여유 자유도 병렬형 로봇의 분석 및 설계

Analysis and Design of Redundant Parallel Manipulators

김 성 복
(Sung Bok Kim)

Abstract : This paper presents the analysis of the kinematics and dynamics of redundant parallel manipulators, and provides design guides for advanced parallel manipulators with high performance. Three types of redundancies are considered which include the redundancies in serial chain, joint actuation, and parallelism. First, the kinematic and dynamic models of a redundant parallel manipulator are obtained in both joint and Cartesian spaces, and the kinematic and dynamic manipulabilities are defined for the performance evaluation. The effects of the three types of redundancies on the kinematic and dynamic performance of a parallel manipulator are then analyzed and compared, providing a set of guides for the design of advanced parallel manipulators. Finally, the simulation results using planar parallel manipulators are given.

Keywords : parallel manipulator, redundancy in serial chain/joint actuation/parallelism, kinematic/dynamic model, kinematic/dynamic manipulability, design guide

Ⅰ. 서론

병렬형 로봇은 능동/수동 조인트의 닫힌 사슬 구조로서, 능동 조인트만의 열린 사슬 구조인 직렬형 로봇에 비해 작업 공간이 협소하고 조작성이 떨어지는 반면 강성이 높고 정밀도가 우수하다. 대표적 병렬형 로봇인 n d.o.f. 스튜어트 플랫폼은 고정판, 이동판, 그리고 두 판을 연결하는 n개의 다리로 구성되며, 각 다리마다 중앙에 선형 능동 조인트 그리고 양단에 볼-소켓형과 핀형 수동 조인트가 각각 설치되어 있다[1]. 스튜어트 플랫폼은 구조의 단순성으로 인해 제작 및 제어가 용이한 반면, 작업 수행 능력이 제한된다.

병렬형 로봇은 mobility와 controllability가 만족되는 한 구조상 제약이 따르지 않으며, 고성능 로봇의 설계를 위해서는 스튜어트 플랫폼 구조를 벗어나 선형/회전형 조인트 유형, 능동/ 수동 조인트 분포, 다리 수 등에 있어 변화가 시도될 수 있다. 이의 일환으로 기존 병렬형 로봇에 여유 자유도를 도입할 수 있는데, 다리별 조인트의 추가, 수동 조인트의 능동형 전환, 그리고 다리의 추가 등이 고려될 수 있다[2]. 그림 1은 기존의 평면 작업용 병렬형 로봇(그림 1(a))과 이로부터 얻어진 세 유형의 여유 자유도 병렬형 로봇을 예시하고 있으며, 검은 원과 흰 원은 각각 능동 조인트와 수동 조인트를 표시한다.

능동 조인트를 추가함으로써 얻어지는 잉여 조인트 병렬형 로봇(그림 1(b))은 다리별 조인트 수의 증가에 따라 직렬형 로봇에서의 여유 자유도를 가지며 능동/수동 조인트가 혼재하는 여유 자유도 다리간의 병렬 협력 시스템으로 취급될 수 있다. 다음, 기존 수동 조인트를 능동형으로 대체함으로써 얻어지는 잉여 구동 병렬형 로봇(그림 1(c))은 전체 조인트 수의 증감없이 능동 조인트 수가 증가되며 구동 상의 여유 자유도를 갖는다[3][4][7]. 마지막으로, 능동 조인트를 지닌 다리를 추가함으로써 얻어지는 잉여 다리 병렬형 로봇(그림 1(d))은 전체 다리 수와 더불어 전체 능동 조인트 수도 증가되므로 병렬 협력 상의 여유 자유도와 구동상의 여유 자유도를 동시에 갖는다.

접수일자 : 1997. 2. 20., 수정완료 : 1997. 9. 9.
김성복 : 한국외국어대학교 제어계측공학과
※ 이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었습니다.

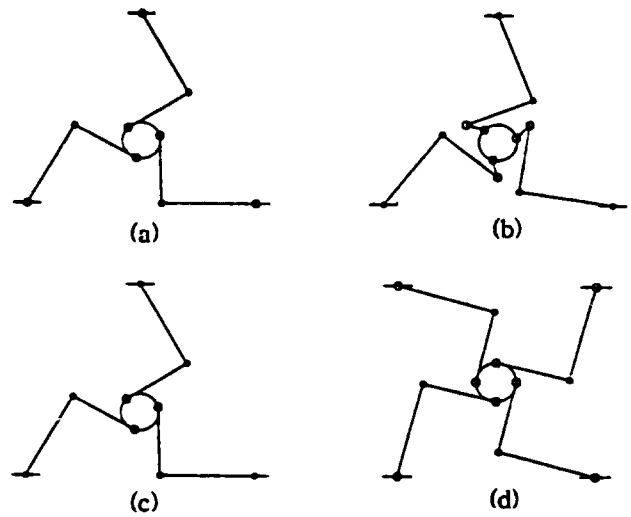

그림 1. 평면 작업용 병렬형 로봇의 예.
Fig. 1. Examples of planar parallel manipulators.

병렬형 로봇의 기구학 및 동력학 모델은 독립적으로 얻어진 다리별 기구학 및 동력학 모델에 병렬형 로봇의 구조적 제한 관계를 적용함으로써 얻어진다[4]-[7]. 특히, 병렬형 로봇의 동력학 모델은 조인트 공간과 작업 공간에서 유도될 수 있는데, 전자는 조인트 공간 작업 궤도 생성에 필요한 능동 조인트 토크를 표현하며 후자는 작업 공간 작업 궤도 생성에 필요한 작업 공간 힘을 표현한다. 여유 자유도 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학 모델링의 관건은 다리별 모델에 여유 자유도의 영향을 적절히 반영하는 데 있다고 할 수 있다.

일반적으로 로봇의 기구학 및 동력학적 성능은 속도 manipulability/힘 applicability 및 가속도 manipulability에 의해 평가될 수 있다[8]. 병렬형 로봇의 속도 manipulability (힘 applicability)는 기구학 모델에 의거 능동 조인트 속도 (토크) 공간 상의 단위 원에 대응되는 작업 공간 상의 속도 (힘) 범위로 정의되며, 병렬형 로봇의 기구학적 조작성(외력에 대한 저항성)을 나타낸다. 병렬형 로봇의 가속도 manipulability는 동력학 모델에 의거 능동 조인트 토크 공간 상의 단위 원에 대응되는 작업 공간 상의 가속도 범위로 정의

되며, 병렬형 로봇의 동력학적 조작성을 나타낸다. 한편, 선형/회전형 조인트가 공존하는 경우, 조인트 공간 상의 단위 원 정의 시 물리적 차원의 일치를 위한 노력이 요구된다[9].

본 논문은 세 유형의 여유 자유도 도입이 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학에 미치는 영향을 해석하고, 이를 통해 고성능 병렬형 로봇의 설계 지침을 마련 데 목적이 있다. 먼저, 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학 모델을 유도하고, 정량적 성능 평가 방식으로서 기구학 및 동력학적 manipulability를 정의한다. 다음, 세 유형의 여유 자유도가 병렬형 로봇의 모델과 성능에 미치는 영향을 기구학 및 동력학적 측면에서 비교 분석하고, 고성능 여유 자유도 병렬형 로봇의 설계 지침을 마련한다. 평면 작업용 병렬형 로봇 시뮬레이션을 통해 여유 자유도에 따른 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학적 성능의 변화를 예시하고, 마지막으로 결론을 맺는다.

Ⅱ. 병렬형 로봇

본 절에서는 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학 모델을 유도하고, 이를 바탕으로 기구학 및 동력학적 성능 평가 방식을 제시한다. 병렬형 로봇의 전체 다리 수는 l이고 모든 조인트의 유형이 동일하고, 또한 이동판의 질량이 무시된다고 가정한다.

1. 기구학적 모델링

i 번째 다리의 능동 조인트 군과 수동 조인트 군의 위치를 각각 θ_{ia}와 θ_{ip}, $i=1,\cdots,l$, 그리고 이동판 상의 작업점에서의 위치를 x_i, $i=1,\cdots,l$, 이라 하자. i 번째 다리의 기구학은

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{J}_{ia}\,\dot{\theta}_{ia} + \mathbf{J}_{ip}\,\dot{\theta}_{ip}, \quad i=1,\cdots,l \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{J}_{i\alpha}$, $\alpha=a,p$, 는 i 번째 다리의 자코비안 $\mathbf{J}_i$의 부행렬이다. 병렬형 로봇의 능동 조인트 군과 수동 조인트 군의 위치를 각각 $\theta_\alpha = [\ \theta_{1\alpha}^t, \cdots, \theta_{l\alpha}^t\ ]^t$, $\alpha=a,p$, 라 하면, (1)은

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \bar{\mathbf{J}}_a\,\dot{\theta}_a + \bar{\mathbf{J}}_p\,\dot{\theta}_p = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{J}}_a & \bar{\mathbf{J}}_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_a \\ \dot{\theta}_a \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서 $\bar{\mathbf{J}}_\alpha = [\ \mathbf{J}_{1\alpha}\ \mathbf{0}\ ]$, $\alpha=a,p$.

수동 조인트 군의 움직임이 능동 조인트 군에 따라 결정되므로, 병렬형 로봇의 조인트 속도 제한 관계는

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_a \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix}\dot{\theta}_a \tag{3}$$

여기서 $\mathbf{G} = \dfrac{\partial\,\theta_p}{\partial\,\theta_a}$. 병렬형 로봇의 작업 점의 작업 공간 위치를 $\mathbf{x}_o$라 하자. (2)와 (3)으로부터, 병렬형 로봇의 기구학은

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \mathbf{J}_o\,\dot{\theta}_a \tag{4}$$

여기서

$$\mathbf{J}_o = \bar{\mathbf{J}}_a + \bar{\mathbf{J}}_p\,\mathbf{G} \tag{5}$$

로서 병렬형 로봇의 자코비안이다.

병렬형 로봇의 능동 조인트 군과 수동 조인트 군의 토크를 각각 τ_a와 τ_p, 그리고 작업 점에서의 작업 공간 힘을 $\mathbf{f}_o$라 하자. 가상 일의 원리에 의해, (3)과 (4)로부터,

$$\tau_a = [\ \mathbf{I}\ \ \mathbf{G}^t\ ]\begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\tau_a = \mathbf{J}_o^t\,\mathbf{f}_o \tag{7}$$

가 얻어지며 각각 병렬형 로봇의 조인트 토크 제한 관계와 정력학을 나타낸다. 병렬형 로봇의 조인트 공간 제한 관계는 (3)과 (6), 그리고 작업 공간 제한 관계는 (4)와 (7)로 표현된다.

2. 동력학적 모델링

i 번째 다리의 조인트 공간 동력학이 다음과 같이 주어진다고 하자.

$$\tau_i = \mathbf{M}_i\,\ddot{\theta}_i + \tau_{ib}, \quad i=1,\cdots,l \tag{8}$$

여기서 $\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_i^t$로서 i 번째 다리의 관성이고, τ_{ib}는 바이어스 토크이다. $\mathbf{M}_i$는 조인트 위치, 그리고 τ_{ib}는 조인트 위치 및 속도의 함수임을 주목하라. (8)을 능동 조인트 군과 수동 조인트 군별로 묶으면

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{ap} \\ \mathbf{M}_{pa} & \mathbf{M}_{pp} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_a \\ \ddot{\theta}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{ab} \\ \tau_{pb} \end{bmatrix} \tag{9}$$

여기서 $\mathbf{M}_{\alpha\beta} = \mathbf{M}_{\beta\alpha}^t$, $\alpha,\beta=a,p$. 본 논문에서는 간결성을 위해 τ_{ab}과 τ_{pb} 등 바이어스 항의 세부 표현은 생략한다.

(3)과 (6)을 이용하면, (9)로부터, 병렬형 로봇의 조인트 공간 동력학은

$$\tau_a = \mathbf{M}_a\,\ddot{\theta}_a + \bar{\tau}_{ab} \tag{10}$$

여기서

$$\mathbf{M}_a = \mathbf{M}_{aa} + \mathbf{G}^t\,\mathbf{M}_{pa} + \mathbf{M}_{ap}\,\mathbf{G} + \mathbf{G}^t\,\mathbf{M}_{pp}\,\mathbf{G} = \mathbf{M}_a^t \tag{11}$$

로서 병렬형 로봇의 유효 관성이다. (4)와 (7)을 이용하면, (10)으로부터, 병렬형 로봇의 작업 공간 동력학은

$$\mathbf{f}_o = \mathbf{M}_o\,\ddot{\mathbf{x}}_o + \mathbf{f}_{ob} \tag{12}$$

여기서

$$\mathbf{M}_o = [\ \mathbf{J}_o\ \mathbf{M}_a^{-1}\ \mathbf{J}_o^t\ ]^{-1} = \mathbf{M}_o^t \tag{13}$$

로서 병렬형 로봇의 유효 질량이다.

3. 기구학적 성능 평가

병렬형 로봇의 속도 manipulability $R_{\dot{x}_o}$은, (4)에 의거, 능동 조인트 속도 공간 상의 단위 원 $\| \dot{\theta}_a \|^2 \le 1$로부터,

$$R_{\dot{x}_o}: \quad \dot{\mathbf{x}}_o^t\,[\ \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ ]^{-1}\,\dot{\mathbf{x}}_o \le 1 \tag{14}$$

한편, 병렬형 로봇의 힘 applicability R_{f_o}는, (7)에 의거, 능동 조인트 토크 공간 상의 단위 원 $\| \tau_a \|^2 \le 1$로부터,

$$R_{f_o}: \quad \mathbf{f}_o^t\,[\ \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ ]\,\mathbf{f}_o \le 1 \tag{15}$$

(14)와 (15)의 타원은 상호 기하학적 역비례 관계를 갖는데 이는 (4)와 (7)의 이중 관계로부터 비롯된다.

4. 동력학적 성능 평가

먼저, 병렬형 로봇의 가속을 위한 유효 힘을 $\mathbf{f}_{oe} = \mathbf{f}_o - \mathbf{f}_{ob}$라 하면, 유효 힘의 범위 $R_{f_{oe}}$는, (15)로부터,

$$R_{f_{oe}}: (\ \mathbf{f}_{oe} + \mathbf{f}_{ob}\ )^t\,[\ \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ ]\,(\ \mathbf{f}_{oe} + \mathbf{f}_{ob}\ ) \le 1 \tag{16}$$

다음, 병렬형 로봇의 가속도 manipulability $R_{\ddot{x}_o}$은, (12)에 의거, (16)으로부터,

$$R_{\ddot{x}_o}: (\ \ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}\ )^t\,[\ \mathbf{M}_o\,\mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ \mathbf{M}_o\ ]\,(\ \ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}\ ) \le 1 \tag{17}$$

(16)과 (17)의 타원은 (14) 및 (15)와 달리 중심이 원점으로부터 벗어나 있는데 이는 바이어스 효과에 기인한다.

Ⅲ. 잉여 조인트 병렬형 로봇

본 절에서는 병렬형 로봇에 능동 조인트를 추가함으로써 얻어지는 잉여 조인트 병렬형 로봇을 해석한다. 잉여 조인트 병렬형 로봇의 경우 모델링의 핵심은 다리별 여유 자유도에 대한 처리에 있으며, 성능 평가 시 추가 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트가 고려되어야 한다. 추가된 능동 조인트 군이 다리별 기존 조인트 군의 하단에 위치한다고 가정한다.

1. 기구학적 모델링

i번째 다리에 추가된 능동 조인트 군의 위치를 θ_{ir}, $i=1,\cdots,l$, 이라 하고, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 추가 능동 조인트 군의 위치를 $\theta_r=[\ \theta_{1r}^t,\ \cdots,\ \theta_{lr}^t\ ]^t$라 하자. 잉여 조인트의 추가에 따라, (1)과 (2)는

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{J}_{1r}\dot{\theta}_{1r} + \mathbf{J}_{1a}\dot{\theta}_{1a} + \mathbf{J}_{1p}\dot{\theta}_{1p} = \bar{\mathbf{J}}_r\dot{\theta}_r + \bar{\mathbf{J}}_a\dot{\theta}_a + \bar{\mathbf{J}}_p\dot{\theta}_p \quad (18)$$

여기서 $\bar{\mathbf{J}}_r = [\ \mathbf{J}_{1r}\ \mathbf{0}\ ]$, 이 때 $\mathbf{J}_{1r}$은 첫번째 다리의 잉여 조인트 군의 자코비안이다. 수동 조인트 군의 움직임이 추가 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트에 따라 결정되므로, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 조인트 속도 제한 관계는

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_r\\ \dot{\theta}_a\\ \dot{\theta}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}\\ \mathbf{G}_r & \mathbf{G}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_r\\ \dot{\theta}_a\end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서 $\mathbf{G}_r = \dfrac{\partial\,\theta_p}{\partial\,\theta_r}$. (18)과 (19)로부터, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 기구학은

$$\dot{\mathbf{x}}_o = [\ \mathbf{J}_r\ \ \mathbf{J}_a\ ]\begin{bmatrix}\dot{\theta}_r\\ \dot{\theta}_a\end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$\mathbf{J}_r = \bar{\mathbf{J}}_r + \bar{\mathbf{J}}_p\,\mathbf{G}_r \quad (21)$$

로서 잉여 조인트 병렬형 로봇의 자코비안이다. (20)으로부터, 잉여 조인트로 인해 병렬형 로봇의 자코비안이 $\mathbf{J}_o$에서 $[\ \mathbf{J}_r\ \mathbf{J}_a\ ]$로 확장됨을 주목하라.

i번째 다리에 추가된 능동 조인트 군의 토크를 τ_{ir}, $i=1,\cdots,l$, 그리고, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 추가 능동 조인트 군의 토크를 $\tau_r = [\ \tau_{1r}^t,\ \cdots,\ \tau_{lr}^t\ ]^t$라 하자. 가상 일의 원리에 의해, (19)와 (20)으로부터,

$$\begin{bmatrix}\tau_r\\ \tau_a\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_r^t\\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{G}^t\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tau_r\\ \tau_a\\ \tau_p\end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix}\tau_r\\ \tau_a\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{J}_r^t\\ \mathbf{J}_o^t\end{bmatrix}\mathbf{f}_o \quad (23)$$

가 얻어지며 각각 잉여 조인트 병렬형 로봇의 조인트 토크 제한 관계와 정력학을 나타낸다. 잉여 조인트 병렬형 로봇의 조인트 공간 제한 관계는 (19)와 (22), 그리고 작업 공간 제한 관계는 (20)과 (23)으로 표현된다.

2. 동력학적 모델링

i번째 다리의 하단에 추가된 능동 조인트 군의 동력학이 다음과 같이 주어진다고 하자.

$$\tau_{ip} = \mathbf{M}_{ip}\ddot{\theta}_{ip} + \tau_{ipb},\quad i=1,\cdots,l \quad (24)$$

여기서 $\mathbf{M}_{ip} = \mathbf{M}_{ip}^t$로서 추가 조인트 군의 관성이고, τ_{ipb}는 바이어스 토크이다. 기존 조인트 군(상단)과 추가조인트 군(하단)은 직렬 구조를 이루므로, (8)과 (24)로부터, i 번째 다리의 조인트 공간 동력학은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix}\tau_{ir}\\ \tau_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{M}_{ir}+\mathbf{m}_i & \boldsymbol{\Phi}_{ri}\\ \boldsymbol{\Phi}_{ir} & \mathbf{M}_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_{ir}\\ \ddot{\theta}_i\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\bar{\tau}_{irb}\\ \bar{\tau}_{ib}\end{bmatrix},\quad i=1,\cdots,l \quad (25)$$

여기서, $\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_i^t$로서 상단의 하단에 대한 관성, 그리고 $\boldsymbol{\Phi}_{ri} = \boldsymbol{\Phi}_{ir}^t$로서 상하단간의 동적 결합을 나타낸다. (25)를 추가 능동 조인트 군, 기존 능동 조인트 군, 그리고 수동 조인트 군 별로 묶으면

$$\begin{bmatrix}\tau_r\\ \tau_a\\ \tau_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{M}_r+\mathbf{m} & \boldsymbol{\Phi}_{ra} & \boldsymbol{\Phi}_{rp}\\ \boldsymbol{\Phi}_{ar} & \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{ap}\\ \boldsymbol{\Phi}_{pr} & \mathbf{M}_{pa} & \mathbf{M}_{pp}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_r\\ \ddot{\theta}_a\\ \ddot{\theta}_p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\bar{\tau}_{rb}\\ \bar{\tau}_{ab}\\ \bar{\tau}_{pb}\end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서 $\mathbf{M}_r = \mathrm{diag}\{\ \mathbf{M}_{1r},\ \cdots,\ \mathbf{M}_{lr}\ \} = \mathbf{M}_r^t$, $\mathbf{m} = \mathrm{diag}\{\ \mathbf{m}_1,\ \cdots,\ \mathbf{m}_l\ \} = \mathbf{m}^t$, 그리고 $\boldsymbol{\Phi}_{ra} = \mathrm{diag}\{\ \boldsymbol{\Phi}_{r1a},\ \cdots,\ \boldsymbol{\Phi}_{rla}\ \} = \boldsymbol{\Phi}_{ar}^t$, $\alpha=a,p$ 이때 $\boldsymbol{\Phi}_{ria}$, $i=1,2,\cdots$는 $\boldsymbol{\Phi}_{rl}$의 부행렬이다.

(19)와 (22)를 이용하면, (26)으로부터, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 조인트 공간 동력학은

$$\begin{bmatrix}\tau_r\\ \tau_a\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{M}}_r & \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ra}\\ \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ar}^* & \mathbf{M}_a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_r\\ \ddot{\theta}_a\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\tilde{\tau}_{rb}\\ \tilde{\tau}_{ab}\end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서

$$\widetilde{\mathbf{M}}_r = \mathbf{M}_r + \mathbf{m} + \mathbf{G}_r^t\boldsymbol{\Phi}_{pr} + \boldsymbol{\Phi}_{rp}\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_r^t\mathbf{M}_{pp}\mathbf{G}_r = \widetilde{\mathbf{M}}_r^t \quad (28)$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ra} = \boldsymbol{\Phi}_{ra} + \mathbf{G}_r^t\mathbf{M}_{pa} + \boldsymbol{\Phi}_{rp}\mathbf{G} + \mathbf{G}_r^t\mathbf{M}_{pp}\mathbf{G} = \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ar}^t \quad (29)$$

(20)과 (23)을 이용하면, (27)로부터, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 작업 공간 동력학은

$$\mathbf{f}_o = \boldsymbol{M}_o^*\ddot{\mathbf{x}}_o + \mathbf{f}_{ob}^* \quad (30)$$

여기서

$$\boldsymbol{M}_o^* = \left([\ \mathbf{J}_r\ \mathbf{J}_o\ ]\begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{M}}_r & \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ra}\\ \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ar} & \mathbf{M}_a\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{J}_r^t\\ \mathbf{J}_o^t\end{bmatrix}\right)^{-1} = \boldsymbol{M}_o^{*t} \quad (31)$$

로서 잉여 조인트 병렬형 로봇의 유효 질량이다. 특히, $\mathbf{G}_r$과 $\boldsymbol{\Phi}_{ra}$가 충분히 작다고 가정하면, 즉 $\widetilde{\mathbf{M}}_r \simeq \mathbf{M}_r + \mathbf{m}$이고 $\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}_{ra} \simeq \mathbf{0}$이면, (31)은

$$\boldsymbol{M}_o^* \simeq \left(\boldsymbol{M}_r^{-1} + \boldsymbol{M}_o^{-1}\right)^{-1} \quad (32)$$

여기서

$$\boldsymbol{M}_r^{-1} = \mathbf{J}_r(\mathbf{M}_r+\mathbf{m})^{-1}\mathbf{J}_r^t \quad (33)$$

로서 상단의 하중 효과가 포함된 하단의 유효 질량의 역이다. (32)로부터, 잉여 조인트를 도입함으로써, 병렬형 로봇의 유효 질량을 감소시킬 수 있음을 주목하라. 이를 관성 감소 효과라 부른다.

3. 기구학적 성능 평가

잉여 조인트 병렬형 로봇의 속도 manipulability $R_{\dot{x}_o}^*$는, (20)에 의거, 추가 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트 속도 공간 상의 단위 원 $\|\ \dot{\theta}_r\ \|^2 + \|\ \dot{\theta}_a\ \|^2 \le 1$로부터,

$$R_{\dot{x}_o}^*:\quad \dot{\mathbf{x}}_o^t[\ \mathbf{J}_r\ \mathbf{J}_r^t + \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ ]^{-1}\dot{\mathbf{x}}_o \le 1 \quad (34)$$

이를 (14)와 비교하면,

$$R_{\dot{x}_o}^* \supset R_{\dot{x}_o} \quad (35)$$

로서 잉여 조인트로 인해 병렬형 로봇의 속도 manipulability가 증가됨을 의미한다. (20)과 (23)의 이중 관계를 이용하면, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 힘 applicability $R_{f_o}^*$는

$$R_{f_o}^*:\quad \mathbf{f}_o[\ \mathbf{J}_r\ \mathbf{J}_r^t + \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^t\ ]\mathbf{f}_o \le 1 \quad (36)$$

이를 (15)와 비교하면,

$$R_{f_o}^* \subset R_{f_o} \quad (37)$$

로서 잉여 구동으로 인해 병렬형 로봇의 힘 applicability가 감소됨을 의미한다.

4. 동력학적 성능 평가

먼저, 병렬형 로봇의 가속을 위한 유효 힘을 $\mathbf{f}_{oe}^* = \mathbf{f}_o - \mathbf{f}_{ob}^*$라 하면, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 유효 힘의 범위 $R_{f_{oe}}^*$는, (36)으로부터,

$$R_{f_{oe}}^* : (\mathbf{f}_{oe}^* + \mathbf{f}_{ob}^*)^t [\mathbf{J}_r \mathbf{J}_r^t + \mathbf{J}_o \mathbf{J}_o^t] (\mathbf{f}_{oe}^* + \mathbf{f}_{ob}^*) \le 1 \quad (38)$$

로서 (16)에 비해 체적이 적다. 다음, 잉여 조인트 병렬형 로봇의 가속도 manipulability $R_{\ddot{x}_o}^*$는, (30)에 의거, (38)로부터,

$$R_{\ddot{x}_o}^* : (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}^*)^t [\mathbf{M}_o^* (\mathbf{J}_r \mathbf{J}_r^t + \mathbf{J}_o \mathbf{J}_o^t) \mathbf{M}_o^*] (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}^*) \le 1 \quad (39)$$

여기서 $\ddot{\mathbf{x}}_{ob}^* = \mathbf{M}_o^{*-1} \mathbf{f}_{ob}^*$. (17)과 (39)로부터, 잉여 조인트가 병렬형 로봇의 가속도 manipulability에 미치는 영향은 유효 힘 범위 $R_{f_{oe}}^*$의 감소((38) 참조)와 유효 질량 $\mathbf{M}_o^*$의 감소((32) 참조) 정도에 따라 달라짐을 주목하라.

Ⅳ. 잉여 구동 병렬형 로봇

본 절에서는 병렬형 로봇의 수동형 조인트 중 일부를 능동형으로 대체함으로써 얻어지는 잉여 구동 병렬형 로봇을 해석한다. 잉여 구동 병렬형 로봇의 경우 모델링의 핵심은 전체 능동 조인트 중 독립 제어 능동 조인트 군의 선택에 대한 처리에 있으며, 성능 평가 시 대체 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트가 고려되어야 한다. 수동 조인트의 능동 조인트 대체에 따른 기구학 및 동력학적 인자의 변화가 없다고 가정한다.

1. 기구학 및 동력학적 모델링

잉여 구동 병렬형 로봇의 기구학 모델은 전체 능동 조인트 중 독립 제어 대상 군을 능동 조인트 군, 그리고 종속 제어 군 및 비대체 군을 수동 조인트 군으로 취급하여 기존 병렬형 로봇의 경우와 동일한 방법에 의해 유도된다. 잉여 구동 병렬형 로봇의 독립 제어 능동 조인트 군의 위치와 토크를 각각 $\boldsymbol{\theta}_a$와 $\boldsymbol{\tau}_a$, 그리고 종속 제어 능동 조인트 군의 위치와 토크를 각각 $\boldsymbol{\theta}_c$와 $\boldsymbol{\tau}_c$라 하자. 잉여 구동 병렬형 로봇의 기구학과 정력학이 각각 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \mathbf{J}_o \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \quad (40)$$

$$\boldsymbol{\tau}_a = \mathbf{J}_o^t \mathbf{f}_o \quad (41)$$

종속 제어 군의 움직임은 독립 제어 군에 따라 결정되므로,

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_c \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_c \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \quad (42)$$

여기서 $\mathbf{G}_c = \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_c}{\partial \boldsymbol{\theta}_a}$. 가상 일의 원리에 의해, (42)로부터,

$$\boldsymbol{\tau}_a = [\mathbf{G}_c^t \ \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_c \\ \boldsymbol{\tau}_a \end{bmatrix} \quad (43)$$

(42)와 (43)은 잉여 구동 병렬형 로봇의 독립 제어 군과 종속 제어 군의 제한 관계를 나타낸다.

수동 조인트의 능동형 대체는 병렬형 로봇의 동력학적 구조에 영향을 미치지 않으며, 따라서 잉여 구동 병렬형 로봇의 조인트 공간 동력학과 작업 공간 동력학은 기존 병렬형 로봇의 경우와 같이 각각 (10)과 (12)로 주어진다.

2. 기구학적 성능 평가

먼저, 독립 제어 능동 조인트 군의 유효 속도 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_a$의 범위 $R_{\dot{\theta}_a}^*$는, (42)에 의거, 대체 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트 속도 공간 상의 단위 원 $\| \dot{\boldsymbol{\theta}}_c \|^2 + \| \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \|^2 \le 1$로부터,

$$R_{\dot{\theta}_a}^* : \dot{\boldsymbol{\theta}}_a^t [\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I}] \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \le 1 \quad (44)$$

로서 단위 원에 비해 작다. 이러한 유효 속도 범위의 감소는 수동 조인트의 능동형 대체됨에 따른 속도 한계에 기인한다. 다음, 잉여 구동 병렬형 로봇의 속도 manipulability $R_{\dot{x}_o}^*$은, (40)에 의거, (44)로부터,

$$R_{\dot{x}_o}^* : \dot{\mathbf{x}}_o^t [\mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t]^{-1} \dot{\mathbf{x}}_o \le 1 \quad (45)$$

먼저, (42)와 (43)의 이중 관계를 이용하면, 독립 제어 능동 조인트 군의 유효 토크 $\boldsymbol{\tau}_a$의 범위 $R_{\tau_a}^*$는, (44)로부터,

$$R_{\tau_a} : \boldsymbol{\tau}_a^t [\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I}]^{-1} \boldsymbol{\tau}_a \le 1 \quad (46)$$

로서 단위 원에 비해 크다. 이러한 유효 토크 범위의 증가는 수동 조인트의 능동형 대체에 따른 구조적 저항성에 기인한다. 다음, (40)과 (41)의 이중 관계를 이용하면, 잉여 구동 병렬형 로봇의 힘 applicability $R_{f_o}^*$는, (45)로부터,

$$R_{f_o}^* : \mathbf{f}_o [\mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t] \mathbf{f}_o \le 1 \quad (47)$$

한편, $\mathbf{J}_o = \frac{\partial \mathbf{x}_o}{\partial \boldsymbol{\theta}_a}$ 그리고 $\mathbf{G}_c = \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_c}{\partial \boldsymbol{\theta}_a}$이므로,

$$\mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t = \frac{\partial \mathbf{x}_o}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}_c}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right)^t \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_c}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right)^t \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right]^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{x}_o}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right)^t = \frac{\partial \mathbf{x}_o}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right)^t \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right]^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{x}_o}{\partial \boldsymbol{\theta}_a} \right)^t \quad (48)$$

특히, $\mathbf{J}_o$가 가역적이면

$$\mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t = \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \mathbf{x}_o} \right)^t \frac{\partial \boldsymbol{\theta}_a}{\partial \mathbf{x}_o} \right]^{-1} \quad (49)$$

이는 잉여 구동 병렬형 로봇의 속도 manipulability 및 힘 applicability가 전체 능동 조인트와 관계될 뿐 독립 제어 대상 능동 조인트 군의 선택과는 무관함을 의미한다.

특히, 독립 제어 능동 조인트 군의 선택에 변화가 없는 경우, 즉 $\mathbf{J}_o = \mathbf{J}_o$이면, (14)와 (45) 그리고 (15)와 (47)로부터,

$$R_{\dot{x}_o}^* \subset R_{\dot{x}_o} \quad (50)$$

$$R_{f_o}^* \supset R_{f_o} \quad (51)$$

로서 잉여 구동으로 인해 병렬형 로봇의 속도 manipulability가 감소되는 반면, 힘 applicability는 증가됨을 의미한다.

3. 동력학적 성능 평가

먼저, 잉여 구동 병렬형 로봇의 가속을 위한 유효 힘을 $\mathbf{f}_{oe} = \mathbf{f}_o - \mathbf{f}_{ob}$라 하면, 유효 힘의 범위 $R_{f_{oe}}^*$는, (47)로부터,

$$R_{f_{oe}}^* : (\mathbf{f}_{oe} + \mathbf{f}_{ob})^t [\mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t] (\mathbf{f}_{oe} + \mathbf{f}_{ob}) \le 1 \quad (52)$$

로서 (16)을 포함한다. 다음, 잉여 구동 병렬형 로봇의 가속도 manipulability $R_{\ddot{x}_o}^*$는, (12)에 의거, (52)로부터,

$$R_{\ddot{x}_o}^* : (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob})^t [\mathbf{M}_o \mathbf{J}_o (\mathbf{G}_c^t \mathbf{G}_c + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_o^t \mathbf{M}_o] (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}) \le 1 \quad (53)$$

특히, 독립 제어 능동 조인트 군의 선택에 변화가 없는 경우, (17)과 (53)으로부터,

$$R_{\dot{x}_o}^{*} \supset R_{\dot{x}_o} \tag{54}$$

로서 잉여 구동으로 인해 병렬형 로봇의 가속도 manipulability가 증가됨을 의미한다.

V. 잉여 다리 병렬형 로봇

본 절에서는 병렬형 로봇에 다리를 추가함으로써 얻어지는 잉여 다리 병렬형 로봇을 해석하고, 이제까지의 결과를 종합하여 고성능 여유 자유도 병렬형 로봇의 설계 지침을 마련한다. 잉여 다리 병렬형 로봇의 경우 모델링의 핵심은 다리간의 여유 자유도에 대한 처리에 있으며, 성능 평가 시 추가 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트가 고려되어야 한다. 잉여 다리의 수는 k이고 각각 하나 이상의 능동 조인트를 지니고 있으며, 또한 전체 능동 조인트 중 독립 제어 대상 능동 조인트 군의 선택에 변화가 없다고 가정한다.

1. 기구학적 모델링

잉여 다리는 기구학적으로 기존 병렬형 로봇에 종속되므로, 독립 제어 능동 조인트 군의 선택에 변화가 없다고 가정하면, 잉여 다리 병렬형 로봇의 기구학과 정력학은 기존 병렬형 로봇의 경우와 같이 각각 (4)와 (7)로 표현된다.

i번째 잉여 다리의 조인트 군 위치를 $\hat{\theta}_i$, $i=1, \cdots, k$, 그리고 잉여 다리의 전체 조인트와 능동 조인트 군의 위치를 각각 $\hat{\theta} = [\ \hat{\theta}_1^{t}, \cdots, \hat{\theta}_k^{t}\ ]^{t}$와 $\hat{\theta}_a$이라 하자. 잉여 다리는 기존 병렬형 로봇의 움직임을 따르므로, (4)로부터

$$\hat{\mathbf{J}}_i\ \dot{\hat{\theta}}_i = \mathbf{J}_o\ \dot{\theta}_a, \quad i=1, \cdots, k \tag{55}$$

여기서 $\hat{\mathbf{J}}_i$은 i번째 잉여 다리의 자코비안이다. $\hat{\mathbf{J}}_i$이 가역적이면, (55)로부터,

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\theta}_a \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}\ \mathbf{J}_o \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix} \dot{\theta}_a \tag{56}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_a \\ \dot{\theta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Q}}_a\ \mathbf{J}_o \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \dot{\theta}_a \tag{57}$$

여기서

$$\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}_1^{-1} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{J}}_k^{-1} \end{bmatrix} \tag{58}$$

그리고 $\hat{\mathbf{Q}}_a$는 $\hat{\mathbf{Q}}$의 부행렬이다. 잉여 다리의 전체 조인트와 능동 조인트 군의 토크를 각각 $\hat{\tau}$과 $\hat{\tau}_a$이라 하자. 가상 일의 원리에 의해, (56)과 (57)로부터,

$$\tau_a = \left[\ (\ \hat{\mathbf{Q}}\ \mathbf{J}_o\ )^{t}\ \ \mathbf{I}\ \ \mathbf{G}\ \right] \begin{bmatrix} \hat{\tau} \\ \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} \tag{59}$$

$$\tau_a = \left[\ (\ \hat{\mathbf{Q}}_a\ \mathbf{J}_o\ )^{t}\ \ \mathbf{I}\ \right] \begin{bmatrix} \hat{\tau}_a \\ \tau_a \end{bmatrix} \tag{60}$$

(56)과 (59) 그리고 (57)과 (60)은 각각 잉여 다리 병렬형 로봇의 조인트 제한 관계 그리고 독립 제어 군과 종속 제어 군의 제한 관계를 나타낸다.

2. 동력학적 모델링

잉여 다리의 동력학이 다음과 같이 주어진다고 하자.

$$\hat{\tau}_i = \hat{\mathbf{M}}_i\ \ddot{\hat{\theta}}_i + \hat{\tau}_{ib}, \quad i=1, \cdots, k \tag{61}$$

여기서 $\hat{\mathbf{M}}_i = \hat{\mathbf{M}}_i^{t}$로서 i번째 잉여 다리의 관성이고, $\hat{\tau}_{ib}$는 바이어스 토크이다. (9)와 (61)로부터,

$$\begin{bmatrix} \hat{\tau} \\ \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{ap} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{pa} & \mathbf{M}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\hat{\theta}} \\ \ddot{\theta}_a \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\tau}_b \\ \tau_{ab} \\ \tau_{pb} \end{bmatrix} \tag{62}$$

여기서

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathrm{diag}\ \{\ \hat{\mathbf{M}}_1, \cdots, \hat{\mathbf{M}}_k\ \} = \hat{\mathbf{M}}^{t} \tag{63}$$

(56)과 (59)를 이용하면, (62)로부터, 잉여 다리 병렬형 로봇의 조인트 공간 동력학은

$$\tau_a = (\ \hat{\mathbf{M}}_a + \mathbf{M}_a\ )\ \ddot{\theta}_a + \hat{\tau}_{ab} \tag{64}$$

여기서

$$\hat{\mathbf{M}}_a = (\ \hat{\mathbf{Q}}\ \mathbf{J}_o\ )^{t}\ \hat{\mathbf{M}}\ (\ \hat{\mathbf{Q}}\ \mathbf{J}_o\ ) = \hat{\mathbf{M}}_a^{t} \tag{65}$$

(64)로부터, 잉여 다리로 인해 병렬형 로봇의 유효 관성이 $\mathbf{M}_a$에서 $(\ \hat{\mathbf{M}}_a + \mathbf{M}_a\ )$로 증가됨을 주목하라. (4)와 (7)을 이용하면, (64)로부터, 잉여 다리 병렬형 로봇의 작업 공간 동력학은

$$\mathbf{f}_o = \mathbf{M}_o^{*}\ \ddot{\mathbf{x}}_o + \mathbf{f}_{ob}^{*} \tag{66}$$

여기서

$$\mathbf{M}_o^{*} = [\ \mathbf{J}_o\ (\ \hat{\mathbf{M}}_a + \mathbf{M}_a\ )^{-1}\ \mathbf{J}_o^{t}\ ]^{-1} \tag{67}$$

로서 잉여 다리 병렬형 로봇의 유효 질량이다. 특히, $\mathbf{J}_o$가 가역적이면, (67)은

$$\mathbf{M}_o^{*} = \hat{\mathbf{M}}_o + \mathbf{M}_o \tag{68}$$

여기서

$$\hat{\mathbf{M}}_o = \hat{\mathbf{J}}_o^{-t}\ \hat{\mathbf{M}}_a\ \hat{\mathbf{J}}_o^{-1} \tag{69}$$

로서 잉여 다리의 유효 질량이다. (68)로부터, 잉여 다리로 인해 병렬형 로봇의 유효 질량이 $\mathbf{M}_o$에서 $(\ \hat{\mathbf{M}}_o + \mathbf{M}_o\ )$로 증가됨을 주목하라.

3. 기구학적 성능 평가

먼저, 독립 제어 능동 조인트 군의 유효 속도 $\dot{\theta}_a$의 범위 $R_{\dot{\theta}_a}^{*}$는, (57)에 의거, 추가 군 및 기존 군을 포함한 전체 능동 조인트 속도 공간 상의 단위 원 $\| \dot{\hat{\theta}}_a \|^2 + \| \dot{\theta}_a \|^2 \le 1$로부터

$$R_{\dot{\theta}_a}^{*}: \quad \dot{\theta}_a^{t}\ [\ \mathbf{J}_o^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a\ \mathbf{J}_o + \mathbf{I}\ ]\ \dot{\theta}_a \le 1 \tag{70}$$

로서 단위 원에 비해 작다. 이러한 유효 속도 범위의 감소는 잉여 다리의 능동 조인트가 갖는 속도 한계에 기인한다. 다음, 잉여 다리 병렬형 로봇의 속도 manipulability $R_{\dot{x}_o}^{*}$는, (4)에 의거, (70)으로부터,

$$R_{\dot{x}_o}^{*}: \quad \dot{\mathbf{x}}_o^{t}\ [\ \mathbf{J}_o\ (\ \mathbf{J}_o^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a\ \mathbf{J}_o + \mathbf{I}\ )^{-1}\ \mathbf{J}_o^{t}\ ]\ \dot{\mathbf{x}}_o \le 1 \tag{71}$$

특히 $\mathbf{J}_o$가 가역적이면,

$$R_{\dot{x}_o}^{*}: \quad \dot{\mathbf{x}}_o^{t}\ [\ \hat{\mathbf{Q}}_a^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a + (\ \mathbf{J}_o\ \mathbf{J}_o^{t}\ )^{-1}\ ]\ \dot{\mathbf{x}}_o \le 1 \tag{72}$$

이를 (14)와 비교하면

$$R_{\dot{x}_o}^{*} \subset R_{\dot{x}_o} \tag{73}$$

로서 잉여 다리로 인해 병렬형 로봇의 속도 manipulability가 감소됨을 의미한다.

먼저, (57)과 (60)의 이중 관계를 이용하면, 독립 제어 능동 조인트 군의 유효 토크 τ_a의 범위 $R_{\tau_a}^{*}$는, (70)으로부터,

$$R_{\tau_a}^{*}: \quad \tau_a^{t}\ [\ \mathbf{J}_c^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a^{t}\ \hat{\mathbf{Q}}_a\ \mathbf{J}_c + \mathbf{I}\ ]^{-1}\ \tau_a \le 1 \tag{74}$$

로서 단위 원에 비해 크다. 이러한 유효 토크의 증가는 잉여 다리의 능동 조인트의 외부 힘에 대한 저항력에 기인한다. 다음, (4)와 (7)간의 이중 관계를 이용하면, 잉여 다리

병렬형 로봇의 힘 applicability $R_{f_o}^*$는, (72)로부터,

$$R_{f_o}^* : \mathbf{f}_o^t [\ \hat{\mathbf{Q}}_a^t \hat{\mathbf{Q}}_a + (\mathbf{J}_o \mathbf{J}_o^t)^{-1}\ ]^{-1} \mathbf{f}_o \le 1 \quad (75)$$

이를 (15)와 비교하면

$$R_{f_o}^* \supset R_{f_o} \quad (76)$$

로서 잉여 다리로 인해 병렬형 로봇의 힘 applicability가 증가됨을 의미한다.

4. 동력학적 성능 평가

먼저, 잉여 다리 병렬형 로봇의 가속을 위한 유효 힘을 $\mathbf{f}_{oe}^* = \mathbf{f}_o - \mathbf{f}_{ob}^*$라 하면, 유효 힘의 범위 $R_{f_o}^*$는, (75)로부터,

$$R_{f_o}^* : (\mathbf{f}_{oe}^* + \mathbf{f}_{ob}^*)^t [\ \hat{\mathbf{Q}}_a^t \hat{\mathbf{Q}}_a + (\mathbf{J}_o \mathbf{J}_o^t)^{-1}\ ]^{-1} (\mathbf{f}_{oe}^* + \mathbf{f}_{ob}^*) \le 1 \quad (77)$$

로서 (16)에 비해 체적이 크다. 다음, 잉여 다리 병렬형 로봇의 가속도 manipulability $R_{\ddot{x}_o}^*$는, (66)에 의거, (77)로부터,

$$R_{\ddot{x}_o}^* : (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}^*)^t [\ \mathbf{M}_o^{*t} \{ \hat{\mathbf{Q}}_a^t \hat{\mathbf{Q}}_a + (\mathbf{J}_o \mathbf{J}_o^t)^{-1} \}^{-1} \mathbf{M}_o^*\ ] (\ddot{\mathbf{x}}_o + \ddot{\mathbf{x}}_{ob}^*) \le 1 \quad (78)$$

여기서 $\ddot{\mathbf{x}}_{ob}^* = \mathbf{M}_o^{*-1} \mathbf{f}_{ob}^*$. (17)과 (78)로부터, 잉여 다리가 병렬형 로봇의 가속도 manipulability에 미치는 영향은 유효 힘 범위 $R_{f_o}^*$의 증가((77) 참조)와 유효 질량 $\mathbf{M}_o^*$의 증가((68) 참조) 정도에 따라 달라지게 됨을 주목하라.

다리별 조인트 수의 증가(제 1 유형), 수동 조인트의 능동형 대체(제 2 유형), 그리고 다리 수의 증가(제 3 유형) 등 세 유형의 여유 자유도가 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학적 성능에 미치는 영향을 요약하면,

표 1. 기구학 및 동력학적 인자.
Table 1. Kinematic and dynamic parameters.

여유자유도	길이 [m]	질량 [kg]	
비여유 그림 1(a)	$l_1 = l_2 = l_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	$m_1 = m_2 = m_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	(a)
제 1 유형 그림 1(b)	$l_1 = l_2 = l_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.3, 0.03 }	$m_1 = m_2 = m_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.3, 0.03 }	(b)
		$m_1 = m_2 = m_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03, 0.03 }	(c)
제 2 유형 그림 1(c)	$l_1 = l_2 = l_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	$m_1 = m_2 = m_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	(d)
제 3 유형 그림 1(d)	$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	(e)
		$m_1 = m_2 = m_3 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 } $3m_4 =$ { 1.0, 0.75, 0.03 }	(f)

1) 제 1 유형에 의해 속도 manipulability(힘 applicability)가 증가(감소)되는 반면, 가속도 manipulability는 유동적이다.
2) 제 2 유형에 의해 속도 manipulability(힘 applicability)가 감소(증가)되고, 한편 가속도 manipulability는 증가한다.
3) 제 3 유형에 의해 속도 manipulability(힘 applicability)가 감소(증가)되는 반면, 가속도 manipulability는 유동적이다.

여기서, 기구학 및 동력학적 성능의 증감이 동시적임을 유의하라. 비교 분석 결과를 토대로 고성능 여유 자유도 병렬형 로봇의 설계 지침을 도출하면,

1) 속도 manipulability의 향상을 위해서는 제 1 유형을 도입한다.
2) 힘 applicability의 향상을 위해서는 제 2 유형 혹은 제 3 유형을 도입한다.
3) 가속도 manipulability의 향상을 위해서는 제 2 유형을 도입한다.

힘 applicability에 관한 한 제 2 유형과 제 3 유형의 효과는 동일하지만, 기여 방식에 있어 현격한 차이가 있음을 염두에 두어야 한다. 또한, 제 1 유형과 제 3 유형은 제 2 유형과 달리, 병렬형 로봇의 형태 상 변화를 수반하므로 도입 시 다리간의 충돌 가능성이 고려되어야 할 것이다.

VI. 시뮬레이션

본 절에서는 그림 1의 평면 작업용 병렬형 로봇에 대한 시뮬레이션을 통해 세 유형의 여유 자유도 도입에 따른 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학적 성능의 변화를 예시한다. 시뮬레이션의 단순화를 위해, 각 링크의 질량이 종단의 점형태로 존재하고, 이동판 크기 및 질량은 무시된다고 가정한다. 또한, 각 다리의 마지막 조인트를 수동형으로 지정함으로써 병렬형 로봇의 성능 평가 시 평면 상의 선형 성분만을 고려하도록 한다.

병렬형 로봇의 다리의 번호는 좌하측에서 반시계 방향으로, 그리고 다리별 링크의 번호는 고정판에서 이동판 방향으로 붙인다. i번째 다리에 대해 j번째 링크의 길이와 질량을 각각 l_{ij} [m]와 m_{ij} [kg]이라 하고, i번째 다리의 링크 길이와 질량을 각각 $l_i = \{ l_{ij} \}$와 $m_i = \{ m_{ij} \}$라 한다. 표 1은 시뮬레이션에 사용된 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학적 인자를 나타낸다. 표 1(a)와 1(d)는 각각 그림 1(a)의 기존 병렬형 로봇과 그림 1(c)의 제 2 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 인자를 나타내며, 표 1(b)와 1(c)는 그림 1(b)의 제 1 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 인자로서 추가된 조인트의 질량 대소에 따른 두 경우, 그리고 표 1(e)와 1(f)는 그림 1(d)의 제 3 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 인자로서 추가된 다리의 질량 대소에 따른 두 경우를 나타낸다.

병렬형 로봇의 성능 변화를 전반적으로 고찰하기 위해, 이동판의 중심에 정의된 작업 점 TP가 다리들의 중앙 $CP=[0,0]$에 놓인 0.4×0.4 [m]의 정사각형 내부를 이동한다고 한다. 매 작업 점에서의 성능 지수를 속도 manipulability, 힘 applicability, 그리고 가속도 manipulability 타원의 체적으로 정의하고 각각 $\mu_{\dot{x}_o}$, μ_{f_o}, 그리고 $\mu_{\ddot{x}_o}$이라 한다. 그림 2는 표 1(a)의 기존 병렬형 로봇의 성능 지수 변화를 보이며, 그림 3, 그림 4 그리고 그림 5는 각각 표 1(b)와 1(c), 표 1(d), 그리고 표 1(e)와 1(f)의 세 유형의 여유 자유도 병렬형 로봇의 성능 지수 변화를 보인다. 그림 2-5에서 xy 평면은 작업 공간을 그리고 z 축은 성능 지수를 나타낸다. 전체적으로 속도 manipulability와 힘 applicability의 역관계를 관찰할 수 있으며, TP가 CP로부터 멀어짐에 따라 속도 manipulability의 감소, 힘 applicability의 증가, 그리고 가속도 manipulability의 감소를 관찰할 수 있다.

그림 3(a)와 3(b)를 각각 그림 2(a)와 2(b)와 비교함으로써, 제 1 유형 여유 자유도에 의한 속도 manipulability의 증가와 힘 applicability의 감소를 관찰할 수 있으며, 그림 3(c)와 3(d)를 그림 2(c)와 비교함으로써, 가속도 manipulability가 추가 조인트의 동력학적 인자에 따라 감소 혹은 증가함을 관찰할 수 있다. 그림 4(a), 4(b)와 4(c)를 각각 그림 2(a), 2(b)와 2(c)와 비교함으로써, 제 2 유형 여유 자유도에 의한 속도 manipulability의 감소 그리고 힘 applicability와 가속도 manipulability의 증가를 관찰할 수 있다. 그림 5(a)와 5(b)를 각각 그림 2(a)와 2(b)와 비교함으로써,

제 3 유형 여유 자유도에 의한 속도 manipulability의 감소와 힘 applicability의 증가를 관찰할 수 있으며, 그림 5(c)와 5(d)를 그림 2(c)와 비교함으로써, 가속도 manipulability가 추가 다리의 동력학적 인자에 따라 감소 혹은 증가함을 관찰할 수 있다.

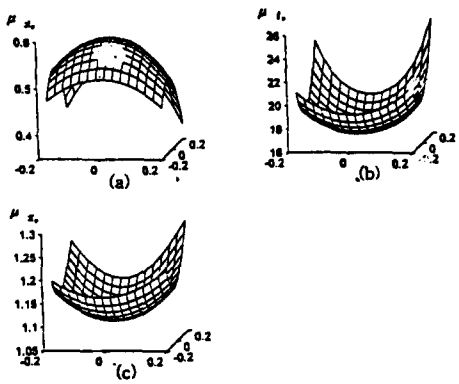

그림 2. 기존 비여유 자유도 병렬형 로봇의 작업 성능 변화.

Fig. 2. Performance variation of an existing parallel manipulator without redundancy.

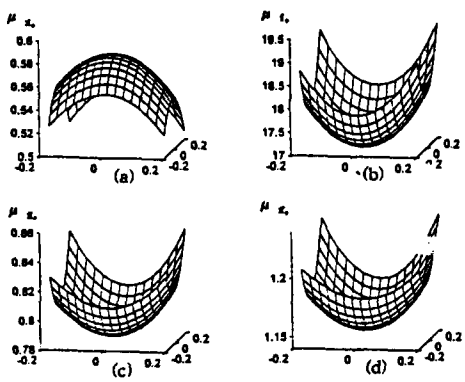

그림 3. 제 1 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 작업 성능 변화.

Fig. 3. Performance variation of a parallelmanipulator with Type 1 redundancy.

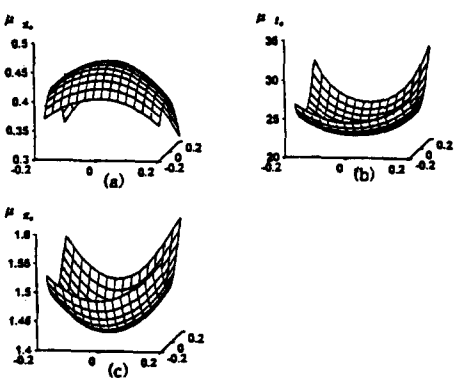

그림 4. 제 2 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 작업 성능변화.

Fig. 4. Performance variation of a parallel manipulator with Type 2 redundancy.

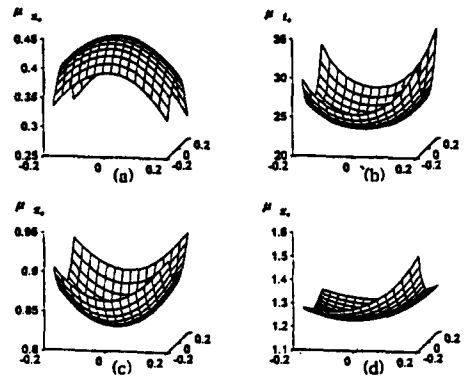

그림 5. 제 3 유형 여유 자유도 병렬형 로봇의 작업 성능 변화.

Fig. 5. Performance variation of a parallelmanipulator with Type 3 redundancy.

Ⅶ. 결론

본 논문에서 세 유형의 여유 자유도를 갖는 병렬형 로봇의 기구학 및 동력학을 해석하고 고성능 병렬형 로봇의 설계를 위한 여유 자유도 활용 지침을 마련하였다. 잉여 조인트, 잉여 구동 및 잉여 다리 병렬형 로봇에 대해 기구학 및 동력학 모델을 유도하고 기구학 및 동력학적 manipulability를 정의하여 세 유형의 여유 자유도가 병렬형 로봇의 성능에 미치는 영향을 비교 분석하였다. 여유 자유도 병렬형 로봇의 설계 지침으로 속도 manipulability의 향상을 위해서는 잉여 조인트의 도입, 힘 applicability의 향상을 위해서는 잉여 구동 혹은 잉여 다리의 도입, 그리고 가속도 manipulability의 향상을 위해서는 잉여 구동의 도입을 제안하였다. 본 연구의 추후 과제로서는 제안된 설계 지침을 바탕으로 한 여유 자유도 병렬형 로봇의 구조 최적화를 들 수 있다. 본 연구의 결과가 기존의 직렬형 및 병렬형 로봇에 비해 향상된 작업 수행 능력을 갖는 새로운 구조의 로봇에 대한 연구 개발의 밑거름이 되었으면 바란다.

참고문헌

[1] E. F. Fichter, "A Stewart platform-based manipulator: general theory and practical consideration," *Int. Journal Robotics and Research*, vol. 5, pp. 157-182, 1986.

[2] S. Lee and S. Kim, "Kinematic feature analysis of parallel manipulator systems," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 77-82, 1994.

[3] J. F. Gardner, V. Kumar and J. H. Ho, "Kinematics and control of redundantly actuated closed chains," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 418-424, 1989.

[4] Y. Nakamura and M. Ghodoussi, "Dynamics computation of closed-link robot mechanisms with nonredundant and redundant actuators," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 5, pp. 294-302, 1989.

[5] J. J. Murray and G. H. Lovell, "Dynamic modeling of closed-chain robotic manipulators and implicat-

ions for trajectory control," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 5, pp. 522-528, 1989.

[6] O. Khatib, "A unified approach for motion and force control of robot manipulator: the operational space formulation," *IEEE Journal Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 43-53, 1987.

[7] S. Kim and Y. Kay, "Dynamic modeling of redundant parallel manipulators," *Proc. 35th Conf. Decision and Control*, pp. 2468-2473, 1996.

[8] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulator with redundancy," *Proc. 1st Int. Symp. Robotics Research*, MIT Press, pp. 735-748, 1984.

[9] K. L. Doty, C. Melchiorri, E. M. Schwartz, and C. Bonivento, "Robot manipulability," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 11, pp. 462-468, 1995.

김 성 복

1980년 서울대학교 전자공학과 (학사). 1982년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (석사). 1993년 미국 남가주대학교 전기공학과 (공학박사). 1994-현재 한국외국어대학교 제어계측공학과 조교수. 관심분야는 직병렬형 로봇의 분석, 설계 및 제어.