이 유도된다.

$$D^{2j} = \frac{f_1^{2j} B}{\omega} = \sum_{k=1}^{|2jk|} \frac{B^{2jk}}{\omega^{2jk}} \quad (2)$$

고객에 대한 첫번째 출하 시점은 초기 시간지연 t_{2k}^{2j} 으로 주어진 값이다. 그러나 공정에 처음 원료를 투입하는 시점 t_1^{1j} 와 공정에서 처음 제품이 저장조로 입고되는 시점 t_1^{2j} 은 계산되어야 한다. 원부자재의 최초 입고시점도 마찬가지로 계산되어야 한다. 모든 저장조에 들어오고 나가는 물질 흐름은 주기적인 사각 파형을 보인다고 가정한다. 예로서 원부자재 저장조에 입고되는 물질 흐름을 그림 2.에 보였다. 한 주기내에서 입고 또는 출고에 걸리는 시간의 주기에 대한 분율을 이송시간 분율이라 부르는데 이들은 알려진 값이며 원부자재의 입고, 출고, 제품의 입고와 출고에 대해 각각 x_1^{1j} , x_1^{1j} , x_1^{2j} , x_1^{2k} 로 표시한다. 원부자재의 출고 즉 공정에 원료를 투입하는 시간과 제품의 입고 즉 공정에서 제품이 나오는 시간은 독립적이지 않다. 비연속 공정에서 한 생산 주기는 원료의 주입, 처리와 제품 이송시간으로 구성되어 있다. 실제로 원료 주입이나 제품 이송에는 물리화학적 원칙을 따르는 순서가 있고, 펌프와 파이프 망의 설계에 따라 이송 시간도 각기 다르다. 그러나 초기 설계 단계에서는 이러한 정보를 얻기가 매우 어렵고 또 거시적인

관점에서 초기 공장설계에 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 우리는 무리없이 원료 주입과 제품 이송은 동시에 일어나며, 그 이송시간 분율도 같다고 가정한다. 이러한 가정은 완화될 수 있지만 문제를 복잡하게 만들 뿐이다.

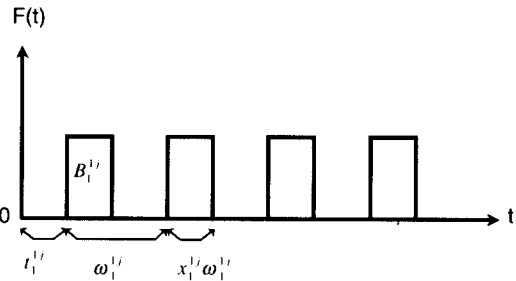
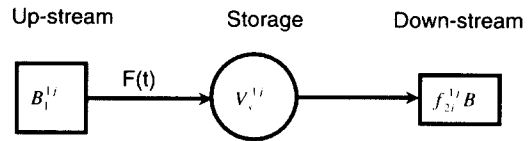


그림 2. 사각파 모형.
Fig. 2. The flow of periodic square wave model.

$$t_2^1 = t_1^{2j}, \quad t_1^2 = t_1^{2j} \\ x_1^2 = x_1^{1j}, \quad x_1^1 = x_1^{2j} \quad (3)$$

따라서 (3)의 조건하에 한 생산 주기가 원료의 주입, 처리와 제품 이송시간으로 구성되어 있다는 사실은 다음식으로 표현된다.

$$t_1^2 = t_1^1 + \omega(1 - x_1^2) \quad (4)$$

원부자재 1j를 구매하는 주문 비용을 A^{1j} 라 하고 연간 재고유지비를 H^{1j} 라 둔다. 비연속 공정의 준비비를 A라 하고 제품 2j의 연간 재고유지비를 H^{2j} 라 한다. 그러면 총 비용은 연간 모든 준비 또는 주문 비용과 재고유지 비용의 합으로서 다음과 같이 표현된다.

$$TC = \sum_{j=1}^{|1j|} \left[\frac{A^{1j} D^{1j}}{B^{1j}} + H^{1j} \overline{V^{1j}} \right] \\ + \frac{AD}{B} + \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \overline{V^{2j}} \quad (5)$$

여기서 $\overline{V^{1j}}$ 와 $\overline{V^{2j}}$ 는 원부자재와 제품에 대한 평균 재고량이다. 이 평균 재고량을 계산하기 위해서는 재고함수의 상세한 궤적이 필요하다. 평균 재고량을 계산하는 고전적인 접근 방법으로서 EOQ 또는 EPQ 모형이 있다[1]. 이 모형들은 독립된 한조의 비연속 공정과 제품 저장조에 대해서 저장조에 유입되는 물질 흐름이 주기적인 임펄스 또는 사각 파형이고 저장조에서 유출되는 물질 흐름은 일정하다고 가정한다. 이 경우 재고함수는 톱니 모양을 하게 되고 평균 재고량은 쉽게 계산된다. 이러한 고전적인 경제적 생산량 결정 방법은 본 연구의 대상과 같이 공정과 주변의 저장조들이 복잡하게 연결된 경우에는 적합하지 않다. 본 연구에서는 저장조와 공정이 복잡하게 얽힌 공장을 해석하는데 유용한 것으로 알려진 사각파 모형을 이용하고자 한다[8]. 사각파 모형은 저장조에 유입되거나 유출되는 물질 흐름은 그림 2.에 나타난 것처럼 모두 주기적인 사각 파형이라고 가정한다.

공정에 대한 전체적인 물질 수지식으로 부터 평균 생산량은 다음과 같다.

$$D = \sum_{j=1}^{|1j|} D^{1j} = \sum_{j=1}^{|2j|} D^{2j} = \frac{B}{\omega} \tag{6}$$

각 저장조에 대해 물질 수지식을 세우고 적분하는 과정은 참고문헌[8]에 잘 나타나 있다. 그 결과 얻어지는 원부자재와 제품에 대한 재고함수는 다음과 같다.

$$V^{1j}(t) = V^{1j}(0) + B^{1j} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_1^{1j}}{\omega^{1j}} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_1^{1j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_1^{1j}}{\omega^{1j}} \right\rangle \right\} \right] - (f_2^{1j} B) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_2^{1j}}{\omega} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_2^{1j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_2^{1j}}{\omega} \right\rangle \right\} \right] \tag{7}$$

$$V^{2j}(t) = V^{2j}(0) + (f_1^{2j} B) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_1^{2j}}{\omega} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_1^{2j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_1^{2j}}{\omega} \right\rangle \right\} \right] - \sum_{k=1}^{|2jk|} B^{2jk} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{2k}^{2j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} \right\rangle \right\} \right] \tag{8}$$

(7)과 (8)에 대하여 재고 상한선과 하한선 그리고 평균 재고량은 누적함수의 성질을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다[8].

$$V_{ub}^{1j} = V^{1j}(0) + (1 - x_1^{1j}) B^{1j} - D^{1j} t_1^{1j} + D^{1j} t_2^{1j} \tag{9}$$

$$V_{lb}^{1j} = V^{1j}(0) - D^{1j} t_1^{1j} - (1 - x_2^{1j}) f_2^{1j} B + D^{1j} t_2^{1j} \tag{10}$$

$$\overline{V^{1j}} = V^{1j}(0) + \frac{(1 - x_1^{1j})}{2} B^{1j} - D^{1j} t_1^{1j} - \frac{(1 - x_2^{1j})}{2} f_2^{1j} B + D^{1j} t_2^{1j} \tag{11}$$

$$V_{ub}^{2j} = V^{2j}(0) + (1 - x_1^{2j}) f_1^{2j} B - D^{2j} t_1^{2j} + \sum_{k=1}^{|2jk|} \frac{B^{2jk} t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} \tag{12}$$

$$V_{lb}^{2j} = V^{2j}(0) - D^{2j} t_1^{2j} + \sum_{k=1}^{|2jk|} B^{2jk} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} - 1 \right] \tag{13}$$

$$\overline{V^{2j}} = V^{2j}(0) + \frac{(1 - x_1^{2j})}{2} f_1^{2j} B - D^{2j} t_1^{2j} - \sum_{k=1}^{|2jk|} B^{2jk} \left[\frac{1 - x_{2k}^{2j}}{2} - \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} \right] \tag{14}$$

(11)과 (14)를 이용하여 총비용 (5)는 다음과 같이 전개된다.

$$TC = \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{A^{1j} D^{1j}}{B^{1j}} - \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1 - x_1^{1j})}{2} H^{1j} B^{1j} - B \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1 - x_2^{1j})}{2} H^{1j} f_2^{1j} + \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_2^{1j} + \frac{AD}{B} + B \sum_{j=1}^{|2j|} \frac{(1 - x_1^{2j})}{2} H^{2j} f_1^{2j} - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} D^{2j} t_1^{2j} + \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} V^{1j}(0) + \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} V^{2j}(0) - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{k=1}^{|2jk|} B^{2jk} \left[\frac{(1 - x_{2k}^{2j})}{2} \right] + \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{k=1}^{|2jk|} B^{2jk} \left[\frac{t_{2k}^{2j}}{\omega^{2jk}} \right] \tag{15}$$

(15)에서 t_2^{1j} 와 t_1^{2j} 를 포함하는 항들은 (3)을 이용하여 t_2^{1j} 와 t_1^{2j} 로 단순화된다. 그리고 t_1^{2j} 를 포함하는 항들은 (4)에 의해 제거된다. 따라서 남은 탐색 변수들은 B^{1j} , t_1^{1j} , B 와 t_2^{1j} 이다. 탐색 변수에 대한 총비용을 정리하면;

$$TC = \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{A^{1j} D^{1j}}{B^{1j}} - \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1 - x_1^{1j})}{2} H^{1j} B^{1j} - B \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1 - x_2^{1j})}{2} H^{1j} f_2^{1j} + t_2^{1j} \left[\sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} D^{2j} \right] + \frac{AD}{B} - B \sum_{j=1}^{|2j|} \frac{(1 - x_1^{2j})}{2} H^{2j} f_1^{2j} + \text{constant s} \tag{16}$$

여기서 constants 는;

$$\begin{aligned} \text{constants} &= \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} V^{1j}(0) \\ &+ \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} V^{2j}(0) \\ &- \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[\frac{1-x_{2k}^{2j}}{2} - \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

(10)과 (12)에서도 t_2^{1j} 와 t_1^{2j} 를 포함하는 항들은 (3)과 (4)에 의해 t_2^{1j} 으로 바뀐다. 상첨자 n=1은 원부자재 저장조 균을 나타내고 n=2는 제품 저장조균을 나타낸다. 재조합 수 $V^m(t)$ 는 저장조의 용량에 의해 제약을 받는데 그 충분 조건은 $0 \leq V_{ub}^m < V_{ub}^m \leq V_s^m$ 이다. 여기서 저장조 크기가 V_s^m 는 계산되어져야 하는 미지수이므로 $0 \leq V_{ub}^m$ 만 필요하다.

$$\begin{aligned} &V^{1j}(0) - (1-x_2^{1j})f_2^{1j}B \\ &- D^{1j}t_1^{1j} + D^{1j}t_2^{1j} \geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &V^{2j}(0) - D^{2j}t_2^{2j} - (1-x_1^{2j})f_1^{2j}B \\ &+ \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

이제 문제는 탐색 변수 B_1^{1j} , t_1^{1j} , B 와 t_2^{1j} 에 대하여 (18)과 (19)의 제약하에 총비용함수 (16)을 최소화하는 것으로 정리된다.

목적함수 (16)은 아래로 오목(convex)하다. 이것은 그 이차 편미분행렬 Hessian을 조사함으로써 알 수 있다. Hessian은 주대각 원소가 모두 음수가 아닌 대칭 행렬이다. 따라서 Hessian이 positive semidefinite이므로 목적함수는 아래로 오목하다. 제약식인 (18)과 (19)는 탐색 변수에 대해 선형이고 따라서 위로 볼록하다. 참고문헌[5]에 있는 Kuhn-Tucker 충분조건으로부터, 만약 Kuhn-Tucker 조건을 만족하는 해가 있으면 그것은 최적이며 전범위 최소값이다.

λ^{1j} , λ^{2j} 를 제약식 (18)과 (19)에 대한 Lagrange 승수라 하자. The Lagrange 함수는;

$$\begin{aligned} L &= \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{A^{1j} D^{1j}}{B_1^{1j}} - \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_1^{1j} \\ &+ \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1-x_1^{1j})}{2} H^{1j} B_1^{1j} \\ &- B \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1-x_2^{1j})}{2} H^{1j} f_2^{1j} \\ &+ t_2^{1j} \left[\sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} D^{2j} \right] \\ &+ \frac{AD}{B} - B \sum_{j=1}^{|2j|} \frac{(1-x_1^{2j})}{2} H^{2j} f_1^{2j} \\ &+ \text{constants} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \sum_{j=1}^{|1j|} \lambda^{1j} \left[V^{1j}(0) - D^{1j}t_2^{1j} \right. \\ &\quad \left. - (1-x_2^{1j})f_2^{1j}B \right] \\ &- \sum_{j=1}^{|2j|} \lambda^{2j} \left[V^{2j}(0) - D^{2j}t_2^{2j} \right. \\ &\quad \left. - (1-x_1^{2j})f_1^{2j}B \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Kuhn-Tucker 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial B_1^{1j}} &= -\frac{A^{1j} D^{1j}}{(B_1^{1j})^2} \\ &+ \frac{H^{1j}(1-x_1^{1j})}{2} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_1^{1j}} = -H^{1j} D^{1j} + \lambda^{1j} D^{1j} = 0 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial B} &= -\frac{AD}{B^2} - \sum_{j=1}^{|1j|} \frac{(1-x_2^{1j})}{2} H^{1j} f_2^{1j} \\ &- \sum_{j=1}^{|2j|} \frac{(1-x_2^{2j})}{2} H^{2j} f_1^{2j} \\ &+ \sum_{j=1}^{|1j|} (1-x_2^{1j}) \lambda^{1j} f_2^{1j} \\ &+ \sum_{j=1}^{|2j|} (1-x_1^{2j}) \lambda^{2j} f_1^{2j} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_2^{1j}} &= \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} D^{2j} \\ &- \sum_{j=1}^{|1j|} \lambda^{1j} D^{1j} + \sum_{j=1}^{|2j|} \lambda^{2j} D^{2j} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &\lambda^{1j} \left[V^{1j}(0) + D^{1j}t_2^{1j} \right. \\ &\quad \left. - D^{1j}t_1^{1j} - (1-x_2^{1j})f_2^{1j}B \right] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &\lambda^{2j} \left[V^{2j}(0) - D^{2j}t_2^{2j} - (1-x_1^{2j})f_1^{2j}B \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

(21)을 풀면;

$$* B_1^{1j} = \sqrt{\frac{2 A^{1j} D^{1j}}{(1-x_1^{1j}) H^{1j}}} \quad (27)$$

(22)를 풀면;

$$* \lambda^{1j} = H^{1j} \quad (28)$$

* $\lambda^{1j} \neq 0$ 이므로 (25)는 다음식으로 바뀐다.

$$t_1^{1j} = \frac{[V^{1j}(0) - (1 - x_2^1)f_2^{1j}B]}{D^{1j}} + t_2^1 \quad (29)$$

(28)과 함께 (24)를 풀면;

$$\sum_{j=1}^{|2j|} (H^{2j} - \lambda^{2j})D^{2j} = 0 \quad (30)$$

(28), (30)과 함께 (23)을 풀면;

$$*B = \sqrt{\frac{2AD}{\Psi}} \quad (31)$$

여기서

$$\Psi = (1 - x_2^1) \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} f_2^{1j} + (1 - x_1^2) \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} f_1^{2j}$$

남은 미지수는 t_2^{1j} 이다. t_2^{1j} 는 (30)을 어떻게 해석하느냐에 따라 몇 가지 다른 해가 존재한다. (30)에 대한 한가지 가능한 해는 $*\lambda^{2j} = H^{2j}$ 이다. 이 경우 (26)을 풀면;

$$*t_2^{1j} = \frac{1}{D^{2j}} \left[V^{2j}(0) - (1 - x_1^2)f_1^{2j}B + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] \quad (32)$$

(32)의 오른쪽은 $|2j| - 1$ 개의 식들로 구성되어 있다. 만약 초기 재고량 $V^{2j}(0)$ 가 쉽게 조절할 수 있는 변수라면 (32)식은 유효하지만 그렇지 않으면 (32)는 불가능해이다. (30)을 해석하는 다른 방법은 단지 하나의 Lagrange 승수 λ^{2j} 만 영이 아니고 다른 Lagrange 승수는 영으로 두는 것이다.

$$*\lambda^{2j} = \frac{\sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} D^{2j}}{D^{2j}} \quad (33)$$

이 경우 (26)은 t_2^{1j} 에 대한 단지 하나의 등식만 성립한다.

$$*t_2^1 = \frac{1}{D^{2j}} \left[V^{2j}(0) - (1 - x_1^2)f_1^{2j}B + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] \quad (34)$$

Lagrange 승수가 영인 제약식들은 등식이 성립되지 않는다. 따라서 $2j \neq 2j$ 인 제품들에 대해 계의 변수들은 다음 부등식을 만족해야 한다.

$$V^{2j}(0) - D^{2j}t_2^1 - (1 - x_1^2)f_1^{2j}B + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] > 0, \quad (2j \neq 2j) \quad (35)$$

(35)를 만족하기 위해서는 남아 있는 조절 가능한 변수는 역시 $V^{2j}(0)$ 이다. (17)에서 볼 때 $V^{2j}(0)$ 도 총비용에 영

향을 미치므로 주의해서 선정하여야 한다.

III. 다수의 공정과 다수의 저장조로 구성된 공장의 최적설계

이장에서는 제 II장에서 한 개의 비연속 공정만을 취급하였던 것을 여러 개로 확장하고자 한다. 그림 3.에 보여진 것처럼 병렬 연결된 다수의 비연속 공정과 원부자재 및 제품 저장조를 고려하자. 하첨자 i 를 비연속 공정의 일련번호로 사용하며 총 공정의 갯수는 $|i|$ 로 나타낸다. 2장에서서의 대부분의 공정 관련된 변수들의 정의는 하첨자 i 를 붙임으로써 여기서도 성립한다. 비연속 공정의 크기와 생산 주기는 B_i 와 ω_i 으로 나타낸다. 공정 i 의 평균 생산량은 D_i 으로 표시되며 명백히 D_i 는 B_i 와 ω_i 의 비이다. 각 공정은 각각의 고정된 제조 처방과 제품 수율을 가지고 있다. 공정 i 의 투입 원부자재 조성은 f_{1i}^{1j} 이고, 제품 수율은 f_{1i}^{2j} 로 나타낸다. 제품 $2j$ 의 평균 수요량과 원부자재 $1j$ 의 평균 소요량은 다음 물질 수지식을 만족한다.

$$D^{2j} = \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} \left(\frac{B_i}{\omega_i} \right) = \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i = \sum_{k=1}^{|2jk|} \frac{B_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} \quad (36)$$

$$D^{1j} = \frac{B_{1j}^{1j}}{\omega_{1j}^{1j}} = \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2i} \left(\frac{B_i}{\omega_i} \right) = \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2i} D_i \quad (37)$$

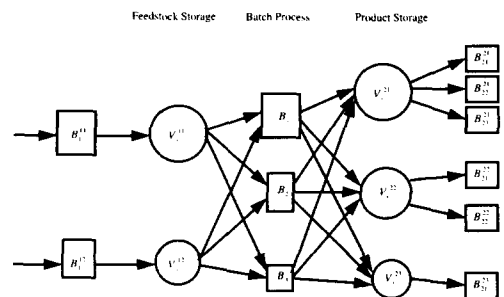


그림 3. 병렬 공정-저장조 계.
Fig. 3. Schematic diagram of poarallel batch-storage system.

일반적으로 D_i 는 계산되어야 하는 미지수이다. 그러나 지금까지의 연구에 의하면 D_i 가 미지수가 될 경우 간단한 해석적인 해를 구할 수가 없다. D_i 가 탐색 변수가 되면 비선형계획 문제가 되는데 다음 연구과제로 남겨두기로 한다. (36)에서 D_i 가 알려진 상수이기 위해서는 제품수율 행렬 f_{1i}^{2j} 의 행렬식이 영이 아니어야 한다. 이것은 각기 다른 수율을 가지고 있는 공정의 갯수와 제품의 갯수가 같음을 의미한다.

$$\det(f_{1i}^{2j}) \neq 0 \quad (38)$$

저장조 $1j$ 로부터 공정 i 로의 물질 흐름의 초기 시간지연을 t_{1i}^{1j} 라 하고, 공정 i 로부터 저장조 $2j$ 로의 초기 시간지연을 t_{1i}^{2j} 라 한다. 또 이 흐름들의 이송시간 분율을 x_{1i}^{1j} , x_{1i}^{2j}

라 한다. 제 II장의 (3)과 (4)는 하첨자 i 를 첨부함으로써 여전히 유효하다.

$$t_{ii}^2 = t_{2i}^1 + \omega_i(1 - x_{ii}^2) \quad (39)$$

비연속 공정 i 의 준비비를 A_i 라 하자. 다른 변수들의 표시는 II장과 동일하다. 공정의 준비비와 재고유지비를 고려한 총비용은 다음과 같다.

$$TC = \sum_{j=1}^{|1j|} \left[\frac{A^{1j}}{\omega_1^{1j}} + H^{1j} \overline{V}^{1j} \right] + \sum_{i=1}^{|i|} \left[\frac{A_i}{\omega_i} \right] + \sum_{j=1}^{|2j|} \left[H^{2j} \overline{V}^{2j} \right] \quad (40)$$

(40)과 이후에는 II장과는 달리 편의상 주문량(B^{1j}) 또는 공정 크기(B_i) 대신에 주문 주기(ω_1^{1j}) 또는 생산 주기(ω_i)를 탐색 변수로 사용하고자 한다.

재고함수는 II장에서처럼 사각과 모형을 적용함으로써 구할 수 있다.

$$V^{1j}(t) = V^{1j}(0) + B_i^{1j} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_1^{1j}}{\omega_1^{1j}} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_1^{1j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_1^{1j}}{\omega_1^{1j}} \right\rangle \right\} \right] - \sum_{i=1}^{|i|} (f_{2i}^{1j} B_i) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{2i}^{1j}}{\omega_i} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{2i}^{1j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{2i}^{1j}}{\omega_i} \right\rangle \right\} \right] \quad (41)$$

$$V^{2j}(t) = V^{2j}(0) + \sum_{i=1}^{|i|} (f_{1i}^{2j} B_i) \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{1i}^{2j}}{\omega_i} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{1i}^{2j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{1i}^{2j}}{\omega_i} \right\rangle \right\} \right] - \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[\text{int} \left\langle \frac{t - t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}} \right\rangle + \min \left\{ 1, \frac{1}{x_{2k}^{2j}} \text{res} \left\langle \frac{t - t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}} \right\rangle \right\} \right] \quad (42)$$

(41)과 (42)에 대한 재고 상한선, 재고 하한선과 평균 재고량은 II장과 마찬가지로 누적함수의 성질을 이용하여 구해진다.

$$V_{ub}^{1j} = V^{1j}(0) + (1 - x_{1i}^{1j}) D^{1j} \omega_1^{1j} - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i t_{2i}^1 \quad (43)$$

$$V_{lb}^{1j} = V^{1j}(0) - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - (1 - x_{2i}^1) \omega_i \right] \quad (44)$$

$$\overline{V}^{1j} = V^{1j}(0) + \frac{(1 - x_{1i}^{1j})}{2} D^{1j} \omega_1^{1j} - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - \frac{(1 - x_{2i}^1)}{2} \omega_i \right] \quad (45)$$

$$V_{ub}^{2j} = V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i t_{1i}^2 + \sum_{k=1}^{2jk} \frac{B_{2k}^{2j} t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} \quad (46)$$

$$V_{lb}^{2j} = V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{1i}^2 \right] - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[(1 - x_{1i}^2) \omega_i \right] + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \quad (47)$$

$$\overline{V}^{2j} = V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + \frac{(1 - x_{1i}^2)}{2} \omega_i \right] - \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[\frac{1 - x_{2k}^{2j}}{2} - \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} \right] \quad (48)$$

최적화 문제의 탐색 변수는 ω_1^{1j} , t_{1i}^{1j} , ω_i , t_{2i}^1 이 되며, 총비용함수 (40)은 (45)와 (48)을 이용하여 탐색 변수에 대해 다음과 같이 변형된다.

$$TC = \sum_{j=1}^{|1j|} \left[\frac{A^{1j}}{\omega_1^{1j}} + \frac{(1 - x_{1i}^{1j})}{2} H^{1j} D^{1j} \omega_1^{1j} \right] + \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - \frac{(1 - x_{2i}^1)}{2} \omega_i \right] - \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} \left[\frac{A_i}{\omega_i} \right] - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + \frac{(1 - x_{1i}^2)}{2} \omega_i \right] + \text{constants} \quad (49)$$

여기서 constants 는;

$$\text{constants} = \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} V^{1j}(0) + \sum_{j=1}^{2j} H^{2j} V^{2j}(0) - \sum_{j=1}^{2j} \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[\frac{1 - x_{2k}^{2j}}{2} \right]$$

$$+ \sum_{j=1}^{2j} \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[\frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} \right] \tag{50}$$

(44)와 (47)을 이용하여 계의 제약 조건 $V_{ij}^{nj} \geq 0$ 는 탐색 변수에 대해 다음과 같이 전개된다.

$$V^{1j}(0) - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - (1 - x_{2i}^1) \omega_i \right] \geq 0 \tag{51}$$

$$V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + (1 - x_{1i}^2) \omega_i \right] + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \geq 0 \tag{52}$$

이제 최적화 문제는 탐색 변수 $\omega_1^{1j}, t_1^{1j}, \omega_i, t_{2i}^1$ 에 대하여 제약 조건 (51)과 (52)하에 목적함수 (49)를 최소화 하는 것이다. 제 II장에서와 같은 논의에 의해서 전범위 최적 점인 Kuhn-Tucker 조건이 존재한다.

Lagrange 승수 $\lambda^{1j}, \lambda^{2j}$ 가 제약 조건 (51)과 (52)에 각각 할당되었을 때 Lagrange 함수는:

$$L = \sum_{j=1}^{|1j|} \left[\frac{A^{1j}}{\omega_1^{1j}} + \frac{(1 - x_1^{1j})}{2} H^{1j} D^{1j} \omega_1^{1j} \right] + \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - \frac{(1 - x_{2i}^1)}{2} \omega_i \right] - \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} \frac{A_i}{\omega_i} - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + (1 - x_{1i}^2) \omega_i \right] - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[\frac{(1 - x_{1i}^2)}{2} \omega_i \right] + constants - \sum_{j=1}^{|1j|} \lambda^{1j} \left[V^{1j}(0) - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i \left[t_{2i}^1 - (1 - x_{2i}^1) \omega_i \right] \right] - \sum_{j=1}^{|2j|} \lambda^{2j} \left[V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + (1 - x_{1i}^2) \omega_i \right] - \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] \tag{53}$$

Kuhn-Tucker 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_1^{1j}} = - \frac{A^{1j}}{(\omega_1^{1j})^2} + \frac{(1 - x_1^{1j})}{2} H^{1j} D^{1j} = 0 \tag{54}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_1^{1j}} = - H^{1j} D^{1j} + \lambda^{1j} D^{1j} = 0 \tag{55}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_i} = - \frac{(1 - x_{2i}^1)}{2} D_i \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} f_{2i}^{1j} - \frac{A_i}{(\omega_i)^2} - \frac{(1 - x_{1i}^2)}{2} D_i \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} f_{1i}^{2j} + (1 - x_{2i}^1) D_i \sum_{j=1}^{|1j|} \lambda^{1j} f_{2i}^{1j} + (1 - x_{1i}^2) D_i \sum_{j=1}^{|2j|} \lambda^{2j} f_{1i}^{2j} = 0 \tag{56}$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_{2i}^1} = \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} f_{2i}^{1j} D_i - \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} f_{1i}^{2j} D_i - \sum_{j=1}^{|1j|} \lambda^{1j} f_{2i}^{1j} D_i + \sum_{j=1}^{|2j|} \lambda^{2j} f_{1i}^{2j} D_i = 0 \tag{57}$$

$$\lambda^{1j} \left[V^{1j}(0) - D^{1j} t_1^{1j} + \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i t_{2i}^1 - \sum_{i=1}^{|i|} f_{2i}^{1j} D_i (1 - x_{2i}^1) \omega_i \right] = 0 \tag{58}$$

$$\lambda^{2j} \left[V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|i|} f_{1i}^{2j} D_i \left[t_{2i}^1 + (1 - x_{1i}^2) \omega_i \right] + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] \right] = 0 \tag{59}$$

(54)를 풀면;

$$\omega_1^{1j} = \sqrt{\frac{2A^{1j}}{D^{1j}(1 - x_1^{1j})H^{1j}}} \tag{60}$$

(55)를 풀면;

$$\lambda^{1j} = H^{1j} \tag{61}$$

(61)에 의해 (57)에 있는 몇 개의 항을 소거하고 나면;

$$\sum_{j=1}^{|2j|} (\lambda^{2j} - H^{2j}) f_{1i}^{2j} = 0 \tag{62}$$

(38)에서 f_{1i}^{2j} 의 행렬식이 영이 아니라고 가정하였으므로 (62)는 λ^{2j} 에 대해서 다음과 같이 풀린다.

$$\lambda^{2j} = H^{2j} \tag{63}$$

(61)과 (63)을 (56)에 삽입하면 비연속 공정의 최적 생산 주기가 구해진다.

$$\omega_i = \sqrt{\frac{2 A_i}{D_i \Psi_i}} \tag{64}$$

여기서

$$\Psi_i = (1 - x_{1i}^1) \sum_{j=1}^{|1j|} H^{1j} f_{1i}^{1j} + (1 - x_{1i}^2) \sum_{j=1}^{|2j|} H^{2j} f_{1i}^{2j}$$

모든 Lagrange 승수가 영이 아니므로 (58)과 (59)는 다음 식들로 분리된다.

$$V^{1j}(0) - D^{1j} t_{1i}^{1j} + \sum_{i=1}^{|1j|} f_{2i}^{1j} D_i [t_{2i}^1 - (1 - x_{2i}^1) \omega_i] = 0 \tag{65}$$

$$V^{2j}(0) - \sum_{i=1}^{|1j|} f_{1i}^{2j} D_i [t_{2i}^1 + (1 - x_{1i}^2) \omega_i] + \sum_{k=1}^{|2jk|} B_{2k}^{2j} \left[x_{2k}^{2j} + \frac{t_{2k}^{2j}}{\omega_{2k}^{2j}} - 1 \right] = 0 \tag{66}$$

(66)은 t_{2i}^{1j} 에 대한 최적해를 제공하고 (65)는 t_{1i}^{1j} 에 대한 최적해를 제공한다. 이들을 계산하려면 약간의 행렬 계산이 필요한데 이들은 조건 (38)에 의해 무리없이 진행될 수 있다. 저장조 용량 V_{1i}^n 는 재고 상한선 V_{1i}^m 과 일치한다고 가정해도 무리가 없다. 이장에서 유도된 해는 비연속 공정의 갯수 $|1j|=1$ 로 됨으로써 제 II장의 결과들과 일치한다.

IV. 계산 예와 논의

본 연구에서 유도된 경제적 생산량을 EOQ나 EPQ모형과 비교하면 많은 주목할 사항이 있다.

(1) 최적 주문량 또는 생산량이 준비비와 재고유지비의 균형에 의해서 결정된다는 사실은 EOQ나 EPQ모형과 동일하다. 그러나 EOQ나 EPQ모형은 단지 제품의 재고유지비만을 포함하는 반면 사각과 모형은 공정에 유입 유출되는 모든 물질들의 재고유지비를 각 흐름의 유량에 비례하게 포함한다.

(2) 사각과 모형에 의한 원부자재의 최적 주문량은 EPQ 모형의 결과와 일치한다. 왜냐하면 구매 작업은 원부자재 저장조에만 연결되어 있기 때문이다. 즉 사각과 모형과 EPQ 모형의 선행조건이 일치되었다.

(3) 최적해는 주문량이나 생산량에 의한 장치 크기만 결정함으로써 성립되지 않는다. 원부자재 및 제품의 초기재고와 최초 주문 및 생산 시점도 함께 결정되어야 한다.

본 연구결과의 적용에 있어서 큰 제약조건은 (38)과 같은 조건을 도입함으로써 내부적인 평균 물질흐름이 알려진 상수일 경우에 한해서 해를 구할 수 있다는 점이다. 실제로는 공장의 내부적인 물질 흐름의 분포도 중요한 의사결정 요인이다. 실제로 대개의 경우 이 문제는 Strategic Planning 이라 불리는 선형계획법 모형을 이용하여 결정되고 있다. 내부적인 평균 물질흐름을 탐색 변수로 포함하는 일반적인 비선형 최적화모형은 좀더 연구되어야 한다. 그러나 사각과

모형은 이 비선형 최적화 문제에 대해서도 효과적인 알고리즘 개발에 도움이 될 것이다.

그림 4와 같은 두가지 원료를 구입하여 3가지 제품을 생산하는 공장예를 고려하자. 이 공장은 두개의 원료저장조와 3개의 공정, 그리고 3개의 전용 제품저장조로 구성되어 있다. 모든 장치간의 이송시간 분율들은 0으로 둔다. 편의상 자본 비용을 고려하지 않는다. 원부자재 구매 주문 비용은 원부자재 1, 2에 대해 각각 주문 당 20, 30 \$이다. 원부자재의 재고유지비는 각각 0.5, 50 \$/liter이다. 공정 1, 2, 3의 물리화학적 처리과정은 원료의 다른 조성에 대한 혼합이라고 가정한다. 공정 1은 85:15%의 원료 혼합을 요구하고, 공정 2는 80:20%, 공정 3은 75:25%이다. 공정의 준비비는 모두 75 \$/Batch이다. 각 공정의 제품은 그 제품 저장조로만 이송된다. 제품 1, 2, 3의 재고유지비는 0.65, 0.7, 0.75\$/liter/year이다. 제품들의 연간 판매량은 384000, 168000, 2400 liter/year이다. 고객의 수요는 일정하다고 가정한다. 고객에 대한 최초 제품 출하는 1년후로 예정되어 있다.

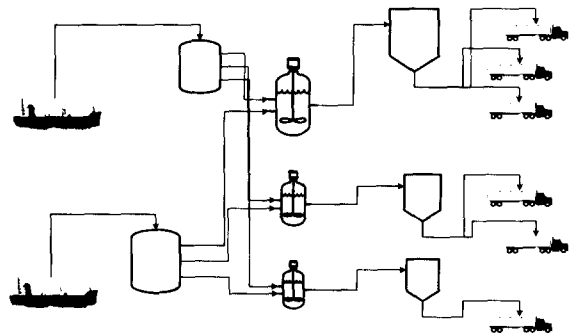


그림 4. 공장설계 예. Fig. 4. Example of plant design.

이 경우 비연속 공정의 생산 주기는 (64)로부터;

$$\Psi_1 = 0.85 \cdot 0.5 + 0.15 \cdot 50 + 0.65 = 8.575$$

$$\Psi_2 = 0.8 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 50 + 0.7 = 11.1$$

$$\Psi_3 = 0.75 \cdot 0.5 + 0.25 \cdot 50 + 0.75 = 13.625$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2(75)}{(384000)(8.575)}} = 0.006749,$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2(75)}{(168000)(11.1)}} = 0.008969$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{2(75)}{(2400)(13.625)}} = 0.06773 \tag{67}$$

비연속 공정의 최적 크기는 각각 2592, 1507 and 163 liter이다. EOQ모형은 원부자재의 재고유지비를 고려하지 않는다. EOQ 모형을 적용할 경우 공정 크기는 9414, 6000 and 693 liter이 된다. 같은 공장설계에 있어서 모형의 선택에 따라 최적해의 차이가 3배 이상이라는 사실은 주목해야 한다. 원부자재의 주문 크기는 (60)에 의해서 계산되며 각각 6083, 332 liter이다, 저장조들의 크기는 먼저 (65)와 (66)에 의해 t_{1i}^{1j} 와 t_{2i}^{1j} 를 계산한 다음 (43)과 (46)에 대입하면 계산된다. 제품저장조들의 크기는 각각 2592, 1507, 163 liter로서 공정크기와 일치하는데 이는 일정수요 가정을 도입함으로써 EOQ모형과 일치했기 때문이다. 원부자재 저장조들의 크기는 각각 9614, 1063 liter가 된다.

V. 결론

본 논문에서는 다수의 병렬 배열된 비연속 공정과 연결된 다수의 원료 및 제품 저장조로 구성된 공장의 기초 개념 설계 단계에 있어서 최적의 공정 및 저장조 크기를 결정하는 문제를 다루었다. 이처럼 재고와 생산 시설이 복잡하게 연결된 계에 대해서는 고전적인 경제적 생산량 결정 방법인 EOQ나 EPQ모형이 최적이지 아니며 경우에 따라서는 큰 응답을 제공할 수 있음을 예를 통해 보였다. 이는 본 논문에서 사용한 사각과 모형이 저장조 주위의 모든 물질 흐름을 주기적인 사각 파형이라 가정하여 공정과 저장조가 복잡하게 얽힌 계를 해석하는데 적합한데 비해 EOQ나 EPQ모형은 단지 독립된 한조의 공정과 저장조만을 대상으로 개발되었기 때문이다. 사각과 모형에 의해 유도된 경제적 생산량 결정식을 EOQ나 EPQ모형과 비교해 보면 둘 다 경제적 생산량이 준비비와 재고유지비의 균형에 의해 결정된다는 점은 일치한다. 그러나 사각과 모형에 있어서 재고유지비의 영향은 EOQ나 EPQ모형과 다르다. EOQ나 EPQ모형은 단지 제품쪽의 재고유지비만을 포함하는 반면 사각과 모형은 공정에 유입 또는 유출되는 모든 물질들의 재고유지비를 그들의 유량에 비례하도록 반영하고 있다.

사각과 모형은 EOQ나 EPQ모형에 비해 더욱 정교하면서도 석유화학 콤플렉스와 같은 저장조와 생산공정의 복잡한 망구조에 대해서도 유연하게 적용될 수 있다. 본 논문에서 보인 한 전형적인 예는 EOQ나 EPQ모형에 의해 결정된 경제적 생산량은 사각과 모형에 의한 답보다 매우 클 수 있음을 보이고 있다. 지난 반세기 동안 EOQ나 EPQ모형이 일선 산업계에서 광범위하게 사용되었음을 감안할 때 이는 매우 주목할 만한 결과이다.

사용기호

- A^{1j} : ordering cost of feedstocks, dollar per order
- A_c : ordering cost of noncontinuous units, dollar per order
- B^{1j} : feedstock order size, units per lot
- B_i : noncontinuous unit size, units per lot
- D^{nj} : average material flow of feedstocks/products, units per year
- D_i : average material flow through noncontinuous units, units per year
- f^{1j} : feedstock recipe
- f^{2j} : product yield
- H^{nj} : annual inventory holding costs, dollars per unit of item per year
- $|1j|$: number of feedstocks
- $|2j|$: number of products
- $|2jk|$: number of customers for product 2j
- V_{ub}^{nj} : upper bound of inventory hold-up, units of item
- V_{lb}^{nj} : lower bound of inventory hold-up, units of item
- $V^{nj}(t)$: inventory hold-up, units of item
- $V^{nj}(0)$: initial inventory hold-up, units of item
- V_s^{nj} : storage size, units of item
- \bar{V}^{nj} : time averaged inventory hold-up, units of item
- x^{1j} : transportation time fraction of purchasing

feedstocks

- x^{1j} : transportation time fraction of feeding to noncontinuous units
- x^{2j} : transportation time fraction of discharging from noncontinuous units
- x^{2k} : transportation time fraction of customer demand
- t^{2j} : initial delay time of customer demand
- t^{1j} : initial delay time of feedstock purchasing
- t^{2j} : initial delay time of product discharging from noncontinuous unit

그리스 문자

- λ^{1j} : Lagrange multipliers
- λ^{2j} : Lagrange multipliers
- ω^{2j} : cycle time of customer demand, year
- ω^{1j} : cycle time of feedstock purchasing, year
- ω_c : cycle time of noncontinuous units, year

하첨자

- i : noncontinuous unit index

상첨자

- 1j : feedstock index
- 2j : product index
- n : 1 for feedstock, 2 for product

특수함수

- int[.] : truncation function to make integer
- res[.] : positive residual function to be truncated
- u(.) : unit step function

참고문헌

- [1] A. C. Hax & D. Candea, *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- [2] J. M. Kalis, "Determining storage vessel cost," *AIChE Modular Instruction, Series G*, vol. 2, pp. 41-48, 1986.
- [3] A. K. Modi and I. A. Karimi, "Design of multiproduct batch processes with finite intermediate storage," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 13, no. 1/2, pp. 127-139, 1989.
- [4] M. S. Peters and K. D. Timmerhaus, "Plant design and economics for chemical engineers," McGraw-Hill, 1980.
- [5] G. V. Reklaitis, A. Ravindran & K. M. Ragsdeil, *Engineering Optimization Method and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., 1983.
- [6] G. Yi, *Modeling and Operation of Intermediate Storage in Noncontinuous Processes*, Ph. D. Dissertation, Purdue University, West Lafayette, IN, U. S. A., 1992.
- [7] G. Yi, and G. V. Reklaitis, "Model based feedback inventory controller for intermediate storage in batch processes," *J. Proc. Cont.*, vol. 4, no. 4, pp. 227-237, 1994.

- [8] G. Yi, "An extended EPQ model to relax the constant demand assumption into periodic demand," *International Journal of Management Science*, vol. 1, no. 1, pp. 39-66, 1995.
- [9] 이경범, "준비비와 재고비를 고려한 직렬 비연속 공정과 중간 저장조의 최적설계," 제어 자동화 시스템 공학 회논문지, 제 3 권, 제 4 호, 1997.



이 경 범

1983년에 서울대학교에서 화학공학과 학사. 1985년에 KAIST에서 화학공학과 (석사) 1992년 PURDUE 대학 화학공학과에서 (박사). 1985-1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992-1996년 호남정유 기술연구소에서 연구원. 1996년부터 부경대학교 화학공학과 전임강사. 주요 관심 분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등이다.