

관측기를 갖는 2자유도 서보계의 승법적인 불확실성에 대한 강인한 안정성

Robust Stability of a Two-Degree-of-Freedom Servosystem Incorporating an Observer with Multiplicative Uncertainty

김 영 복, 양 주 호
(Young-Bok Kim, Joo-Ho Yang)

Abstract : In order to reject the steady-state tracking error, it is common to introduce integral compensators in servosystems for constant reference signals. However, if the mathematical model of the plant is exact and no disturbance input exists, the integral compensation is not necessary.

From this point of view, a two-degree-of-freedom(2DOF) servosystem has been proposed, in which the integral compensation is effective only when there is a modeling error or a disturbance input.

The present paper considers robust stability of this 2DOF servosystem incorporating an observer to the structured and unstructured uncertainties of the controlled plant. A robust stability condition is obtained using Riccati inequality, which is written in a linear matrix inequality (LMI) and independent of the gain of the integral compensator. This result implies that if the plant uncertainty is in the allowable set defined by the LMI condition, a high-gain integral compensation can be carried preserving robust stability to accelerate the tracking response.

Keywords: two-degree-of-freedom servosystem, robust stability, unstructured uncertainty, high-gain integral compensation

I. 서 언

서보계에 있어서의 적분보상은, 제어대상의 변동(혹은 모델링 오차)이나 정치형의 외란에 의해 발생하는 제어오차가, 정상상태에서 0으로 되도록 하기 위해 도입된다. 이러한 적분보상의 효과가 제어대상의 불확실성이나 외란이 존재하는 경우에만 나타나도록 하는 구조를 가진 2자유도계로서의 적분형 서보계가 제안되어져 있다[1-4].

이러한 2자유도 적분형 서보계에 있어서, 저자는[5-7]에서, 제어대상의 구조적인 불확실성에 대해서 제어계가 안정하기 위한 강인한 안정조건을 제시했다.

그 조건은 적분보상이득에 독립적이며, 자유로운 이득조정을 가능하게 한다. 따라서 그러한 강인한 안정조건하에서는, 적분보상 이득을 얼마든지 크게 할 수 있으며, 그럼으로써 제어출력의 정상상태로의 도달을 빠르게 할 수 있다.

그리고 [8]에서는, 고차시스템의 저차원화에 의한 모델링 오차, 고주파대역에서의 불명확한 동특성 등의 비구조적인 불확실성이 제어대상에 존재하는 경우에서의 강인한 안정성에 대해 고찰하여, [5-7]과 등가의 결과를 얻었다.

이에 대해, 본 논문에서는, 제어대상의 상태가 직접적으로 관측되지 않는다는 가정하에서, 상태피드백의 경우에 대해 고찰하고 있는 [8]의 결과를, 관측기(observer)로써 상태를 추정하는 경우로 확장시킨다. 즉, 제어대상에 구조적인 불확실성과 함께, 비구조적인 불확실성이 입력측의 승법적인 불확실성으로 존재할 경우에 있어서, 관측기를 갖는 2자유도 적분형 서보계의 강인한 안정성에 대해 고찰한다. 그래서, 제어대상의 구조적인 불확실성과 비구조적인 불확실성에 대한 강인한 안정성이, 적분보상의 하나의 이득에 대해 어떤 Riccati 부등식에 의해 보증되어진다면, 어떠한 형태의 임의의 이득에 대해서도 그 조건이 보존되어진다는 것을 명확히 한다.

이러한 강인한 안정성의 결과는, 정상상태로의 도달을 가

속시키는 역할을 하는 적분보상의 고이득화를, 제어대상의 비구조적인 불확실성의 존재하에서도 가능케 하며, 그러한 고이득화에 의해 제어출력의 정상치에의 정정시간이 단축됨을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

II. 2자유도 적분형 서보계

제어대상의 상태방정식은

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (1)$$

으로 표현되어져 있다고 한다. 여기서 x 는 n 차원의 상태, u 는 m 차원의 제어입력, y 는 m 차원의 제어출력이며, A , B , C 는 적당한 크기의 실수행렬이다. 이러한 시스템에 대해서, 스텝상의 m 차원 목표신호로서

$$r(t) = \begin{cases} r_+ & (t \geq 0) \\ r_- & (t < 0) \end{cases} \quad (2)$$

를 생각한다. 목표치 r_+ 는 시각 $t=0$ 에서 주어진다고 한다. 그리고, 목표신호 r_+ 에 제어출력이 추종하도록 하는 제어계가 구성되어야 하기 위해서, (A, B) 는 가안정, (C, A) 는 가검출 및

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (3)$$

라고 한다. 이러한 가정하에서, 그림 1과 같은 2자유도계로서의 적분형 서보계가 제안되어져 있다[1, 2]. 여기서, 2자유도계라는 것은 목표신호에 대한 추종특성과, 제어대상의 모델링 오차나 스텝상의 외란에 대한 제어특성을 독립적으로 설계 하는 것이다. 즉, 제어대상의 모델링 오차나 스텝상의 외란이 제어계에 미치는 영향을 억제하기 위해 도입된 적분보상의 효과가, 그러한 불확실성이 존재할 경우에 한에서만 나타나도록 하면 되는 것이다. 이러한 관점에서, [1, 2]에서는 적분기를 포함하지 않는 최적 추종계(optimal tracking system, 파선블록부분)를 먼저 설계하고, 제어오차에 적분기를 부가한 확대계에 있어서, 목표입력에 대한 응답에 대

해서는 적분보상의 효과가 나타나지 않도록, 상태피드백 F_1 을 적분기의 출력단에 부가하고 있다. 이렇게 하면, 제어대상에 대한 모델링이 정확하고, 외란이 존재하지 않을 경우에 있어서는, 그림 1에서 z 의 출력이 항상 0으로 되고, 제어입력은 적분보상을 고려하지 않는 최적추종계의 경우와 일치하게 된다. 이렇게 하여 얻어진 그림 1의 서보계는, 불확실성에 대한 적분보상의 효과를 조절하는 이득 (G)을 적당히 선정함으로써, 어떤 평가함수에 대한 적분보상을 포함한 의미에서의 최적서보계가 되도록 하는 것도 가능하다. 또한, 적분보상의 효과를 조절하는 이득에는 자유도가 있기 때문에, 모델링 오차나 스텝상의 외란이 존재할 경우의 응답특성을, 목표신호에 대한 추종특성과는 독립적으로 조정 가능하다. 이러한 의미에서 그림 1의 제어계를 2자유도 적분형 서보계라고 한다.

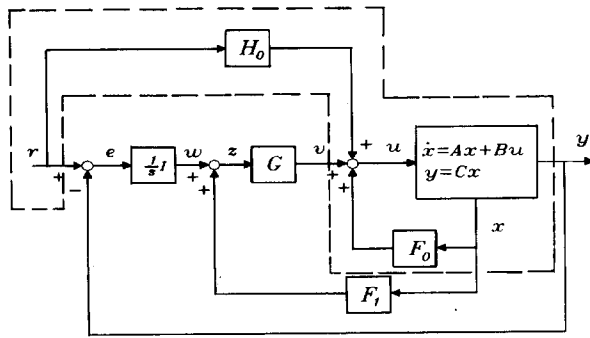


그림 1. 2자유도 적분형 서보계.
Fig. 1. A two degree-of-freedom servosystem.

그림에서, F_0 는 $A+BF_0$ 를 안정하게 하는 행렬이고, [1, 2]에서는, LQR이론으로부터 얻어진 이득을 도입하고 있다. 또한, F_1, H_0 는 다음과 같은 행렬이다.

$$F_1 = C(A+BF_0)^{-1}, \quad H_0 = [-C(A+BF_0)^{-1}B]^{-1} \quad (4)$$

이때, 그림 1의 제어계는

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A+B(F_0 + GF_1) & BG \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} BH_0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \\ y(t) &= [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 나타내어 진다.

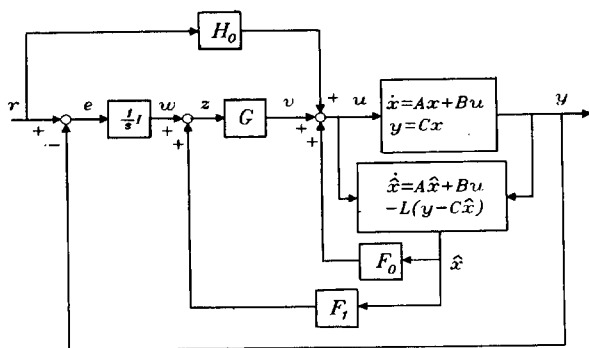


그림 2. 관측기를 갖는 2자유도 적분형 서보계.
Fig. 2. A two degree-of-freedom servosystem incorporating an observer.

이 제어계가 적분형 서보계로서 동작하기 위해서는, 안정한 제어계가 되지 않으면 안된다. 즉, (5)의 시스템 행렬

$$\begin{bmatrix} A+B(F_0 + GF_1) & BG \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -F_1 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A+BF_0 & BG \\ 0 & F_1BG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -F_1 & I \end{bmatrix}^{-1} \quad (6)$$

로부터 알 수 있듯이, G 를 F_1BG 가 안정한 행렬이 되도록 선택하지 않으면 안된다[4, 5].

여기서, F_1BG 가 안정한 행렬이어야 한다는 조건을 만족하는 이득 G 의 임의의 것을 \hat{G} 라고 하자. 이때, 어떤 정정 (positive definite)행렬 V 에 대해서, Lyapunov부등식

$$F_1B\hat{G}V + V\hat{G}^T(F_1B)^T < 0 \quad (7)$$

이 성립한다. 이 식으로부터, 임의의 정정행렬 W 에 대해서, Lyapunov부등식

$$W(F_1B\hat{G}VW) + (F_1B\hat{G}VW)^T W < 0 \quad (8)$$

이 성립한다는 것에 주의하면, $F_1B\hat{G}VW$ 가 안정행렬임을 알 수 있다. 본 논문에서는

$$G = G_0W, \quad G_0 = \hat{G}V \quad (9)$$

라 두고, G_0 를 기준이득, $W(>0)$ 를 가조정 이득이라 한다. 그런데, (7)이 성립되도록 하는 V 는 무수히 존재하지만, 그 중의 어떠한 것을 선택해도 좋다. 다시 말하면, 기준이득 G_0 는

$$F_1BG_0 + G_0^T(F_1B)^T < 0 \quad (10)$$

가 성립되도록 하는 것이다. 저자가 [5-7]에서 고려하고 있는 것은

$$G_0 = -R^{-1}(F_1B)^T \quad (11)$$

이고, (10)을 만족시키는 것 중의 하나이다. 여기서 F_1B 는 정칙(nonsingular)이고[3, 4], R 은 임의의 정정행렬이다.

만일 제어대상의 상태가 직접적으로 측정 불가능할 경우에는, 관측기(observer)에 의해 상태를 추정하는 것이 고려되어 진다. 본 논문에서는 동일차원관측기

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L\{y(t) - C\hat{x}(t)\}$$

를 이용하여 상태를 추정하기로 한다. 여기서 \hat{x} 는 관측기의 n 차원 상태로, 제어대상의 상태 x 의 추정치이며, L 는 $A+LC$ 를 안정하게 하는 관측기의 이득이다. 이러한 경우에 있어서, 동일차원 관측기를 갖는 2자유도 적분형 서보계는 그림 1의 제어계로부터 그림 2와 같이 구성되어 진다. 이때 그림 2 제어계의 상태방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B(F_0 + GF_1) & BG \\ -LC & A+B(F_0 + GF_1)+LC & BG \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BH_0 \\ BH_0 \\ I \end{bmatrix} r(t)$$

$$y(t) = [C \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

로 나타내어진다.

이 제어계가 적분형 서보계로서 동작하기 위해서는 안정하지 않으면 안된다. 이 제어계의 안정성은 (12)의 시스템 행렬이

$$\begin{bmatrix} A & B(F_0 + GF_1) & BG \\ -LC & A+B(F_0 + GF_1)+LC & BG \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ I & 0 & I \\ -F_1 & I & -F_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A+BF_0 & BG & BF_0 \\ 0 & F_1BG & F_1(A+BF_0+LC) \\ 0 & 0 & A+LC \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ I & 0 & I \\ -F_1 & I & -F_1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (13)$$

로 표현되어지며, $A+BF_0, F_1BG, A+LC$ 가 모두 안정한 행렬이므로 그림 2의 제어계가 안정하다는 것은 쉽게 알 수 있다.

III. 제어계의 강인한 안정성

본 논문에서는, 구조적인 불확실성(structured uncertainty)과 함께 비구조적인 불확실성(unstructured uncertainty)인 승법적 불확실성이 제어대상의 입력측에 존재한다고 하고, 이러한 경우에 있어서 2자유도 적분형서보계의 강인한 안정성에 대해 고찰한다. 그러기 위해서, 제어대상을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_0 + A_\delta)x(t) + (B_0 + B_\delta)\tilde{u}(t) \\ \hat{x}(t) &= A_0\hat{x}(t) + B_0u(t) - L(y(t) - C_0\hat{x}(t)) \\ y(t) &= (C_0 + C_\delta)x(t) \\ \tilde{u}(t) &= u_\delta(t) + u(t) \\ u_\delta(s) &= \mathcal{A}(s)u(s) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, A_0, B_0, C_0 는 A, B, C 의 공칭치 (nominal value)를 나타내며, $A_\delta, B_\delta, C_\delta$ 는 계수행렬에 포함되어지는 구조적인 불확실성을 나타낸다. 또한 $\mathcal{A}(s)$ 는 제어대상의 입력측에서 본 승법적인 비구조적 불확실성으로

$$\mathcal{A}(s) = M(s)\mathcal{Z}(s)N(s), \quad \|\mathcal{Z}(s)\|_\infty \leq \gamma \quad (15)$$

로 나타낸다. 여기서 $M(s), N(s)$ 는 불확실성이 주파수에 어떻게 의존하는가를 표현하는 것으로, 안정한 전달함수이다. \tilde{u} 는 섭동(perturbation)후의 입력이며 u_δ 는 섭동의 출력으로 한다. 여기서, $M(s)$ 의 상태방정식을

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_w(t) \\ u_\delta(t) &= C_m x_m(t) + D_m u_w(t) \end{aligned} \quad (16)$$

로 표시하며, $N(s)$ 의 상태방정식을

$$\begin{aligned} \dot{x}_n(t) &= A_n x_n(t) + B_n u(t) \\ u_z(t) &= C_n x_n(t) + D_n u(t) \end{aligned} \quad (17)$$

로 나타낸다. 여기서 x_m, x_n 는 $M(s), N(s)$ 의 상태이고, u_w 는 $M(s)$ 의 입력, u_z 는 $N(s)$ 의 출력을 나타내며, A_m, A_n 는 모두 안정한 행렬이다. 제어대상에 이상과 같은 구조적, 비구조적인 불확실성이 존재할 때, 그림 2의 제어계를 그림 3과 같이 나타낸다.

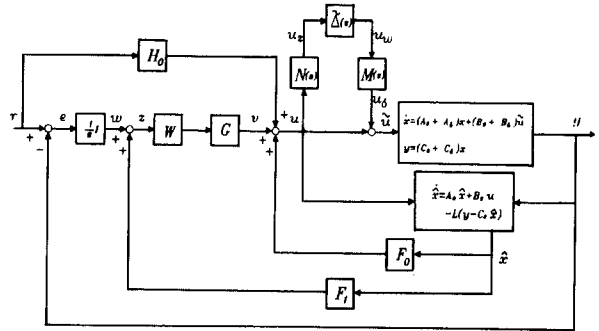


그림 3. 불확실성을 갖는 2자유도 적분형 서보계.
Fig. 3. A two degree-of-freedom servosystem with uncertainty.

그림 3에서 F_0, F_1, H_0, G 는 모두 A, B, C 의 공칭치인 A_0, B_0, C_0 로부터 계산한다. 이 제어계의 안정성을 고찰하기 위해 $r=0$ 로 해도 된다. 그리고, 비구조적인 불확실성 $\mathcal{Z}(s)$ 에 대한 강인한 안정성을 Small-Gain 정리로써 보충하기 위해 u_w 를 입력, u_z 를 출력으로 생각하여 그림 3의 제어계를 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \tilde{A}\hat{x}(t) + \tilde{B}u_w(t) \\ u_z(t) &= \tilde{C}\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, $\hat{x} = [x_m^T, x_n^T, x^T, \hat{x}^T, w^T]^T$ 이고 각계수행렬은

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & A_n & 0 \\ (B_0 + B_\delta)C_m & 0 & A_0 + A_\delta \\ 0 & 0 & -L(C_0 + C_\delta) \\ 0 & 0 & -(C_0 + C_\delta) \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = [B_m^T \ 0 \ D_m^T(B_0 + B_\delta)^T \ 0 \ 0]^T$$

$$\tilde{C} = [0 \ C_n \ 0 \ D_n(F_0 + GF_1) \ D_n G] \quad (19)$$

이다. 여기서 (18)의 시스템의 u_w 에서 u_z 까지의 전달 함수를 T_{zw} 라고 한다. 이때, 그림 3의 제어계가 (15)의 임의의 $\mathcal{Z}(s)$ 에 대해서 강인 안정하기 위한 필요충분 조건은, (18)의 행렬 \tilde{A} 가 안정한 행렬이고,

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma^{-1} \quad (20)$$

이 성립하는 것이다. 이하에서는, 제어대상에 구조적인 불확실성이 존재한다고 하고, 이 조건에 대해 생각해 보기로 한다.

우선, (18)의 제어계에 대해

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_1 & I \end{bmatrix} \quad (21)$$

로 좌표변환

$$\begin{bmatrix} x_m \\ x_n \\ \varepsilon \\ z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_m \\ x_n \\ x \\ u \end{bmatrix} \quad (22)$$

을 실행한다(단, $\varepsilon = \hat{x} - x$).

이 때 좌표변환후의 각계수행렬은

$$\bar{A}(W) = T \hat{A} T^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & A_n & B_n F_0 \\ (B_0 + B_\delta) C_m & 0 & A_0 + A_\delta + (B_0 + B_\delta) F_0 \\ -(B_0 + B_\delta) C_m & 0 & -(A_\delta + LC_\delta + B_\delta F_0) \\ 0 & 0 & -(F_1 L + I) C_\delta \\ & 0 & 0 \\ & B_n F_0 & B_n G_0 W \\ & (B_0 + B_\delta) F_0 & (B_0 + B_\delta) G_0 W \\ A_0 + LC_0 - B_\delta F_0 & & -B_\delta G_0 W \\ (F_1 L + I) C_0 & & F_1 B_0 G_0 W \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= T \hat{B} \\ &= [B_m^T \ 0 \ D_m^T (B_0 + B_\delta)^T \\ &\quad -D_m^T (B_0 + B_\delta)^T \ 0]^T \end{aligned}$$

$$\bar{C}(W) = \hat{C} T^{-1} = [0 \ C_n \ D_n F_0 \ D_n F_0 \ D_n G_0 W] \quad (23)$$

로 된다. 여기서 $\bar{A}(W), \bar{C}(W)$ 로 표현하고 있는 것은 가조 정 이득 W 를 파라미터로 포함하고 있기 때문이다. 따라서 W 가 단위행렬, 즉 $W=I$ 일때는 $\bar{A}(I), \bar{C}(I)$ 로 표시한다. 그리고, $\bar{A}(W)$ 와 입력의 계수행렬 \bar{B} 를 공칭치와 불확 실성으로 분리해서 생각한다. 즉,

$$\bar{A}(W) = \bar{A}_0(W) + \bar{A}_\delta(W)$$

$$\bar{A}_0(W) = \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & A_n & B_n F_0 \\ B_0 C_m & 0 & A_0 + B_0 F_0 \\ -B_0 C_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 \\ & B_n F_0 & B_n G_0 W \\ & B_0 F_0 & B_0 G_0 W \\ A_0 + LC_0 & & 0 \\ (F_1 L + I) C_0 & & F_1 B_0 G_0 W \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_\delta(W) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_n F_0 \\ B_\delta C_m & 0 & A_\delta + B_\delta F_0 \\ -B_\delta C_m & 0 & -(A_\delta + LC_\delta + B_\delta F_0) \\ 0 & 0 & -(F_1 L + I) C_\delta \\ & 0 & 0 \\ & 0 & 0 \\ & B_\delta F_0 & B_\delta G_0 W \\ -B_\delta F_0 & & -B_\delta G_0 W \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{B}_\delta$$

$$\bar{B}_0 = [B_m^T \ 0 \ (B_0 D_m)^T \ -(B_0 D_m)^T \ 0]^T$$

$$\bar{B}_\delta = [0 \ 0 \ (B_\delta D_m)^T \ -(B_\delta D_m)^T \ 0]^T \quad (24)$$

로 하고, 정정대칭행렬 $\bar{P}(W)$ 를

$$\bar{P}(W) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & 0 \\ P_{12}^T & P_{22} & P_{23} & P_{24} & 0 \\ P_{13}^T & P_{23}^T & P_{33} & P_{34} & 0 \\ P_{14}^T & P_{24}^T & P_{34}^T & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix} \quad (25)$$

와 같이 정의한다. 이것을 이용하여 다음의 정리를 둔다.

정리 : 구조적 불확실성 $A_\delta, B_\delta, C_\delta$ 와 비구조적불확실 성 $\mathcal{Z}(s)$ 의 H_∞ norm의 상한치 γ 에 대해서, 부등식

$$\begin{aligned} &\bar{P}(I) [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)] \\ &+ [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)]^T \bar{P}(I) \\ &+ \frac{\gamma^2}{\mu} \cdot \bar{P}(I) (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta) \\ &\cdot (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta)^T \bar{P}(I) \\ &+ \mu \bar{C}^T(I) \bar{C}(I) \\ &< 0 \end{aligned} \quad (26)$$

가 성립하도록 하는 정정행렬 $\bar{P}(I)$ 와 정수 μ 가 존재할 때, 그림 3의 제어계는 가조정이득 W 에 독립적으로 안정하다. 증명 : (23) ~ (26)으로부터

$$\begin{aligned} &\bar{A}_0(W) + \bar{A}_\delta(W) \\ &= [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)] \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\bar{C}(W) = \bar{C}(I) \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix},$$

$$\bar{P}(W) = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix} \bar{P}(I) \quad (27)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이러한 관계를 이용하면, (26)으로 부터 임의의 $W > 0$ 에 대해서

$$\begin{aligned} &\bar{P}(W) [\bar{A}_0(W) + \bar{A}_\delta(W)] \\ &+ [\bar{A}_0(W) + \bar{A}_\delta(W)]^T \bar{P}(W) \\ &+ \frac{\gamma^2}{\mu} \cdot \bar{P}(W) (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta) \\ &\cdot (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta)^T \bar{P}(W) \\ &+ \mu \bar{C}^T(W) \bar{C}(W) \\ &= \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix} \\ &\cdot \{ \bar{P}(I) [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)] \\ &+ [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)]^T \bar{P}(I) \\ &+ \frac{\gamma^2}{\mu} \cdot \bar{P}(I) (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta) \\ &\cdot (\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta)^T \bar{P}(I) + \mu \bar{C}^T(I) \bar{C}(I) \} \\ &\cdot \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix} \\ &< 0 \end{aligned} \quad (28)$$

가 성립하고, (20)이 만족되어 진다[9]. 따라서 (26)을 성립

시키는 $\bar{P}(I) > 0, \mu > 0$ 가 존재한다면 임의의 가조정이득 W 에 독립적으로 그림 3의 제어계가 안정하다. ■

주의 1: (26)의 강인한 안정조건은

$$\begin{bmatrix} \{ \bar{P}(I)[\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)] \\ + [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)]^T \bar{P}(I) \} \\ \gamma(B_0 + \bar{B}_\delta)^T \bar{P}(I) \\ \mu \bar{C}(I)I \\ \gamma \bar{P}(I)(\bar{B}_0 + \bar{B}_\delta) \quad \mu \bar{C}^T(I) \\ -\mu I \quad 0 \\ 0 \quad -\mu I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

와 동가이다. 이것은 $\bar{P}(I)$ 와 μ 에 대해 LMI(선형행렬부등식)의 형태로 되어 있다.

또한, $\bar{A}_\delta(I)$ 는 $A_\delta, B_\delta, C_\delta$ 에 대해서 선형이다. 따라서 구조적인 불확실성이 $(A_{\delta i}, B_{\delta i}, C_{\delta i}), i=1,2,\dots,p$ 를 단점(vertices)으로 하는凸집합

$$A_\delta = \sum_{i=1}^p \lambda_i A_{\delta i}, B_\delta = \sum_{i=1}^p \lambda_i B_{\delta i}, C_\delta = \sum_{i=1}^p \lambda_i C_{\delta i}, \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i=1,2,\dots,p$$

로 나타내어져, 비구조적인 불확실성 $\lambda(s)$ 의 H_∞ norm의 상한치가 γ 일 때, (29)가 $(A_\delta, B_\delta, C_\delta)$ 의 모든 단점 $(A_{\delta i}, B_{\delta i}, C_{\delta i})$ 에 대해 동일한 해 $\bar{P}(I) > 0, \mu > 0$ 를 갖는다면, 모든 $(A_\delta, B_\delta, C_\delta)$ 에 대해서 (29)가 성립한다. 따라서, 그림 3의 제어계는 가조정이득 W 에 독립적으로 강인 안정하다.

주의 2: 정리의 강인한 안정조건은, 가조정이득 W 에 독립이다. 따라서, 이 강인한 안정조건 하에서는 W 의 고이득화가 가능하게 된다. 이것은 그림 3의 2자유도 적분형 서보계에 있어서, W 의 출력측으로부터 입력측까지의 일순전달함수(一巡傳達函數)의 영점의 실수부가 양이 아니고, 그 전달함수를 Laurent 급수전개 했을때, $1/s$ 의 계수행렬에, 실수부가 양인 고유치가 존재하지 않음을 의미한다[10].

증명: 부록 참조 ■

IV. 시뮬레이션

이상에서는, 2자유도 적분형 서보계에 있어서, 입력측의 승법적인 불확실성이나 제어대상의 계수행렬에 포함되어져 있는 불확실성이 정리의 조건을 만족하는 범위에 있으면, 적분보상의 가조정이득 W 와는 독립적으로 강인 안정함을 보였다. 따라서 적분보상의 고이득화가 가능하게 되고, 고이득화에 의해 적분보상의 효과가 강하게 나타나므로 적분보상부분의 응답을 가속시킬 수 있게 된다. 그 결과, 적분보상이득을 고이득화 하면 할 수록, 제어출력의 정상상태로의 정정시간이 짧아 질것이라 기대된다. 이하에서는, 그와 같은 고이득화의 효과를 시뮬레이션을 통해 확인한다.

제어대상은 1입력 1출력 시스템으로, 그 계수행렬의 공칭치와 불확실성은,

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad A_\delta = \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ a_2 & a_3 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_\delta = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$C_0 = [1 \ 0], \quad C_\delta = [c_1 \ 0]$$

라고 한다. 여기서, a_1, a_2, a_3, b_1, c_1 은 계수행렬의 불확실성을 나타내는 파라미터이고, 공칭치는 0이다.

이득 F_0 는 $A_0 + B_0 F_0$ 가 안정하도록,

$$F_0 = [-0.2361 \quad -0.0777] \quad (32)$$

로 한다. 이것을 이용하면, F_1, H_0 는,

$$F_1 = [-1.3764 \quad -0.4472] \quad (33)$$

$$H_0 = [2.2361]$$

와 같이 계산되어진다. 그리고, (10)을 만족시키도록 G_0 를

$$G_0 = [0.4472] \quad (34)$$

로 선택하고, L 는, $A_0 + LC_0$ 가 안정하도록

$$L = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad (35)$$

와 같이 결정했다. 또한 (15)의 $M(s), N(s)$ 는

$$M(s) = 0.1 \frac{0.35s+8}{s+6}, \quad N(s) = 1 \quad (36)$$

라고 한다. 여기서 $P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{44}$ 를 각각

$$\begin{aligned} P_{11}A_m + A_m^T P_{11} &< 0 \\ P_{22}A_n + A_n^T P_{22} &< 0 \\ P_{33}(A_0 + B_0 F_0) + (A_0 + B_0 F_0)^T P_{33} &< 0 \\ P_{44}(A_0 + LC_0) + (A_0 + LC_0)^T P_{44} &< 0 \end{aligned} \quad (37)$$

를 만족시키는 정정해(positive definite solution)라고 하자. 정정인 $P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{44}$ 의 존재성은, $A_m, A_n, A_0 + B_0 F_0, A_0 + LC_0$ 의 안정성으로부터 보증되어진다. 이것으로부터 (25)의 정정대칭행렬 $\bar{P}(I)$ 를

$$\bar{P}(I) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & 0 \\ P_{12}^T & P_{22} & P_{23} & P_{24} & 0 \\ P_{13}^T & P_{23}^T & P_{33} & P_{34} & 0 \\ P_{14}^T & P_{24}^T & P_{34}^T & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (38)$$

로 정의하고, (37)의 정정해로서,

$$\begin{aligned} P_{11} &= [8.1541] \\ P_{33} &= \begin{bmatrix} 0.8819 & 0.2361 \\ 0.2361 & 0.0777 \end{bmatrix} \\ P_{44} &= \begin{bmatrix} 23.7338 & 9.2337 \\ 9.2337 & 3.7147 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

를 선택했다. $N(s)=1$ 이므로 (37)에서 두번째 행 $P_{22}A_n + A_n^T P_{22} < 0$ 는 고려하지 않아도 된다. 이때, 이것으로부터 정의되어지는 (38)의 $\bar{P}(I)$ 와 $\mu = 0.98$ 은, 예를 들어 구조적인 불확실성을 나타내는 파라미터 값

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.2, a_2 = 0.4, a_3 = 0.5, \\ b_1 &= 0.1, c_1 = -0.2 \end{aligned} \quad (40)$$

와 비구조적 불확실성의 H_∞ norm의 상한치인 $\gamma=1$ 에 대해 정리의 Riccati 부등식(26)을 만족시키며, 불확실성이 존재하지 않을 경우에도 (26)은 성립한다. 따라서, 그림 3의 제어계는 가조정이득 W 의 크기에는 관계없이 안정하다.

지금까지의 결과를 토대로, 스텝(step)상의 외란에 대한 제어출력의 시뮬레이션 결과를 나타내기로 한다. 여기서, 비

구조적인 불확실성은

$$\Delta(s) = \frac{9}{0.1s+10} \quad (41)$$

로 하고, 크기 0.7의 스텝상의 외란을 $t=3[\text{sec}]$ 에서 제어대상의 출력측에 인가한다. 또한 가조정이득 W 는 $W = \alpha I$ 라고 하고, α 즉, 가조정이득 W 를 증가시켜 감에 따라 제어출력이 어떻게 변화해 가는지 고찰한다.

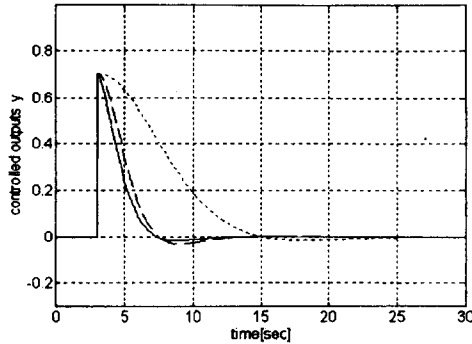


그림 4. 외란에 대한 응답특성.

Fig. 4. Responses to disturbance.

우선, $\alpha = 0.1$ 일때의 제어출력 y 를 그림 4의 짧은과선으로 나타낸다. 적분보상의 효과를 보기위해 W 를 크게 해보자. $\alpha = 10$ 으로 했을때의 제어출력의 응답을 긴파선으로, $\alpha = 100$ 의 경우의 제어출력의 응답을 실선으로 나타내고 있다.

시뮬레이션 결과로부터, 적분보상의 가조정이득 W 를 크게 하면 크게 할 수록 제어출력의 정상상태로의 정정시간이 기대했던 대로 짧아짐을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는, 관측기를 갖는 2자유도 적분형 서보계에 있어서, 제어대상에 구조적 불확실성과함께 비구조적 불확실성이 입력측의 승법적 불확실성으로 존재할 때의 강인한 안정성에 대해 고찰했다. 그래서 불확실성에 대한 강인한 안정성이 적분보상이득의 크기에는 관계없이 보존되어지기 위한 안정조건을 제시했다. 이러한 강인한 안정 조건하에서는, 제어대상에 불확실성이 존재함에도 불구하고 적분보상의 이득을 얼마든지 크게 할 수 있으며, 이러한 적분보상의 고이득화에 의해 제어출력의 정상상태로의 정정시간이 짧아짐을 시뮬레이션을 통해 확인했다.

참고문헌

[1] Y. Fujisaki and M. Ikeda, "A two-degree-of-freedom design of optimal servosystem," *Proc. 31st IEEE CDC*, pp. 3588-3589, 1992.
 [2] Y. Fujisaki and M. Ikeda, "Synthesis of two-degree-of-freedom servosystems," *Trans. SICE*, vol. 27, no. 8, pp. 907-914, 1991.
 [3] T. Hagiwara, T. Yamasaki and M. Araki, "A two-degree-of-freedom design method of LQI servo system, Part I," *Preprints of 12th IFAC World Congress*, vol. I, pp. 453-455, 1993.
 [4] T. Hagiwara, Y. Ohtani and M. Araki, "A design method of LQI servo systems with two degree of freedom," *Trans. iSCIE*, vol. 4, no. 12, pp. 501-510, 1991.

[5] Y. Kim, Y. Fujisaki and M. Ikeda, "Robust stability and high-gain compensation of a two-degree-of-freedom servosystem," *The 17th SICE Symposium on Dynamical System Theory*, pp. 325-330, 1994.
 [6] M. Kobayashi, Y. B. Kim, M. Ikeda and Y. Fujisaki, "On robust stability of two-degree-of-freedom servosystem incorporating an observer," *The 39th Annual Conference of iSCIE*, pp. 263-264, 1995.
 [7] Y. B. Kim, M. Ikeda, M. Kobayashi and Y. Fujisaki, "High-gain compensation of a two-degree-of-freedom servosystem incorporating an observer," *The 24th SICE Symposium on Control Theory*, pp. 107-110, 1995.
 [8] Y. B. Kim, M. Ikeda and Y. Fujisaki, "Robust stability of a two-degree-of-freedom servo-system with unstructured uncertainty," *Memoirs of The Graduate School of Science & Technology, KOBE Univ.*, vol. 14-B, pp. 73-80, 1996.
 [9] P. P. Khargonekar, I. R. Petersen and K. Zhou, "Robust stability of uncertain linear systems : Quadratic stability and H_∞ control theory," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 35, no. 3, pp. 356-361, 1990.
 [10] H. Maeda, "High-gain feedback & robustness," *J. of SICE*, vol. 26, no. 5, pp. 381-386, 1987.

부록

주의 2를 증명하기에 앞서, $\Delta(s)$ 의 상태방정식을

$$\dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u_d(t) \quad (A1)$$

$$u_w(t) = C_d x_d(t)$$

같이 나타내기로 한다. 강인한 안정조건 위 (26)이 성립할 때, Riccati 부등식

$$P_d A_d + A_d^T P_d < -\frac{1}{\mu} P_d B_d B_d^T P_d - \frac{\mu}{\gamma^2} C_d^T C_d \quad (A2)$$

을 만족시키는 정정대칭행렬 P_d 가 존재한다는 것을 이용하여,

$$\begin{bmatrix} P_d & 0 \\ 0 & \bar{P}(I) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_d & B_d \bar{C}(I) \\ \bar{B} C_d & \bar{A}(I) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_d & B_d \bar{C}(I) \\ \bar{B} C_d & \bar{A}(I) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_d & 0 \\ 0 & \bar{P}(I) \end{bmatrix} < 0 \quad (A3)$$

가 성립됨을 증명한다.

증명 : (26)과 (A2)로 부터 (A3)은

$$\begin{bmatrix} P_d A_d + A_d^T P_d & 0 \\ 0 & \bar{P}(I) \bar{A}(I) + \bar{A}^T(I) \bar{P}(I) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\mu} \bar{C}(I) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\mu} \bar{C}(I) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} \bar{P}(I) \bar{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d \ 0 \right]^T \left[\frac{0}{\frac{\gamma}{\sqrt{\mu}} \bar{P}(I) \bar{B}} \right]^T \\
 & < - \left[\frac{1}{\mu} P_d B_d B_d^T P_d + \frac{\mu}{\gamma^2} C_d^T C_d \right. \\
 & \quad \left. \begin{matrix} 0 & 0 \\ \frac{\gamma^2}{\mu} \bar{P}(I) \bar{B} \bar{B}^T \bar{P}(I) + \mu \bar{C}^T(I) \bar{C}(I) \end{matrix} \right] \\
 & + \left[\frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \right] \left[\begin{matrix} 0 & \sqrt{\mu} \bar{C}(I) \end{matrix} \right] \\
 & + \left[\begin{matrix} 0 & \sqrt{\mu} \bar{C}(I) \end{matrix} \right]^T \left[\frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \right]^T \\
 & + \left[\frac{0}{\frac{\gamma}{\sqrt{\mu}} \bar{P}(I) \bar{B}} \right] \left[\frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d \ 0 \right] \\
 & + \left[\frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d \ 0 \right]^T \left[\frac{0}{\frac{\gamma}{\sqrt{\mu}} \bar{P}(I) \bar{B}} \right]^T \\
 & = - \left[\begin{matrix} \frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \\ -\sqrt{\mu} \bar{C}^T(I) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} \frac{1}{\sqrt{\mu}} P_d B_d \\ -\sqrt{\mu} \bar{C}^T(I) \end{matrix} \right]^T \\
 & - \left[\begin{matrix} -\frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d^T \\ \frac{\gamma}{\sqrt{\mu}} \bar{P}(I) \bar{B} \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} -\frac{\sqrt{\mu}}{\gamma} C_d^T \\ \frac{\gamma}{\sqrt{\mu}} \bar{P}(I) \bar{B} \end{matrix} \right]^T
 \end{aligned} \tag{A4}$$

와 같은 관계를 만족시키므로 (A3)이 부정(negative definite)임을 알 수 있다. ■

주의 2의 증명: 그림 3의 2자유도 적분형 서보계에 있어서, W 의 출력측에서부터 입력측 까지의 일순전달함수(一巡傳達函數)는,

$$\begin{aligned}
 \hat{A} &= \begin{bmatrix} A_m & 0 \\ 0 & A_n \\ (B_0+B_\delta)C_m & 0 \\ -(B_0+B_\delta)C_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \hat{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_n G \\ (B_0+B_\delta)G \\ -B_\delta G \\ F_1 B_0 G \end{bmatrix} \\
 \hat{C} &= [\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ I]
 \end{aligned} \tag{A5}$$

라 두면, $\hat{C}(sI - \hat{A})^{-1}\hat{B}$ 로 정의되어 지고, 영점은

$$\Pi(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} - sI & \hat{B} \\ \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \tag{A6}$$

를 비정칙(nonsingular)이 되게 하는 s 의 값이다. 그러므로, 간단한 계산으로부터, $\Pi(s)$ 의 비정칙성은,

$$\begin{aligned}
 \hat{\Pi}(s) &= \begin{bmatrix} A_m - sI & 0 & 0 \\ 0 & A_n - sI & B_n F_0 \\ (B_0+B_\delta)C_m & 0 & A_0 + A_\delta + (B_0+B_\delta)F_0 - sI \\ -(B_0+B_\delta)C_m & 0 & -(A_\delta + B_\delta F_0 + LC_\delta) \\ 0 & 0 & -(F_L + I)C_\delta \end{bmatrix} \\
 & \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_n F_0 & B_n G_0 \\ (B_0+B_\delta)F_0 & (B_0+B_\delta)G_0 \\ A_0 + LC_0 - B_\delta F_0 - sI & -B_\delta G_0 \\ -(F_L + I)C_0 & F_1 B_0 G_0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

의 비정칙성과 동가이다. 여기서, $\hat{\Pi}(s)$ 를 다음과 같이 분리해서 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\Pi}(s) &= \hat{\Pi}_r + \hat{\Pi}_i(s) \\
 &= \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & A_n & B_n F_0 \\ (B_0+B_\delta)C_m & 0 & A_0 + A_\delta + (B_0+B_\delta)F_0 \\ -(B_0+B_\delta)C_m & 0 & -(A_\delta + B_\delta F_0 + LC_\delta) \\ 0 & 0 & -(F_L + I)C_\delta \end{bmatrix} \\
 & \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_n F_0 & B_n G_0 \\ (B_0+B_\delta)F_0 & (B_0+B_\delta)G_0 \\ A_0 + LC_0 - B_\delta F_0 & -B_\delta G_0 \\ -(F_L + I)C_0 & F_1 B_0 G_0 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} -sI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -sI & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -sI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A7}$$

또한, 정정행렬로서

$$\hat{P}(I) = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & \bar{P}(I) \end{bmatrix} \tag{A8}$$

를 정의한다. 이때,

$$\begin{aligned}
 \hat{P}(I)\hat{\Pi}(s) + \hat{\Pi}^*(s)\hat{P}(I) & \\
 &= \hat{P}(I)\hat{\Pi}_r + \hat{\Pi}_r^T \hat{P}(I) \\
 & - 2\hat{P}(I) \begin{bmatrix} \text{Res}I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Res}I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Res}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{Res}I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A9}$$

이다. 여기서 *는 행렬의 공액전치를 나타낸다.

그런데, (A9)에 있어서, 우변의

$$\hat{P}(I)\hat{\Pi}_r + \hat{\Pi}_r^T \hat{P}(I)$$

는 (A3)과 같다. 따라서, 강인한 안정조건 (26)이 성립할 때,

$$\hat{P}(I)\hat{\Pi}_r + \hat{\Pi}_r^T \hat{P}(I)$$

항은 음이 된다. 만일, $\hat{\Pi}(s)$ 가 비정칙이 되게 하는 실수가 음이 아닌 s 가 존재한다고 하자. 이때, 그러한 s 에 대해서 (A9)의 좌변은 음이 될 수 없다. 그러나, (26)이 성립할 때, (A9)의 우변은 음이 되고, (A9)는 성립되지 않는다. 따라서, 강인한 안정조건 (26)이 성립한다는 조건하에서는, 가조정 이득 W 의 출력측에서 부터 입력측까지의 一巡傳達函數의 영점의 실부는 모두 음이다.

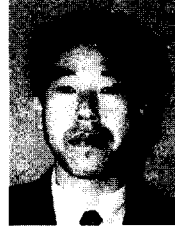
또한, $\hat{C}(sI - \hat{A})^{-1}\hat{B}$ 를 Laurent 급수 전개 했을 때, $1/s$ 의 계수행렬 $\hat{C}\hat{B}$ 는 (A5)로 부터 $F_1(B_0+B_\delta)G_0$ 이고, 이것의 고유치의 실수부는 모두 음이다[5].

이상과 같이, 정리의 강인한 안정조건 (26)이 성립할 때, 그림 3의 2자유도 적분형 서보계에 있어서, W 의 출력측에서부터 입력측 까지의 一巡傳達函數의 영점의 실수부가 양이 아니며, 또한, 그 전달함수를 Laurent 급수전개했을 때 $1/s$ 의 계수행렬의 고유치의 실수부가 양이 되는 고유치가 존재하지 않음을 보였다. ■



김 영 복

1989년 부산수산대학 기관학과 졸업, 동대학원 석사(1991), 일본Kobe Univ. 박사(1996), 1996년 ~ 현재 부경대학교 제어기계공학과 Post-Doc.. 관심분야는 서보계 설계 및 해석, 강인성제어, 내연기관시스템의 제어.



양 주 호

1977년 부산수산대학 기관학과 졸업, 동대학원 석사(1980), 한국해양대학 박사(1988), 1988년 ~ 현재 부경대학교 제어기계공학과 교수. 관심분야는 선박자동화, 내연기관시스템의 제어, 최적제어, 강인성제어.