

論文97-34S-11-7

# 이산치 혼돈 시스템의 제어를 위한 일반형 예측 제어기의 설계

## (Design of Generalized Predictive Controller for Discrete-Time Chaotic Systems)

朴光聲\*, 朱鎭晚\*, 朴珍培\*, 崔允浩\*\*, 尹泰星\*\*\*

(Kwang-Sung Park, Jin-Man Joo, Jin-Bae Park, Yoon-Ho Choi, and Tae-Sung Yoon)

### 요 약

본 논문에서는 이산치 혼돈 시스템의 초기치 민감성에 덜 영향을 받으며 이산치 혼돈 시스템을 효율적으로 제어할 수 있는 제어기 설계 방법을 제안하였다. 제안된 제어 방법은 일반형 제어 기법에 기초하며 NARMAX 모델을 제어 대상 모델로 사용한다. 한편 제안된 제어기 설계 방법의 성능을 검증하기 위해, 제안된 제어기를 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템과 Lozi 시스템에 적용하여 제어 성능 및 초기치 민감성을 기존의 모델 기준 제어기와 비교하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과로부터 본 논문에서 제안된 제어기가 기존의 모델 기준 제어기보다 우수한 제어 성능을 보였으며, 또한 기존의 모델 기준 제어기보다 혼돈 시스템의 초기치 민감성에 덜 영향을 받으며 제어 목적을 수행함을 확인할 수 있었다.

### Abstract

In this study, a controller design method is proposed for controlling the discrete-time chaotic systems efficiently. The proposed control method is based on Generalized Predictive Control and uses NARMAX models as controlled models. In order to evaluate the performance of the proposed method, a proposed controller is applied to discrete-time chaotic systems, and then the control performance and initial sensitivity of the proposed controller are compared with those of the conventional model-based controller through computer simulations.

Through simulations results, it is shown that the control performance of the proposed controller is superior to that of the conventional model-based controller and shown that the proposed controller is less sensitive to initial values of discrete-time chaotic systems in comparison with the conventional model-based controller.

### I. 서 론

혼돈(chaos) 현상은 시스템내의 상태 변수들이 비

선형 결정론적 규칙에 지배되는 현상으로 특히 초기치에 매우 민감한 성질을 가지며 외부적으로 예측 불가능하고 불규칙한 동태를 보인다. 이와 같은 혼돈 현상을 분석, 식별하는 연구를 통해 지금까지 예측 불가능한 외란이나 잡음으로 간주되던 신호들이 혼돈 특성을 갖는 신호로 밝혀졌으며<sup>[1]</sup>, 이와 같은 혼돈 신호들은 시스템의 안정적 동작을 저해하므로 시스템의 안정된 동작을 위해 혼돈 현상의 제거 및 억제를 위한 혼돈 제어 방법에 관한 연구들이 현재 활발히 진행되고 있다<sup>[2]</sup>.

\* 正會員, 延世大學校 電氣工學科

(Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ.)

\*\* 正會員, 京畿大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Eng., Kyonggi Univ.)

\*\*\* 正會員, 昌原大學校 電氣工學科

(Dept. of Electrical Eng., Changwon Univ.)

接受日字: 1996年10月24日, 수정완료일: 1997年9月23日

기존의 혼돈 제어 방법에는 시스템의 파라미터를 섭동(perturbation)시켜 시스템의 동태를 주기 운동으로 안정화시키는 OGY 방법<sup>[3]</sup>이 있으며, 전통적인 선형 케환 제어 방법을 이용하여 혼돈 시스템을 평형 상태로 수렴시키는 방법<sup>[4]</sup>과 혼돈 시스템내의 위상 공간에 존재하는 수렴 영역을 이용하여 혼돈 시스템을 제어하는 비케환 제어 방법<sup>[5]</sup> 등이 있다.

한편 이와 같은 기존의 혼돈 제어 방법들은 특정한 혼돈 시스템의 제어에 만족스러운 제어를 수행하나 혼돈 시스템에 대한 주기 운동이나 평형 상태로의 수렴이 연구자의 직관 및 경험적인 측면에 의해 도출되어 제어 이론의 해석과 합성등에 어려움이 있으며, 또한 시스템의 정확한 모델이나 비선형 방정식을 필요로 하므로 제어 방법의 실제 적용 가능성에 문제점이 있고 다양한 비선형 혼돈 시스템에 적용할 수 없는 단점을 가진다.

혼돈 시스템을 위한 제어 방법의 하나로서 Qammar와 Mossayebi에 의해 제안된 모델 기준 제어(model-based control)<sup>[6]</sup>는 시스템 입·출력에 대한 NARMAX(Nonlinear AutoRegressive Moving Average models with eXogenous inputs) 모델<sup>[7]</sup>을 사용하여 간접 적응 제어기를 구성하는 제어 방법으로 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템에 적용하여 평형 상태로 수렴이 가능함을 보였다. 기존의 모델 기준 제어에 사용된 OSA(One-Step-Ahead) 제어기는 혼돈 비선형 시스템에 대해 간단하게 제어기를 구성할 수 있으나, 혼돈 시스템이 갖는 초기치 민감성과 경험적으로 정의된 케환 이득값에 따라 제어 성능이 크게 영향을 받는 단점을 가진다.

한편 일반형 예측 제어(Generalized Predictive Control : GPC)<sup>[8]</sup>는 미래치를 포함한 시스템의 예측 방정식을 구성하여 제어 법칙을 유도하는 다 단계 예측 제어 방법으로 기존의 선형 제어 이론으로 해결이 어려웠던 비최소 위상(nonminimum phase) 및 데드비트(dead-beat)를 갖는 선형 시스템 등에서 강한 제어 성능을 가진다.

본 논문에서는 이산치 혼돈 시스템의 제어를 위해 제어 대상 모델로 NARMAX 모델중 선형 모델을 선정하고 일반형 예측 제어 기법에 기초함으로써 혼돈 시스템의 초기치 민감성에 덜 영향을 받으며 제어 성능이 우수한 제어기 설계 방법을 제안하고자 한다. 한편 시뮬레이션을 통해 본 논문에서 제안된 제어기를

기존의 모델 기준 제어기와 비교하여 제안된 제어기의 성능 및 초기치 민감성을 고찰하고자 하며, 또한 기존의 모델 기준 제어기로 제어가 불가능한 Lozi 시스템에 적용하여 제어 효과를 고찰하고자 한다.

## II. 이산치 혼돈 시스템을 위한 예측 제어

혼돈 시스템은 초기치 민감성(initial value sensitivity)과 스트레인지 어트랙터(strange attractor) 특성을 가진다. 이산치 혼돈 시스템에 대한 제어 목적은 혼돈 시스템의 어트랙터내의 초기치에서 시작한 혼돈 시스템을 어트랙터내의 불안정한 평형점이나 제한 주기(limit cycle)로 시스템이 수렴하도록 하는 것이며, 결정론적 비선형 법칙에 지배되는 혼돈 시스템은 초기치에 따라 시스템의 동태 특성이 크게 영향 받기 때문에 초기치의 선정은 혼돈 시스템의 제어에 큰 영향을 미친다.

한편 이산치 혼돈 시스템의 모델 기준 제어는 외란과 시스템 동태의 변화에 대해 적응적으로 대처할 수 있는 간접 적응 제어기의 장점을 이용한 것으로서 이산치 혼돈 시스템에 대한 비선형 플랜트 모델을 정의하고 정의된 모델을 통해 제어기를 구성하는 제어 방법이다. 이 방법은 제어 대상인 혼돈 시스템에 내포되어 있는 복잡한 비선형성을 별도로 고려할 필요가 없는 장점을 가진다. 또한 모델링 과정에서 안정된 기준 입력 상태를 나타내는 흡인 영역(basin of attraction)이 한정되는 단점은 대상 시스템 모델안에 이상적인 모델이 포함되도록 고차의 비선형 함수 또는 다수의 파라미터를 사용함으로써 해결될 수 있다.

그림 1은 본 논문에서 사용한 모델 기준 제어기의 구조이다.

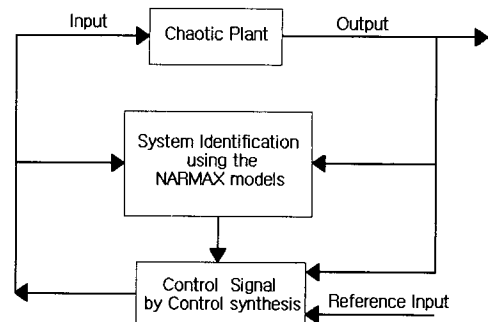


그림 1. 모델 기준 제어기의 블록 선도

Fig. 1. Block diagram of model-based controller.

기존의 모델 기준 제어에 사용된 제어 법칙은 시스템의 실제 출력값과 모델의 예측 출력값사이의 예측 오차를 다음 단계의 제어 입력값으로 사용하는 OSA 제어 법칙<sup>[6]</sup>으로 초기치 민감성에 크게 영향을 받는 단점으로 인해 효율적인 제어 입력값을 유도하기 어려워 다양한 혼돈 시스템에 적용하기 어려운 단점을 가진다.

한편 일반형 예측 제어는 기존의 선형 제어에서 우수한 제어 결과를 보였으며 아울러 시변 시스템에도 적용 가능하다<sup>[10]</sup>. 그러나 기존의 일반형 예측 제어를 모델 기준 제어에 적용하여 이산치 혼돈 시스템을 제어하기 위해서는 제어 대상인 혼돈 시스템의 특성을 고려한 예측 방정식의 구성이 필요하다.

본 논문에서는 제어 대상 모델로 혼돈 시스템에 대한 가제어성을 지닌 선형  $L_n$  모델을 선정하고 순환적인 방법을 이용하여 미래 예측 방정식을 구성하며, 이를 바탕으로 이산치 혼돈 시스템에 대한 효율적인 제어를 할 수 있는 예측 제어 방법을 제안한다.

1. 제어 대상 NARMAX 모델

이산치 혼돈 시스템은 초기치에 매우 민감한 비선형 시스템으로서, 식 (1)과 같은 일반적인 비선형 모델식으로 표현할 수 있다.

$$y_{t+1} = F^*[y_t, \dots, y_{t-\eta}, u_{t-d}, \dots, u_{t-d-\eta_s+1}] \equiv F^*[V_1, \dots, V_s] \quad (1)$$

여기서  $d$ 는 프로세스 지연 상수이며  $\eta$ 는 비선형도를 의미하며 또한  $\eta_y$ 는 출력 지연도이며  $\eta_u$ 는 입력 지연도이고  $s$ 는  $\eta_u + \eta_y$ 이다.

식 (1)과 같은 비선형 시스템을 모델링하기 위해 Leontaritis와 Billings에 의해 제안된 NARMAX 모델<sup>[7]</sup>은 기존의 비선형 시스템 모델인 Hammerstein 모델과 Wiener 모델 및 쌍선형(bilinear) 모델등과 같은 일반화된 비선형 시스템 모델로서 본 논문에서는 식 (2)와 같은 NARMAX 모델을 이산치 혼돈 시스템을 위한 비선형 시스템 모델로 고려한다.

$$y_{t+1} = \sum_{i=1}^m c_i V_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} V_i V_j + \dots + \sum_{i=1}^m \dots \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^m c_{i\dots mn} V_i \dots V_m V_n \quad (2)$$

식 (2)의 시스템 모델은 식 (3)으로 표현될 수 있다.

$$y_{t+1} = \phi_t^T \theta_t \quad (3)$$

여기서  $\theta_t$ 는 파라미터  $c_{i\dots mn}$ 의 벡터이며,  $\phi_t$ 는 과거 입력값과 출력값들에 대한 함수들의 벡터로서 식 (2)의  $V_i$ 를 의미한다. 그리고 편의상 제어 입력  $u_t$ 의 계수값은 1로 하며, 차수 역시 1로 한다.

아울러 표 1은 기존의 모델 기준 제어에서 사용한 NARMAX 모델을 선형과 자승 및 삼승 모델별로 나타낸 것이다.

표 1. NARMAX 모델  
Table 1. NARMAX model.

모델	예측 모델식
$L_1$	$y_{t+1} = c_1 y_t + c_2 + u_t$
$Q_1$	$y_{t+1} = c_1 y_t + c_2 y_t^2 + c_3 + u_t$
$C_1$	$y_{t+1} = c_1 y_t + c_2 y_t^2 + c_3 y_t^3 + c_4 + u_t$

한편, 기존의 모델 기준 제어에서 사용한 NARMAX 모델은 자승과 삼승의 고차식으로 모델링할수록 예측 오차는 감소하지만 복잡한 비선형 요소를 포함하고 있기 때문에 전통적 선형 제어 기법을 적용하기 어려우며 초기치에 민감한 혼돈 시스템의 영향을 크게 받는 성질을 갖고 있다. 반면에 식 (4)와 같은  $L_n$  모델은 외란 요소를 포함한 선형 방정식으로 나타낼 수 있기에 선형 제어 기법을 적용하기 용이한 장점을 가지며 기존의 모델 기준 제어에서 간단한  $L_1$  모델을 이용하여 Henon 시스템을 제어할 수 있음을 Qammar가 실험을 통해 확인하였다<sup>[6]</sup>.

$$L_n \text{ 모델: } y_{t+1} = \sum_{i=1}^n c_i y_{t-i+1} + c_{n+1} + u_t \quad (4)$$

따라서 본 논문에서는 제어공학적 관점에서 이산치 혼돈 시스템에 대한 제어 대상 모델로 식 (4)와 같은  $L_n$  모델을 선정한다.

모델 기준 제어에서는 선정된 NARMAX 모델을 이용하여 이산치 혼돈 시스템을 동정하기 위해 전통적인 시스템 동정 방법인 가중치를 갖는 순환 최소 자승 법<sup>[11]</sup>을 이용한다.

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \frac{P_t \phi_t (y_{t+1} - \phi_t^T \theta_t)}{w + \phi_t^T P_t \phi_t}$$

$$P_{t+1} = \frac{1}{w} \left( P_t - \frac{P_t \phi_t \phi_t^T P_t}{w + \phi_t^T P_t \phi_t} \right) \quad (5)$$

여기서  $P$ 는 공분산(covariance) 행렬이며  $w$ 는 0과 1사이의 망각(forgetting) 상수이다.

모델 기준 제어에서 순환 최소 자승법을 통해 혼돈 비선형 시스템을 동정할 때 출력값이 원하는 기준 입력 상태에 도달한 후 공분산 행렬  $P_k$ 의 급격한 증가로 인하여 시스템이 불안정해지는 wind-up 현상이 발생하게 된다. 이 현상은 비선형 시스템의 실제 출력값과 예측 모델의 예측 출력값사이의 예측 오차로 인해 발생하는 것이다. 본 논문에서는 이에 대한 해결 방법으로 시스템의 예측 오차가 일정 범위내에 들면 파라미터 값을 갱신하지 않는 방법을 사용하여 불안정성을 제거한다.

## 2. 예측 방정식의 구성

선형 시스템에 대한 기존의 GPC에서는 등가(Diophantine) 방정식을 이용하여 외란 요소를 배제한다. 다 단계 미래 예측 방정식을 구성하나, 이산치 혼돈 시스템에 대한 모델 기준 제어에서는 NARMAX 모델의 각 요소가 제어 대상인 이산치 혼돈 시스템에 대한 정보를 갖고 있는 중요한 요소로서 특히 외란 요소를 고려한 예측 방정식의 구성이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 예측된 NARMAX 모델의 파라미터 값을 이용한 미래 모델식을 구성하고 이를 순환적 방법을 통해 예측 방정식을 유도한다.

이와 같은 예측 방정식의 유도 과정을 편의상 식 (6)과 같은 간단한  $L_1$  모델을 이용하여 서술하자.

$$y_t = u_{t-1} + c_1 y_{t-1} + c_2 \quad (6)$$

다음으로 식 (6)의 1 단계 예측 방정식을 구하여 제어 입력  $u_t$ 와 다른 요소를 분리하면 식 (7)과 같이 된다.

$$y_{t+1|t} = h_1 u_t + V_1 \quad (7)$$

여기서  $h_1 = 1$ 이며  $V_1 = c_1 y_t + c_2$ 이다.

다음으로 식 (7)을 순환적으로 사용하여  $j$  샘플 단계까지의 예측 방정식을 구하면 식 (8)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} y_{t+j|t} &= u_{t-1+j|t} + c_1 y_{t-1+j|t} + c_2 \\ &= u_{t-1+j|t} + c_1 (u_{t-2+j|t} + c_1 y_{t-2+j|t} + c_2) + c_2 \\ &\quad \vdots \\ &= h_1 u_{t-1+j|t} + \dots + h_j u_t + V_j \\ &= \sum_{i=1}^j h_i u_{t-i+j|t} + V_j \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 각 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_i &= 1 && \text{if } i = 1 \\ &= c_1 h_{i-1} && \text{if } i \geq 2 \\ V_j &= c_1 y_t + c_2 && \text{if } j = 1 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 && \text{if } j \geq 2 \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 일반적인  $L_n$  모델에 대해 위와 동일한 과정으로  $j$  샘플 단계까지의 예측 방정식을 유도하면 식 (10)과 같다.

$$y_{t+j|t} = \sum_{i=1}^j h_i u_{t+i-j|t} + V_j \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} h_i &= 1, && \text{if } i = 1 \\ &= c_1 h_{i-1}, && \text{if } i = 2 \\ &= c_1 h_{i-1} + c_2 h_{i-2}, && \text{if } i = 3 \\ &\quad \vdots \\ &= c_1 h_{i-1} + c_2 h_{i-2} + \dots + c_n h_{i-n}, && \text{if } i \geq n+1 \\ V_j &= c_1 y_t + c_2 y_{t-1} + c_3 y_{t-2} + \dots + c_n y_{t-n+1} + c_{n+1}, && \text{if } j = 1 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 y_t + c_3 y_{t-1} + \dots + c_n y_{t-n+2} + c_{n+1}, && \text{if } j = 2 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 V_{j-2} + c_3 y_t + \dots + c_n y_{t-n+3} + c_{n+1}, && \text{if } j = 3 \\ &\quad \vdots \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 V_{j-2} + c_3 V_{j-3} + \dots + c_n V_{j-n} + c_{n+1}, && \text{if } j \geq n+1 \end{aligned} \quad (11)$$

이며,  $n$ 은 제어 대상  $L_n$  모델의 차수를 의미한다.

따라서 식 (11)에 정의된  $h_i, V_j$ 의 정의에 따라 각 모델별 예측 방정식을 유도할 수 있다.

## 3. 예측 제어 법칙

이산치 혼돈 시스템에 대한 예측 제어 법칙을 유도하기 위해 미래 시간의 기준 입력값  $[w(t+j); j=1, 2, \dots]$ 이 알려져 있다고 가정한다. 아울러 기준 입력값은 혼돈 시스템의 평형점을 의미하며 알려진 혼돈 시스템의 정보를 통해 이미 알고 있다고 가정한다.

우선 식 (12)와 같은 다 단계 비용 함수를 고려한다.

$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^N [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N-1} \lambda(j) [u(t+j-1)]^2 \right\} \quad (12)$$

여기서,

- $N$  : 최대 출력 지표(maximum costing horizon)
- $NU$  : 제어 입력 지표 범위(control horizon)
- $\lambda(j)$ : 제어 입력 가중치열(control-weighting sequence)

로서 제어기를 설계할 때 설계자가 임의로 설정할 수 있는 설계 변수들로서 편의상 본 논문에서는  $N$ 과  $NU$ 의 값을 동일하게 한다.  $E\{\cdot\}$ 는 기대치 연산자(expectation operator)이다.

이산치 혼돈 시스템을 위한 예측 제어 방법에서의 제어 입력 법칙은 일반적인 GPC의 경우와 같이 정의된 다 단계 비용 함수를 최소화하는 제어 입력 벡터를 매 샘플 순간마다 구한 후, 제어 입력 벡터의 첫번째 원소만을 플랜트에 인가하여 제어를 수행한다.

반면 제어 대상  $L_n$  모델 내의 외란 요소도 혼돈 시스템을 모델링하기 위해 필요한 요소이기 때문에 일반적인 GPC와 달리 외란 요소의 제거를 위한 별도의 적분 요소를 고려하지 않는다.

편의상, 제어 대상 모델로  $L_1$  모델을 선정하고 앞서 유도한  $L_1$  모델의 미래 예측 방정식을 이용하여 식 (12)를 최소화하는 예측 제어 법칙을 유도하자.

우선, 식 (10)과 식 (11)을 이용하여  $j$ 를 1에서  $N$ 까지 확장하여 표현하면 식 (13)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 y_{t+1|t} &= u_t + c_1 y_t + c_2 = h_1 u_t + V_1 \\
 y_{t+2|t} &= u_{t+1|t} + c_1 y_{t+1|t} + c_2 = h_1 u_{t+1|t} + h_2 u_t + V_2 \\
 &\vdots \\
 y_{t+N|t} &= u_{t+N-1|t} + c_1 y_{t+N-1|t} + c_2 \\
 &= h_1 u_{t-1+N|t} + h_2 u_{t-2+N|t} + \dots + h_N u_t + V_N \quad (13)
 \end{aligned}$$

식 (13)을 벡터 형태로 다시 쓰면 식 (14)과 같이 된다.

$$\hat{y} = H\hat{u} + V \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \hat{y} &= [y_{t+1|t}, y_{t+2|t}, \dots, y_{t+N|t}]^T \\
 \hat{u} &= [u_t, u_{t+1|t}, \dots, u_{t+N-1|t}]^T \\
 V &= [V_1, V_2, \dots, V_N]^T \\
 H &= \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

이다.

이제 식 (12)의 비용 함수를 벡터 형태로 나타내면 식 (15)와 같이 된다.

$$J = E\{ (y-w)^T (y-w) + u^T \Lambda u \} \quad (15)$$

식 (14)를 식 (15)에 대입하면 식 (16)과 같이 된다.

$$J = E\{ (Hu + V - w)^T (Hu + V - w) + u^T \Lambda u \} \quad (16)$$

식(16)을 최소화하는 벡터  $u(t)$ 는 식 (17)과 같이 된다.

$$u(t) = (H^T H + \Lambda)^{-1} H^T (w - V) \quad (17)$$

식 (17)에서 벡터  $u(t)$ 의 첫번째 원소가 원하는 제어 입력값  $u(t)$ 가 된다.

### III. 실험 및 결과 고찰

#### 1. 실험

모든 실험은 IBM-PC의 Windows 환경에서 동작하는 MATLAB을 사용하여 수행하였다. 실험을 위해 본 논문에서는 표 2의 이산치 혼돈 시스템<sup>[11][12]</sup>을 사용하였다.

표 2. 실험에 사용된 이산치 혼돈 시스템  
Table 2. Discrete-time chaotic system for simulations.

시스템	시스템 방정식	N	$\alpha$	b
Henon	$y_{k+1} = a(1.0 - y_{k-N+2}^2 - by_{k-N+1}) + u_k$	4	1.3	0.05
Lozi	$y_{k+1} = -a y_{k-N+2}  + by_{k-N+1} + 1 + u_k$	2	1.8	0.4

표 2의 Henon 시스템은 시계열 방정식으로 표현된 일반화된 Henon 시스템을 사용하였으며,  $N$ 은 시스템 차수를 의미하며 기존 모델 기준 제어기와의 비교를 위해  $N = 4$ 로 설정하였다<sup>[6]</sup>.

본 실험에 사용한 이산치 혼돈 시스템의 혼돈도를 알아보기 위해 혼돈 특성을 나타내는 대표적인 정량적 척도인 리아프노프 지수(Lyapunov exponent)의 최대값은 Henon 시스템은 0.0492이고 Lozi 시스템은 0.44로서 두 시스템이 모두 혼돈 특성을 갖고 있음을 알 수 있다. 아울러 본 논문에서는 식 (6)의 순환 최소 지승법을 NARMAX 모델의 파라미터 추정 방법으로 사용하였으며 이를 위한 변수  $P_0, w, \theta_0$ 의 초기

치는 (500, 0.95, 0)으로 설정하였다.

2. 결과 고찰

본 논문에서 제안된 제어 방법을 대표적인 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템과 Lozi 시스템에 각각 적용하여 이산치 혼돈 시스템별로 제어 성능을 고찰하였다. 제어기의 동작 시점은 100 샘플 시간으로 정하였다. 한편 파라미터 값을 갱신하지 않는 제어기의 허용 예측 오차 범위를 크게 할수록 시스템의 수렴 속도는 감소되는 데 반해 출력값의 오프셋(offset)의 크기가 증가하는 trade-off 관계가 발생하며 본 논문에서는 오차 범위를 0.0001이내로 정하였다.

1) 제안된 제어 방법의 제어 성능

(1) Henon 시스템

본 절에서는 기존 모델 기준 제어에서 사용한 OSA 제어기<sup>[6]</sup>와의 비교를 통해 본 논문에서 제안된 제어 방법의 효율성을 검증하였으며, 이때 필요한 각 제어기의 제어 조건은 표 3과 같다.

표 3. 제안된 제어 방법과 OSA 제어기의 제어 조건

Table 3. Control conditions for proposed control method and OSA controller.

경우	모델	$N$	$NU$	$\lambda$	$y^*$	$K$
경우 1	$L_1$	4	4	0.0001	0.25	1.05
경우 2	$L_5$	4	4	0.0001	0.25	1.15

표 3에서 기준 입력값  $y^*$ 는 Henon 시스템의 불안정한 평형점을 의미하며,  $K$ 는 OSA 제어기의 게인 이득값이다.

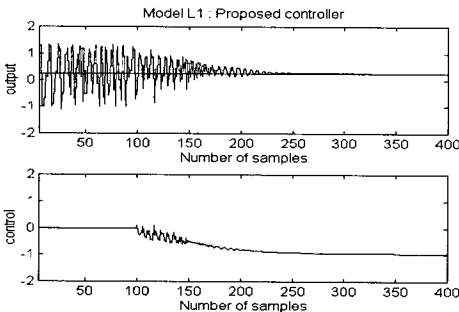


그림 2. 표 3의 경우 1에 대한 제안된 제어기의 제어 결과

Fig. 2. Results of proposed controller in case 1 of Table 3.

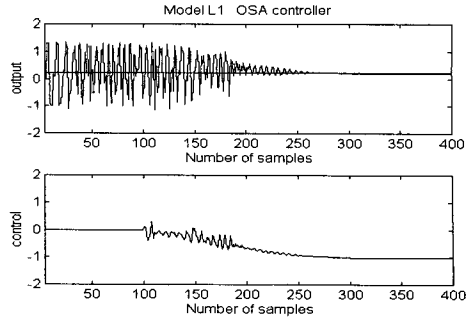


그림 3. 표 3. 표 3의 경우 1에 대한 OSA 제어기의 제어 결과

Fig. 3. Results of OSA controller in case 1 of Table 3.

그림 2와 그림 3은 표 3의 경우 1에 대한 제안된 제어 방법과 OSA 제어기의 제어 성능에 대한 결과이다. 100 샘플시간에서 제어기가 동작할 때, 본 논문에서 제안된 제어 방법은 OSA 제어기보다 다소 빠른 정정 시간(settling time)과 정확한 수렴값을 얻었지만 OSA 제어기의 경우에는 미세한 오프셋이 발생하였으며 이때 필요한 게인 이득값  $K$ 를 경험적으로 유도해야한다

그림 4와 그림 5는 표 3의 경우 2에 대한 제어기의 제어 결과를 각각 보인 것이다. 보다 고차 모델인  $L_5$ 을 이용한 제안된 제어 방법은 경우 1보다 빨라진 정정 시간을 가지며 오프셋이 발생하지 않은 반면 OSA 제어기는 본 논문에서 제안된 제어 방법에 비해 수렴 속도가 느리며 큰 오프셋이 발생하였다.

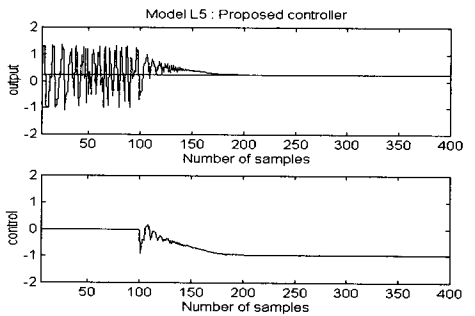


그림 4. 표 3의 경우 2에 대한 제안된 제어기의 제어 결과

Fig. 4. Results of proposed controller in case 2 of Table 3.

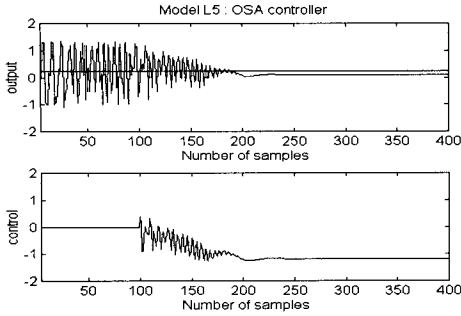


그림 5. 표 3의 경우 2에 대한 OSA 제어기의 제어 결과  
 Fig. 5. Results of OSA controller in case 2 of Table 5.

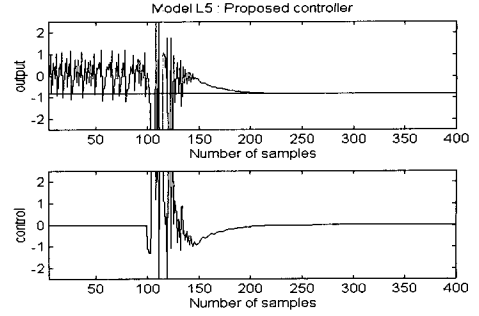


그림 7. 표 4의 경우 2에 대한 제안된 제어기의 제어 결과  
 Fig. 7. Results of the proposed controller in case 2 of Table 4.

(2) Lozi 시스템

기존의 모델 기준 제어 방법에 의해 제어하기 어려웠던 Lozi 시스템에 본 논문에서 제안된 제어 방법을 적용하여 제어 효율성을 검증하였으며, 이때 각 모델 별로 사용한 제어기의 제어 조건은 표 4와 같다.

표 4. Lozi 시스템에 대한 제안된 제어 방법의 제어 조건

Table 4. Conditions of the proposed control method for Lozi system.

경우	모델	$N$	$NU$	$\lambda$	$y^*$
경우 1	$L_1$	4	4	0.001	-0.835
경우 2	$L_5$	4	4	0.001	-0.835

그림 6과 그림 7은 표 4의 경우 1과 2에 대한 제안된 제어기의 성능을 각각 보인 것으로, 공통적으로 빠른 정정 시간과 안정된 제어 결과를 보이고 있다.

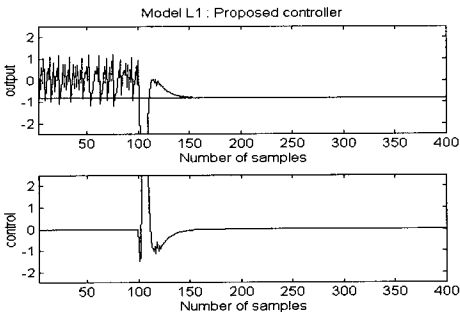


그림 6. 표 4의 경우 1에 대한 제안된 제어기의 제어 결과  
 Fig. 6. Results of the proposed controller in case 1 of Table 4.

따라서 본 논문에서 제안된 제어 방법은 다양한 이산치 혼돈 시스템에 대해 안정적인 제어 성능을 보임을 알 수 있다.

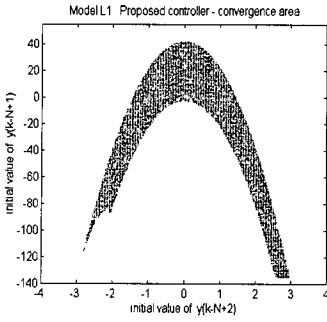
2) 초기치 수렴 영역

초기치 민감성을 갖는 혼돈 시스템의 특성이 본 논문의 제어 방법에 미치는 영향을 고찰하기 위해, 제어기에 의해 수렴하는 초기치 영역을 도시하였다. 우선 제어기에 의해 이산치 혼돈 시스템이 원하는 평형점으로 수렴할 때 혼돈 시스템의 초기치의 위치를 위상 평면상에 표시하여 수렴 영역을 표시하였다. 이때 각 그림에서 호 모양의 영역은 혼돈 시스템의 스트레인지어트랙터를 의미하며 어트랙터내의 점들은 제어기에 의해 수렴하는 초기치의 위치를 나타낸 것으로 점들이 조밀할수록 다양한 초기치에 대해 시스템이 수렴함을 의미한다. 또한 시계열 방정식으로 주어진 시스템에서 초기치 수렴 영역을 위상 평면상에 나타내기 위해 Henon 시스템은  $y_{k-N+2}$ 와  $y_{k-N+1}$ 를 각각  $x$ 축과  $y$ 축으로 정의하며, Lozi 시스템에서는  $y_{k-N+2}$ 와  $y_{k-N+1}$ 를 각각  $x$ 축과  $y$ 축으로 정의하였다.

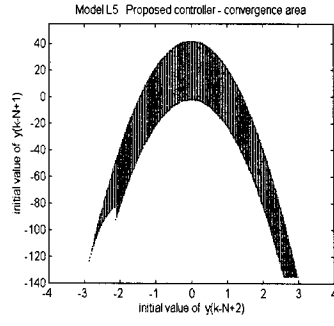
(1) Henon 시스템

본 절에서는 본 논문의 제어 방법의 초기치 민감성을 고찰하기 위해 표 3의 제어 조건에 따라 실험하였다.

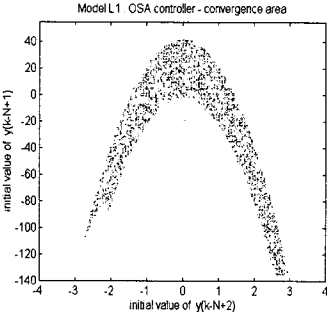
그림 8과 그림 9는 표 3의 각 경우에 대한 제어기들의 초기치 수렴 영역을 나타낸 결과로서, 전체적으로 제안된 제어 방법의 초기치 수렴 영역은 OSA 제어기의 초기치 수렴 영역보다 어트랙터내의 훨씬 밀집된 초기치 영역에서 수렴하고 있음을 알 수 있다.



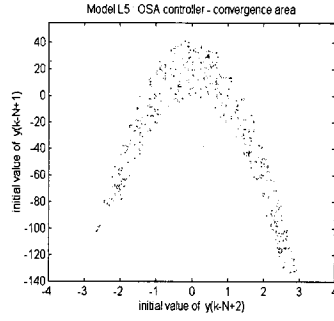
(a) 제안된 제어기(Proposed controller)



(a) 제안된 제어기(Proposed controller)



(b) OSA 제어기(OSA controller)



(b) OSA 제어기(OSA controller)

그림 8. 표 3의 경우 1에 대한 제어기의 초기치 수렴 영역

Fig. 8. Initial convergence area of each controller in case 1 of Table 3.

아울러 고차 모델식을 사용한 각 제어기의 초기치 수렴 영역을 표시한 그림 9로부터, 제안된 제어기는 표 3의 경우 1의 수렴 영역보다 훨씬 밀집된 초기치 영역에서 수렴하고 있는 반면, OSA 제어기의 초기치 수렴 영역은 표 3의 경우 1보다 훨씬 산만한 영역에서 수렴하고 있어 OSA 제어기가 고차 모델에서 초기치에 민감함을 알 수 있다.

따라서 고차 모델을 사용할수록 제안된 제어 방법이 OSA 제어기의 경우보다 초기치에 덜 영향을 받으며 제어를 수행함을 알 수 있다.

(2) Lozi 시스템

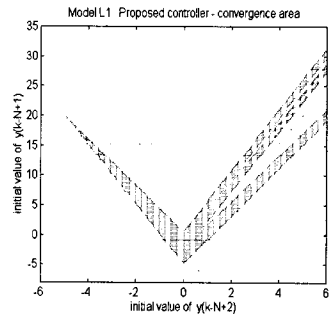
Lozi 시스템의 초기치 민감성에 대한 실험은 Henon 시스템의 경우와 마찬가지로 표 4의 제어 조건에 따라 실험하였다.

그림 10의 (a)와 (b)는 표 4에 대한 본 논문의 제어 방법의 초기치 수렴 영역을 나타낸 결과로서,

그림 9. 표 3의 경우 2에 대한 제어기의 초기치 수렴 영역

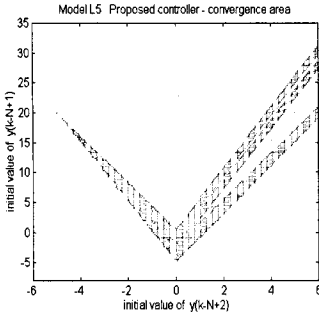
Fig. 9. Initial convergence area of each controller in case 2 of Table 3

Henon 시스템에 대한 본 논문의 제어 방법의 초기치 수렴 영역보다 훨씬 밀집된 영역에서 시스템이 수렴하고 있음을 보여주고 있어, 본 논문의 제어 방법이 Lozi 시스템에서 더 양호한 제어 효율을 보이고 있음을 알 수 있다.



(a) 경우 1 (case 1)





(b) 경우 2 (case 2)

그림 10. 표 4의 경우 1과 경우 2에 대한 제안된 제어기의 초기치 수렴 영역

Fig. 10. Initial convergence area of the proposed controller in case 1 and case 2 of Table 4.

#### IV. 결론

본 논문에서는 이산치 혼돈 시스템의 초기치 민감성에 덜 영향을 받으며 효율적인 제어를 수행할 수 있는 제어기 설계 방법을 제안하였다. 본 논문에서 제어 대상 모델로 NARMAX 모델중 선형 제어 이론을 적용하기 용이한 선형 모델을 선정하였고, 일반형 예측 제어 기법을 기초로 하여 제어기를 제안하였다. 제안된 제어기를 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템과 Lozi 시스템에 적용한 결과, 기존의 모델 기준 제어기보다 더 빠른 수렴 속도와 안정된 제어 성능을 보였고 선정된 선형 모델을 효율적으로 이용하여 제어를 수행함을 알 수 있었다. 아울러 제안된 제어기는 초기치 수렴 영역에서 기존의 모델 기준 제어기보다 훨씬 조밀한 영역에서 수렴하므로 혼돈 시스템의 초기치 민감성에 덜 영향을 받으며 제어 목적을 수행함을 확인할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] L. A. Aguirre and S. A. Billings, "Validating identified nonlinear models with chaotic systems", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 1, pp. 109-125, 1994.
- [2] G. Chen and X. Dong, "From chaos to

order-Perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, no. 6, pp. 1363-1409, 1993.

- [3] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, no. 11, pp. 1196-1199, 1990.
- [4] G. Chen and X. Dong, "On feedback control of chaotic continuous-time systems", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 40, no. 9, pp. 591-601, 1993.
- [5] E. A. Jackson and A. W. Hübler, "Periodic entrainment of chaotic logistic map dynamics", *Physica D*, vol. 44, pp. 407-420, 1990.
- [6] H. K. Qammar, F. Mossayebi, "System identification and model-based control of a chaotic system", *Int. Jour. Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 4, pp. 843-851, 1994.
- [7] I. J. Leontaritis, S. A. Billings, "Input-output parametric models for nonlinear systems : Part I & II", *Int. Jour. of Contr.*, vol. 41, no. 2, pp. 308-353, 1985.
- [8] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized predictive control - Part I", *Automatica*, vol. 23, no. 2, pp. 137-148, 1987.
- [9] O. P. Palsson, H. Madsen and H. T. Sgoaard, "Generalized predictive control for nonstationary Systems", *Automatica*, vol. 30, no. 22, pp. 1991-1997, 1994.
- [10] G. C. Goodwin, K. S. Sin, *Adaptive filtering prediction and control*, Prentice-Hall Inc., pp. 120-128, 1984.
- [11] G. Baier, M. Klein, "Maximum hyperchaos in generalized Henon maps", *Phys. Letter A*, no 151, pp. 281-284, 1990.
- [12] G. Chen and X. Dong, "On feedback control of chaotic nonlinear dynamic systems", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, vol. 2, no. 2, pp. 407-411, 1992.

## 저 자 소 개



朴 光 聲(正會員)

1968년 4월 22일생. 1994년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사 과정. 주관심분야는 강인제어, 혼돈 이론 및 제어, 예측제어등임



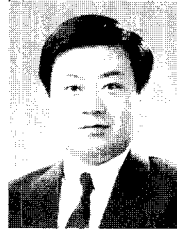
朱 鎭 晩(正會員)

1970년 10월 26일생. 1993년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사 과정



朴 珍 培(正會員)

1954년 8월 7일생. 1977년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1985년 ~ 1990년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(박사). 1990년 ~ 1991년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터공학과 조교수. 1992년 ~ 현재 연세대학교 전기공학과 부교수. 주관심분야는 강인제어, 비선형제어, 지능제어등임



崔 允 浩(正會員)

1957년 1월 14일생. 1980년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1982년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1993년 ~ 현재 경기대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 혼돈 이론 및 제어, 비선형 제어, 지능 제어, 이동로보트등임



尹 泰 星(正會員)

1956년 6월 23일생. 1978년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1994년 ~ 1995년 2월 미국 Vanderbilt 대학교 전기공학과 객원교수. 1989년 ~ 현재 창원대학교 전기공학과 부교수. 주관심 분야는 통계신호처리, 지능제어, 컴퓨터비전등임