

3 자유도 굴착기 부속 시스템의 기구학적 최적 설계와 기구학/동력학 성능 해석

Kinematic Optimal Design and Analysis of Kinematic/Dynamic Performances of A 3 Degree-of-Freedom Excavator Subsystem

김 희 국, 한 동 영, 이 병 주
(Whee-Kuk Kim, Dong-Young Han, Byung-Ju Yi)

Abstract : In this paper, a two-stage kinematic optimal design for a 3 degree-of-freedom (DOF) excavator subsystem, which consists of boom, arm and bucket, is performed. The objective of the first stage is to find the optimal parameters of the joint-actuating mechanisms which maximize the force-torque transmission ratio between the hydraulic actuator and the rotating joint. The objective of the second stage is to find the optimal link parameters which maximize the isotropic characteristic of the excavator subsystem throughout the workspace. It is illustrated that kinematic/dynamic performances of the kinematically optimized excavator subsystem have improved compared to those of original HE280 excavator, with respect to three performance indices such as maximum load handling capacity, maximum velocity capability, and acceleration capability.

Keywords : Excavator, Kinematic Optimal Design, Performance Analysis, Isotropic characteristic

I. 서론

일반 산업용 굴착기는 산업용 로봇 시스템과 기구학적으로 매우 유사한 구조를 지니고 있다. 그러나, 로봇 시스템에 비해 굴착기 시스템에 관한 기구학적/동적 최적 설계, 성능 해석, 그리고 최적 액츄에이터의 용량 등에 관한 연구는 매우 미약한 실정이다[1,2,3]. 이에 따라서 본 연구에서는 굴착기 시스템의 붐, 암, 그리고 버킷으로 구성되는 3 자유도 부속 시스템에 대한 기구학적 최적 설계와 동적 성능에 관한 해석을 하고자 한다.

기구학적 최적 설계를 수행하는데 있어서 우선 각각의 관절을 구동시키는 유압 액츄에이터와 회전 관절 사이의 힘-토크 전달비를 최대화 하는 구동 메커니즘의 최적 설계를 수행한다. 다음으로 굴착기의 모든 활동 구간 내에서 버킷 끝단에서 균일한 힘/속도 전달 특성을 가질 수 있도록 3 자유도 부속 시스템의 링크 길이비에 관한 최적 설계를 수행한다. 최종적으로, 버킷 끝단에서의 등방성 지수, 최대 하중 용량, 최대 가속도, 그리고 최대 속도 등을 사용하여 최적화된 3 자유도 굴착기 부속 시스템이 현존하는 굴착기보다 우수한 성능을 지니는 것을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 굴착기에 대한 위치 해석, 기구학 모델링, 그리고 동력학 모델링에 관하여 기술하고 최적 설계에 사용될 설계 지수들과 굴착기 시스템의 성능을 판단하기 위하여 사용되는 성능 지수들을 소개한다. 그리고 제시된 설계 지수들을 이용하여 두 단계의 최적 설계를 수행한다. 마지막으로 세 가지 성능지수를 활용하여 최적화된 굴착기 부속 시스템과 이에 대응되는 기존의 굴착기 부속 시스템과의 성능을 비교한다.

II. 굴착기의 기구학 모델링

굴착기의 주요한 작업 장치로서 붐, 암, 그리고 버킷으로

구성되는 3 자유도 부속 시스템을 고려할 수 있는 데(그림 1) 이러한 시스템은 출력 공간에서 평면형 3 자유도 운동을 한다. 본 절에서는 먼저 이러한 굴착기 3 자유도 작업 장치의 관절들과 버킷의 끝점 사이의 관계를 나타내는 기구학 모델을 유도한다.

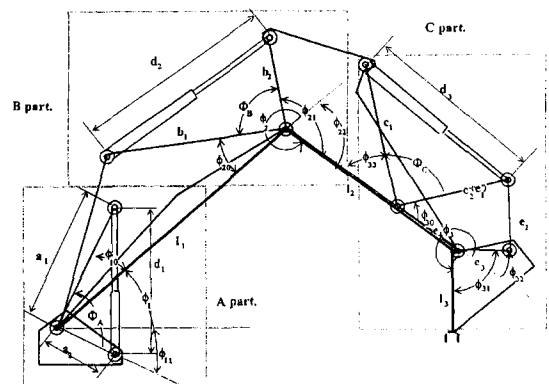


그림 1. 굴착기의 3 자유도 부속 시스템.
Fig. 1. A 3 dof subsystem of excavator.

그림 2에서와 같이 시스템의 입력 변수인 유압 액츄에이터의 미끄럼 관절 변수 벡터 d 와 굴착기 시스템의 출력 변수인 버킷 끝점의 위치 벡터 u 는 각각 다음과 같이 정의한다.

$$u = (x_h \ y_h \ \phi_h)^T \tag{1}$$

$$d = (d_1 \ d_2 \ d_3)^T \tag{2}$$

그리고 굴착기 시스템의 기구학 모델을 구하기 위해 먼저 중간 변수로서 그림 2에서와 같이 평면형 3 자유도 시스템에서의 세 개의 회전 관절 변수를 나타내는 관절 벡터 ϕ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)^T \tag{3}$$

이 때, d 와 u 사이의 기구학적 모델은 먼저, ϕ 와 u

접수일자 : 1996. 12. 12., 수정완료 : 1997. 5. 30.
김희국 : 고려대학교 제어계측공학과
한동영 : 한국통신운용연구단
이병주 : 한양대학교 제어계측공학과
* 본 논문은 고려대학교에서 지원되었습니다.

사이의 기구학적 관계식과 ϕ 와 d 사이의 기구학적 관계식을 각각 구한 후 이들 관계식을 이용하여 구해진다.

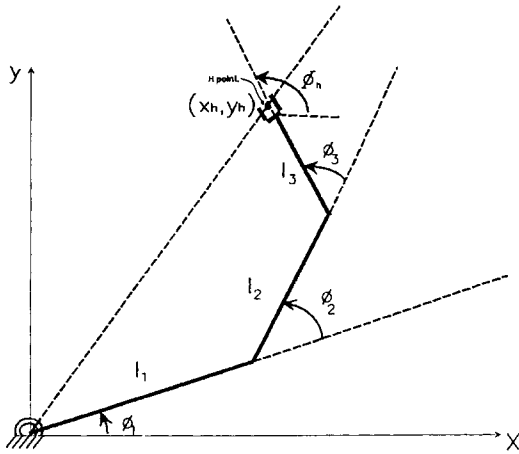


그림 2. 단순화된 3 자유도 직렬 시스템.
Fig. 2. A simplified 3 dof serial system.

1. ϕ 와 u 사이의 위치 해석과 일차 기구학적 영향 계수 $[G_\phi^u]$

1.1 정위치 기구학

버켓 끝단의 위치는

$$x_h = l_1 c\phi_1 + l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}, \quad (4)$$

$$y_h = l_1 s\phi_1 + l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}, \quad (5)$$

$$\phi_h = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3, \quad (6)$$

로 표현되며, 여기서 $c\phi_{ij}$ 와 $s\phi_{ij}$ 는 각각 $\cos(\phi_i + \phi_j)$ 와 $\sin(\phi_i + \phi_j)$ 를 나타내며, l_1, l_2, l_3 는 각 링크의 길이를 나타낸다.

1.2 역방향 기구학

(4)와 (5) 그리고 (6)을 ϕ_2 에 관하여 정리하면

$$c\phi_2 = \frac{(x_h - l_3 c\phi_h)^2 + (y_h - l_3 s\phi_h)^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \quad (7)$$

이다. 그리고 $(s\phi_2)^2 + (c\phi_2)^2 = 1$ 로부터

$$s\phi_2 = \pm \sqrt{1 - (c\phi_2)^2} \quad (8)$$

를 이용하면 ϕ_2 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\phi_2 = \text{atan2}(s\phi_2, c\phi_2). \quad (9)$$

(9)에서 ϕ_2 의 값이 $0 < \phi_2 < \pi$ 의 범위 안에 존재하는 경우는 그림 2와 같은 3 자유도 메커니즘이 elbow down 형상을 가지고 있는 상태를 나타내며 $\pi < \phi_2 < 2\pi$ 의 범위 안에 존재하는 경우는 elbow up의 형상을 나타낸다. 실제로 굴착기 부속 시스템은 항상 elbow up 형상을 가지고 있으므로 $\pi < \phi_2 < 2\pi$ 의 범위 내에 존재하는 ϕ_2 의 해를 취한다.

한편, ϕ_1 의 해는 (9)에서 구한 ϕ_2 의 값을 (4)와 (5), 그리고 (6)에 대입함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\phi_1 = \text{atan2}(ad - bc, ac + bd) \quad (10)$$

여기서,

$$a = l_1 + l_2 c\phi_2 \quad (11)$$

$$b = l_2 s\phi_2 \quad (12)$$

$$c = x_h - l_3 c\phi_h \quad (13)$$

$$d = y_h - l_3 s\phi_h \quad (14)$$

1.3 정방향 일차 기구학적 영향 계수 $[G_\phi^u]$

(4)-(6)을 미분하여 정리하면

$$\dot{u} = [G_\phi^u] \dot{\phi} \quad (15)$$

이며, 여기서

$$[G_\phi^u] = \begin{bmatrix} -(l_1 s\phi_1 + l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) & -(l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) & -l_3 s\phi_{123} \\ (l_1 c\phi_1 + l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) & (l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) & l_3 c\phi_{123} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이다.

2. ϕ 와 d 사이의 위치 해석과 일차 기구학적 영향 계수 $[G_\phi^d]$

2.1 ϕ 와 d 사이의 위치 해석

붐의 구동 관절 변위 d_1 은

$$d_1 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 c\phi_A} \quad (17)$$

로 표현되며, 여기서,

$$\phi_A = \phi_1 + \phi_{10} + \phi_{11} \quad (18)$$

이고, ϕ_{10} 과 ϕ_{11} 은 상수이다. 암의 구동 관절 변위 d_2 는

$$d_2 = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 b_2 c\phi_B} \quad (19)$$

이며, 여기서,

$$\phi_B = 3\pi - \phi_2 - \phi_{20} - \phi_{21} \quad (20)$$

이고, ϕ_{20} 과 ϕ_{21} 는 상수이다. 버켓의 구동 관절 변위 d_3 는

$$d_3 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 - 2c_1 c_2 c\phi_C}, \quad (21)$$

이고 여기서,

$$\phi_C = \pi - \phi_{30} - \phi_{33} \quad (22)$$

이고, ϕ_{33} 은 상수이며 ϕ_{30} 은 다음과 같이 구해진다. 그림 3에서 $C(x, y)$ 점의 위치는

$$x = e_1 c\phi_{30} + e_2 c\theta = e_4 + e_3 c\phi_{32}, \quad (23)$$

$$y = e_1 s\phi_{30} + e_2 s\theta = e_3 s\phi_{32}, \quad (24)$$

로 표현되며 여기서

$$\theta = \phi_{34} + \phi_{30} - \pi \quad (25)$$

이다. 코사인 제 2 법칙으로부터

$$\begin{aligned} e_5^2 &= e_1^2 + e_2^2 - 2e_1 e_2 c\phi_{34} \\ &= e_3^2 + e_4^2 + 2e_3 e_4 c\phi_{32} \end{aligned} \quad (26)$$

의 관계식이 성립한다. 한편, 그림 1의 블록 C로부터 ϕ_{32} 는 다음과 같이 구해지며

$$\phi_{32} = \phi_3 + \phi_{31} - 2\pi, \quad (27)$$

(27)의 ϕ_{32} 를 (26)에 대입하여 ϕ_{34} 에 대하여 정리하면

$$\phi_{34} = \cos^{-1} \left(\frac{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 - 2e_3 e_4 c\phi_{32}}{2e_1 e_2} \right) \quad (28)$$

와 같다. ϕ_{34} 를 (23)과 (24)에 대입하여 정리하면

$$x = Dc\phi_{30} + Es\phi_{30} = F, \tag{29}$$

$$y = Ec\phi_{30} - Ds\phi_{30} = G \tag{30}$$

이며, 여기서,

$$D = e_1 - e_2c\phi_{34}, \tag{31}$$

$$E = e_2s\phi_{34}, \tag{32}$$

$$F = e_4 + e_3c\phi_{32}, \tag{33}$$

$$G = -e_3s\phi_{32}. \tag{34}$$

(29)와 (30)으로부터 ϕ_{30} 은

$$\phi_{30} = \text{atan2}(s\phi_{30}, c\phi_{30}) \tag{35}$$

로 구해지며 여기서

$$c\phi_{30} = \frac{DF + EG}{D^2 + E^2}, \tag{36}$$

$$s\phi_{30} = \frac{EF - DG}{D^2 + E^2} \tag{37}$$

이다. 그러므로, Φ_C 와 d_3 는 각각 (21)과 (22)로부터 구해진다.

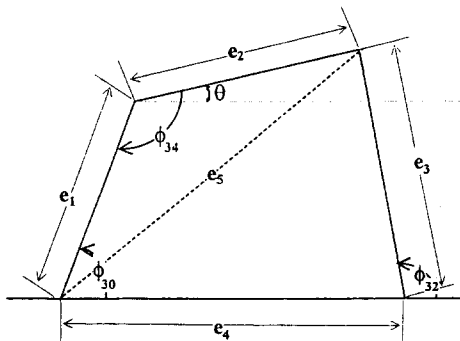


그림 3. 버킷 메커니즘의 부속 시스템.

Fig. 3. A subsystem of the bucket mechanism.

2.2 일차 기구학적 영향 계수 $[G_d^\phi]$

유압 액츄에이터의 미끄럼 관절 속도 벡터를 \dot{d} 라고 하면, 입력 관절 속도 벡터 $\dot{\phi}$ 과는

$$\dot{\phi} = [G_d^\phi] \dot{d}. \tag{38}$$

의 관계식이 성립하며 이 식은 다음과 같이 얻어진다. 먼저, (17)과 (19), 그리고 (21)를 각각 시간에 대하여 미분하여 정리하면

$$\dot{d}_1 = \left(\frac{a_1 a_2 s \Phi_A}{d_1} \right) \dot{\phi}_1. \tag{39}$$

$$\dot{d}_2 = - \left(\frac{b_1 b_2 s \Phi_B}{d_2} \right) \dot{\phi}_2. \tag{40}$$

$$\dot{d}_3 = \left(\frac{c_1 c_2 s \Phi_C}{d_3} \right) \dot{\phi}_C \tag{41}$$

로 표현된다. (41)에서 Φ_C 와 ϕ_3 의 속도 관계식이 요구되며 이를 구하기 위해 먼저 그림 3의 4절 기구에서 ϕ_{30} 과 ϕ_{32} 의 속도 관계식은 (23)과 (24)에서 θ 를 소거한 후

시간에 대하여 미분하여 정리하면

$$\dot{\phi}_{30} = \frac{e_3 [e_1 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{32}]}{e_1 [e_3 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{30}]} \dot{\phi}_{32} \tag{42}$$

이 얻어진다. (27)에서 ϕ_{31} 이 상수인 것을 고려하면

$$\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_{32} \tag{43}$$

이며, 또한 (22)로부터 Φ_C 와 ϕ_{30} 의 속도 관계식을 구한 후 그 결과 식에 (42)와 (43)을 대입하면

$$\dot{\Phi}_C = - \frac{e_3 [e_1 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{32}]}{e_1 [e_3 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{30}]} \dot{\phi}_3 \tag{44}$$

이 얻어진다. 그리고 이 결과 (44)를 (41)에 대입하면 ϕ_3 와 d_3 의 속도 관계식이 얻어진다.

$$\dot{d}_3 = - \left(\frac{c_1 c_2 e_3 [e_1 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{32}] s \Phi_C}{d_3 e_1 [e_3 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{30}]} \right) \dot{\phi}_3 \tag{45}$$

최종적으로, (38)에서의 $[G_d^\phi]$ 는 (39)와 (40), 그리고 (45)의 역관계식을 행렬의 형태로 정리함으로써 다음과 같이 표현되며

$$[G_d^\phi] = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{a_1 a_2 s \Phi_A} & 0 & 0 \\ 0 & - \left(\frac{d_2}{b_1 b_2 s \Phi_B} \right) & 0 \\ 0 & 0 & [G_d^\phi]_{3:3} \end{bmatrix} \tag{46}$$

여기서,

$$[G_d^\phi]_{3:3} = - \left(\frac{d_3 e_1 [e_3 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{30}]}{c_1 c_2 e_3 [e_1 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s\phi_{32}] s \Phi_C} \right). \tag{47}$$

2.3 u 와 d 사이의 일차 기구학적 영향 계수 $[G_d^u]$

(15)와 (38)로부터 출력 변수 벡터와 입력 변수 벡터와의 속도 관계식은

$$\dot{u} = [G_d^u] \dot{d} \tag{48}$$

로 얻어지며 여기서

$$[G_d^u] = [G_d^\phi] [G_\phi^u]. \tag{49}$$

3. u 와 d 사이의 이차 기구학적 영향 계수

3.1 u 와 ϕ 사이의 이차 기구학적 영향 계수 $[H_{\phi\phi}^u]$

(15)를 시간에 관하여 미분하여 정리하면 다음과 같은 가속도 관계식이 구해진다.

$$\ddot{u} = [G_\phi^u] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [H_{\phi\phi}^u] \dot{\phi} \tag{50}$$

여기서, $[H_{\phi\phi}^u]$ 는 u 와 ϕ 사이의 이차 기구학적 영향 계수를 나타내는 3차원 행렬이며 이를 구성하고 있는 각 평면은 다음과 같이 주어진다[8].

$$[H_{\phi\phi}^u]_{1:;} = \begin{bmatrix} - (l_1 c\phi_1 + l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) \\ - (l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) \\ - (l_3 c\phi_{123}) \\ - (l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) & - (l_3 c\phi_{123}) \\ - (l_2 c\phi_{12} + l_3 c\phi_{123}) & - (l_3 c\phi_{123}) \\ - (l_3 c\phi_{123}) & - (l_3 c\phi_{123}) \end{bmatrix} \tag{51}$$

$$[H_{\phi\phi}^u]_{2;} = \begin{bmatrix} -(l_1 s\phi_1 + l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) \\ -(l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) \\ -(l_3 s\phi_{123}) \\ -(l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) - (l_3 s\phi_{123}) \\ -(l_2 s\phi_{12} + l_3 s\phi_{123}) - (l_3 s\phi_{123}) \\ -(l_3 s\phi_{123}) - (l_3 s\phi_{123}) \end{bmatrix}, \quad (52)$$

$$[H_{\phi\phi}^u]_{3;} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (53)$$

3.2 ϕ 와 d 사이의 이차 기구학적 영향 계수 $[H_{dd}^{\phi}]$

ϕ 와 d 사이의 가속도 관계식은 (38)을 시간에 관하여 미분하여 정리하면

$$\ddot{\phi} = [G_d^{\phi}] \ddot{d} + \dot{d} [H_{dd}^{\phi}] \dot{d} \quad (54)$$

로 표현되며 여기서 이차 기구학적 영향 계수 $[H_{dd}^{\phi}]$ 의 각 평면은 다음과 같이 구해진다. $[H_{dd}^{\phi}]$ 의 첫 번째 평면은 (39)를 미분하여 정리한 $\ddot{\phi}_1$ 관계식

$$\ddot{\phi}_1 = \frac{d_1}{a_1 a_2 s \Phi_A} \ddot{d}_1 + \frac{a_1 a_2 s^2 \Phi_A - d_1^2 c \Phi_A}{a_1^2 a_2^2 s^3 \Phi_A} \dot{d}_1^2 \quad (55)$$

으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$[H_{dd}^{\phi}]_{1;} = \begin{bmatrix} \frac{a_1 a_2 s^2 \Phi_A - d_1^2 c \Phi_A}{a_1^2 a_2^2 s^3 \Phi_A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (56)$$

$[H_{dd}^{\phi}]$ 의 두 번째 평면은 (40)을 미분하여 정리한 $\ddot{\phi}_2$ 의 관계식

$$\ddot{\phi}_2 = -\left(\frac{d_2}{b_1 b_2 s \Phi_B}\right) \ddot{d}_2 + \frac{c \Phi_B d_2^2 - b_1 b_2 s^2 \Phi_B}{b_1^2 b_2^2 s^3 \Phi_B} \dot{d}_2^2 \quad (57)$$

으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$[H_{dd}^{\phi}]_{2;} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c \Phi_B d_2^2 - b_1 b_2 s^2 \Phi_B}{b_1^2 b_2^2 s^3 \Phi_B} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (58)$$

그리고 $[H_{dd}^{\phi}]$ 의 세 번째 평면은 (45)를 미분하여 정리한 $\ddot{\phi}_3$ 의 관계식

$$\ddot{\phi}_3 = -\left(\frac{d_3 f_1}{c_1 c_2 f_2 s \Phi_C}\right) \ddot{d}_3 + \frac{f_4}{c_1^2 c_2^2 f_2^2 s^3 \Phi_C} \dot{d}_3^2 \quad (59)$$

으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$[H_{dd}^{\phi}]_{3;} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_4}{c_1^2 c_2^2 f_2^2 s^3 \Phi_C} \end{bmatrix}. \quad (60)$$

(59)에서 정의된 변수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_1 &= e_1 [e_3 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s \phi_{30}], \\ f_2 &= e_3 [e_1 s(\phi_{30} - \phi_{32}) + e_4 s \phi_{32}], \\ f_3 &= c(\phi_{30} - \phi_{32}), \\ f_4 &= f_1 f_2^2 (d_3^2 c \Phi_C - c_1 c_2 s^2 \Phi_C) + d_3^2 s \Phi_C \\ &\quad \times [e_1 e_3 f_3 (f_2 - f_1)^2 + e_4 (e_1 f_2^2 c \phi_{30} - e_3 f_1^2 c \phi_{32})]. \end{aligned} \quad (61)$$

최종적으로, (56)과 (58), 그리고 (60)을 종합하면 입력 관절 변위 벡터와 중간 매개변수인 회전 관절 벡터 사이의 이차 기구학적 영향 계수 $[H_{dd}^{\phi}]$ 가 다음과 같이 구해진다.

$$[H_{dd}^{\phi}] = \begin{bmatrix} [H_{dd}^{\phi}]_{1;} \\ [H_{dd}^{\phi}]_{2;} \\ [H_{dd}^{\phi}]_{3;} \end{bmatrix}. \quad (62)$$

3.3 u 와 d 사이의 이차 기구학적 영향 계수 $[H_{dd}^u]$

굴착기의 출력 변수 벡터에 대한 가속도 관계식은 다음과 같이 주어지며

$$\ddot{u} = [G_d^u] \ddot{d} + \dot{d}^T [H_{dd}^u] \dot{d} \quad (63)$$

여기서 $[H_{dd}^u]$ 는 입력 변수 벡터와 출력 변수 벡터간의 이차 기구학적 영향 계수를 나타내며 (50)과 (54)로부터 아래와 같이 구해진다.

$$[H_{dd}^u] = [G_{\phi}^u] \cdot [H_{dd}^{\phi}] + [G_d^{\phi}]^T [H_{\phi\phi}^u] [G_d^{\phi}]. \quad (64)$$

위 식에서 사용된 Dot Product(\cdot)는 generalized dot operator로서 아래와 같이 정의되며

$$[C]_{p;j} = [A \cdot B]_{p;j} = \sum_{k=1}^p [A]_{pk} [B]_{kj} \quad (65)$$

여기서 행렬 $[A]$ 의 차원이 ($r \times p$) 이고 행렬 $[B]$ 가 p 개의 $n \times n$ 행렬로 이루어지는 $p \times (n \times n)$ 의 차원을 가지는 3차원 행렬이라고 할 때, 행렬 $[C]$ 는 $r \times (n \times n)$ 의 차원을 가지는 3차원 행렬이다.

III. 굴착기의 동력학 모델링

1. 회전 관절 공간의 동력학식

회전 관절로서 이루어진 직렬형 구조 로봇 시스템에 대한 동력학은[8]

$$T_{\phi}^I = [I_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [P_{\phi\phi}^*] \dot{\phi} \quad (66)$$

로 표현되며, 여기서 T_{ϕ}^I 는 회전 관절에서의 관성력을 나타내는 벡터이다. 그리고 $[I_{\phi\phi}^*]$ 와 $[P_{\phi\phi}^*]$ 을 포함하는 첫 번째와 두 번째 항은 각각 관절 공간에서의 선형 관성력과 코리올리스 힘과 원심력의 영향을 나타내는 비선형 관성력을 나타낸다.

2. 미끄럼 관절 공간의 동력학식

미끄럼 관절 공간의 동력학식은 회전 관절과 미끄럼 관절간의 좌표 변환을 통하여 다음과 같이 구해지며[8]

$$T_d^I = [I_{dd}^*] \ddot{d} + \dot{d}^T [P_{dd}^*] \dot{d} \quad (67)$$

여기서,

$$[I_{dd}^*] = [G_d^{\phi}]^T [I_{\phi\phi}^*] [G_d^{\phi}], \quad (68)$$

$$[P_{ddd}^*] = [G_d^{\phi}]^T [I_{\phi\phi}^*] \cdot [H_{dd}^{\phi}] + [G_d^{\phi}]^T ([G_d^{\phi}]^T \cdot [P_{\phi\phi\phi}^*]) [G_d^{\phi}] \quad (69)$$

실제 굴착기의 성능을 조사하는데는 작업 공간에서의 하중 용량, 속도, 그리고 가속도와 구동장치의 구동력과 관계를 나타내 주는 동력학식이 필요하다. (48)과 (54)의 역관계식을 (67)에 대입하여 정리하면, 다음과 같은 동력학이 구해지며

$$T_d^I = [I_{du}^*] \ddot{u} + \dot{u}^T [P_{duu}^*] \dot{u} \quad (70)$$

여기서, $[I_{du}^*]$ 는 출력 공간(또는 말단 장치에서)의 가속도가 구동 관절의 구동력에 미치는 영향을 나타내고, $[P_{duu}^*]$ 는 출력 공간의 속도가 구동 관절의 구동력에 미치는 영향을 나타내며 각각 다음과 같이 구해진다[4].

$$[I_{du}^*] = [I_{dd}^*] [G_u^d] \quad (71)$$

$$[P_{duu}^*] = [G_u^d]^T [P_{ddd}^*] [G_u^d] + [I_{dd}^*] \cdot [H_{uu}^d] \quad (72)$$

여기서,

$$[H_{uu}^d] = -[G_u^d]^T ([G_u^d] \cdot [H_{dd}^u]) [G_u^d]. \quad (73)$$

IV. 기구학/동력학 성능 지수

1. 국부 관절에서의 설계 지수

(38)로부터 관절 토크 벡터 $\tau = (\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3)^T$ 와 유압 구동력 벡터 $f_d = (f_{d1} \ f_{d2} \ f_{d3})^T$ 와의 관계식은 가상 일의 정리를 이용하면

$$f_d = [G_d^{\phi}]^T \tau \quad (74)$$

이며 이 식의 역관계는 아래와 같다.

$$\tau = [G_d^{\phi}]^{-T} f_d. \quad (75)$$

기구학적 성능 지수로서는 각 관절의 모든 구동 구간 내에서 유압 액츄에이터로부터 회전 관절로의 힘-토크 전달 특성을 균일하면서 최대로 유지하도록 하기 위하여 다음과 같이 설정한다.

$$P.I. = [G_{d_i}^{\phi}]_{avg} + k \int_{\phi_{imin}}^{\phi_{imax}} ([G_{d_i}^{\phi}]_{avg} - [G_{d_i}^{\phi}])^2 d\phi_i \quad (76)$$

여기서,

$$[G_{d_i}^{\phi}]_{avg} = \frac{\int_{\phi_{imin}}^{\phi_{imax}} [G_{d_i}^{\phi}] d\phi_i}{\int_{\phi_{imin}}^{\phi_{imax}} d\phi_i} \quad (77)$$

는 관절 범위 내에서 $[G_{d_i}^{\phi}]$ 의 평균값을 나타내며, ϕ_i 와 d_i 는 각각 i 번째 국부 회전 관절의 변위와 유압 실린더(미끄럼 관절)의 변위를 나타내고, (76)에서 k 는 $[G_{d_i}^{\phi}]$ 의 평균값과 variation 사이의 비중치로서 설계자에 의해서 결정되는 상수이다. (76)에서 정의된 성능 지수의 값이 적을수록 유압 액츄에이터로부터 회전 관절로의 우수한 힘 전달 성능을 나타낸다는 것을 (74)와 (75)를 통하여 쉽게 알 수 있다.

2. 기구학 성능 지수

2.1 국부 등방성 지수

작업 공간 내의 임의의 점에서 모든 방향으로 얼마나 균일한 입출력 속도/힘 전달비를 가지는지 또는 유효 관성이 얼마나 균일하게 분포되었는지를 판단하는 기준으

로 다음과 같은 등방성 지수를 사용할 수 있으며

$$\sigma_I = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (78)$$

여기서 σ_{min} 와 σ_{max} 는 입출력 속도/힘 전달비를 조사하는 경우는 $[G_d^{\phi}]$ 의 최대/최소 특이 값을 나타내며, 유효 관성의 균일성을 조사하는 경우는 $[I_{du}^*]$ 의 최소/최대 특이 값을 각각 나타낸다.

2.2 전역 등방성 지수

굴착기 시스템의 전체 작업 공간 내에서 유압 액츄에이터의 변위와 버킷 끝단의 위치 및 절대 회전각 사이의 힘/속도 전달 관계를 나타내는 자코비안의 등방성 특성을 살펴보기 위하여 다음과 같은 전역 등방성 지수를 정의한다.

$$\sigma_{GI} = \frac{\int \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} dW}{\int dW}. \quad (79)$$

σ_{GI} 는 전체 작업 공간에서의 σ_I 의 평균값을 의미한다.

3. 동력학적 성능 지수

굴착기 시스템의 동력학 성능을 조사하기 위해 최대 하중 용량, 버킷 끝단에서의 최대 속도 및 최대 가속도 등의 성능 지수들을 다음에 정의한다[4,5].

3.1 최대 하중 용량

최대 하중 용량은 “어느 하나의 구동장치도 그 구동 한계(Actuation Limit)를 넘지 않고 말단 장치에서 어느 방향으로든지 가할 수 있는 힘의 최대 크기”로 정의된다. 주어진 시스템의 최대 하중 용량은 다음과 같은 최적화(Optimization) 문제를 형성하여 구할 수 있다[4,5]. 주어진 굴착기의 형상에서, 구동장치의 구동력에 대한 구속 조건 $\|T_d\|_{\infty} = 1$ 을 만족시키며 $\|T_u\|^2$ 을 최소화시키는

버킷 끝단에서의 힘 벡터 T_u 을 구한다.

시스템의 n 번째 구동 관절의 제한 조건인 $(T_{dn})_{min}$ 와 $(T_{dn})_{max}$ 는 각각 다음과 같으며

$$(T_{dn})_{min} = -T_{dn}^M + T_{dn}^G \quad (80)$$

$$(T_{dn})_{max} = T_{dn}^M + T_{dn}^G \quad (81)$$

여기서 T_{dn}^M 는 n 번째 구동장치에서의 구동 한계이고,

T_{dn}^G 는 n 번째 구동장치에 걸리는 중력에 의한 하중을 나타낸다. 그리고 $[G_d^{\phi}]_{:n}$ 는 $[G_d^{\phi}]$ 의 n 번째 열을 의미하며 $[W]$ 는 다음과 같이 정의되는 $\|T_u\|_2^2$ 에서의 가중치 행렬(Weighting Matrix)이다.

$$\|T_u\|_2^2 = T_u^T [W] T_u. \quad (82)$$

한편, T_u 와 T_d 의 관계는 다음과 같으며

$$T_d = [G_d^{\phi}]^T T_u. \quad (83)$$

T_d 는 $(T_d)_{max}$ 또는 $(T_d)_{min}$ 을 의미한다. (80)과 (81)을 구속 조건으로 하며 (82)를 최소화하는 라그랑지 멀티플라이어 방식을 활용한 최적화 문제의 결과로서, 각 구동장치 n 에 대한 최대의 하중 용량 $\|(T_u)_n\|$ 의 관계식은 다음과 같이 구해진다[4,5].

$$|(T_u)_n| = (T_{dn})([G_d^u]_{:n}^T [W]^{-1} [G_d^u]_{:n})^{-1/2} \quad (84)$$

여기서

$$T_{dn} = \min [|(T_{dn})_{\min}|, |(T_{dn})_{\max}|]. \quad (85)$$

위 식을 이용하여 모든 각각의 구동장치 ($n = 1, 2, \dots, N$)에서의 $|(T_u)_n|$ 를 구한 후, 이 값들 중에서 최소 값이 그 자세에서의 최대 하중 용량으로 정의된다.

3.2 버켓 끝단에서의 최대 가속도

최대 가속도는 “버켓 끝단에서의 속도가 0일 때, 어느 하나의 구동장치도 그 한계를 넘지 않고 버켓 끝단에서 어느 방향으로든지 낼 수 있는 최대의 가속도”로 정의된다. 버켓 끝단에서의 최대 가속도 또한 다음과 같이 최적화 문제를 형성하여 해를 구한다[4,5]. 주어진 자세에서

$\|T_d\|_\infty = 1$ 의 구속 조건을 만족시키며, $\|\bar{u}\|_2$ 을 최소화하는 \dot{u} 을 구한다.

$\|\bar{u}\|_2^2$ 가 다음과 같이 정의될 때

$$\|\bar{u}\|_2^2 = \bar{u}^T [W] \bar{u} \quad (86)$$

(80)과 (81)과 같은 구속 방정식을 가지며, $\dot{u} = 0$ 일 때 n 번째 최소 구동 관절에서의 관성력은 다음과 같이 주어진다.

$$T_d^j = [I_{du}^j] \bar{u}, \quad (87)$$

최대 하중 용량에서와 같은 최적화 방법을 사용하여 $(\ddot{u}_n)_{\max}$ 은 다음과 같이 구해지며

$$(\ddot{u}_n)_{\max} = \{ \{ [I_{du}^j]_{:n} [W]^{-1} [I_{du}^j]_{:n}^T \}^{-1/2} \times \min \{ |(T_{dn}^j)_{\min}|, |(T_{dn}^j)_{\max}| \} \} \quad (88)$$

N 개의 최소 구동 관절에 대하여 $(\ddot{u}_n)_{\max}$ 을 구한 후 그 중에서 최소 값을 택하여 그 자세에서의 최대 가속도로 정한다. 위 식에서 $[I_{du}^j]_{:n}$ 는 $[I_{du}^j]$ 의 n 번째 행을 나타낸다.

3.3 말단 장치에서의 최대 속도

말단 장치에서의 최대 속도는 “말단 장치에서의 가속도가 0일 때, 어느 하나의 구동장치도 그 한계를 넘지 않고 말단 장치에서 어느 방향으로든지 낼 수 있는 속도의 최대 크기”로 정의된다. 말단 장치에서의 최대 속도는 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 구한다[4,5]. 주어진 자세에서 구속 조건 $\|T_d\|_\infty = 1$ 을 만족시키고 $\|\dot{u}\|_2$ 을 최소화하는 \dot{u} 를 구한다.

먼저 $\|\dot{u}\|_2$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\|\dot{u}\|_2 = \dot{u} = (\dot{u}^T [W] \dot{u})^{1/2} \quad (89)$$

$[W]$ 는 가중치 행렬(Weighting Matrix)이다. 속도는 방향을 나타내는 단위 벡터 e 와 그 절대 크기 \dot{u} 로 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$\dot{u} = \dot{u} e \quad (90)$$

이 때,

$$e^T [W] e = 1 \quad (91)$$

이다. 그리고, $\dot{u} = 0$ 이므로 n 번째 유효 구동 관절의 관성 토크는

$$T_{an}^j = \dot{u}^T [P_{auu}^*]_{:n}; \dot{u} \quad (92)$$

이며, 여기서 $[P_{auu}^*]_{:n};$ 는 $[P_{auu}^*]$ 의 n 번째 평면이다. (90)과 (91)를 이용하여 (92)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{T_{an}^j}{\dot{u}^2} = \frac{e^T [W]^{-1} [P_{auu}^*]_{:n}; e}{e^T e}. \quad (93)$$

(93)의 우변은 Rayleigh's Quotient의 형태이므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$(\lambda_n)_{\min} \leq \frac{e^T [W]^{-1} [P_{auu}^*]_{:n}; e}{e^T e} \leq (\lambda_n)_{\max}. \quad (94)$$

여기서, λ_n 은 다음 대칭 행렬(Symmetric Matrix)의 고유 값들이다.

$$\frac{1}{2} [W]^{-1} \{ [P_{auu}^*]_{:n}; + [P_{auu}^*]_{:n};^T \}. \quad (95)$$

따라서 n 번째 유효 구동 관절의 관성 토크 T_{an}^j 는

$$\dot{u}^2 (\lambda_n)_{\min} \leq T_{an}^j \leq \dot{u}^2 (\lambda_n)_{\max} \quad (96)$$

의 범위에 있게 되며, (96)을 정리하면 최대 속도는

$$(\dot{u}_n)_{\max} = \left(\min \left(\frac{(T_{an}^j)_{\min}}{(\lambda_n)_{\min}}, \frac{(T_{an}^j)_{\max}}{(\lambda_n)_{\max}} \right) \right)^{1/2} \quad (97)$$

로 나타내어진다. 하중 용량의 경우와 마찬가지로 모든 유효 구동 관절의 경우에 대하여 $(\dot{u}_n)_{\max}$ 를 구한 후 이중 최소 값을 고른다. 이 값이 그 자세에서의 최대 속도이다. 그러나, 실제 설계에 있어서는 이 값이 바로 속도 한계로 쓰이기는 어렵다. 중력은 고려하더라도 마찰이라든지 외부 하중에 의한 영향 때문에 실제 속도 한계는 이보다 작을 것이라고 예상된다.

3.4 최대 하중 용량에 근거한 최적의 액츄에이터 구동 용량

말단 효과 장치에 가하여지는 일정한 힘의 크기에 의하여 각 구동장치에 걸리는 최대의 부하를 그 구동장치의 최적 용량으로 정하며, 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 해를 구한다. 요구되는 최대 하중 용량이 $(T_u)_{\max}$ 일 때, 다음 구속 조건하에서 각 구동장치에 걸리는 최대 구동력 T_{dn}^M 을 구한다.

$$T_u = \|T_u\|_2 = (T_u [W] T_u)^{1/2} \leq (T_u)_{\max} \quad (98)$$

$$(\phi_i)_{\min} \leq (\phi_i)_{\max} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_p \quad (99)$$

여기서 ϕ_i 는 i 번째 관절의 변위이고, N_p 는 전체 관절의 수이다. 말단 효과 장치에서의 힘이 $(T_u)_{\max}$ 일 때, n 번째 구동 관절에 걸리는 하중은 (81)에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(T_{dn})_{ext} = (T_u)_{\max} ([G_d^u]_{:n}^T [W]^{-1} [G_d^u]_{:n})^{1/2} \quad (100)$$

n 번째 구동장치에 걸리는 부하는 $(T_{dn})_{ext}$ 과 중력에 의한 부하 T_{dn}^G 에 의하여 결정되므로 최적의 구동 용량은 다음과 같이 구하여진다.

$$T_{dn}^M = \max \{ |T_{dn}^G + (T_{dn})_{ext}|, |T_{dn}^G - (T_{dn})_{ext}| \}. \quad (101)$$

전 작업 공간에 대해서 T_{dn}^M 의 최대 값을 찾으면 이 값

이 최대 하중 용량에 의한 n 번째 구동장치의 최적 용량이다.

V. 굴착기의 기구학적 최적 설계

1. 국부 관절에서의 최적 설계

붐, 암, 그리고 버킷의 구동 메커니즘에서 d_{imin} 와 d_{imax} 는 각각 실린더의 최소와 최대 행정 거리를 나타내며 ϕ_{imin} 와 ϕ_{imax} 은 각각 회전 관절의 최소와 최대 회전 변위의 크기를 나타낸다. 다음에서는 먼저 현존하는 굴착기 시스템 HE280의 작업 범위에 맞추어 ϕ_{imin} 와 ϕ_{imax} 의 범위를 설정하고 이러한 작업 범위를 가지는 각 구동 메커니즘의 기구학적 최적 설계를 수행한다. 또한, 이러한 회전 관절의 작업 범위의 변화에 대한 최적화를 수행한다.

그림 1에서 블록 A와 B 그리고 C는 각각 붐, 암, 그리고 버킷 구동 메커니즘의 구조를 나타낸다. 붐 구동 메커니즘의 설계 인자로는 d_{1min} , d_{1max} , $\phi_{10} + \phi_{11}$, a_1 과 a_2 가 있으며, 이들 중에서 메커니즘의 기구학적 인자들의 기준 값으로서 $a_1 = 1$ 이라고 가정하였다. 암의 설계 인자로는 d_{2min} , d_{2max} , $\phi_{20} + \phi_{21}$, b_1 과 b_2 가 있으며, 붐의 경우와 마찬가지로 메커니즘의 기구학적 인자들의 기준 값으로서 $b_1 = 1$ 로 가정하였다. 버킷의 설계 인자로서 고려될 수 있는 인자들은 d_{3min} , d_{3max} , ϕ_{33} , ϕ_{31} , e_1 , e_2 , e_3 와 e_4 가 있으며, 이들 중에서 두개의 비독립 변수가 있다. 그러므로 본 연구에서는 편의상 비독립 설계 변수로서 ϕ_{31} 과 ϕ_{33} 를 설정하고 이 값들은 HE280과 같이 각각 $\phi_{31} = 94.1^\circ$ 와 $\phi_{33} = 17.66^\circ$ 이라고 고정하였다. 그리고 붐과 암의 경우와 마찬가지로 버킷의 구동 메커니즘의 기구학적 척도의 기준 값으로서 $c_1 = 1$ 의 값을 갖는다고 가정하였다.

이와 같이 설정된 각 회전 관절 구동 메커니즘의 설계 인자들에 대하여 먼저 실린더의 행정 거리 비 d_{imin}/d_{imax} 를 0.5에서 0.7까지 0.1간격으로 단계적으로 변화하는 경우에 대하여 (76)의 설계 지수를 최소화하는 설계 인자들의 값을 구하였다. 표 1, 2, 3은 각 관절의 회전 범위를 HE280의 인자들과 동일하게 각각 $-49.19^\circ \leq \phi_1 \leq 61.25^\circ$, $-156.50^\circ \leq \phi_2 \leq -35.75^\circ$, $-140.29^\circ \leq \phi_3 \leq 33.32^\circ$ 로 고정하고 가중치를 $k = 1/(\phi_{imax} - \phi_{imin})$ 로 취한 경우에 대한 구동 관절 메커니즘의 최적 설계 인자들의 값이다. 이러한 가중치의 값은 많은 시행 오차를 거쳐서 결정된 값으로, 이러한 가중치의 값을 사용하는 경우에 원하는 메커니즘의 기구학적 최적 설계를 수행함에 있어 만족할 만한 최적 설계 지수 값이 얻어지는 것을 확인할 수 있었다. 한편, 표 1, 2, 그리고 3에서 마지막 행의 인자들은 HE280 굴착기의 실제 인자들을 나타내며 마지막에서 두 번째 행은 HE280과 동일한 실린더의 행정 거리비 $d_{1min}/d_{1max} = 0.5891$ 를 갖는 구동 메커니즘의 최적 설계 결과를 나타낸다. 표 4, 5, 그리고 6은 HE280의 입력 실린더의 실제 최소-대-최대 행정 거리비인 $d_{1min}/d_{1max} = 0.5891$, $d_{2min}/d_{2max} = 0.5854$, 그리고 $d_{3min}/d_{3max} = 0.6314$ 로 고정하고 ϕ_i 의 범위를 변화하는 경우에 대한 각 구동 관절 메커니즘의 최적 설계 결과를 요약한 것이다. 그리고 그림 4, 5, 6과 7, 8, 9는 각각 표 1, 2, 3과 4, 5, 6과 같은 최적 설계 인자들을 활용

하는 경우에 있어서 각 회전 관절 i 가 주어진 회전 범위 내에서 움직일 때 구동 실린더와 회전 관절 사이의 자코비안 $[G_{di}^{\phi_i}]$ 값의 변화를 보여주는 그림이다. 이들 결과로부터 붐, 암, 그리고 버킷 구동 메커니즘의 경우 모두 ϕ_i 의 범위가 줄어들수록 더 우수한 힘-토크 전달 성능을 나타냄을 확인할 수 있다.

표 1. 붐 관절의 최적화된 설계 인자.
($-49.19^\circ \leq \phi_1 \leq 61.25^\circ$).

Table 1. Optimized design parameters for boom joint.
($-49.19^\circ \leq \phi_1 \leq 61.25^\circ$).

K=1/nl. $-49.1898^\circ \leq \phi_1 \leq 61.2542^\circ$ $a_1 = 1.$

$\frac{d_{1min}}{d_{1max}}$	d_{1min}	d_{1max}	$(\phi_{10} + \phi_{11})_{opt}$	$\frac{a_2}{a_1}$	P.I.
0.5 opti.	0.6558	1.3116	73.2838°	0.3896	3.3179
0.6 opti.	0.7426	1.2376	75.7572°	0.3015	4.5035
0.7 opti.	0.8192	1.1704	78.0136°	0.2138	6.6228
0.5891 opti.	0.7337	1.2453	75.4593°	0.3116	4.3433
0.5891	0.7447	1.2641	80.01°	0.3183	4.4437

표 2. 암 관절의 최적화된 설계 인자.
($-156.50^\circ \leq \phi_2 \leq -35.75^\circ$).

Table 2. Optimized design parameters for arm joint.
($-156.50^\circ \leq \phi_2 \leq -35.75^\circ$).

K=1/nl. $-156.50^\circ \leq \phi_2 \leq -35.75^\circ$ $b_1 = 1.$

$\frac{d_{2min}}{d_{2max}}$	d_{2min}	d_{2max}	$(\phi_{20} + \phi_{21})_{opt}$	$\frac{b_2}{b_1}$	P.I.
0.5 opti.	0.6565	1.3129	196.1854°	0.3776	3.8912
0.6 opti.	0.7431	1.2386	193.9031°	0.2805	5.3812
0.7 opti.	0.8195	1.1707	191.6229°	0.2020	8.1338
0.5854 opti.	0.7311	1.249	194.2239°	0.2979	5.1098
0.5854	0.7477	1.2773	186.1100°	0.3084	5.7070

표 3. 버킷 관절의 최적화된 설계 인자.
($-140.29^\circ \leq \phi_3 \leq 33.32^\circ$, $\phi_{31} = 94.1^\circ$, $\phi_{33} = 17.66^\circ$)

Table 3. Optimized design parameters for bucket joint.
($-140.29^\circ \leq \phi_3 \leq 33.32^\circ$, $\phi_{31} = 94.1^\circ$, $\phi_{33} = 17.66^\circ$)

$\frac{d_{3min}}{d_{3max}}$	d_{3min}	d_{3max}	$\frac{e_1}{c_1}$	$\frac{e_2}{c_1}$	$\frac{e_3}{c_1}$	$\frac{e_4}{c_1}$	P.I.
0.5 opti.	0.6592	1.3186	0.4218	0.3645	0.1154	0.0736	5.3415
0.6 opti.	0.7371	1.2283	0.3141	0.2694	0.1041	0.0725	7.5659
0.7 opti.	0.8093	1.1561	0.2238	0.1930	0.0845	0.0641	11.6583
0.6314 opti.	0.7601	1.2041	0.2844	0.2441	0.0988	0.0707	8.5536
0.6314	0.7732	1.2245	0.2630	0.2453	0.2119	0.1845	35.6608

표 4. 붐 관절의 최적화된 설계 인자.
($d_{1min}/d_{1max} = 0.5891$).

Table 4. Optimized design parameters for boom joint.
($d_{1min}/d_{1max} = 0.5891$).

K=1/nl. $(d_{1min}/d_{1max} = 0.5891)$ $a_1 = 1.$

ϕ_1 의 범위	d_{1min}	d_{1max}	$(\phi_{10} + \phi_{11})_{opt}$	$\frac{a_2}{a_1}$	P.I.
$-49.1898^\circ \leq \phi_1 \leq 61.2542^\circ$	0.7337	1.2453	75.4593°	0.3116	4.3433
$-40^\circ \leq \phi_1 \leq 55^\circ$	0.7327	1.2437	72.8311°	0.3474	3.4886
$-55^\circ \leq \phi_1 \leq 70^\circ$	0.7360	1.2493	75.5070°	0.2894	5.695

표 5. 암 관절의 최적화된 설계 인자.

$$(d_{2min} / d_{2max} = 0.5854).$$

Table 5. Optimized design parameters for arm joint.

$$(d_{2min} / d_{2max} = 0.5854).$$

$$K=1/nl. \quad (d_{2min} / d_{2max} = 0.5854) \quad b_1 = 1.$$

ϕ_2 의 범위	d_{2min}	d_{2max}	$(\phi_{20} + \phi_{21})_{opt}$	$\frac{b_2}{b_1}$	P.I.
$-156.5002^\circ \leq \phi_2 \leq -35.749^\circ$	0.7311	1.249	194.2239°	0.2979	5.1098
$-140^\circ \leq \phi_2 \leq -45^\circ$	0.7297	1.2465	192.2415°	0.3514	3.4458
$-170^\circ \leq \phi_2 \leq -20^\circ$	0.7368	1.2588	188.7920°	0.2702	12.4383

표 6. 버킷 관절의 최적화된 설계 인자.

$$(d_{3min} / d_{3max} = 0.6314, \phi_{31} = 94.1^\circ, \phi_{33} = 17.66^\circ).$$

Table 6. Optimized design parameters for bucket joint.

$$(d_{3min} / d_{3max} = 0.6314, \phi_{31} = 94.1^\circ, \phi_{33} = 17.66^\circ).$$

$$K=1/nl. \quad (d_{3min} / d_{3max} = 0.6314, \phi_{31} = 94.1^\circ, \phi_{33} = 17.66^\circ)$$

ϕ_3 의 범위	d_{3min}	d_{3max}	$\frac{e_1}{c_1}$	$\frac{e_2}{c_1}$	$\frac{e_3}{c_1}$	$\frac{e_4}{c_1}$	P.I.
$-140.2858^\circ \leq \phi_3 \leq 33.3242^\circ$	0.7601	1.2041	0.2844	0.2441	0.0988	0.0707	8.5566
$-130^\circ \leq \phi_3 \leq 20^\circ$	0.7767	1.2297	0.3275	0.2742	0.0949	0.0606	6.4120
$-150^\circ \leq \phi_3 \leq 40^\circ$	0.7589	1.2020	0.2704	0.2372	0.1017	0.0795	11.0135

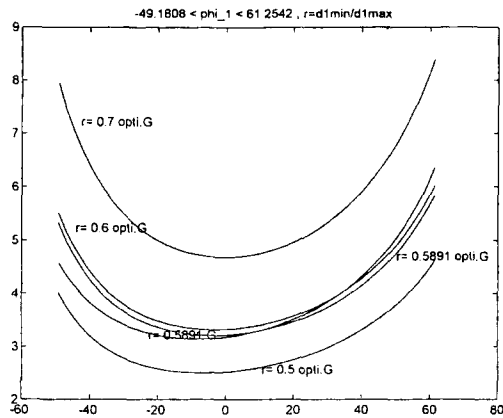


그림 4. 다른 비율의 d_{1min} / d_{1max} 를 가지는 $[G_{d_1}^{\phi_1}]$ 와 ϕ_1 의 그림.

Fig. 4. $[G_{d_1}^{\phi_1}]$ vs ϕ_1 plots for different ratios of d_{1min} / d_{1max} .

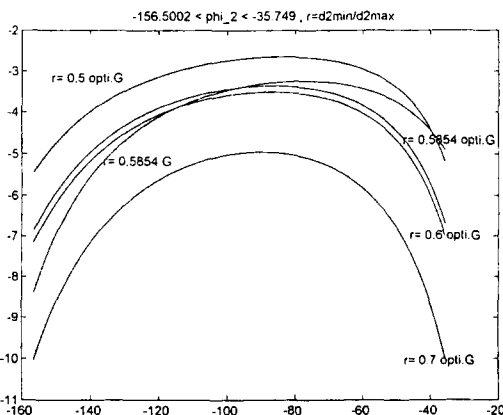


그림 5. 다른 비율의 d_{2min} / d_{2max} 를 가지는 $[G_{d_2}^{\phi_2}]$ 와 ϕ_2 의 그림.

Fig. 5. $[G_{d_2}^{\phi_2}]$ vs ϕ_2 plots for different ratios of d_{2min} / d_{2max} .

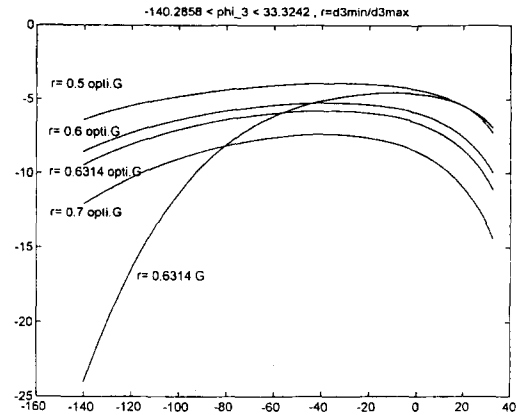


그림 6. 다른 비율의 d_{3min} / d_{3max} 를 가지는 $[G_{d_3}^{\phi_3}]$ 와 ϕ_3 의 그림.

Fig. 6. $[G_{d_3}^{\phi_3}]$ vs ϕ_3 plots for different ratios of d_{3min} / d_{3max} .

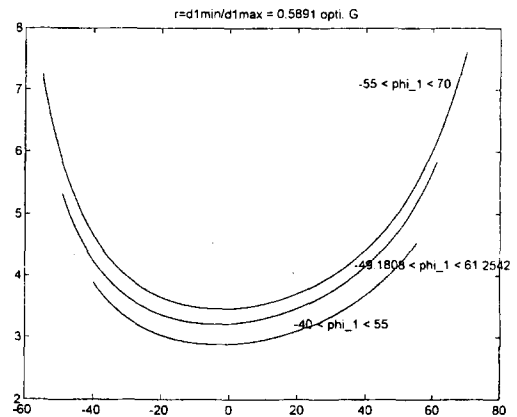


그림 7. $d_{1min} / d_{1max} = 0.5891$ 으로 고정되었을 때 $[G_{d_1}^{\phi_1}]$ 와 ϕ_1 의 그림.

Fig. 7. $[G_{d_1}^{\phi_1}]$ vs varying ranges of ϕ_1 plots for fixed ratio of $d_{1min} / d_{1max} = 0.5891$.

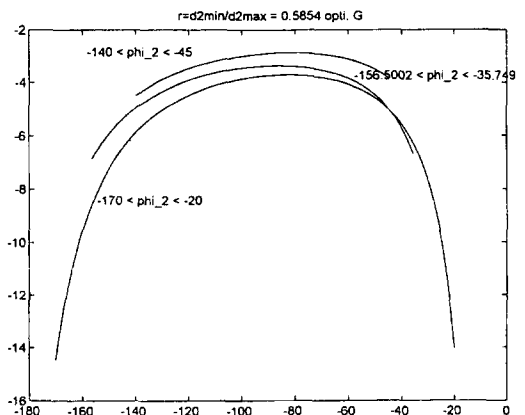


그림 8. $d_{2min} / d_{2max} = 0.5854$ 으로 고정되었을 때 $[G_{d_2}^{\phi_2}]$ 와 ϕ_2 의 그림.

Fig. 8. $[G_{d_2}^{\phi_2}]$ vs varying ranges of ϕ_2 plots for fixed ratio of $d_{2min} / d_{2max} = 0.5854$.

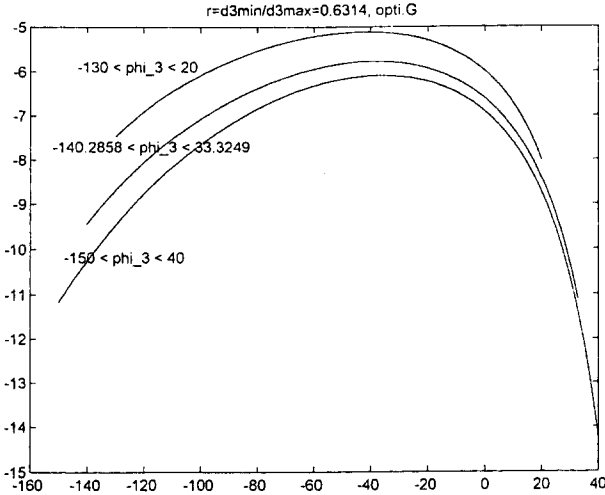


그림 9. $d_{3min}/d_{3max} = 0.6314$ 으로 고정되었을 때 $[G_{d_3}^{\phi_3}]$ 와 ϕ_3 의 그림.

Fig. 9. $[G_{d_3}^{\phi_3}]$ vs varying ranges of ϕ_3 plots

for fixed ratio of $d_{3min}/d_{3max} = 0.6314$

표 1과 2에서나 또는 그림 4와 5로부터 붐과 암의 구동 관절 메커니즘의 성능에 있어서 HE280의 설계 인자들을 사용하는 경우와 최적 설계 인자들을 사용하는 경우에 있어서는 다소 유사한 성능을 나타내고 있다는 것을 확인할 수 있다. 그러나, 표 3에서와 같이 버켓 관절 구동 메커니즘의 경우에는 HE280의 설계 지수의 값과 최적화된 설계 결과와는 매우 현격한 차이가 있으며 그림 6에서 확인할 수 있는 바와 같이 최적화된 메커니즘이 보다 더 우수한 성능을 나타내는 것으로 나타났다.

2. 전역 최적 설계

그림 10은 버켓 끝단에 작용하는 최대 힘-대-최대 토크의 비가 단위 값을 가지는 경우에 링크 길이비 l_3/l_1 과 l_2/l_1 에 대한 (79)에서 정의된 전역 등방성 지수의 등고선 그림을 나타낸다. 이 그림으로부터 링크 길이비 l_3/l_1 가 작을 수록 그리고 l_2/l_1 가 1.15부근에서 최적의 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 순수한 기구학적 측면에서의 최적 설계 결과로서 현존하는 굴착기 시스템의 링크 인자들과는 다소 상이하다는 것을 알 수 있다. 그러나, 이러한 결과는 버켓 끝단에서 받는 토크의 크기가 버켓 끝단에서 받는 힘과 등가의 크기를 가진다는 가정이 적용되었기 때문이며 실제로 버켓 끝단에서 받는 토크는 다른 방향으로의 외력의 크기보다 매우 적으므로 보다 실제적인 최적 설계를 수행하기 위해서는 실제 작업 상황에 따라서 버켓 끝단에 작용하는 최대 힘과 최대 토크 사이에 적절한 가중치를 결정한 후 위와 동일한 방법으로 최적 설계를 수행하면 된다. 예를 들어서, 굴착기 시스템이 땅을 파는 작업을 수행하는 경우에는 버켓 끝단에서 요구되는 토크와 힘의 비는 매우 적으며, 버켓이 물체를 운반하는 작업에 있어서는 버켓과 물체의 질량 중심점에 작용하는 중력과 관성력의 크기, 그리고 버켓 끝단에서 질량 중심까지의 거리에 의해 버켓 끝단에서의 힘과 토크에 대한 비가 결정된다. 이와 같이 굴착기 시스템의 작업점이 버켓 끝단에서 떨어진 위치에 있다고 한다면 작업점에 작용하는 힘과 토크는 버켓 끝단에서의 등가 힘과 등가 토크로 표현될 수 있으며 이러한 등가 힘과 등가의 토크의 비에 근거하여 굴착기 시스템의 최적 설계를 수행할 수 있다. 그러므로, 다음에서는 다양한 작업환경에서의 굴착기 시스템의 최적 설계를 위하여 버켓 끝단에서 받는 힘과 토크에 가중치를 부여하는 관계식을 유도한다.

템의 최적 설계를 수행할 수 있다. 그러므로, 다음에서는 다양한 작업환경에서의 굴착기 시스템의 최적 설계를 위하여 버켓 끝단에서 받는 힘과 토크에 가중치를 부여하는 관계식을 유도한다.

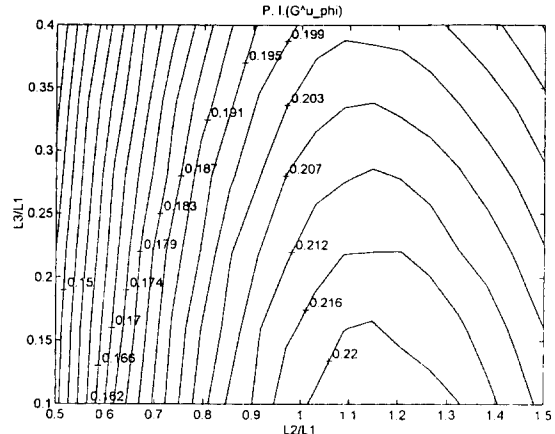


그림 10. $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}} = 1$ 일 때 l_2/l_1 과 l_3/l_1 에 대한 σ_{GI} 의 등고선도 .

Fig. 10. Contour plot of σ_{GI} wrt. l_2/l_1 vs. l_3/l_1 for $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}} = 1$.

출력 공간에서의 최대 힘과 토크를 각각 $f_{x_{max}}$, $f_{y_{max}}$ 그리고 $\tau_{\phi_{max}}$ 라 하고 각 관절의 유압 실린더에서의 최대 구동 입력을 각각 $f_{1_{max}}$, $f_{2_{max}}$, $f_{3_{max}}$ 라 할 때, 입출력을 표준화하면 다음과 같다.

$$f_u = [G_d^u] f_d \tag{102}$$

여기서

$$[G_d^u] = [W_u]^{-1} [G_d^u] [W_d], \tag{103}$$

$$[W_u] = \text{diag}(f_{x_{max}} \ f_{y_{max}} \ \tau_{\phi_{max}}), \tag{104}$$

$$[W_d] = \text{diag}(f_{d1_{max}} \ f_{d2_{max}} \ f_{d3_{max}}), \tag{105}$$

$$f_u = \left(\frac{f_x}{f_{x_{max}}} \ \frac{f_y}{f_{y_{max}}} \ \frac{\tau_{\phi}}{\tau_{\phi_{max}}} \right)^T, \tag{106}$$

$$f_d = \left(\frac{f_{d1}}{f_{d1_{max}}} \ \frac{f_{d2}}{f_{d2_{max}}} \ \frac{f_{d3}}{f_{d3_{max}}} \right)^T. \tag{107}$$

이와 같이 입출력의 최대 힘 또는 최대 토크가 주어졌을 때 이들에 대한 전역 기구학적 등방성 특성은 (79)에서 $[G_d^u]$ 대신에 (103)의 $[G_d^u]$ 를 적용한 경우에 대하여 조사하면 된다. 이러한 버켓 끝단에서의 작용하는 토크와 힘의 크기 비에 관한 영향을 조사하기 위하여 본 연구에서는 편의상 x, y 방향으로의 최대 출력 힘은 같다고 ($f_{x_{max}} = f_{y_{max}}$) 가정하고 버켓 끝단에서의 최대 출력 토크와 최대 출력 힘의 비 ($\alpha = \frac{\tau_{\phi_{max}}}{f_{x_{max}}}$)가 변화하는 여러 경우에 대하여 조사하였다. 그림 11(a)와 11(b)는 각각 α 가 0.5와 0.1 일 때의 전역 등방성 지수 등고선도를 나타낸다. 이 그림들로부터 α 의 값이 적을 때 링크 길이비 l_3/l_1 의 값이 적을수록 그리고 특히, α 가 0.1일 때, l_2/l_1 의 값이 1부근에서 최적의 등방성 특성을 나타낸다는 것을 알 수 있다.

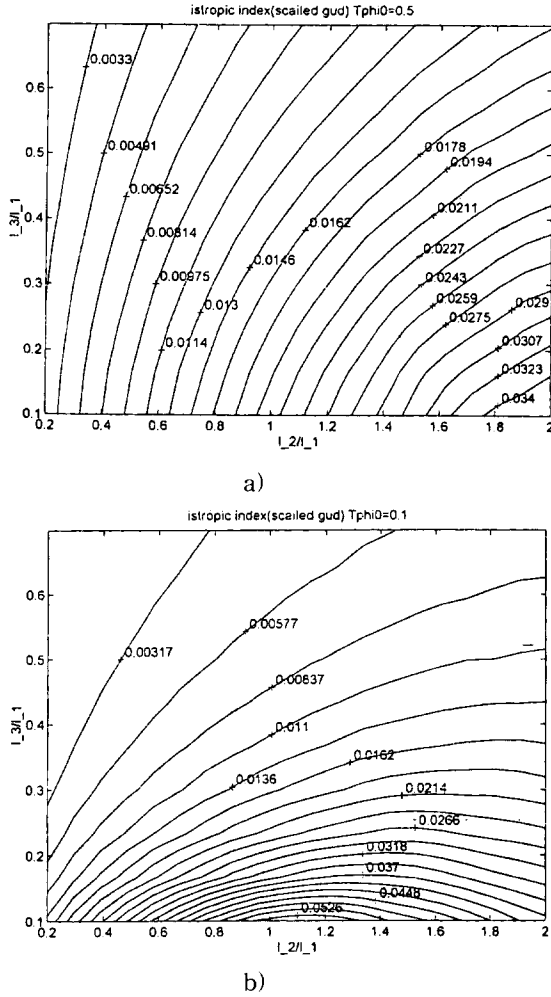


그림 11. l_2/l_1 과 l_3/l_1 에 대한 σ_{GI} 의 등고선도.

a) $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}}=0.5$, b), $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}}=0.1$.

Fig. 11. Contour plots of σ_{GI} wrt. l_2/l_1 vs. l_3/l_1 .

a) $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}}=0.5$, b), $\tau_{\phi_{max}}/f_{x_{max}}=0.1$.

VI. 굴착기의 동적 성능

표 7은 실제의 HE280 굴착기와 최적화된 굴착기의 기구학적 인자들의 값을 나타낸다. 그리고 이 둘 두 시스템의 질량과 액추에이터 용량은 서로 같은 크기를 가지며 그 값은 실제 시스템인 HE280 굴착기와 근사한 값을 가진다고 가정하였다. 그림 12(a)와 12(b)는 최적화된 굴착기와 HE280 굴착기 각각의 버킷 끝단에서의 전역 기구학적 동방성 지수를 나타낸다. 이 그림에서도 전반적으로 힘-토크 전달 특성이 개선된 것을 확인할 수 있다. 그림 13(a)와 13(b)는 각각 최적화된 굴착기의 최대 하중 용량과 HE280의 최대 하중 용량을 나타낸다. 이 그림으로부터 굴착기 작업 범위 내에서 각 관절의 한계 하중을 넘지 않고 현 시스템에 가해질 수 있는 최대 외력의 크기를 알 수 있으며 최적화된 굴착기의 최대 하중 용량이 HE280 굴착기의 최대 하중 용량에 비해서 전반적인 활동구간에 있어서 현저하게 개선되었음을 확인할 수 있다. 이러한 개선된 성능 향상은 버킷 구동 메커니즘의 기구학적 최적화로부터 얻어진 것이다. 마찬가지로 14(a)와 14(b), 그리고 그림 15(a)와 15(b)는 각각 최대 가속도와 최대 속도를 나타내는 등고선 그림을 나타낸다. 마찬가지로 전반적으로 최적화된 굴착기의 동적 성능이 HE280 굴

착기의 동적 성능보다 향상된 것을 확인할 수 있다. 이상의 그림들에서 바깥 부분의 경계선은 각 관절의 작업 범위가 주어졌을 때 버킷 끝단이 도달할 수 있는 작업 공간을 나타낸다.

표 7. 굴착기의 설계 인자.

Table 7. Design parameters of excavators.

Original HE 280 parameter.		Optimized parameter.	
d1min: 2.115m	d1max: 3.59m	d1min: 2.115m	d1max: 3.59m
d1 비율: 0.5891		d1 비율: 0.5891	
$-49.1898^\circ \leq \phi_1 \leq 61.2542^\circ$		$-49.1898^\circ \leq \phi_1 \leq 61.2542^\circ$	
$l_1: 6.3m$		$l_1: 6.3m$	
d2min: 2.4m	d2max: 4.1m	d2min: 2.4m	d2max: 4.1m
d2 비율: 0.5854		d2 비율: 0.5854	
$-156.5002^\circ \leq \phi_2 \leq -35.749^\circ$		$-156.5002^\circ \leq \phi_2 \leq -35.749^\circ$	
$l_2: 3.1m$		$l_2: 3.1m$	
d3min: 1.97m	d3max: 3.12m	d3min: 1.97m	d3max: 3.12m
d3 비율: 0.6314		d3 비율: 0.6314	
$-140.2858^\circ \leq \phi_3 \leq 33.3242^\circ$		$-140.2858^\circ \leq \phi_3 \leq 33.3242^\circ$	
$l_3: 1.553m$		$l_3: 1.553m$	
$a_1: 2.84m$	$a_2: 0.904m$	$a_1: 2.893m$	$a_2: 0.8983m$
$b_1: 3.21m$	$b_2: 0.98m$	$b_1: 3.2926m$	$b_2: 0.9779m$
$c_1: 2.548m$	$c_2(e_1): 0.67m$	$c_1: 2.5911m$	$c_2(e_1): 0.7369m$
$e_2: 0.625m$	$e_3: 0.54m$	$e_2: 0.6325m$	$e_3: 0.256m$
$e_4: 0.47m$		$e_4: 0.1832m$	
$\phi_{10} + \phi_{11} = 80.01^\circ$		$\phi_{10} - \phi_{11} = 75.4594^\circ$	
$\phi_{20} + \phi_{21} = 186.11^\circ$		$\phi_{20} + \phi_{21} = 194.2238^\circ$	
$\phi_{31}: 94.1^\circ$	$\phi_{31}: 17.66^\circ$	$\phi_{31}: 94.1^\circ$	$\phi_{31}: 17.66^\circ$
$m_1 = 2962.5Kg$		$m_1 = 2962.5Kg$	
$m_{c1} = (3.15m, 1.4m)$		$m_{c1} = (3.15m, 1.4m)$	
$T_{d1}^M = 65000Kg_f$		$T_{d1}^M = 65000Kg_f$	
$m_2 = 1437.7Kg$		$m_2 = 1437.7Kg$	
$m_{c2} = (1.55m, 0.7m)$		$m_{c2} = (1.55m, 0.7m)$	
$T_{d2}^M = 65000Kg_f$		$T_{d2}^M = 65000Kg_f$	
$m_3 = 765.4Kg$		$m_3 = 765.4Kg$	
$m_{c3} = (0.9m, 0.9m)$		$m_{c3} = (0.9m, 0.9m)$	
$T_{d3}^M = 50000Kg_f$		$T_{d3}^M = 50000Kg_f$	

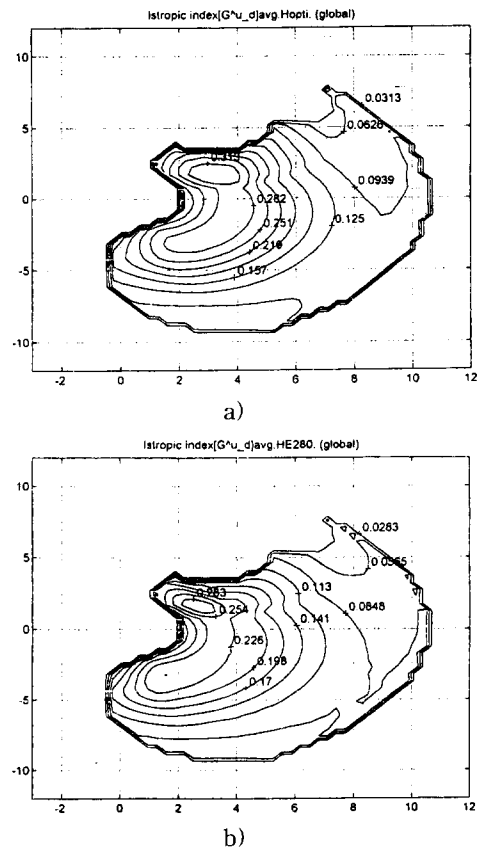
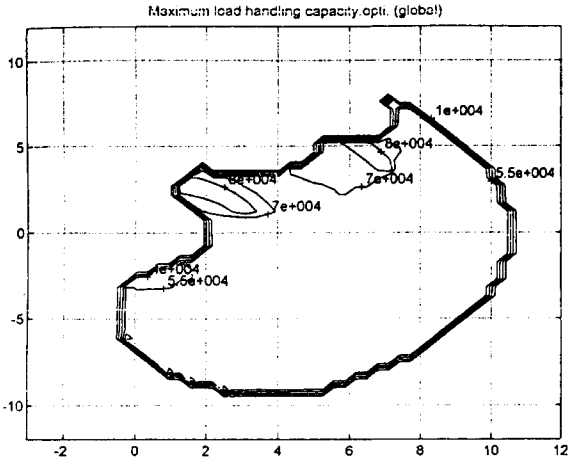


그림 12. $x-y$ 평면에서의 σ_{GI} 의 등고선도.

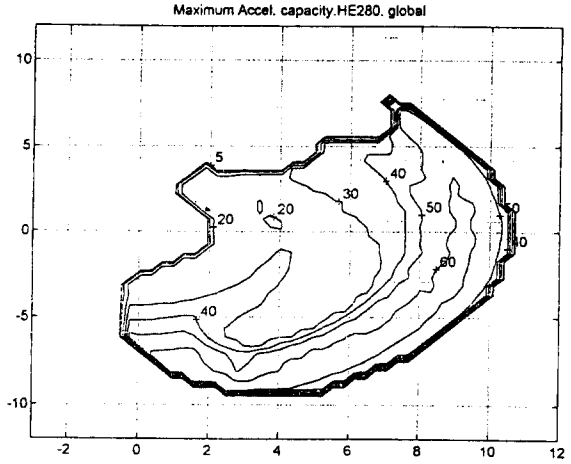
a) 최적화된 시스템, b) HE280 시스템.

Fig. 12. Contour plots of σ_{GI} on $x-y$ plane for.

a) optimized system, b) original HE280 system.



a)



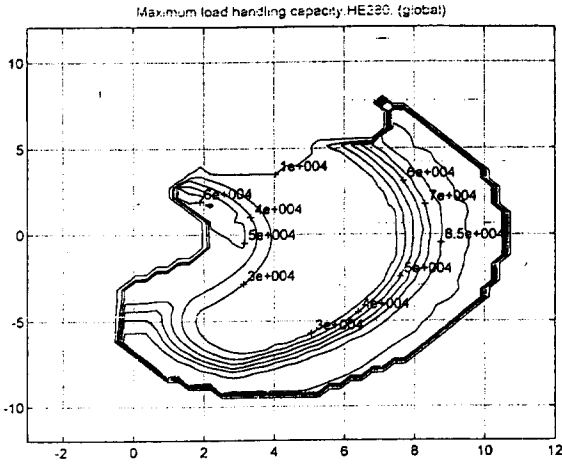
b)

그림 14. 최대 가속도의 등고선도.

a) 최적화된 시스템, b) HE280 시스템.

Fig. 14. Contour plot of maximum acceleration capacity.

a) optimized system, b) original HE280 system.



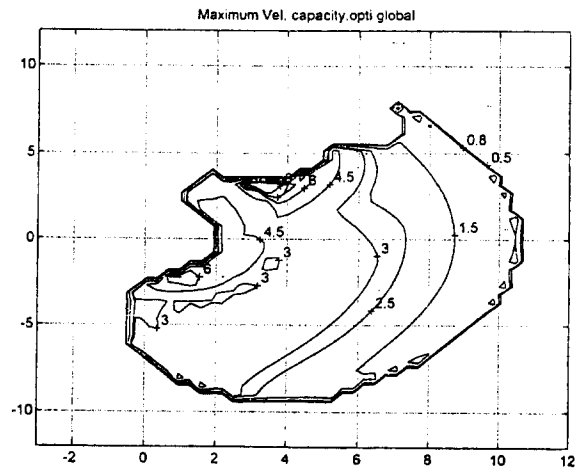
b)

그림 13. 최대 하중 용량의 등고선도.

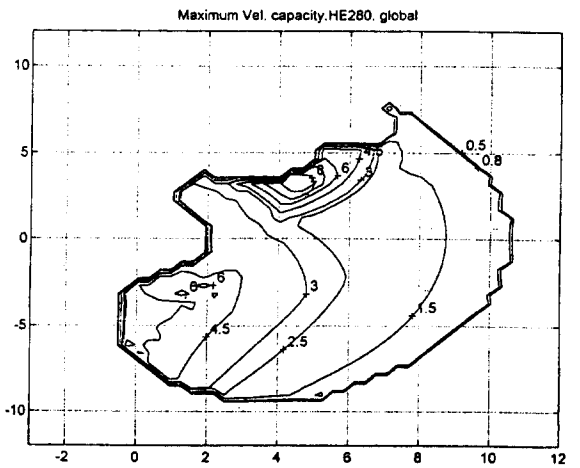
a) 최적화된 시스템, b) HE280 시스템.

Fig. 13. Contour plot of maximum load handling capacity.

a) optimized system, b) original HE280 system.



a)



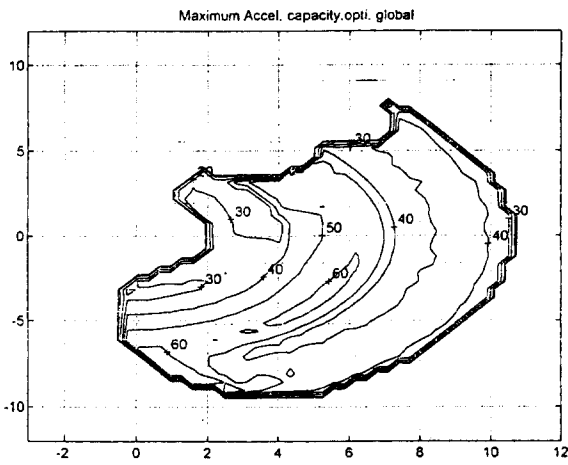
b)

그림 15. 최대 속도의 등고선도.

a) 최적화된 시스템, b) HE280 시스템.

Fig. 15. Contour plot of maximum velocity capacity.

a) optimized system, b) original HE280 system.



a)

VII. 결론

본 논문에서는 굴착기 시스템중 붐, 암, 그리고 버킷으로 구성되는 3 자유도 부속 시스템에 관한 기구학적 최적 설계를 수행하였다. 굴착기의 기구학적 최적화는 다음과 같은 두 단계로 나누어 수행되었으며 첫 번째 단계에서는 붐, 암, 그리고 버킷 각각의 관절을 구동시키는 유압 액추에이터와 회전 관절 사이의 힘-토크 전달 성능을 최대로 하기 위한 기구학적 최적화가 수행되었다. 기구학적 성능 지수로서는 활동 구간 내에서의 균일하고 우수한 힘-토크 전달 비를 나타내는 (76)과 같이 정의된 등방성 성능 지수를 사용하였다. 두 번째 단계에서는 굴착기의 활동 구간 내에서 전역 등방성 특성을 최대로 하기 위한 (79)와 같이 정의된 전역 등방성 지수를 사용하여 최적의 링크 길이에 관하여 조사하였다. 그리고 최대 하중 용량, 최대 속도, 그리고 최대 가속도 등의 성능 지수를 사용하여 굴착기의 동적 성능을 조사하고 최적화된 굴착기의 성능과 기존 굴착기의 성능을 비교하였다.

본 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 붐과 암의 구동 관절 메커니즘의 기구학적 성능에 있어서 실제 굴착기인 HE280의 설계 인자들을 사용하는 경우와 본 연구에서 얻어진 최적 설계 인자들을 사용하는 경우에 있어서는 다소 유사함을 확인할 수 있었으나, 버킷 관절 구동 메커니즘의 경우에는 HE280의 설계 지수의 값과 최적화된 설계 결과와는 매우 현격한 차이가 있으며 HE280의 경우 많은 개선의 여지가 있음을 확인할 수 있었다.

(2) 실제 작업 상황에 따라 버킷 끝단에서 받는 힘과 토크비가 변화되며 시스템 설계시 이에 따라 적절한 힘-토크에 대한 가중치가 선정되어야 한다. 그러므로, 임의의 가중치를 가지는 경우에 대한 최적 설계 방법을 제시하였으며 또한, 실제로 여러 다양한 가중치를 가지는 경우에 대하여 시스템의 링크 길이에 대한 최적 설계를 수행하였다.

(3) 기구학적 성능 또는 동적 성능의 측면에서도 HE280과 최적화된 굴착기의 전체 활동 구간에서의 등방성 지수 분포, 최대 하중 용량, 최대 속도, 최대 가속도 등을 살펴봄으로서 최적화된 굴착기 시스템이 기존의 HE280보다 매우 우수한 성능을 가지는 것을 확인할 수 있었다.

마지막으로, 실제로 시뮬레이션을 수행하지는 않았지만 굴착기 시스템의 최대 하중 용량이 주어졌을 때 각 구동

액추에이터에서의 최적 구동 용량을 구하는 방법론에 관하여 간략하게 기술하였으며 이러한 방법은 쉽게 실제 시스템의 최적 구동 액추에이터의 선정 시에 적용될 수 있다.

참고문헌

- [1] 김외조, 유완석, 이병훈, "굴착기 수평 고르기 작업의 분석," 대한 기계 추계 학술 대회 논문집, pp. 130-133, 11. 1993.
- [2] J. A. Paul, Lever, Fei-Yue Wang and Deqian Chen, "A fuzzy control system for an automated mining excavator," *Proc. IEEE Robotics and Automation*, pp. 3284-3289, 1994.
- [3] "Telerobotic excavator operates in hazardous environments," *Hydraulics & Pneumatics*, pp. 33-34, 1991.
- [4] M. Thomas, H. C. Yuan-Chou and D. Tesar, "Optimal actuator sizing for robotic manipulators based on local dynamic criteria", *ASME J. Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 107, pp. 163-169, 1985.
- [5] 이상현, 이병주, 곽윤근, "여유구동 인체형 로봇 모듈의 성능 해석 및 구동장치 최적 설계," 대한기계학회 논문집, 제19권, 제1호, pp. 181-192, 1995.
- [6] 한동영, 김희국, 이병주, "굴착기의 가반하중 및 동력학 성능 해석," 대한기계학회 추계학술회의 논문집, pp. 585-590, 1995. 11.
- [7] 한동영, 김희국, 이병주, "굴착기의 기구학적 최적설계와 성능 분석," 한국정밀공학회 추계학술회의 논문집, pp. 617-622, 1995. 11.
- [8] R. A. Freeman and D. Tesar, "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotic systems, part I-Methodology, part II-Applications," *Proc. 20th ASME Biennial Mechanisms Conf.* Orlando, FL, Trends and Development in Mechanisms, Machines, and Robotics, DE-vol. 15-3, pp. 7-27, 1988.



김희국

1980년 고려대 기계공학과 졸업. 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985), 동대학원 박사(1990). 1991 ~ 현재 고려대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 로봇공학(여유자유도/인여구동 로봇 시스템, 로봇 메커니즘

설계 및 해석, 로봇 말단효과장치, 원격로봇시스템, 모빌로봇/보행로봇), 강인제어, 공장자동화 등임.



한동영

1993년 고려대 제어계측공학과 졸업, 동대학원 석사(1996). 1996-현재 한국통신운용연구단 근무. 관심분야는 음성 서비스 장비 개발, 메커니즘 설계 및 해석.



이 병 주

1984년 한양대 기계공학과 졸업, 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1986), 동대학원 박사(1991). 1992 ~ 1995년 한국기술교육대 조교수, 1995 ~ 현재 한양대 제어계측공학과 조교수. 관심분야는 multiple arm dyna-

mics and control, biomechanical system modeling and analysis, fault tolerant manipulator architecture, assembly device design, dynamic system animation 등임.