

속도 및 쿼터니언 부분 정합방식에 의한 전달정렬 알고리즘

A Transfer Alignment Algorithm Using Velocity and Quaternion Partial Matching Methods

송기원, 전창배, 유준
(Ki Won Song, Chang Bae Jeon, Joon Lyou)

Abstract : A new transfer alignment algorithm using the velocity and the quaternion partial matching methods is proposed to reduce the effect of a ship's Y-axis flexure on the performance of azimuth error estimation of Kalman filter. The simulation results show that it can significantly reduce the effect of Y-axis flexure on error estimation by the transfer alignment algorithm. As its results, azimuth transfer alignment error is reached up to 3 mrad under proper roll and pitch attitude motion of the ship.

Keywords : inertial navigation system, transfer alignment, Kalman filter, quaternion partial matching

I. 서론

배 또는 비행기 등의 모선에서 발사되는 유도탄은 표적까지의 정밀유도를 위해 관성항법장치를 장착하고 있는데, 여기에 대부분 스트랩다운 관성항법장치(SDINS:strapdown inertial navigation system)가 사용된다. SDINS에는 경제적인 측면에서 대개 중급 성능의 동조자이로(dynamically tuned gyroscope)가 사용되는데, 이러한 동조자이로를 사용하여 항해중에 있는 모선에서 자이로컴파스 원리를 이용한 자기정렬(self alignment)을 수행할 수는 없으므로 보조정렬(aided alignment)로 알려진 전달정렬을 이용하여 정렬을 수행하게 된다. 전달정렬은 모선인 배 또는 비행기 등의 정밀항법을 위해 장착된 주관성항법장치(MINS:master INS)의 출력정보를 이용하여 유도탄 관성항법장치와 같이 모선에 별도로 장착된 성능이 비교적 떨어지는 부관성항법장치(SINS:slave INS)의 정렬을 모선의 운동중 수행하는 방법이다[1,2].

전달정렬에 있어서 SINS 출력정보와 정합 가능한 MINS 출력정보는 속도, 자세, 각속도, 가속도 등이 있으며, 속도정합 방식의 전달정렬이 가장 널리 적용되고 있다[3,4]. 그런데 전달정렬에 적용되는 정합방식은 모선의 항해 중 운동환경에 따라 상기 방식들을 적절히 조합하여 결정하는 것이 전달정렬 성능을 증대시킬 수 있다[5]. 본 논문은 항해중 파도 등에 의해 자연적으로 롤, 피치운동을 하는 배를 모선으로 하고 SINS가 SDINS인 경우의 초기자세 정렬을 위한 전달정렬 알고리즘을 제안하였다. 배의 MINS는 김블형 관성항법장치(GINS: gimbaled INS)가 보편적이며, MINS로부터 획득가능한 출력정보는 속도와 자세로 제한되므로 정합방식은 속도 및 자세정합으로 채택하였다.

롤, 피치운동 만이 작게 존재하는 경우에 가관측성 측면에서 볼 때 속도정합방식에 의한 전달정렬은 수평축 자세정렬은 가능하나 수직축 자세정렬인 방위각정렬은 불가능하다[6]. 그리고 자세정합방식에 의한 전달정렬은 방위각정렬이 가능하며 수평축 자세정렬도 가능하나 속도정합방식에 비해 성능이 떨어지는 것으로 알려져 있다[7,8]. 따라서 롤, 피치운동 만이 작게 존재하는 경우에 속도정합과 자세정합을 동시에 사용하면 서로 보완적이 되어 수평축 자세정렬 및 방위각정렬이 모두 가능하다. 본 논문은 자세정합방식중 널리

알려진 방향코사인 행렬(DCM:direction cosine matrix) 정합방식[8,9]과는 달리, SDINS에서 자세변수로 이용되어 다루기에 유리한 동시에 DCM 정합방식과 비교하여 측정모델에 비선형 모델오차가 없는 쿼터니언 정합방식[7,10]으로 새롭게 구성하여 제시하였으며 그 배경 및 내용은 다음과 같다.

전달정렬 시에는 칼만필터의 추정오차를 유발시키는 정합오차를 반드시 고려해야 하는데, 속도정합의 경우에는 SINS와 MINS 사이의 거리차로 발생하는 지렛대(lever arm) 효과에 의한 속도정합오차가 있으며, 자세정합의 경우에는 SINS와 MINS 동체좌표계 사이의 비정렬에 의한 정합오차가 존재한다. 지렛대 효과에 의한 속도정합 오차는 SINS와 MINS 사이의 거리가 측정 가능하므로 보상할 수 있으며, 또한 비정렬에 의한 정합오차는 SINS와 MINS의 장착구조물을 강제로 가정하는 경우 고정된 부장착비정렬을 랜덤상수로, 그리고 강체가 아닌 경우에는 유연성(flexibility)을 2차 마코프로 모델링하여 상태변수에 추가하여 고려할 수 있다[8,9]. 그러나 장착구조물이 되는 배의 유연성은 구조물의 특성과 선형 및 각운동 특성에 따라 상이하여 정확하게 모델링하는 과정이 복잡하고 용이하지 않다. 따라서 본 논문은 유연성을 시불변 특성의 고정된 장착비정렬에 인가되는 미상의 외란으로 가정하고, 유연성이 임의의 한 축에서 크게 발생하는 경우에 한정하여 유연성에 의해 정합오차를 유발하는 쿼터니언 정합변수를 제외시키는 쿼터니언 부분정합 개념을 새롭게 도입하였다. 그런데 쿼터니언 부분정합 개념에서 제외되는 쿼터니언 정합변수는 쿼터니언 정규화를 위해 필요하므로 본 논문에서는 제외된 쿼터니언 정합변수를 계산하는 기법도 동시에 제시하였다. 이러한 속도 및 쿼터니언 부분정합 방식은 2차 마코프로 모델링이 가능한 유연성의 감쇄율과 고유진동수에 대한 사전정보는 물론 유연성의 상태변수 추가 없이도 유연성을 고려한 칼만필터의 설계가 가능하다. 배의 구조물의 유연성은 일반적으로 X, Z축은 무시할 수 있는 반면에 Y축에서 크게 발생한다. 따라서 본 논문에서 제시하는 속도 및 쿼터니언 부분정합 방식의 전달정렬 알고리즘을 롤, 피치운동이 있는 배에 적용하여 전달정렬 성능을 전산시뮬레이션을 통하여 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 속도 및 쿼터니언 부분정합의 전달정렬 시스템에 대한 오차모델들이 유도되었으며, III장에서는 칼만필터를 포함한 시스템 구성방안

접수일자 : 1996. 7. 19., 수정완료 : 1996. 10. 30.

송기원, 전창배 : 국방과학연구소

유준 : 충남대학교 전자공학과

을 제시하였다. IV장에서는 제시된 전달정렬 알고리즘에 대한 성능분석 조건과 정렬성능을 분석하였다. 그리고 V장은 본 논문의 결론을 기술하였다.

<주요기호>
i : 관성좌표계 *n* : 항법좌표계 (*n, e, d*)
b : SINS 동체좌표계 (*x, y, z*) *e* : 지구좌표계
r : MINS 동체좌표계 (*X, Y, Z*) Ω_e : 지구자전 각속도
L : 위도 *l* : 경도 *R* : 지구반경
 $Q_{AB} = [q_{AB0} \ q_{AB1} \ q_{AB2} \ q_{AB3}]^T$
 : A좌표계로부터 B좌표계로의 쿼터니언 변수
 $Q_{AB}^* = [q_{AB0} \ -q_{AB1} \ -q_{AB2} \ -q_{AB3}]^T$
 : Q_{AB} 의 공액(conjugate)
 C_A^B : A좌표계로부터 B좌표계로의 좌표변환행렬
 V_B^A : A좌표계에서 측정된 B 좌표계 지점의 속도
 ω_{ij}^k : *j*좌표계의 *i*좌표계에 대한 각속도를
*k*좌표계에서 측정한 값
 f^k : 가속도를 *k*좌표계에서 측정한 값
 Ω : ω 벡터의 왜대칭 행렬
 F : f 벡터의 왜대칭 행렬
 $\delta(\cdot)$: 오차를 표현하는 기호
 $(\hat{\cdot})$: 계산된 값을 표현하는 기호

II. 전달정렬 시스템의 오차모델

1. SDINS의 속도 및 쿼터니언 오차 미분방정식
 전달정렬을 이용해 초기자세 정렬을 수행할 SINS인 SDINS의 오차 미분방정식은 속도오차와 쿼터니언오차로 유도되는데 이러한 오차는 대수합의 섭동오차(additive perturbation error)로 정의된다. SDINS의 *n*축 및 *e*축 속도오차 및 쿼터니언오차 미분방정식은 널리 알려진 관계로 그 결과식만 소개하면 (1), (2)와 같다[11]. (1)은 쿼터니언 오차와 결합된 속도오차 미분방정식으로 속도오차가 쿼터니언오차 δQ_{bm} 과 가속도계오차 δf^b 에 의해 증가됨을 보이고 있다. 그리고 (2)는 쿼터니언오차 미분방정식인데 이것은 동체 각속도 $\omega_{ib}^b = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ 의 변화에 민감하게 변하고 자이로오차 $\delta\omega_{ib}^b$ 에 의해 쿼터니언 오차가 발생된다.

$$\delta \dot{V}_B^n = -[2\hat{\Omega}_{ie}^n - \tilde{T}_1] \delta V_B^n - 2\tilde{F}^n R^T(Q_{bm}) \delta Q_{bm} + \tilde{C}_i^T \delta f^b \quad (1)$$

$$\delta \dot{Q}_{bm} = -\frac{1}{2} R(Q_{bm}) \tilde{T}_2 \delta V_B^n + \frac{1}{2} [\omega_{ib}^b - \omega_{in}^n] \delta Q_{bm} + \frac{1}{2} T(Q_{bm}) \delta \omega_{ib}^b \quad (2)$$

(1), (2)에서 사용된 기호는 다음을 의미한다.

$$\delta V_B^n = [\delta V_n \ \delta V_e]^T$$

$$\hat{\Omega}_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_e \sin L \\ -2\Omega_e \sin L & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_1 = \begin{bmatrix} -V_d/R & 2(V_e \tan L)/R \\ -(V_e \tan L)/R & (V_d + V_n \tan L)/R \end{bmatrix}$$

$$f^n = [f_n \ f_e \ f_d]^T$$

$$\tilde{F}^n = \begin{bmatrix} 0 & -f_d & f_e \\ f_d & 0 & -f_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C}_i^T = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \quad C_{ij} : C_i^n \text{의 원소}$$

$$R(Q_{bm}) = \begin{bmatrix} -q_{bm1} & -q_{bm2} & -q_{bm3} \\ q_{bm0} & q_{bm3} & -q_{bm2} \\ -q_{bm3} & q_{bm0} & q_{bm1} \\ q_{bm2} & -q_{bm1} & q_{bm0} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{T}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1/R \\ -1/R & 0 \\ 0 & -\tan L/R \end{bmatrix}$$

$$\omega_{in}^n = [\omega_n \ \omega_e \ \omega_d]^T$$

$$[\omega_{ib}^b - \omega_{in}^n] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x + \omega_n & -\omega_y + \omega_e & -\omega_z + \omega_d \\ \omega_x - \omega_n & 0 & \omega_z + \omega_d & -\omega_y - \omega_e \\ \omega_y - \omega_e & -\omega_z - \omega_d & 0 & \omega_x + \omega_n \\ \omega_z - \omega_d & \omega_y + \omega_e & -\omega_x - \omega_n & 0 \end{bmatrix}$$

$$T(Q_{bm}) = \begin{bmatrix} -q_{bm1} & -q_{bm2} & -q_{bm3} \\ q_{bm0} & -q_{bm3} & q_{bm2} \\ q_{bm3} & q_{bm0} & -q_{bm1} \\ -q_{bm2} & q_{bm1} & q_{bm0} \end{bmatrix}$$

2. 속도 및 쿼터니언 정합의 측정방정식

속도정합을 위한 측정방정식은 SINS와 MINS의 속도 차이로부터 (3)과 같이 유도되어 SINS와 MINS의 속도오차 $\delta V_B^n - \delta V_R^n$ 와 지렛대 효과에 의한 정합오차 ($V_B^n - V_R^n$)가 발생함을 알 수 있다.

$$Z_V = \hat{V}_B^n - \hat{V}_R^n = \delta V_B^n - \delta V_R^n + (V_B^n - V_R^n) \quad (3)$$

쿼터니언 정합에 의한 측정방정식은 SINS와 MINS 사이의 비정렬을 4개의 쿼터니언 변수로 정의한 쿼터니언 정합방정식으로부터 유도된다. 쿼터니언 정합방정식은 SINS와 MINS 사이의 비정렬 $Q_{br} = [q_{br0} \ q_{br1} \ q_{br2} \ q_{br3}]^T$ 과 MINS의 쿼터니언 Q_m 그리고 SINS 쿼터니언 Q_{bm} 로부터 (4)와 같다.

$$Q_{br} = Q_m^* Q_{bm} \quad (4)$$

쿼터니언 정합에 의한 측정방정식 Z_Q 는 쿼터니언 정합방정식 (4)의 우변과 좌변의 계산값의 차로 부터 유도하면 (5)와 같이 되어, 정합오차인 Q_m^* 의 측정오차 δQ_m^* 와 SINS와 MINS 사이의 비정렬오차 δQ_{br} 가 발생함을 알 수 있다.

$$Z_Q = \hat{Q}_m^* \hat{Q}_{bm} - \hat{Q}_{br} = \hat{Q}_m^* \delta Q_{bm} - \delta Q_{br} + \delta Q_m^* Q_{bm} \quad (5)$$

3. 지렛대 효과의 보상 및 쿼터니언 부분정합에 의한 유연성의 고려

측정방정식에 나타나는 정합오차는 속도정합과 쿼터니언 정합의 전달정렬 성능을 저하시키는 요소로서 제특성을 분석하여 보상하거나 칼만필터의 상태변수에 포함시켜 고려할 수 있다.

속도정합의 경우 ($V_B^n - V_R^n$) 정합오차는 SINS와 MINS 장착지점 사이의 거리가 존재하고 롤, 피치운동이 있는 경우 지렛대 효과에 의한 SINS와 MINS 사이의 속도차로 알려져 있다. 그리고 일반적으로 ($V_B^n - V_R^n$)는 SINS와 MINS 사이의 거리인 L^b 를 측정하여 (6)과 같이 계산이 가능하므로[12] 보상할 수 있다.

$$V_B^n - V_R^n = C_b^n \Omega_{nb}^b L^b \quad (6)$$

쿼터니언 정합의 경우 정합오차 δQ_{br} 는 SINS와 MINS 사이의 비정렬로서 이것의 미분방정식은 \hat{Q}_{br} 와 \hat{Q}_{br} 의 차

이로부터 유도할 수 있는데 Q_{br} 의 미분방정식은 (4)의 양변을 미분하여 정리하면 (7)과 같으며, ω_{rb}^b 의 측정은 불가능하므로 $\hat{Q}_{br}=0$ 로 가정하면 $\delta\hat{Q}_{br}$ 은 (8)과 같이 유도된다.

$$\dot{Q}_{br} = \frac{1}{2} Q_{br} \omega_{rb}^b \quad (7)$$

$$\delta\dot{Q}_{br} = \dot{\hat{Q}}_{br} - \dot{Q}_{br} = -\frac{1}{2} Q_{br} \omega_{rb}^b \quad (8)$$

(8)로부터 쿼터니언 정합오차의 특성을 살펴보면 SINS와 MINS가 장착되는 구조물이 강체인 경우는 $\omega_{rb}^b=0$ 이므로 $\delta\dot{Q}_{br}=0$ 가 되어 유연성에 의한 ω_{rb}^b 가 고려되지 않아도 문제가 없다. 그러나 SINS와 MINS가 장착되는 구조물은 일반적으로 비강체 특성을 지니기 때문에 $\omega_{rb}^b \neq 0$ 이므로 $\delta\dot{Q}_{br} \neq 0$ 가 된다. 따라서 SINS와 MINS 사이의 비정렬은 시변특성을 나타내며, 그 결과 (8)의 ω_{rb}^b 는 초기 쿼터니언 정합오차 $\delta Q_{br}(t=0)$ 에 인가되는 미상의 입력으로 작용한다. 이러한 ω_{rb}^b 는 구조물의 비강체 특성인 유연성으로 2차 마코프로 모델링하여 상태방정식에 추가하는 방법들이 DCM 정합의 전달정렬에서 적용되고 있다[8,9]. 그러나 유연성은 SINS와 MINS가 장착되는 구조물의 형태와 운동상태에 따라 다르므로 정확히 모델링하는 것이 용이하지 않다.

따라서, 본 논문에서는 모델링이 용이하지 않은 유연성에 의한 ω_{rb}^b 를 상태변수에 추가하지 않고 ω_{rb}^b 에 의하여 가장 큰 영향을 받는 δQ_{br} 의 성분과 관련된 상태변수와 측정값을 칼만필터에서 제외시키는 부분정합 방식을 새롭게 제시한다. 여기서 제시하는 부분정합 방식은 배와 같이 X, Z축의 유연성은 무시할 만큼 작은 반면에 Y축 유연성이 비교적 큰 경우와 같이 유연성이 임의의 한 축에서만 크게 발생할 경우에 적용할 수 있다. 이것을 설명하기 위하여 우선 고정된 장착비정렬과 유연성에 의한 b와 r 좌표계 사이의 비정렬을 3도 내외로 가정하면 쿼터니언 $Q_{br} \approx [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 로 근사화 할 수 있으므로 (8)은 (9)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{q}_{br0} \\ \delta\dot{q}_{br1} \\ \delta\dot{q}_{br2} \\ \delta\dot{q}_{br3} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_{br1} & -q_{br2} & -q_{br3} \\ q_{br0} & -q_{br3} & q_{br2} \\ q_{br3} & q_{br0} & -q_{br1} \\ -q_{br2} & q_{br1} & q_{br0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Xx} \\ \omega_{Yy} \\ \omega_{Zz} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\approx -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{Xx} \\ \omega_{Yy} \\ \omega_{Zz} \end{bmatrix}$$

여기서, $\omega_{rb}^b = [\omega_{Xx} \ \omega_{Yy} \ \omega_{Zz}]^T$ 이다. (9)를 살펴보면 ω_{rb}^b 의 Y축 성분인 ω_{Yy} 만 존재한다고 가정하면 δQ_{br} 의 성분중 δq_{br2} 는 미상의 입력으로 작용하는 유연성 ω_{Yy} 에 의하여 가장 큰 영향을 받는다. 따라서 상태변수 δq_{br2} 가 제거되는 쿼터니언 부분정합 방식이 바람직하며, 결과적으로 쿼터니언 정합방정식 (4)에서 q_{br2} 가 제거되고 $q_{br0}, q_{br1}, q_{br3}$ 과 관련된 쿼터니언 정합만이 측정방정식에 이용된다. 그리고 $\delta q_{br0}, \delta q_{br1}, \delta q_{br3}$ 의 미분방정식은 X, Z축 성분의 유연성 ω_{Xx}, ω_{Zz} 을 무시하면 0이 된다. 이러한 쿼터니언 부분정합 방식은 Y축 유연성으로 발생하는 쿼터니언 정합오차의 상태변수를 칼만필터 설계시 제거함으로써 유연성을 고려한 전달정렬을 구성할 수 있다.

4. 제외된 쿼터니언 정합변수의 복구와 Qbr의 정규화

쿼터니언 정합방정식 $Q_{br}Q_{br}^* = [Q_{rm}^* Q_{bm}] [Q_{rm}^* Q_{bm}]^* = 1$ 을 항상 만족해야 한다. 따라서 (10)과 같이[13] Q_{br} 의 정규화(orthonormalization)를 위해서는 쿼터니언 부분정합 방식에서 제외된 정합변수 q_{br2} 의 계산방법이 요구된다.

$$Q_{br} = \hat{Q}_{br} [\hat{Q}_{br} \hat{Q}_{br}^*]^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

q_{br2} 의 계산방법은 쿼터니언 정합방정식 (4)로부터 (11)과 같이 Q_{bm} 과 Q_{rm} 에 의해 구할 수 있다. 이러한 계산방법은 q_{br2} 를 구할 수 있음은 물론 (10)의 정규화를 정상적으로 수행하게 하므로써 쿼터니언 부분정합에 의해 불완전했던 쿼터니언 정합변수 Q_{br} 의 안정된 추정이 모두 가능하도록 한다.

$$\hat{q}_{br2} = -q_{rm2} \hat{q}_{bm0} - q_{rm3} \hat{q}_{bm1} + q_{rm0} \hat{q}_{bm2} + q_{rm1} \hat{q}_{bm3} \quad (11)$$

(11)의 계산오차 δq_{br2} 는 (12)와 같은데 작은 롤, 피치운동에서 δq_{br0} 와 δq_{br3} 보다 δq_{br1} 와 δq_{br2} 에 의해 발생된다.

$$\delta q_{br2} = -q_{rm2} \delta q_{bm0} - q_{rm3} \delta q_{bm1} + q_{rm0} \delta q_{bm2} + q_{rm1} \delta q_{bm3} \quad (12)$$

그런데 δq_{br1} 와 δq_{br2} 는 SDINS의 수평축 자세오차와 밀접한 관련이 있으며 속도정합에 의해 수평축 자세오차가 추정 가능하므로 칼만필터에서 제외된 q_{br2} 의 정확한 계산이 가능하다. 이러한 결과로부터 속도정합의 기능은 추가적으로 q_{br2} 를 제외하는 쿼터니언 부분정합 방식의 불완전성을 보완하고 있다.

III. 시스템 구성

본 논문에서 제시하는 칼만필터를 포함한 속도 및 쿼터니언 정합의 전달정렬 시스템 구성은 그림 1과 같으며, 정렬하고자 하는 SINS인 SDINS의 위치, 속도, 자세 등의 항법 계산이 필요하다. 시스템 구성도를 간단히 살펴보면 모선인 배의 MINS인 GINS의 속도 및 오일러각은 각각 지렛대 속도보상 및 쿼터니언 변수로 변환되고, 칼만필터에 의해 추정된 오차들은 되먹임되어 보정값으로 이용된다. 그리고 쿼터니언 정합방정식 (4)의 성립을 위해 Q_{br} 의 정규화가 수행된다.

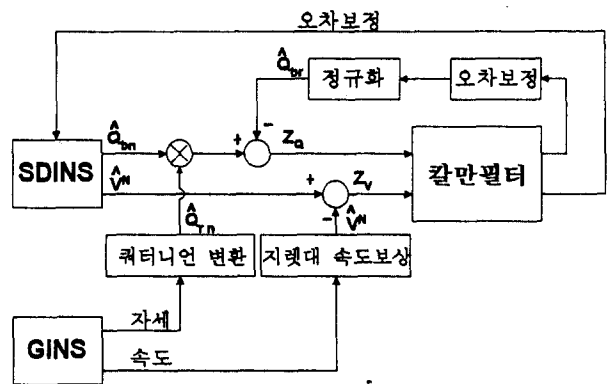


그림 1. 속도 및 쿼터니언 정합의 전달정렬 시스템 구성도.

Fig. 1. Transfer alignment system structure of the velocity and the quaternion matching.

롤, 피치운동이 있는 경우 속도 및 쿼터니언 정합이 조합된 전달정렬 시스템의 칼만필터는 속도정합에 의해 주로 수평축 자세오차를 추정하고 방위각오차의 추정은 쿼터니언

정합에 의존하여 추정하도록 설계되는데 칼만필터 설계를 위한 상태방정식과 측정방정식은 2장에서 유도된 오차모델로부터 (13)-(15)와 같이 상태변수 X , 시스템 모델 A , 측정모델 H 등이 구해진다. 설계의 주안점들을 살펴보면 속도오차는 n, e 축만 고려되었으며, 자이로 및 가속도계 오차 요소는 랜덤상수로 상태변수에 추가하여 고려할 수도 있으나 자이로, 가속도계 교정이 주요 목적이 아니며 또한 비교적 짧은 정렬시간인 100초 이내에서 만족할 만한 추정성능을 기대할 수 없으므로 공정잡음에 포함시켰다. 특히 SDINS와 GINS 장착구조물이 되는 배의 유연성은 보편적으로 X, Z 축은 거의 발생되지 않고 비교적 Y 축이 매우 크므로 앞에서 논한 바와 같이 δq_{br2} 가 상태변수에서 제외되는 부분정합 방식으로 칼만필터를 설계하였다. 그리고 GINS의 속도오차 δV_R^n 과 자세오차 δQ_{rn}^* 은 측정오차로 간주하여 측정잡음에 포함시켰다.

$$X = [\delta V_n, \delta V_e, \delta q_{bn0}, \delta q_{bn1}, \delta q_{bn2}, \delta q_{bn3}, \delta q_{bn0}, \delta q_{bn1}, \delta q_{bn3}]^T \quad (13)$$

$$A = \begin{bmatrix} -[2\hat{\omega}_{ie}^n - \hat{\Gamma}_1]_{2 \times 2} & -2[\hat{F}^n R^T(Q_{bn})]_{2 \times 4} & 0_{2 \times 3} \\ -\frac{1}{2}[R(Q_{bn})\hat{\Gamma}_2]_{4 \times 2} & \frac{1}{2}[\omega_{ib}^b - \omega_{in}^n]_{4 \times 4} & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{rn0} & q_{rn1} & q_{rn2} & q_{rn3} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_{rn1} & q_{rn0} & q_{rn3} & -q_{rn2} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -q_{rn3} & q_{rn2} & -q_{rn1} & q_{rn0} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

칼만필터의 공분산을 초기화하는데 있어서 주의할 점은 SDINS의 초기 쿼터니언이 GINS에서 출력된 오일러각으로부터 결정되므로 $\hat{Q}_{br}(t=0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 이며, SDINS의 초기 쿼터니언 오차 δQ_{br} 과 SDINS와 GINS 사이 장착비정렬에 의한 쿼터니언 오차 δQ_{br} 의 관계식이 (16)과 같이 된다.

$$\delta Q_{br} = Q_{rn} \delta Q_{br} \quad (16)$$

따라서, δQ_{br} 과 δQ_{br} 에 관한 칼만필터의 초기 공분산 P_0 는 (17)와 같이 비대각 원소(off diagonal)도 포함하게 된다.

$$P_0 = \begin{bmatrix} Q_{rn} \hat{P} Q_{rn}^T & Q_{rn} \hat{P} \\ \hat{P} Q_{rn}^T & \hat{P} \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서, $E[\delta Q_{br} \delta Q_{br}^T] = \hat{P}$ 로 가정하였다.

IV. 전산 시뮬레이션 및 성능분석

자연적인 롤, 피치운동이 존재하고 Y 축의 유연성과 지렛대 속도가 비교적 큰 경우의 순항중인 배에서 MINS를 GINS, SINS를 SDINS로 하는 전달정렬 알고리즘을 본 논문에서 제시하는 속도 및 쿼터니언 부분정합 방식으로 구성하여 몬테칼로 방식으로 전산시뮬레이션을 수행하였다.

1. 배의 롤, 피치운동 조건

배의 운동은 자세운동인 롤(roll), 피치(pitch), 요(yaw)와 선형운동인 종동요(surge), 횡동요(sway), 수직동요(heave) 등으로 나누어진다. 시뮬레이션에 사용된 배의 운동은 선수 각 변화가 없는 롤, 피치운동에 초점을 맞추어 선형운동은 고려하지 않았다. 보편적으로 길이가 450ft 정도인 5000톤급 합정의 롤, 피치운동의 크기와 주기는 롤인 경우 ± 6 도, 9~10초, 피치인 경우 ± 5 도, 6초이다[14]. 그리고 주파수의 범

위는 0.05~0.25Hz로 알려져 있으므로 [15], 배의 롤, 피치운동은 (18)과 같이 여러 정현파 조화신호의 합으로 표현할 수 있다. 시뮬레이션에 사용된 크기 A_i 와 주파수 f_i 는 롤, 피치 운동에 관한 보편적인 주파수 스펙트럼[16]을 이용하여 표 1과 같이 가정하였다.

$$\sum_{i=0}^n A_i \sin(2\pi f_i + p_i), \quad 0 < p_i < 2\pi \quad (18)$$

표 1. 배의 롤, 피치 자세운동 주파수 및 크기.

Table 1. Frequency and amplitude of the ship's roll, pitch attitude motion.

롤	f_i (Hz)	0.071	0.090	0.097	0.115	0.139	0.167	0.182
	A_i (도)	0.3	0.75	1.2	1.5	1.35	0.9	0.3
피치	f_i (Hz)	0.107	0.136	0.161	0.170	0.179	0.205	0.224
	A_i (도)	0.6	0.95	1.2	1.1	0.85	0.5	0.25

2. 지렛대 거리 및 배의 유연성 조건

배에서 장착되는 SINS와 MINS 사이의 거리는 비교적 큰 경우를 가정하여 X 축으로는 150ft, Y 축 경우 50ft, Z 축 40ft 등으로 하였으며 거리측정 오차는 1ft로 가정하였다. 이러한 지렛대 거리는 배의 롤, 피치운동과 결합되어 X 축 및 Y 축으로 약 3ft/sec, Z 축 경우 크기는 5ft/sec의 지렛대 효과에 의한 SINS와 MINS의 속도차를 유발한다.

배의 유연성은 배의 횡방향인 Y 축을 중심으로 휘어지는 sagging 및 hogging 그리고 종방향인 X 축을 중심으로 비틀어지는 torsion 등으로 나누어지며[16], Y 축 유연성은 구조적 특성과 지속적으로 인가되는 외력인 중력 때문에 일반적으로 X, Z 축의 유연성에 비하여 매우 크다고 알려져 있는데, Y 축 유연성의 크기는 0.1~0.3도(RMS)로 가정할 수 있다[5]. Y 축 유연성의 특성은 (19)와 같은 2차 마코프로 모델링할 수 있는데[8,9], 그 특성이 배의 운동과 밀접한 관련이 있으므로 피치운동을 기준으로 감쇄율 ξ 와 고유진동수 ω_n 은 각각 0.7, 1.0Hz로 정하였으며, 정상상태의 분산값(1σ)은 다소 큰 0.5도로 하였다. X, Z 축 유연성의 크기는 배의 구조적 형태에 따라 다소의 차이는 있으나 0.05도 이내로 작다고 가정하여 무시하였다.

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_n \dot{\theta} + \omega_n^2 \theta = w \quad (19)$$

여기서, w 는 $E(w) = 0, E(w^2) = 4\xi\omega_n^3 \sigma^2$ 인 영평균 백색잡음이다.

3. GINS와 SDINS의 성능규격 조건

MINS가 GINS인 경우 출력자세인 오일러각에 오차를 유발하는 요소는 항법좌표계에 대한 안정대의 경사각(tilt angle)과 싱크로 변환기(synchro converter)의 변환오차 등이 있다. 이러한 오차요소는 GINS의 자세출력 방정식 (20)-(22)과 같이 경사각과 싱크로 변환오차의 고정(fixed bias) 오차와 랜덤오차로 분류하여 포함시킬 수 있는데 경사각의 특성은 짧은 시간 내에서 거의 변화하지 않는 랜덤상수로서 크기는 n, e 축의 경우 3 min , d 축은 5 min 이며, 싱크로 변환오차의 경우 랜덤상수 특성의 변환오차는 3 min , 백색잡음 특성의 변환오차는 1 min 로 가정하였다.

$$\hat{\phi} = \tan^{-1} \left[\frac{-\epsilon_n \cos \tilde{\psi} - \epsilon_e \sin \tilde{\psi}}{\cos \theta - \sin \theta (\epsilon_n \sin \tilde{\psi} - \epsilon_e \cos \tilde{\psi})} \right] + \phi + \delta\phi \quad (20)$$

$$\theta = \sin^{-1}[\sin \theta + \cos \theta(\epsilon_n \sin \psi - \epsilon_e \cos \psi)] + \delta\theta \quad (21)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left[\frac{\cos \theta \sin \psi - \epsilon_n \sin \theta}{\cos \theta \cos \psi + \epsilon_e \sin \theta} \right] + \delta\psi \quad (22)$$

여기서, ϕ, θ, ψ 는 각각 롤, 피치, 요 각을 나타내고, $\delta\phi, \delta\theta, \delta\psi$ 는 각각 롤, 피치, 요 싱크로 각 변환오차를 나타낸다. 또한 $\epsilon_n, \epsilon_e, \epsilon_d$ 는 각각 n, e, d 축에 대한 경사각을 나타내고 $\tilde{\psi} = \psi + \epsilon_d$ 이다. 그리고 GINS 속도오차는 랜덤상수 오차 0.7ft/sec, 백색잡음 특성의 오차 0.3ft/sec로 가정하였다. SINS인 SDINS의 자이로 및 가속도계 성능규격은 중급성능의 관성측정기로 표 2와 같이 가정하였다.

표 2. SDINS의 자이로 및 가속도계 성능 (1 σ).

Table 2. Performance of the gyroscope and the accelerometer of the SDINS.

분 류	바이어스	환산오차	비정렬	질량불균형	백색잡음
자이로	0.6도/hr	300ppm	1 min	0.3도/hr/g	0.1도/hr
가속도계	250 μ g	300ppm	1 min	-	20 μ g

4. 전산시뮬레이션 결과와 정렬오차 분석

속도 및 쿼터니언 부분정합 전달정렬 알고리즘의 성능분석을 위한 전산시뮬레이션은 그림 1의 속도 및 쿼터니언 부분정합 방식의 전달정렬 시스템의 MINS, SINS, 그리고 칼만필터 등에 대하여 상기 1-3절의 배의 롤, 피치운동, 지렛대 효과와 배의 Y축 유연성, 그리고 MINS인 GINS와 SINS인 SDINS의 성능조건을 인가하고, SDINS와 GINS의 장착비정렬을 3도(1 σ)로 가정하여 몬테칼로 방식으로 시뮬레이션을 36회 수행하였다.

우선 수평축 자세정렬에 관한 시뮬레이션 결과를 살펴보면 그림 2와 같은데, 속도 및 쿼터니언 부분정합의 전달정렬에 의한 항법좌표계의 수평축 n, e 축에 대한 SDINS의 정렬오차는 지렛대 효과가 보상된 상태에서 1 mrad 이내로 나타났으며, 이것은 유연성과 관련된 쿼터니언 정합과 무관하게 주로 속도정합에 의해 가능한 것으로 분석된다.

그리고 방위각 정렬성능에 해당하는 항법좌표계 수직축 d 에 대한 SDINS의 정렬성능은 그림 3과 같이 나타나는데, 그림 3을 설명하면 실선은 배의 Y축 유연성을 고려하여 구성된 속도와 q_{br2} 가 제외된 쿼터니언 부분정합 방식의 전달정렬에 의한 방위각 정렬오차 추이를 보이고 있으며, 점선은 배의 Y축 유연성이 있음에도 이러한 유연성을 고려하지 않은 속도와 $q_{br0}, q_{br1}, q_{br3}$ 및 q_{br2} 등 모든 쿼터니언 정합이 포함된 전달정렬 알고리즘에 의한 방위각 정렬오차 추이를 나타내고 있다. 여기서 그림 3의 점선은 배의 Y축 유연성을 고려하지 않은 속도 및 쿼터니언 정합방식의 전달정렬에서 Y축 유연성이 SDINS의 방위각 정렬성능에 미치는 영향을 잘 보여주고 있으며, 실선에 따르는 SDINS 방위각 정렬오차는 100초에서 3mrad 정도로 나타나 속도와 q_{br2} 가 제외된 쿼터니언 부분정합 방식의 전달정렬 알고리즘에서는 배의 Y축 유연성이 잘 고려되었음을 확인할 수 있다.

이와같은 성능분석 결과는 지렛대 효과와 배의 Y축 유연성이 크게 존재할 때 이러한 지렛대 효과와 유연성을 고려한 전달정렬 알고리즘으로 지렛대 속도가 보상된 속도정합과 q_{br2} 가 제외된 쿼터니언 부분정합 방식을 적용하면 수평축 자세정렬 오차는 1mrad, 방위각 정렬 오차는 3mrad 정도로 수행될 수 있음을 보여주고 있다.

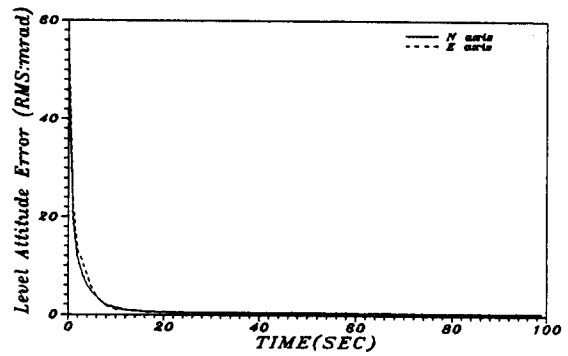


그림 2. 속도 및 쿼터니언 부분정합 전달정렬에 의한 SDINS 수평축 자세정렬 오차 추이.

Fig. 2. Trends of the attitude align error of the SDINS's level axis by the transfer alignment of the velocity and the quaternion partial matching.

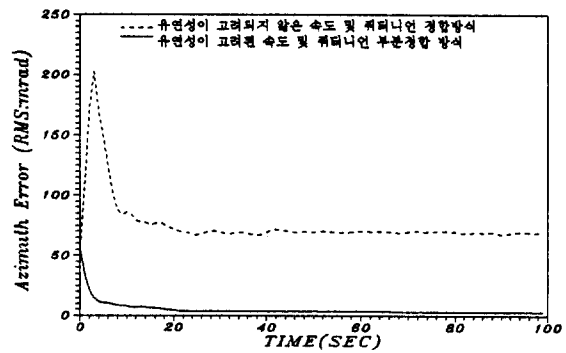


그림 3. 속도 및 쿼터니언 정합 전달정렬에 의한 SDINS 방위각 정렬오차 추이.

Fig. 3. Trends of the azimuth align error of the SDINS by the transfer alignment of the velocity and the quaternion matching.

V. 결론

본 논문은 속도 및 쿼터니언 정합방식의 전달정렬 알고리즘에서 유연성이 임의의 한 축에 크게 나타나는 경우에 쿼터니언 정합오차를 유발하는 유연성의 모델에 대한 사전 정보가 없는 경우에도 이러한 유연성을 고려할 수 있는 속도 및 쿼터니언 부분정합 전달정렬 구성 방안을 제시하였다. 즉 측정방정식에 나타나는 속도 및 쿼터니언 정합의 전달정렬 성능을 저하시키는 제 요소를 분석하여 지렛대 효과에 의한 속도정합 오차의 보상은 물론 유연성이 임의의 한 축에서 크게 발생할 경우 유연성에 의하여 가장 큰 영향을 받는 쿼터니언 정합오차 δQ_{br} 의 성분과 관련된 상태변수와 측정값을 제외하여 구성함으로써 유연성이 고려된 속도 및 쿼터니언 부분정합 방식의 전달정렬 알고리즘을 제시하였다.

또한 파도 등에 의해 자연적인 롤, 피치운동 중에 있는 순항중인 배에 Y축 유연성 및 지렛대 효과가 고려된 전달정렬 시스템을 구성하여 전산 시뮬레이션을 수행한 결과 수평축 자세정렬 오차는 1mrad, 방위각 정렬오차는 3mrad로 나타나 제시된 속도 및 쿼터니언 부분정합 전달정렬 알고리즘이 전달정렬 성능을 제한하는 지렛대 효과 및 유연성의 영향을 효과적으로 제거할 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

[1] J. Deyst Jr., A. Sutherland Jr., "Strapdown inertial

- system alignment using statistical filters : simplified formulation," *AIAA J.*, vol. 11, pp. 452-456, Apr., 1973.
- [2] A. M. Schneider, "Kalman Filter Formulation for Transfer Alignment of Strapdown Inertial Unit," *Journal of Institute of Navigation*, vol. 30, no. 1, pp. 72-89, Spr., 1983.
- [3] O. Hallingstad, "Design of a Kalman Filter for Transfer Alignment," *AGARD Lecture Series*, no. 166, pp. 2.1-2.15, 1989.
- [4] James L. Farrell, "Transfer Alignment for Precision Pointing Applications," *NAECON*, pp. 1033-1039, 1979.
- [5] D. H. Titterton, J. L. Westone, "Dynamic Shipboard Alignment Technique," *Symposium Gyro Technology*, pp. 9.1-9.27, 1989.
- [6] I. Y. Bar-Itzhack, Boaz Porat, "Azimuth Observability Enhancement During Inertial Navigation System In-Flight Alignment," *J. Guidance, Control and Dynamics*, vol. 3, no. 4, pp. 337-344, Jul, Aug., 1980.
- [7] 송기원, 전창배, 김현백, "스트랩다운 관성항법장치의 각을 이용한 초기전달 정렬기법," 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 29-33, 1993.
- [8] J. E. Kain, J. R. Cloutier, "Rapid Transfer Alignment for Tactical Weapon Application," *Proc. of the AIAA GN&C Conference*, pp. 1290-1300, 1989.
- [9] K. Spalding, "An Efficient Rapid Transfer Alignment Filter," *Proc. of the AIAA GN&C Conference*, pp. 1276-1286, 1992.
- [10] D. J. Schmidt, G. A. Bendor, "Quaternion Matching in Transfer Alignment for SAR Motion Compensation," *NAECON*, pp. 600-604, 1979.
- [11] 박홍원, 이장규, "칼만필터를 이용한 스트랩다운 관성항법장치의 영속도 보정항법 알고리즘 설계," 한국항공우주학회지, 19권, 3호, pp. 77-87, 1991.
- [12] James L. Farrell, "Transfer Alignment for Precision Pointing Applications," *NAECON*, pp. 1033-1038, 1979.
- [13] Minoru Shibata, "Error Analysis Strapdown Inertial Navigation Using Quaternions," *J. Guidance, Control and Dynamics*, vol. 9, no. 3, pp. 379-381, May, June, 1986.
- [14] K. J. Rawson, E. C. Tupper, *Basic Ship Theory*, Longmans, London, 1968.
- [15] J. Fotakis, M. J. Grimble, B. Kouvaritakis, "A comparison of characteristic locus and optimal designs for dynamic ship positioning systems," *IEEE Trans. on AC*, vol. 27, no. 6, Dec., 1982.
- [16] P. J. Gates, N. M. Lynn, *Ships, Submarines and the Sea*, Brassey's(UK), London, 1990.



송기원

1984년 성균관 대학교 전자공학과 (학사) 1992년 충남대학교 전자공학과 (석사) 1984년 ~ 현재 국방과학연구소 선임연구원. 연구 관심분야는 강인제어/필터, 추정이론 및 가관측성 분석기법.



전창배

1973년 서강대학교 전자공학과 (학사). 1983년 서강대학교 전자공학과 (석사). 1992년 ~ 현재 충남대학교 전자공학과 박사과정. 1976년 ~ 현재 국방과학연구소 책임연구원. 주요 관심분야는 유도항법제어, 고장검출 및 추정



유준

1978년 서울대학교 전자공학과(학사). 1984년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(박사). 1984년 ~ 현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 제어계측 공학, 산업 공정에의 제어응용.