

# 다변수 자기동조 PID 제어기의 설계

## (Design of Multivariable Self Tuning PID Controllers)

曹元鐵\*, 全琪準\*\*

(Won Chul Cho and Gi Joon Jeon)

### 요 약

본 논문에서는 잡음과 시간지연이 있으며 시스템의 파라미터가 변하는 시스템에 적용할 수 있는 PID 구조를 갖는 다변수 자기동조 제어기의 파라미터들을 온-라인으로 조정하는 방법을 제안한다. 속도형 PID 제어구조는 보조출력의 분산을 최소로 하는 과정에서 결정되고, 자기동조 제어기의 파라미터는 순환최소자승법으로 추정하였다. 그리고 Robbins-Monro 알고리즘을 이용하여 제어기의 설계계수의 값을 자동조정하였다. 제안한 PID 형 다변수 자기동조 방법은 다른 자기동조 방법들보다 간단하고 효과적이다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 방법이 설계계수를 고정시키는 방법보다는 시스템의 파라미터 변화에 잘 적응하는 것을 보였다.

### Abstract

This paper presents an automatic tuning method for parameters of a multivariable self-tuning velocity-type PID controller which adapts to changes in the system parameters with time delays and noises. The velocity-type PID control structure is determined in the process of minimizing the variance of the auxiliary output, and self-tuning effect is achieved through the recursive least square algorithm at the parameter estimation stage and also through the Robbins-Monro algorithm at the stage of optimizing the design parameters of the controller. The proposed PID type multivariable self-tuning method is simple and effective compared with other existing multivariable self-tuning methods. Computer simulation has shown that the proposed algorithm is better than the trial-and-error method in the tracking performance.

### I. 서 론

PID 제어기를 설계할 때 중요한 문제는 비례, 적분, 미분이득을 결정하고 조정하는 것인데 지금까지 널리

알려진 방법으로 위상 교차주파수에서 대상 시스템의 응답을 바탕으로 하여 안정도 및 건실성에 관한 성질을 만족하게 하는 Ziegler-Nichols의 루프동조 방법<sup>[1]</sup>이 있다. 그러나 이 방법은 설계 자동화가 어려우며, 진동의 진폭을 어떤 한계 내로 유지시키기가 힘들다. Poulin 등<sup>[2]</sup>은 이차 이산시간 모델을 근거로 하여 적응 PID 제어기계수를 자동조정하는 방법을 제시하였으나 잡음이 있을 때 제어기계수를 연기가 쉽지 않다. 이 밖에도 PID 제어기계수를 자동으로 조정하는 방법에 대해 많은 연구결과가 발표되었지만 잡음이 존재하거나 비최소위상 시스템 혹은 지연시간이 있는 시스템인 경우, 파라미터를 모르거나 제어환경이 변할 때에는 만족할 만한 성능을 얻을 수 없다<sup>[3]</sup>.

시스템의 환경이 변하는 경우는 제어기의 파라미터

\* 正會員, 慶尙北道立 醴泉專門大學 電子科

(Dept. of Elec. Eng., Yecheon Junior College)

\*\* 正會員, 慶北大學校 電子·電氣工學部, 制御計測新技術研究센터

(School of Elec. and Electrical Eng., Kyungpook Nat'l Univ. Eng. Research Center for Advanced Control and Instrumentation of SNU by KOSEF)

接受日子: 1997年1月8日 수정완료일: 1997年6月24日

를 온-라인으로 자동조절하는 자기동조 기능을 부여하는 것이 필요하다. 다변수 시스템의 자기동조 제어는 Borison<sup>[4]</sup>이 Åström 등<sup>[5]</sup>의 최소분산 방법을 다변수로 확장하여 다변수 자기동조 제어기 이론의 기반을 마련하였다. Koive<sup>[6]</sup>는 Clarke 등<sup>[7]</sup>에 의해 제안된 단일 입출력 일반화 자기동조 제어 알고리즘을 다변수 제어 알고리즘으로 확장하였고 연이어 다변수 자기동조 제어 알고리즘에 관한 연구결과가 발표되었다<sup>[8]</sup>. 이러한 자기동조 제어구조는 보다 향상된 제어성능은 갖지만 PID 구조에 비해 복잡하고 현장에서는 아직 생소하다.

그러므로 PID 제어기처럼 구조가 간단하고 제어환경의 변화에도 적응하는 자기동조 제어기의 특성을 가진 제어기가 필요하다. Jones 등<sup>[8]</sup>은 상태공간에서 시스템의 계단응답행렬을 순환식별기(recursive identifier)로 계산하는 형태의 알고리즘을 제안하였으며, 이 알고리즘은 매 샘플링마다 역행렬 계산이 필요하여 계산상 어려움이 따른다. Cameron 등<sup>[9]</sup>은 단일 입출력 시스템에서 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기를 제안하였는데 여기서는 제어기를 속도형 PID 구조와 동일하게 변형한 것으로 PID 제어기와 자기동조 제어기 특성을 함께 갖게 하였다. 최근에 Yusof 등<sup>[10]</sup>은 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기를 다변수 시스템에 확장하였다.

PID 구조를 갖는 다변수 자기동조 제어기는 제어기 구성과정에서 발생한 설계계수를 결정해야 한다. 이 설계계수의 값은 제어성능에 지대한 영향을 미치므로 다변수 자기동조 PID 제어기를 설계할 때는 설계계수의 값을 적절히 선택하는 것이 중요하다. 단일 입출력 시스템에서 Cameron 등<sup>[9]</sup>은 시행착오 방법을, 채 등<sup>[11]</sup>은 전문가 시스템으로 설계계수를 선택하였다. 전자는 설계계수의 값을 설정하기 위해 작은 설계계수의 값에서부터 시작하여 원하는 응답 특성을 얻을 때까지 설계계수의 값을 증가시키는 방법인데 최적의 값을 선택하는 것이 어렵고 시간이 걸리며 온-라인으로 결정할 수 없다. 후자는 전문가의 지식에 의존하는 전문가형 제어기로 제어기 성능은 전적으로 지식의 정확도에 좌우되며 모든 상황에 대처할 수 있는 지식을 만든다는 것은 거의 불가능하고, 특히 잡음이 존재하면 전문가 시스템에 필요한 지식기반을 구성하는데 어려움이 있어 제어기의 설계계수를 얻기가 쉽지 않다. 조 등<sup>[12]</sup>은 시스템의 파라미터가 변하는 시스템에 적응

할 수 있도록 설계계수를 온-라인으로 조정하였다. 다변수 시스템의 경우 Yusof 등<sup>[10]</sup>은 시행착오 방법을 이용하여 설계계수를 결정하였으나, 이 시스템은 단일 입출력 시스템과는 달리 구하고자 하는 설계계수가 여러개이므로 특히 파라미터가 변하는 시스템에서는 최적의 값을 선택하기가 쉽지 않다.

본 논문에서는 잡음과 시간지연이 있으며 시스템의 파라미터가 변하는 시스템에 적용할 수 있는 PID 구조를 갖는 다변수 자기동조 제어기의 설계계수를 온-라인으로 조정하는 방법을 제안한다. 설계계수의 값은 보조출력의 분산을 최소로 하는 방정식의 해이며 확률 근사법인 Robbins-Monro 알고리즘<sup>[13]</sup>으로 얻는다.

제안한 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 일정한 시간이 경과한 후 다변수 시스템의 파라미터가 변하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 시스템에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 그 결과 PID 구조를 갖는 다변수 자기동조 제어기가 잘 동작하였으며 설계계수와 제어기계수의 초기치를 설정하는데 Yusof 등이 제안한 시행착오 방법의 제약점을 해결할 수 있었다. 또한 시스템의 파라미터가 변할 때에는 설계계수를 고정시키는 방법으로는 파라미터 변화에 적응하지 못한 반면 제안한 알고리즘은 잘 적응하였다.

## II. 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어

본 논문에서는 시스템의 변수들 사이에 커플링이 존재하는 시스템의 자기동조 제어기를 설계하기 위하여 다항식행렬로 표시되는 다변수 입출력 시스템을 고려한다.

제어할 다변수 입출력 이산시간 시스템이

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t-d-1) + C(z^{-1})\boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (1)$$

와 같이 표시된다고 가정한다. 여기서  $\mathbf{y}(t)$ 는  $(n \times 1)$  출력벡터,  $\mathbf{u}(t)$ 는 제어입력벡터,  $(n \times 1)$  벡터인  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 는 평균이 영이고 공분산  $E\{\boldsymbol{\varepsilon}(t)\boldsymbol{\varepsilon}(t)^T\} = \bar{R}$ 인 백색 잡음,  $d$ 는 프로세스의 지연시간,  $t$ 는 이산시간을 의미한다.  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ 와  $C(z^{-1})$ 는 모두  $(n \times n)$ 인 다항식행렬로

$$A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + \dots + A_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_n z^{-n}$$

$$C(z^{-1}) = I + C_1 z^{-1} + \dots + C_{n_c} z^{-n_c} \quad (2)$$

이며 제어하려는 프로세스에 대하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 각 루프의 지연시간  $d$ 는 동일하며 알고 있다.
- 2) 다항식행렬  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ 와  $C(z^{-1})$ 의 차수  $n_a, n_b, n_c$ 는 알고 있다.
- 3)  $\det A(z^{-1})$ 와  $\det C(z^{-1})$ 의 모든 근은 단위원 내에 존재한다.
- 4)  $A(z^{-1})$ 와  $B(z^{-1})$ 는 서로 소이다.
- 5)  $B_0$ 는 비특이(nonsingular)이다.

그리고 표기를 단순화하기 위해 다항식과 전달함수에  $z^{-1}$ 의 표현을 생략하기로 한다.

비최소위상 시스템에서 다항식행렬  $B$ 로 인한 불안정성을 극복하기 위해

$$\psi(t) = P\mathbf{y}(t) + Q'\mathbf{u}(t-d-1) - R\mathbf{y}_r(t-d-1) \quad (3)$$

의 보조출력을 도입하여 보조출력  $\psi(t)$ 의 분산이 최소가 되는 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기를 설계한다. 여기서  $\mathbf{y}_r(t)$ 는  $(n \times 1)$  기준입력벡터,  $Q'$ 과  $R$ 은  $z^{-1}$ 의 항으로 표시되는  $(n \times n)$  하중 다항식행렬이다.  $P$ 는 하중 다항유리행렬로

$$P = P_n P_d^{-1} \quad (4)$$

이며,  $P_n$ 과  $P_d$ 는 각각  $(n \times n)$  차원의 분자, 분모의 하중 다항식행렬로서 제어계의 동특성을 결정하는 중요한 요소들이다.

다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기를 구성하기 위한 평가함수  $J$ 는

$$J = \varepsilon \{ \|\psi(t+d+1)\|^2 \} \quad (5)$$

이며 식 (1)을 식 (3)에 대입하면

$$\begin{aligned} \psi(t+d+1) = & PA^{-1}B\mathbf{u}(t) + PA^{-1}C\xi(t+d+1) \\ & + Q'\mathbf{u}(t) - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (6)$$

가 되고 식 (6)의 잠음항은

$$P_n \bar{C} = E \bar{A}' + z^{-d-1} F \quad (7)$$

의 diophantine 방정식으로 표현된다<sup>[6,10]</sup>. 여기서  $E$ 와  $F$ 는  $(n \times n)$  다항식행렬로

$$E = I + E_1 z^{-1} + \dots + E_d z^{-d}$$

$$F = F_0 + F_1 z^{-1} + \dots + F_{n_a + n_b - 1} z^{-(n_a + n_b - 1)} \quad (8)$$

이며,  $n_{p_s}$ 는  $P_d$ 의 차수이다. 또한  $A' \triangleq AP_d$ 라 놓고 항등식

$$[A']^{-1}C = \bar{C}[A']^{-1} \quad (9)$$

로 두며  $\det \bar{C} = \det C$ 와  $\bar{A}'(0) = \bar{C}(0) = I$ 라 제한한다. 일반적으로 다항식행렬의 곱셈에는 교환법칙이 성립하지 않으므로 다변수 자기동조 제어기를 설계할 때 다항식행렬의 교환법칙이 문제가 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 다변수 자기동조 제어기 구조에 서는

$$EC^{-1} = \hat{C}^{-1} \hat{E} \quad (10)$$

$$F\bar{C}^{-1} = \hat{C}^{-1} \hat{F} \quad (11)$$

를 만족하는 다항식행렬  $\hat{C}$ ,  $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$ 를 도입하며, 역시  $\det C = \det \hat{C}$ 이고  $\hat{C}(0) = I$ 라 제한한다. 따라서 식 (7), (9), (10)과 (11)을 사용하면 다변수 시스템의 diophantine 방정식

$$\hat{C}P_n = \hat{E}AP_d + z^{-d-1}\hat{F} \quad (12)$$

를 얻을 수 있다. 식 (12)의 오른쪽에  $P_d^{-1}$ 를, 식 (1)의 왼쪽에  $\hat{E}$ 를 곱하고 식 (10)을 적용하여 전개하면

$$\begin{aligned} P\mathbf{y}(t+d+1) = & \hat{C}^{-1} [\hat{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + \hat{E}B\mathbf{u}(t)] \\ & + E\xi(t+d+1) \end{aligned} \quad (13)$$

이 된다. 식 (13)을 식 (3)에 대입하고  $Q \triangleq \hat{C}Q'$ 이라 놓으면

$$\begin{aligned} \psi(t+d+1) = & \hat{C}^{-1} [\hat{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + (\hat{E}B + Q)\mathbf{u}(t)] \\ & + E\xi(t+d+1) - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (14)$$

가 된다. 식 (14)의 예측모델은

$$\psi(t+d+1) = \psi^*(t+d+1) + \tilde{\psi}(t+d+1) \quad (15)$$

로 표현할 수 있으며 이때

$$\begin{aligned} \psi^*(t+d+1) = & \hat{C}^{-1} [\hat{F}P_d^{-1}\mathbf{y}(t) + (\hat{E}B + Q)\mathbf{u}(t)] \\ & - R\mathbf{y}_r(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\tilde{\psi}(t+d+1) = E\xi(t+d+1) \quad (17)$$

이다. 식 (16)의  $\psi^*(t+d+1)$ 은  $(d+1)$ 스텝 앞선

보조출력의 추정모델을 나타내고, 식 (17)의  $\tilde{\phi}(t+d+1)$ 은 추정모델의 출력과 예측모델 출력의 오차이다. 여기서  $\phi^*(t+d+1)$  과  $\tilde{\phi}(t+d+1)$ 은 상관관계가 없고 시간  $t$ 에서  $\phi^*(t+d+1)$ 은 확정적 함수이다. 따라서 식 (5)의 평가함수  $J$ 는

$$J = \varepsilon \{ \|\phi^*(t+d+1) + \tilde{\phi}(t+d+1)\|^2 \} \\ = \|\phi^*(t+d+1)\|^2 + \varepsilon \{ \|\tilde{\phi}(t+d+1)\|^2 \} \quad (18)$$

과 같다. 평가함수의 둘째 항은 제어입력  $u(t)$ 와 관계가 없으므로 식 (18)의 평가함수를

$$J_1 = \|\phi^*(t+d+1)\|^2 \quad (19)$$

으로 두고 식 (19)를  $u(t)$ 에 대해 미분하여 영으로 두면 평가함수  $J_1$ 의 분산을 최소화하는 필요조건을 얻는다. 즉,

$$\frac{\partial J_1}{\partial u(t)} = \frac{\partial [\phi^{*T}(t+d+1)\phi^*(t+d+1)]}{\partial u(t)} \\ = 2\{[\tilde{C}^{-1}(\tilde{E}B+Q)]^T\phi^*(t+d+1)\} \quad (20)$$

이므로 식 (16)의  $\phi^*(t+d+1)$ 이 영이 되는 것이다. 따라서 다변수 일반화 최소분산 제어법칙은 식 (16)에서

$$u(t) = (\tilde{E}B+Q)^{-1}[\tilde{C}Ry_r(t) - \tilde{F}P_d^{-1}y(t)] \quad (21)$$

와 같이 얻을 수 있으며  $\tilde{E}$ 와  $\tilde{F}$ 는 식 (12)의 diophantine방정식을 이용하여 얻는다.

만약, 시스템의 파라미터  $A$ ,  $B$ 와  $C$ 를 안다면  $\tilde{E}$ 와  $\tilde{F}$ 를 식 (12)에서 구하여 식 (21)을 만족하는 제어입력을 계산한다. 그러나 시스템의 파라미터를 모르는 경우에는 제어기에 사용되는 파라미터를 직접 추정해야 한다. 따라서 제어기 파라미터를 추정하기 위해서는 보조출력  $\phi(t+d+1)$ 을 예측해야 하는데 식 (3)에서 시간  $t$ 의  $Q'u(t)$ 와  $Ry_r(t)$ 는 알 수 있는 값이므로, 보조출력  $\phi(t+d+1)$ 을 예측하는 문제는

$$\phi_y(t+d+1) = Py(t+d+1) \quad (22)$$

을 예측하는 문제가 된다.  $\phi_y(t+d+1)$ 은 식 (13)으로부터

$$\phi_y(t+d+1) = \tilde{C}^{-1}[\tilde{F}P_d^{-1}y(t) + \tilde{E}Bu(t)] \\ + E\xi(t+d+1) \quad (23)$$

이며 식 (23)에서  $\tilde{G} = \tilde{E}B$ ,  $y_r(t) = P_d^{-1}y(t)$ 와  $\varepsilon(t+d+1) = E\xi(t+d+1)$ 로 두면 식 (23)의 추정모델은

$$\phi_y(t+d+1) = \tilde{C}^{-1}[\tilde{F}y_r(t) + \tilde{G}u(t)] + \varepsilon(t+d+1) \quad (24)$$

과 같이 쓸 수 있다. 여기서  $\tilde{F}$ 와  $\tilde{G}$ 는  $z^{-1}$ 로 표시되는 다항식행렬이다. 또한 식 (24)의 예측식은

$$\phi_y^*(t+d+1) = \tilde{C}^{-1}[\tilde{F}y_r(t) + \tilde{G}u(t)] \\ = \tilde{F}y_r(t) + \tilde{G}u(t) - \sum_{i=1}^d \tilde{C}_i \phi_y^*(t+d+1-i) \quad (25)$$

로 표현되고 식 (24)의  $\tilde{F}$ 와  $\tilde{G}$ 의 차수를 각각  $L$ 과  $N$ 이라 하면

$$L = \deg A + \deg P_d - 1 \quad (26)$$

$$N = \deg B + d \quad (27)$$

이다.

보조출력의 예측식 (25)의 파라미터이며 동시에 제어기의 파라미터인  $\tilde{F}$ ,  $\tilde{G}$ 와  $\tilde{C}$ 는 식 (25)로부터 다음과 같이 순환최소자승법(recursive least square method)을 사용하여 추정한다.

$$\hat{\phi}_{y_i}(t) = X^T(t-d-1)\hat{\theta}_i(t-1), \quad i=1, \dots, n \quad (28)$$

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-1) + K(t)[\phi_{y_i}(t) - \hat{\phi}_{y_i}(t)] \quad (29)$$

$$K(t) = \frac{P(t-1)X(t-d-1)}{1 + X^T(t-d-1)P(t-1)X(t-d-1)} \quad (30)$$

$$P(t) = P(t-1) - K(t)X^T(t-d-1)P(t-1) \quad (31)$$

$$P(0) = k_0 I; \quad k_0 > 0 \quad (32)$$

여기서 데이터 벡터  $X(t)$ 와 파라미터 행렬  $\hat{\theta}(t)$ 는 다음과 같다.

$$X^T(t) = [y_f^T(t), y_f^T(t-1), \dots, y_f^T(t-L), \\ u^T(t), u^T(t-1), \dots, u^T(t-N), \\ \phi_y^{*T}(t+d), \phi_y^{*T}(t+d-1), \dots, \\ \phi_y^{*T}(t+d+1-n)] \quad (33)$$

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{\theta}_1 \quad \hat{\theta}_2 \quad \dots \quad \hat{\theta}_n] \\ = [\tilde{F}_0(t) \tilde{F}_1(t) \dots \tilde{F}_L(t) \tilde{C}_0(t) \tilde{C}_1(t) \dots \\ \tilde{C}_N(t) \tilde{C}_1(t) \tilde{C}_2(t) \dots \tilde{C}_n(t)]^T \quad (34)$$

그리고 벡터  $\hat{\theta}_i$ 를 각 요소로 표시하면

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i^T(t) = & [ \hat{f}_{i1}^0(t), \hat{f}_{i2}^0(t), \dots, \hat{f}_{in}^0(t), \hat{f}_{i1}^1(t), \\ & \hat{f}_{i2}^1(t), \dots, \hat{f}_{in}^1(t), \dots, \hat{f}_{i1}^L(t), \hat{f}_{i2}^L(t), \\ & \dots, \hat{f}_{in}^L(t), \hat{g}_{i1}^0(t), \hat{g}_{i2}^0(t), \dots, \hat{g}_{in}^0(t), \\ & \hat{g}_{i1}^1(t), \hat{g}_{i2}^1(t), \dots, \hat{g}_{in}^1(t), \dots, \hat{g}_{i1}^N(t), \\ & \hat{g}_{i2}^N(t), \dots, \hat{g}_{in}^N(t), -\hat{c}_{i1}^1(t), -\hat{c}_{i2}^1(t), \\ & \dots, -\hat{c}_{in}^1(t), -\hat{c}_{i1}^2(t), -\hat{c}_{i2}^2(t), \dots, \\ & -\hat{c}_{in}^2(t), \dots, -\hat{c}_{i1}^n(t), -\hat{c}_{i2}^n(t), \dots, \\ & -\hat{c}_{in}^n(t) ]^T \end{aligned} \quad (35)$$

이며,  $\hat{f}_{ij}^k$ ,  $\hat{g}_{ij}^l$  와  $-\hat{c}_{ij}^m$  는  $\hat{F}_k$ ,  $\hat{G}_l$  과  $\hat{C}_m$  의  $(i, j)$  요소들이며  $i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, k=0, \dots, L, l=0, \dots, N, m=1, \dots, n$ 이다.

제어기 파라미터를 추정할 때  $\hat{C}$ 가 단위행렬이면  $t$  시점에서  $X^T(t)$ 를 알 수 있으므로 예측오차는 백색(white)이다. 따라서 제어기 파라미터는 순환최소자승법을 사용하여 추정한다.  $\hat{C}$ 가 단위행렬이 아니면  $t$  시점에서  $\hat{\phi}_y^*(t+d+1)$ 을 알 수 없으므로 예측오차는 백색이 아니다. 그러므로 순환최소자승법을 사용하여 제어기 파라미터를 추정할 수 없다. 그러나  $\hat{\phi}_y^*(t+d+1)$ 을 계산할 수 있는 추정값  $\hat{\phi}_y^*(t+d+1)$ 로 대체한 순환최소자승법으로는 제어기 파라미터를 추정할 수 있다. 즉 식 (33)의 데이터 벡터 대신에 아래의 데이터 벡터를 사용하여 제어기 파라미터  $\hat{F}$ ,  $\hat{G}$  와  $\hat{C}$ 를 추정한다.

$$\begin{aligned} \hat{X}^T(t) = & [ y_f^T(t), y_f^T(t-1), \dots, y_f^T(t-L), \\ & u^T(t), u^T(t-1), \dots, u^T(t-N), \\ & \hat{\phi}_y^{*T}(t+d), \hat{\phi}_y^{*T}(t+d-1), \dots, \\ & \hat{\phi}_y^{*T}(t+d+1-n) ] \end{aligned} \quad (36)$$

이 추정알고리즘을 이용하여 추정한 제어기 파라미터  $\hat{F}$ ,  $\hat{G}$ 와  $\hat{C}$ 를 식 (21)에 대입하면 다변수 일반화 최소분산 자기동조 제어기의 제어법칙

$$u(t) = (\hat{G} + Q)^{-1} [ \hat{C}R y_r(t) - \hat{F} y_f(t) ] \quad (37)$$

를 얻을 수 있다.

### III. 다변수 자기동조 PID 제어기

다변수 이산 PID 제어기의 출력은

$$\begin{aligned} u(t) = & K_p e(t) + K_i \sum_{i=0}^t e(i) \\ & + K_d [ e(t) - e(t-1) ] \end{aligned} \quad (38)$$

과 같으며 여기서  $e(t) = y_r(t) - y(t)$ 이고,  $K_p$ 는  $(n \times n)$  비례이득 행렬,  $K_i$ 는  $(n \times n)$  적분이득 행렬이며  $K_d$ 는  $(n \times n)$  미분이득 행렬이다<sup>[14]</sup>. 식 (38)로부터 다변수 이산 속도형 PID 제어기의 출력

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & K_p [ e(t) - e(t-1) ] + K_i e(t) \\ & + K_d [ e(t) - 2e(t-1) + e(t-2) ] \end{aligned} \quad (39)$$

를 얻을 수 있다. 여기서  $\Delta$ 는  $(1 - z^{-1})I$ 로 정의하며  $I$ 는  $(n \times n)$  단위행렬이다.

다변수 PID 제어기의 구조로 기준입력이 적분항에만 포함되는(set-point-on-I-only)제어기가 있으며 식 (39)와 같이 기준입력의 미분치가 제어입력에 포함되어 있으면 기준입력의 급격한 변화가 제어입력에 큰 변화를 주게 된다. 따라서 이러한 영향을 없애기 위해 기준입력을 비례항과 미분항에서 제외시키는 구조가 필요하다. 식 (39)의 다변수 속도형 PID 제어기에서  $y_r(t) = y_r(t-1) = y_r(t-2)$ 로 두고  $y(t)$ 를 필터링한 출력  $y_f(t)$ 를 사용하여 전개하면 기준입력이 적분항에만 포함되는 속도형 PID 제어기 출력은

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & K_i y_r(t) - [ K_p + K_i + K_d ] y_f(t) + [ K_p \\ & + 2K_d ] y_f(t-1) - K_d y_f(t-2) \end{aligned} \quad (40)$$

이다.

식 (37)의 제어법칙은

$$(\hat{G} + Q) u(t) = -\hat{F} y_f(t) + \hat{C}R y_r(t) \quad (41)$$

로 표현할 수 있고, 식 (41)의 제어법칙이 식 (40)의 PID 구조를 갖기 위해 다항식  $\hat{F}$ 의 차수는 2가 되도록

$$\hat{F} = \hat{F}_0^o + \hat{F}_1^o z^{-1} + \hat{F}_2^o z^{-2} \quad (42)$$

로 선정해야 한다.

한편, 하중 다항유리행렬  $P (= P_n P_d^{-1})$ 는 제어기 파라미터에 영향을 주는 요소로 기준입력의 변화에 대해 폐루프 시스템의 응답특성을 좋게하기 위해 사용된다. 다항식행렬  $P_d$ 와  $P_n$ 의 계수를 부적절하게 선택하면 오버슈트가 커지거나 진동이 일어날 수 있으므로

이들 계수의 적절한 선택이 필요하다. 특히  $P_d$  행렬식의 근이 그림 1의 감쇠비(damping ratio)  $\zeta$ 가 0.7보다 큰 빗금친 영역에 있을 경우 시스템의 응답특성을 좋게 할 수 있다. 본 연구에서는 시스템의 발산을 방지하고 정상상태 오차를 제거하기 위해 다항식행렬  $P_d$ 를

$$P_d = [I + P_{d1}]^{-1} [I + z^{-1} P_{d2}] \quad (43)$$

으로 둔다. 여기서  $P_{d1}$ 은  $P_d$ 의 1차계수이고  $P_d$ 행렬식의 근이 그림 1의 빗금친 영역에 존재하도록  $P_{d1}$ 을 선택한다. 그리고 하중 다항식행렬  $P_n$ 의 계수는  $P_n$ 의 행렬식의 근이 단위원 안에 있는 다항식행렬을 선정한다.

다항식행렬  $Q$ 는 설계자 임의로 지정할 수 있으며 자기동조 제어법칙에 적분동작이 들어가도록

$$G + Q = (1 - z^{-1}) V^{-1} \quad (44)$$

로 선택한다. 여기서 대각행렬  $V = \text{diag}(\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n)$ 으로 제어기를 동조시키는 데 편리한 수단을 제공해 주는 설계계수로서 이 값을 결정하는 알고리즘에 대해서는 뒤에 기술한다.

또한, 하중 다항식행렬  $R$ 은 출력  $y(t)$ 와 기준입력  $y_r(t)$ 가 정상상태에서 일치하도록 식 (41)의  $\tilde{C}R$ 을  $H$ 로 선정하면

$$\begin{aligned} H &= [\tilde{F} P_d^{-1}]_{z=1} \\ &= \tilde{F}_0^o + \tilde{F}_1^o + \tilde{F}_2^o \end{aligned} \quad (45)$$

이다.

식 (44)와 (45)를 식 (41)에 대입하여 전개하면 기준입력이 적분항에만 포함되는 다변수 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기의 출력

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= V [H y_r(t) - \tilde{F} y_f(t)] \\ &= V H y_r(t) - V [\tilde{F}_0^o + \tilde{F}_1^o z^{-1} + \tilde{F}_2^o z^{-2}] y_f(t) \end{aligned} \quad (46)$$

를 얻을 수 있고 식 (40)과 (46)을 서로 비교하면 다변수 속도형 PID 제어기계수는

$$\begin{aligned} K_p &= -V(\tilde{F}_1^o + 2\tilde{F}_2^o) \\ K_i &= V(\tilde{F}_0^o + \tilde{F}_1^o + \tilde{F}_2^o) \\ K_d &= V\tilde{F}_2^o \end{aligned} \quad (47)$$

이다.

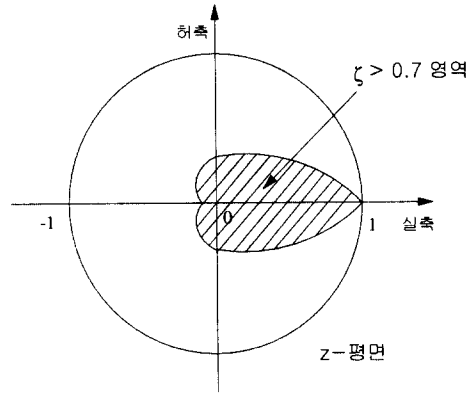


그림 1.  $P_d$ 의 행렬식의 근영역  
Fig. 1. Region of roots of determinant  $P_d$ .

지금까지 유도한 다변수 속도형 PID 제어기에서 다변수 자기동조 제어기의 설계계수  $V$ 는 고전적인 제어기의 비례이득과 비슷한 역할을 할뿐만 아니라 적분과 미분이득에도 영향을 크게 미치고 있음을 알 수 있다. 즉,  $V$ 값이 크면 결과적으로 과도한 제어가 되어 부족 감쇠 응답이 나타나고 반면에  $V$ 값이 작으면 보다 완만한 제어로 과도감쇠 응답이 나타나므로 설계계수의 선택과 조정이 제어시스템의 응답특성에 지대한 영향을 미친다. 다음 장에서 설계계수 조정알고리즘을 제안한다.

#### IV. 다변수 자기동조 PID 제어기의 설계계수 조정

기존의 방법<sup>[9,10]</sup>은 설계계수  $V$ 의 값을 결정하는데 시행착오 방법을 이용하는 것으로, 단일 입출력 시스템과는 달리 구하고자 하는 설계계수가 여러개인 다변수 시스템에서는 최적의 설계계수  $V$ 값을 선택하기가 힘들다. 본 연구에서는 이 문제점을 해결하기 위하여 보조출력의 분산이 최소가 되는 방향으로 설계계수를 온라인으로 조정하는 방법을 제안한다.

다변수 자기동조 최소분산 제어는 보조출력의 분산, 즉

$$J = \varepsilon \{ l(\phi_y^*, y_r) \} \quad (48)$$

이 최소가 되도록 제어입력을 결정하는 방법이며, 여기서

$$l(\phi_y^*, y_r) = \frac{1}{2} \| P y_r(t+d+1) - \phi_y^*(t+d+1) \|^2 \quad (49)$$

이고  $\phi_y^*(t+d+1)$ 은 보조출력  $\phi_y(t+d+1)$ 의 예측치로서 식 (25)에서

$$\phi_y^*(t+d+1) = \hat{C}^{-1}[\hat{F} y_f(t) + \hat{G} u(t)] \quad (50)$$

이다.

한편, 편미분의 편의를 위해 설계계수  $V$ 의 요소들로 벡터  $\nu = [\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n]^T$ 를 구성하면 식 (48)을 최소로 하는 설계계수  $\nu$ 의 값은

$$\frac{\partial J}{\partial \nu} = \varepsilon \left\{ \frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial \nu} \right\} = 0 \quad (51)$$

의 해와 같으며, 확률근사법(stochastic approximation)의 하나인 Robbins-Monro 알고리즘<sup>[13]</sup>을 이용하여 구한다.

Robbins-Monro 알고리즘은

$$\varepsilon\{Q(\theta, e(t))\} = 0 \quad (52)$$

의 해  $\theta$ 를 순환적으로 구하는 것이며, 여기서  $e(t)$ 는 확률변수의 수열이다.  $Q(\theta, e(t))$ 가 시변함수인 경우에 Robbins-Monro 알고리즘은

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \mu Q\{\hat{\theta}(t-1), e(t)\} \quad (53)$$

와 같이 표현되며  $\mu$ 는 양의 상수 ( $0 < \mu < 1$ )이다. 그러므로 식 (51)로부터 설계계수  $\nu$ 를 구하는 순환식은

$$\nu(t) = \nu(t-1) + \mu \left\{ - \frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial \nu} \right\} \quad (54)$$

과 같이 얻을 수 있다.

한편  $u(t)$ 는 설계계수  $\nu$ 의 함수이므로  $\partial l(\phi_y^*, y_r) / \partial \nu$ 는 연쇄법칙(Chain rule)<sup>[15]</sup>을 이용하여 구하면

$$\frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial \nu} = \frac{\partial u(t)}{\partial \nu} \frac{\partial \phi_y^*(t+d+1)}{\partial u(t)} \frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial \phi_y^*(t+d+1)} \quad (55)$$

이다. 식 (55)의 우변의 첫 번째 편미분은 식 (46)에서

$$\frac{\partial u(t)}{\partial \nu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(t)}{\partial \nu_1} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \frac{\partial u_n(t)}{\partial \nu_n} \end{bmatrix} \quad (56)$$

이다. 식 (46)에서 시간  $t$ 에서 추정된  $H$ 와  $\hat{F}$ 를 각각  $\hat{H}'$ 와  $\hat{F}'$ 로 표기하고 식 (46)을 다시 쓰면

$$\Delta u(t) = V\{\hat{H}' y_r(t) - \hat{F}' y_f(t)\} \quad (57)$$

이고,  $\Delta u(t) = (1 - z^{-1}) u(t)$ 이므로 대각요소들의 편미분은

$$\frac{\partial u_i(t)}{\partial \nu_i} = \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^n \{ \hat{H}_{il}^k y_{r_l}(k) - \hat{F}_{il}^k y_{f_l}(k) \} \quad (58)$$

이다. 여기서  $i=1, \dots, n$ 이며  $\hat{H}_{il}^k$ 과  $\hat{F}_{il}^k$ 은 각각  $\hat{H}^k$ 와  $\hat{F}^k$ 의  $(i, l)$ 요소이고,  $y_{r_l}(k)$ 와  $y_{f_l}(k)$ 는 각각  $y_r(t)$ 과  $y_f(t)$ 의  $l$ 번째 요소이다.

식 (55)의 우변의 두 번째 편미분은 식 (50)으로부터

$$\frac{\partial \phi_y^*(t+d+1)}{\partial u(t)} = \hat{C}_0 \quad (59)$$

와 같이 얻을 수 있고, 식 (55)의 우변의 마지막 편미분은 식 (49)에서

$$\frac{\partial l(\phi_y^*, y_r)}{\partial \phi_y^*(t+d+1)} = -\{P y_r(t+d+1) - \phi_y^*(t+d+1)\} \quad (60)$$

이다.

따라서, 성능지수  $J$ 를 최소로 하는 설계계수  $\nu$ 는 식 (54)로부터

$$\nu(t) = \nu(t-1) + \mu \left\{ \sum_{k=1}^t [\hat{H}^k y_r(k) - \hat{F}^k y_f(k)] \cdot \hat{C}_0 \cdot \{P y_r(t+d+1) - \phi_y^*(t+d+1)\} \right\} \quad (61)$$

과 같이 구할 수 있다. 이렇게 구한 설계계수  $V$ 를 식 (46)에 대입하여 제어입력을 얻는다.

설계계수  $V$ 를 조정하는 방법으로 파라미터를 동조시키는 다변수 자기동조 PID 제어 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

단계 1: 설계계수  $V$ 와 제어기 파라미터  $\hat{F}$ 와  $\hat{G}$ 의 초기치를 적절한 값으로 선정하고  $\mu$ 는 양의 상수 ( $0 < \mu < 1$ )를 선택한다.

단계 2: 하중 다항식행렬  $P_n$ 의 계수는  $P_n$ 의 행렬식의 근이 단위원 안에 있는 다항식행렬을 선택하며 하중 다항식행렬  $P_d = [I + P_d]^{-1} [I + z^{-1} P_d]$ 의 행렬식의 근이 그림 1의 빗금친 영역에 존재하도록  $P_d$ 을 선택하여 플랜트의

출력을 필터링한다.

단계 3: 보조출력  $\phi_y(t)$ 를  $\phi_y(t) = P y(t)$ 에 의해 계산한다.

단계 4: 제어기 파라미터  $\hat{F}$ ,  $\hat{G}$ 와  $\hat{C}$ 는 순환최소자승법을 이용하여 추정한다.

단계 5: 추정된 제어기 파라미터로  $\phi_y(t+d+1)$ 의 예측치는 추정된 제어기 파라미터  $\hat{F}$ ,  $\hat{G}$ 와  $\hat{C}$ 로부터  $\hat{\phi}_y^*(t+d+1) = \hat{C}^{-1}[\hat{F} y_r(t) + \hat{G} u(t)]$ 와 같이 계산한다.

단계 6: 필터링한 기준입력  $P y_r(t+d+1)$ 과 보조출력  $\phi_y(t+d+1)$ 의 예측치의 차를 구한다.

단계 7: 식 (45)에 의해 시간  $t$ 에서의 추정값  $\hat{F}$ 로부터  $H$ 의 추정값  $\hat{H}' = \hat{F}_0' + \hat{F}_1' + \hat{F}_2'$ 를 계산한다.

단계 8: 다변수 자기동조 PID 제어기의 설계계수  $\nu$ 는 식 (61)과 같이 구한다.

단계 9: PID 제어기계수를 식 (47)과 같이 결정한다.

단계 10:  $(t+1)$ 로 하여 단계 3으로 간다.

### V. 시뮬레이션 결과와 검토

제한한 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 기준입력이 적분항에만 포함되는 구조로 구성된 다변수 자기동조 PID 제어기에 적용하여 시스템의 영점이 단위원 밖에 있고 시간지연이 있는 시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며 설계계수를 고정시킨 방법과 비교하였다.

**예제 1:** 지연시간이 있고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 이산시간 시스템을 고려한다.

$$y(t) = A_1 y(t-1) + A_2 y(t-2) + z^{-2}(B_0 + B_1 z^{-1})u(t) + \xi(t) + C_1 \xi(t-1)$$

여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.05 & 0.8 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.38 & 0.05 \\ 0.0 & -0.65 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.65 & 0.1 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.47 & -0.2 \\ -0.1 & -0.49 \end{bmatrix} \text{이며, } \xi(t) \text{는 평균이 } 0 \text{이고}$$

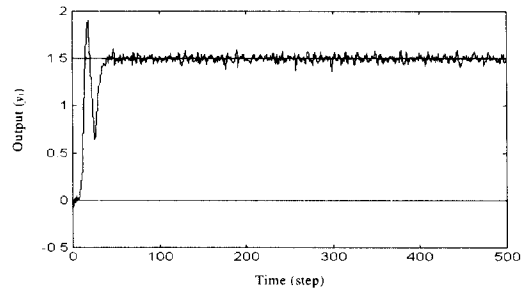
분산이  $\hat{R} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.04 \\ 0.04 & 0.1 \end{bmatrix}$ 인 가우스 잡음이다. 기

준입력은 1.5와 1의 계단함수로 500스텝까지 수행하였다. 제어기에 사용하는 파라미터의 초기치  $\theta(0)$ 와 설계계수의 초기치  $\nu(0)$ 를 임의로 영벡터로 선택하였으며,  $\mu$  값은 0.01로 정하였다.  $P_d$ 의 1차 계수는 그림

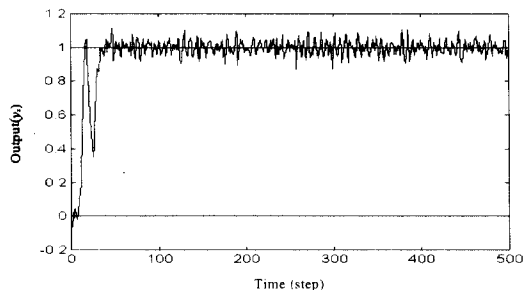
1의 빗금친 영역 안에 들도록  $\begin{bmatrix} -0.54 & -0.13 \\ -0.11 & -0.57 \end{bmatrix}$ 로,

$P_n$ 의 1차 계수는 단위원 안의  $\begin{bmatrix} -0.08 & -0.03 \\ 0.18 & -0.06 \end{bmatrix}$ 으로

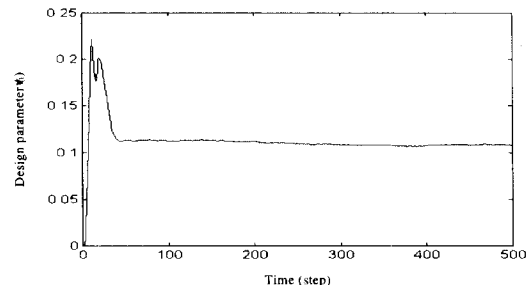
선택하였다. 그리고 제어기 파라미터를 추정할 때 200스텝마다  $P$  행렬을 초기화시키는 순환최소자승법을 사용하였다. 이 환경에서의 시뮬레이션한 결과는 그림 2에 보였다.



(a)



(b)



(c)



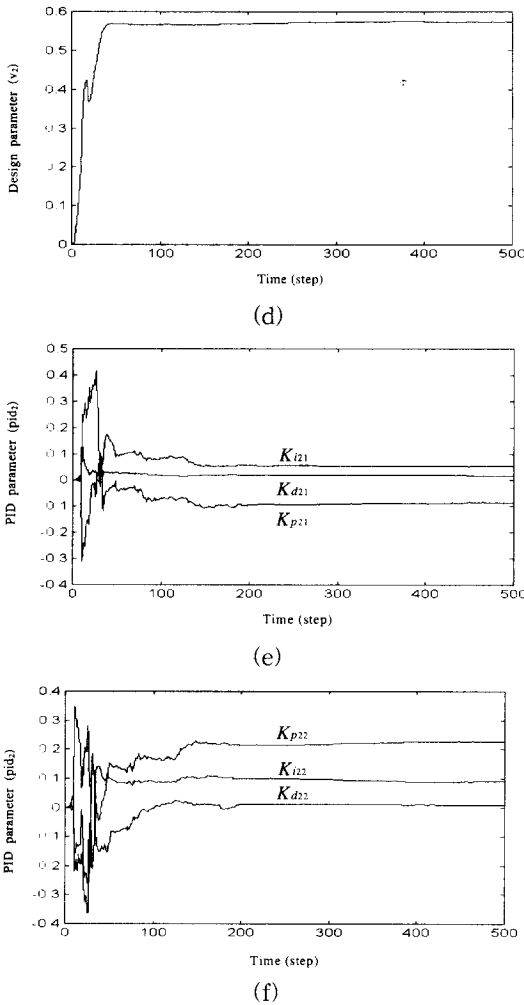


그림 2. (a) 시스템 출력  $y_1(t)$  (b) 시스템 출력  $y_2(t)$  (c) 설계계수  $\nu_1$  (d) 설계계수  $\nu_2$  (e) PID 제어기의  $K_{p21}, K_{i21}$  과  $K_{d21}$  (f) PID 제어기의  $K_{p22}, K_{i22}$  와  $K_{d22}$

Fig. 2. (a) System output,  $y_1(t)$  (b) System output,  $y_2(t)$  (c) Design parameter,  $\nu_1$  (d) Design parameter,  $\nu_2$  (e) of the PID controller.  $K_{p21}, K_{i21}$ , and  $K_{d21}$  (f)  $K_{p22}, K_{i22}$ , and  $K_{d22}$  of the PID controller.

그림 2는 계단함수에 적용한 시뮬레이션 결과이며, 시스템 출력은 기준입력을 잘 추종하고 설계계수는 일정한 값에 수렴한다. 그리고 각 루프의 PID 이득  $K_p, K_i, K_d$ 는 설계계수의 값에 따라 일정한 값에 수렴함을 알 수 있으며, PID 이득의 (1,1)과 (1,2)원소는 타 원소들 보다 빨리 수렴하였으므로 여기서는 지면관계

로 생략하였다.

예제 2: 예제 1의 시스템 파라미터를 250스텝 이후에는 시스템의 영점이 변하여 시스템이

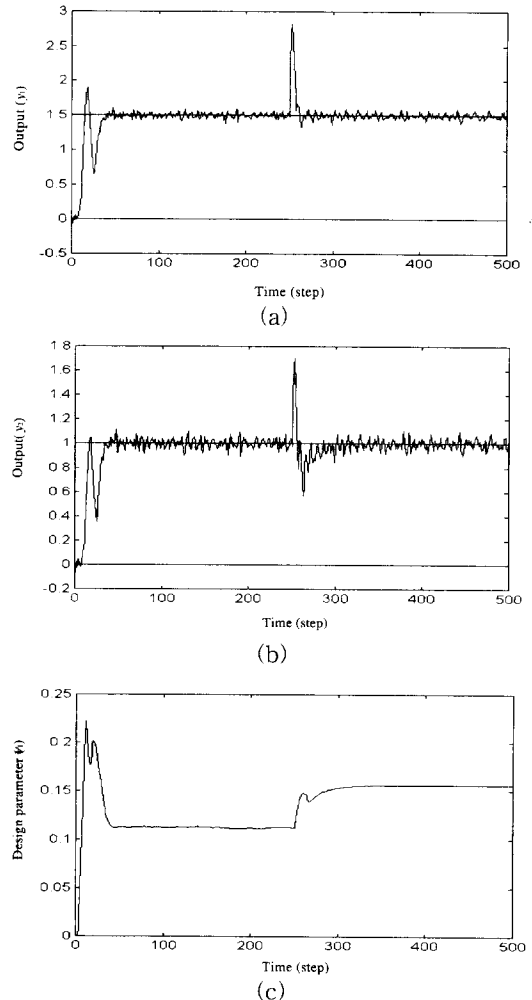
$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.05 & 0.8 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.38 & 0.05 \\ 0.0 & -0.65 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0.05 & 0.5 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.2 \\ 0.05 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.47 & -0.2 \\ -0.1 & -0.49 \end{bmatrix}$$

와 같이 움직인다고 가정하였다. 여기서 시뮬레이션 조건들은 예제 1과 동일하다. 제안한 방법으로 시뮬레이션한 결과는 그림 3에, 설계계수의 값을 고정시킨 결과는 그림 4에 보였다.

1. 제안한 방법을 사용한 경우



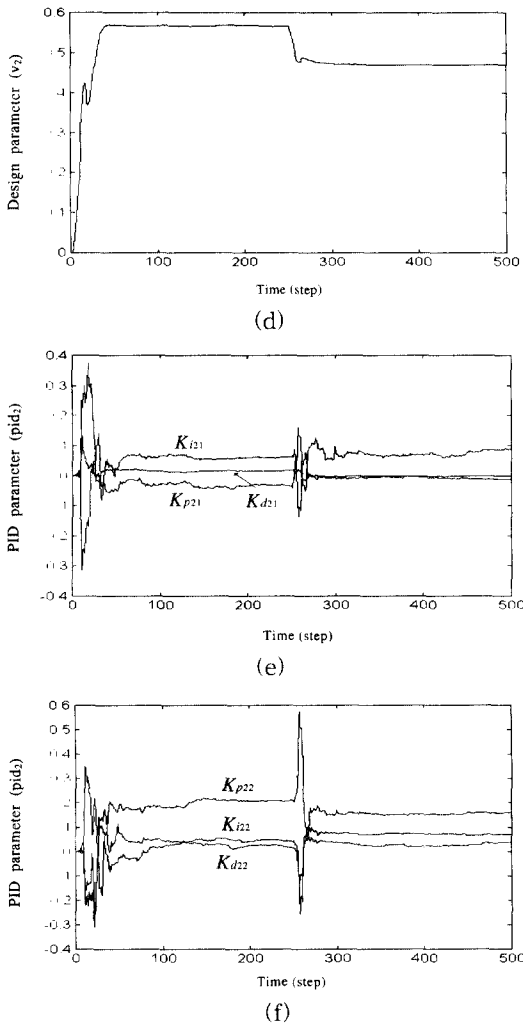


그림 3. (a) 시스템 출력  $y_1(t)$  (b) 시스템 출력  $y_2(t)$  (c) 설계계수  $\nu_1$  (d) 설계계수  $\nu_2$  (e) PID 제어기의  $K_{p21}, K_{i21}$  과  $K_{d21}$  (f) PID 제어기의  $K_{p22}, K_{i22}$  와  $K_{d22}$

Fig. 3. (a) System output,  $y_1(t)$  (b) System output,  $y_2(t)$  (c) Design parameter,  $\nu_1$  (d) Design parameter,  $\nu_2$  (e)  $K_{p21}, K_{i21}$  and  $K_{d21}$  of the PID controller (f)  $K_{p22}, K_{i22}$ , and  $K_{d22}$  of the PID controller.

그림 3은 250스텝에서 시스템 영점이 변화된 시스템의 시뮬레이션 결과이다. 시스템의 출력은 시스템 파라미터가 변하는 부분에서 오버슈트가 있으나 기준 입력을 잘 추종하였다. 그림 4는 그림 3-c와 그림 3-d의 설계계수값 중 시스템 파라미터가 변화되기 전 시스템의 설계계수값을 고정하여 시스템 파라미터가

변하는 시스템에 적용한 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션 결과 시스템 파라미터가 변화되기 전의 시스템 출력은 초기에 진동이 있으나 기준입력을 추종하였으며, 시스템 파라미터가 변한 후의 시스템 출력은 상당히 큰 값으로 진동하였다.

2. 설계계수의 값을  $\nu_1 = 0.11, \nu_2 = 0.56$  으로 고정시킨 경우

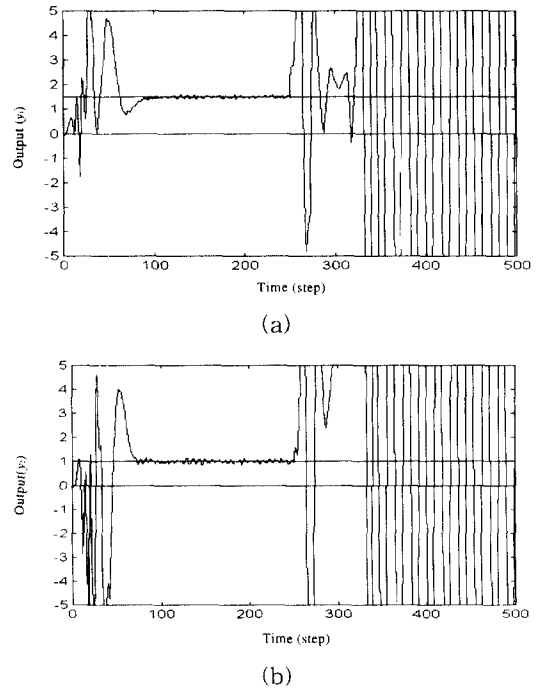


그림 4. (a) 시스템 출력  $y_1(t)$  (b) 시스템 출력  $y_2(t)$

Fig. 4. (a) System output,  $y_1(t)$  (b) System output,  $y_2(t)$ .

## VI. 결 론

본 논문에서는 잠음과 시간지연이 존재하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있으며 시스템 파라미터가 변하는 시스템에 적용할 수 있는 다변수 자기동조 속도형 PID 제어기의 설계계수를 온 라인으로 조정하는 방법을 제안하였고 다변수 속도형 PID 제어기의 형태로는 기준입력이 적분항에만 포함되는 구조를 선택하였다.

다변수 자기동조 PID 제어기는 보조출력의 분산을 최소화하는 과정에서 다변수 속도형 PID 제어구조가 결정되며, 다변수 자기동조 PID 제어기의 파라미터는

순환최소자승법으로 추정하였다. 이러한 다변수 자기동조 PID 제어기의 조정자로서 동작하는 설계계수의 값을 Robbins-Monro 알고리즘으로 조정하고 다변수 속도형 PID 제어기의 이득을 결정하였다.

제안한 방법을 시스템의 파라미터가 변하고 시스템의 영점이 단위원 밖에 있는 시스템에 적용한 결과 설계계수와 제어기 파라미터의 초기치를 설정하는 데 시행착오 방법보다 제약점이 없으며, 시스템의 파라미터가 변화된 시점에서 각 시스템의 출력은 약간의 진동은 있으나 기준입력을 잘 추종하였다. 또한 제안한 방법으로 구한 설계계수의 값을 고정하고, 시스템의 파라미터가 변하는 시스템에 적용하여 시뮬레이션한 결과 제안한 방법이 설계계수를 고정시키는 방법보다 제어성능이 좋음을 알 수 있었다. 각 시스템의 다변수 PID 이득은 일정한 값에 수렴하며 시스템의 파라미터가 변화된 후에는 새로운 값으로 수렴하였다.

앞으로 남은 과제는 페루프 시스템의 안정성 해석과 제안한 방법을 실제 시스템의 제어에 적용하여 타당성을 입증하는 것이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *Trans. ASME*, vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [2] E. Poulin, A. Pomerleau, A. Desbiens, and D. Hodouin, "Development and evaluation of an auto-tuning and adaptive PID controllers," *Automatica*, vol. 32, no. 1, pp. 71-82, 1996.
- [3] K. J. Åström, T. Hägglund, C. C. Hang, and W. K. Ho, "Automatic tuning and adaptation for PID controllers—a survey," *Contr. Eng. Pract.*, vol. 1, no. 4, pp. 699-714, 1993.
- [4] U. Borison, "Self-tuning regulators for a class of multivariable systems," *Automatica*, vol. 15, no. 2, pp. 209-215, 1979.
- [5] K. J. Åström, U. Borison, L. Ljung, and B. Wittenmark, "Theory and application of self-tuning regulators," *Automatica*, vol. 13, pp. 457-476, 1977.
- [6] H. N. Koivo, "A multivariable self-tuning controller," *Automatica*, vol. 16, no. 4, pp. 351-366, 1980.
- [7] D. W. Clarke and P. J. Gawthrop, "Self-tuning control," *Proc. IEE, Pt. D.*, vol. 126, no. 6, pp. 633-640, 1979.
- [8] A. H. Jones and B. Porter, "Design of adaptive digital set-point tracking PID controllers incorporating recursive step-response matrix identifiers for multivariable plants," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-32, no. 5, pp. 459-463, 1987.
- [9] F. Cameron and D. E. Seborg, "A self-tuning controller with a PID structure," *Int. J. Contr.*, vol. 38, no. 2, pp. 401-417, 1983.
- [10] R. Yusof, S. Omatu, and M. Khalid, "Self-tuning PID control: a multivariable derivation and application," *Automatica*, vol. 30, no. 12, pp. 1975-1981, 1994.
- [11] 채창현, 이창훈, 임은빈, 우광방 "Expert형 제어 기법에 의한 자기동조 제어에 관한 연구," *전기공학회논문지*, 38권 8호, pp. 617-628, 1989년 8월
- [12] 조원철, 전기준 "최소분산 자기동조 PID 제어기," *제어·자동화·시스템 공학회논문지*, 2 권 1호, pp. 14-20, 1996년 3월
- [13] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [14] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [15] R. P. McDonald and H. Swaminathan, "A simple matrix calculus with applications to multivariate analysis," *General Systems*, vol. 18, pp. 37-54, 1973.

저 자 소 개



曹元鐵(正會員)

1964年 2月 7日生 1986年 2月 경북  
대학교 전자공학과 졸업. 1989年 2  
月 경북대학교 대학원 전자공학과  
졸업(공학석사). 1997年 2月 경북대  
학교 대학원 전자공학과 졸업(공학  
박사). 1997年 3月~ 현재 예천 도

립전문대학 전자과 전임강사. 주관심분야는 적응제어,  
퍼지제어, GA, 신경회로망등임.

全琪準(正會員) 第33卷 B編 第6號 參照