

# 로봇 매니퓰레이터에 대한 출력궤환 적응제어기 설계

## (Design of an Adaptive Output Feedback Controller for Robot Manipulators)

申義錫\*, 李康熊\*

(Eui Seok Shin and Kang Woong Lee)

### 요 약

미지의 부하를 갖는 n-링크 로봇 매니퓰레이터의 궤적제어를 위한 출력궤환 적응제어기를 설계하였다. 관 절위치 측정치로부터 속도벡터를 추정하기 위해 고이득 관측기를 사용하였는데 파라미터 변동범위에 제약을 받 지 않으면서 추정오차가 개선되도록 구성하였다. 또한 제어입력을 포화시켜 피이킹 현상이 발생하지 않도록 하 였다. 파라미터 투영 추정 알고리즘을 사용하여 파라미터를 추정함으로써 모든 상태변수들이 유한 집합내에 속 하도록 하였다. 고이득 관측기의 추정속도가 충분히 빠른 경우 제안된 제어시스템의 성능이 상태궤환제어의 성 능에 근접함을 2-링크 매니퓰레이터에 대한 시뮬레이션을 통하여 입증하였다.

### Abstract

An adaptive output feedback controller is designed for tracking control of an n-link robot manipulator with unknown load. High-gain observer that is used to estimate joint velocities is designed to avoid the restriction of the allowable variation range of unknown parameters as well as to improve the state estimation error. We saturate the control input outside a domain of interest and use an adaptive law with a parameter projection feature to guarantee boundedness of all the trajectories in the closed-loop system. Simulation results on a 2-link manipulator illustrate that when the speed of the high-gain observer is sufficiently high, the proposed controller recovers the performance under state feedback control.

### I. 서 론

대부분의 로봇 매니퓰레이터에 대한 적응제어 시스 템에서는 센서에 의해 측정되는 관절의 위치와 속도상 태를 사용하는 상태궤환 제어시스템이었다<sup>[1]-[3]</sup>. 그 러나 속도추정시 포함되는 측정잡음 때문에 제어기 이 득의 크기가 제한되고 그 결과로 제어성능도 약화된다. 또한 제어시스템의 무게와 부피를 줄이고 비용을 절감

하기 위하여 센서의 사용을 피하고 있는 추세이다. 따 라서 최근에는 속도추정치를 직접 제어알고리즘에 사 용하지 않고 관측기로부터 추정된 추정치를 사용하는 제어시스템<sup>[4]</sup> 구성에 대한 연구가 많이 진행되고 있 다.

Nicosia et al<sup>[5][6]</sup>은 비선형 관측기인 고이득 관측기(high-gain observer)를 사용하여 로봇 매니퓰 레이터의 속도 및 파라미터를 추정하였다. 고이득 관 측기는 외란을 억제할 뿐만 아니라 어느정도 선형성 성질을 갖도록 한다. 미지의 부하를 갖는 로봇 매니퓰 레이터와 같이 비선형성과 파라미터 불확실성을 갖는 시스템에 대한 출력궤환 제어시스템을 설계하는 경우 선형시스템 처럼 제어기와 관측기를 분리하여 설계할

\* 正會員, 韓國航空大學校 航空電子工學科  
(Department of Avionics Engineering, Hankuk Aviation University)

接受日子: 1996年12月20日 수정완료일: 1997年6月26日

수 있는 분리설계개념(separation principle)이 적용되지 않지만 고이득 관측기를 사용하면 어느 정도 분리설계가 가능하게 된다. 그러나 고이득 관측기에 의하여 상태변수를 추정하는 경우 과도상태 동안 임펄스 형태의 피이킹(peaking)이 발생하는데 이 피이킹이 제어입력에 포함되어 시스템에 가해지면 시스템이 불안정하게 될 수 있다<sup>[7]</sup>. Nicosia et al<sup>[5]</sup> [6]은 이 피이킹 문제를 언급하지 않았다.

피이킹 현상을 억제하는 방법은 모든 신호들이 유한하도록 하는 상태궤환 제어시스템을 설계한 후 고이득 관측기를 설계하는 것이다<sup>[7]</sup>. 이 때 상태변수들이 정의될 수 있는 영역을 미리 정하고 상태변수들이 이 영역 내에 있도록 제어입력을 제한시킨다. 즉 제어입력을 허용될 수 있는 최대값으로 포화시킴으로써 관측기에 의해 추정된 상태변수를 포함하더라도 이 한계값을 넘지 않도록 하여 피이킹을 억제한다. Khalil<sup>[8]</sup>은 이 설계방법을 비선형시스템의 출력궤환 제어에 적용하였다.

본 연구에서는 미지의 부하를 갖는 로봇 매니플레이터에 대한 출력궤환 적응제어시스템을 설계하고자 한다. Berghuis et al<sup>[9]</sup>에 의해 제안된 상태궤환 제어 방식과 [8]에서 사용된 파라미터 추정 알고리즘을 적용한다. 로봇 매니플레이터의 관절 위치추정치로부터 속도벡터를 추정하기 위해 관측기를 설계하는 경우 관측기에 관성행렬의 역행렬이 포함되면 파라미터 변동 범위가 제한<sup>[10]</sup>되는데, 설계하고자 하는 고이득 관측기는 이와 같은 제약을 받지 않으면서 추종오차가 개선되도록 한다. 제안된 출력궤환 시스템을 2-링크 로봇 매니플레이터의 궤적제어에 적용하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 시스템이 상태궤환 시스템의 제어성능을 점근적으로 복원시킬 수 있음을 보이고자 한다.

## II. 매니플레이터 모델과 문제 설정

링크가 n개인 강체 로봇의 모델식은 다음과 같다<sup>[10]</sup>.

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서  $q \in R^n$ 는 관절 위치벡터이고,  $\tau \in R^n$ 는 토크 입력이다. 행렬  $M(q) \in R^{n \times n}$ 는 관성행렬로 대칭이고 양한(positive definite)이다. 벡터  $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ 는 구심력과 코리올리스 힘으로  $n \times 1$  벡터이고,  $G(q)$ 는 중력베

터이다. 식 (1)의 동적 모델은 다음 성질을 갖는다.

**성질 1:** 행렬  $M(q)$ 는 다음 부등식을 만족시킨다.

$$0 < M_m \leq \|M(q)\| \leq M_M$$

**성질 2:** 행렬  $C(q, \dot{q})$ 는 모든  $q, y, z \in R^n$ ,  $a \in R$ 에 대해

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq C_M \|\dot{q}\|$$

$$C(q, y + az) = C(q, y) + aC(q, z).$$

**성질 3:** 행렬  $\dot{M} - 2C$ 는 반대칭이다.

**성질 4:** 행렬  $M$ 과  $C$ , 벡터  $G$ 는 미지의  $p \times 1$  파라미터 벡터  $\theta$ 에 대해 선형이어서 식 (1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \theta = \tau$$

원하는 위치, 속도 및 가속도 벡터를 각각  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ 라 하고  $Q_d = [q_d^T \dot{q}_d^T \ddot{q}_d^T]^T$ 라 정의한다. 연속이고 닫힌 집합(compact set)  $Q_D \in R^{3n}$ 에 대해  $Q_d \in Q_D$ 라 가정할 때 미지의 파라미터가 존재하는 조건에서 로봇 매니플레이터의 관절 위치벡터  $q(t)$ 가 원하는 궤적  $q_d(t)$ 를 추종하도록 하는 적응제어기를 매니플레이터의 관절 위치추정치만을 사용하여 설계하고자 한다.

## III. 상태궤환 적응제어기

상태궤환 적응제어입력을 다음과 같이 정한다<sup>[9]</sup>.

$$\tau = \widehat{M}(q) \ddot{q}_d + \widehat{C}(q, \dot{q}_d) \dot{q}_d + \widehat{G}(q) - K_d \dot{e} - K_p e \quad (2)$$

여기서  $e = q - q_d$ 는 위치 추종오차 벡터이고 벡터  $\dot{q}_d$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{q}_d = \dot{q} - \lambda e, \lambda = \frac{\lambda_0}{1 + \|e\|}, \lambda_0 > 0. \quad (3)$$

또한 행렬  $\widehat{M}(\cdot)$ 과  $\widehat{C}(\cdot)$ , 벡터  $\widehat{G}(\cdot)$ 는 각각 행렬  $M(\cdot)$ 과  $C(\cdot)$  벡터  $G(\cdot)$ 의 추정치이고  $K_d$ 와  $K_p$ 는 대칭인 양한 행렬이다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 오차 동특성방정식이 얻어진다.

$$M(q) \ddot{e} + C(q, \dot{q}) \dot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = Y(q, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \bar{\theta} \quad (4)$$

여기서  $\bar{\theta} = \theta - \theta_0$ 이고  $Y(q, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$ 는  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 와 같은 구조를 갖는  $n \times p$  행렬이다.

함수  $s$ 를  $s = \dot{e} + \lambda e$ 로 정의하고, Lyapunov 후보 함수를 다음과 같이 정한다.

$$V = \frac{1}{2} [s^T M(q)s + e^T K_p e + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}] \quad (5)$$

함수  $V$ 를 미분하고 식 (1)과 식 (2)를 대입하면 다음 부등식이 얻어진다.

$$\dot{V} \leq -x_1 \|s_1\|^2 - x_2 \|\frac{1}{2}e\|^2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\tilde{\theta} + \Gamma Y_r^T s) \quad (6)$$

여기서  $s_1 = \dot{e} + \frac{1}{2}e$  이고 제어기 이득을 적절히 선정하면  $x_1$ 과  $x_2$ 는 0보다 크게 된다.

로봇 매니플레이터가 갖는 미지의 파라미터 값이 유한한 범위내에 있다고 가정하고 다음 두 집합을 정의한다.

$$\Theta = \{\theta \mid a_i \leq \theta_i \leq b_i, 1 \leq i \leq p\}$$

$$\Theta_\delta = \{\theta \mid a_i - \delta \leq \theta_i \leq b_i + \delta, 1 \leq i \leq p\}, \delta > 0$$

부등식 (6)의 오른쪽 셋째항이 모든  $t \geq 0$ 에 대해 0보다 작도록 하고 파라미터 추정벡터  $\hat{\theta}(t)$ 가 닫힌 집합(bounded set)내에 있도록 하기 위한 파라미터 추정 알고리즘은 다음과 같은 연속 파라미터 투영 알고리즘(smoothed projection algorithm)을 사용한다<sup>[8]</sup>.

$$\hat{\theta}_i = \begin{cases} \gamma_{ii} \phi_i & \text{if } a_i < \hat{\theta}_i < b_i \text{ or} \\ & \text{if } \hat{\theta}_i \geq b_i \text{ \& } \phi_i \leq 0 \text{ or} \\ & \text{if } \hat{\theta}_i \leq a_i \text{ \& } \phi_i \geq 0 \\ \gamma_{ii} \bar{\phi}_i & \text{if } \hat{\theta}_i \geq b_i \text{ \& } \phi_i \geq 0 \\ \gamma_{ii} \bar{\phi}_i & \text{if } \hat{\theta}_i \leq a_i \text{ \& } \phi_i \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

여기서

$$\bar{\phi}_i = \left[1 + \frac{b_i - \hat{\theta}_i}{\delta}\right] \phi_i, \quad \hat{\phi}_i = \left[1 + \frac{\hat{\theta}_i - a_i}{\delta}\right] \phi_i.$$

또한  $\phi_i$ 는 행렬  $\phi = -Y_r^T s$ 의  $i$ 번째 원소이고  $\gamma_{ii}$ 는 대각선 행렬  $\Gamma$ 의  $i$ 번째 원소이다.

파라미터 추정오차 벡터의 초기치가  $\hat{\theta}(0) \in \Theta$ 일 때, 식 (7)의 추정 알고리즘은 모든  $t \geq 0$ 에서  $\hat{\theta}(t) \in \Theta_\delta$ 가 되도록 하고,  $\dot{V} \leq 0$ 이 되도록 한다. 따라서 오차벡터  $e$ 와  $\tilde{\theta}$ 는 유한하게 되고  $Q_d$ 와  $\hat{\theta}$ 도 유한하게 된다. 모든 신호가 유한하고  $\dot{V} \leq -x_1 \|s_1\|^2 - x_2 \|\frac{1}{2}e\|^2 < 0$  이므로 불변정리(invariance theorem)<sup>[11]</sup>에 의해  $t \rightarrow \infty$ 일 때  $e(t) \rightarrow 0$ 로 된다.

#### IV. 출력궤환 제어기 구성

식 (1)의 로봇 매니플레이터 모델에 대한 오차 동특

성방정식을 다음과 같이 상태변수 방정식으로 나타내기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\ddot{q}_d - M^{-1}(x_1, q_d) [C(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) \\ &\quad + G(x_1, q_d)] + M^{-1}(x_1, q_d) \tau^s(x, Q_d, \hat{\theta}) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $x_1 = e$ ,  $x_2 = \dot{e}$  이다.

제어입력  $\tau^s(x, Q_d, \hat{\theta})$ 는 추정되는 상태를 포함하는 입력 토오크가 허용범위를 벗어나면 포화되도록 하며 다음과 같이 정의한다.

$$\tau_i^s(x, Q_d, \hat{\theta}) = S_i \text{sat} \left( \frac{\tau_i(x, Q_d, \hat{\theta})}{S_i} \right), 1 \leq i \leq n \quad (9)$$

여기서  $S_i$ 는  $x$ ,  $Q_d$ , 와  $\hat{\theta}$ 가 유한집합내에 있을 때

$$S_i \geq \max |\tau_i(x, Q_d, \hat{\theta})|, 1 \leq i \leq n. \quad (10)$$

관절 위치추정치로부터 속도벡터를 사용하는 출력궤환 제어시스템의 관측기는 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \hat{x}_2 + \frac{1}{\epsilon} L_1 (x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 &= \frac{1}{\epsilon} L_2 (x_1 - \hat{x}_1) - \ddot{q}_d + H_0 [\hat{C}(\hat{x}, q_d, \dot{q}_d)(\hat{x}_2 + \dot{q}_d) \\ &\quad + \hat{G}(\hat{x}_1, q_d) + \tau^s(\hat{x}, Q_d, \hat{\theta})] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $L_1 = \text{diag}\{a_1\}$ ,  $L_2 = \text{diag}\{a_2\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\epsilon$ 는 양의 설계상수이고  $H_0$ 는 설계상수 행렬이다. 양의 상수  $a_i$ 는 행렬  $\bar{A} = \begin{bmatrix} -L_1 & I \\ -L_2 & 0_{n \times n} \end{bmatrix}$ 이 Hurwitz 행렬이 되도록 선정한다.

새로운 벡터  $\xi$ 를

$$\xi_i = \frac{1}{\epsilon^{2-i}} (x_i - \hat{x}_i), i = 1, 2 \quad (12)$$

로 정의하고  $\xi = [\xi_1^T \xi_2^T]^T$ 라 하면 페루프 시스템을 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + B[-\ddot{q}_d - F(x, q_d, \dot{q}_d) + M^{-1}(x_1, q_d) \tau^s \\ &\quad (x - \bar{D}(\epsilon)\xi, Q_d, \hat{\theta})] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\hat{\theta} = \text{Proj}(\hat{\theta}, \phi(x - \bar{D}(\epsilon)\xi, Q_d, \hat{\theta})) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\xi} &= (A - \bar{L}(\epsilon))\xi + \epsilon B [F(x, q_d, \dot{q}_d) - \hat{F}(x - \bar{D}(\epsilon)\xi, q_d, \dot{q}_d) \\ &\quad + (M^{-1}(x_1, q_d) - H_0) \tau^s(x - \bar{D}(\epsilon)\xi, Q_d, \hat{\theta})] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad C = [I_{n \times n} \ 0_{n \times n}],$$

$$\overline{D}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon I_{n \times n} & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad \overline{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

이고 행렬  $(A - \overline{L}C) = \overline{A}$ 는 Hurwitz이다. 함수  $F(\cdot)$ 와  $\widehat{F}(\cdot)$ 는 각각

$$\begin{aligned} F(x, q_d, \dot{q}_d) &= -M^{-1}(x_1, q_d) \{ C(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) + G(x_1, q_d) \} \\ \widehat{F}(x - \overline{D}(\varepsilon)\xi, q_d, \dot{q}_d) &= \\ & -H_o \{ \overline{C}(x - \overline{D}(\varepsilon)\xi, q_d, \dot{q}_d)(x_2 - \xi_2 + \dot{q}_d) \\ & + \widehat{G}(x_1 - \varepsilon\xi_1, q_d) \} \end{aligned}$$

이고,  $\widehat{F}(\cdot)$ 는 유한함수로 정한다.

식 (15)에서 우변의 둘째항은  $\varepsilon \rightarrow 0$ 일 때 무시될 수 있으므로 상태  $\xi$ 가 0으로 수렴하는 수렴속도는 관측기 이득  $\overline{L}$ 에 의해 결정된다. 따라서 관측기와 제어를 분리하여 설계할 수 있으며 외란 억제 효과를 얻을 수 있다. 관측기 설계상수 행렬  $H_o$ 를  $H_o = \widehat{M}^{-1}(\hat{x}_1, q_d)$ 로 정하면 파라미터 추정이 완료된 후 식(15)의 둘째항이 매우 작아지므로  $\varepsilon$ 이 작지 않은 경우에도 정상상태에서 상태 추정오차가 작아지게 된다. 그러나 파라미터 변동범위 정도에 따라 추정동안  $\widehat{M}(\cdot)$ 의 역행렬이 존재하지 않을 수 있게 되므로 파라미터 변동범위가 제한되게 된다<sup>[12]</sup>. 본 논문에서는 파라미터 변동범위에 대한 제한을 피하고 정상상태에서 추정오차가 개선되도록 하기위해서  $H_o = M_o^{-1}$ 로 정한다. 여기서 행렬  $M_o$ 는 행렬  $M(q)$ 의 공칭(nominal) 행렬로 정하는데 역행렬이 존재하도록 선정한다.

식 (12)의 변수  $\xi$ 는  $\varepsilon \rightarrow 0$ 가 될 때 임펄스 형태의 피어링 현상을 갖을 수 있으나 유한함수  $\widehat{F}(\cdot)$ 와 포화함수  $\tau^s(\cdot)$ 에 포함되기 때문에 저속변수인  $x, \widehat{\theta}$ 에서는 피어링이 발생되지 않는다.

충분히 작은  $\varepsilon$ 에 대해 관절 위치추정치만을 사용하는 출력력환 제어시스템은 상태제환 제어시스템의 성능을 복원시킬 수 있음을 설명하기로 한다.

집합  $\Omega$ 와  $\Omega_0$ 를 각각

$$\Omega = \{x \mid V \leq c_4\}, \quad \Omega_0 = \{x \mid V \leq b_4 < c_4\}$$

로 정의할 때,  $(x(0), \widehat{\theta}(0)) \in \Omega_0 \times \Theta$ 이고  $\widehat{x}(0)$ 가 유한하면, 제어입력  $\tau^s(\cdot)$ 가 포화되므로  $x(t) \in \Omega$ 이고 식 (13)으로부터

$$\begin{aligned} \|Ax + B[-\ddot{q}_d - F(x, q_d, \dot{q}_d) + M^{-1}(x_1, q_d)\tau^s \\ (x - \overline{D}(\varepsilon)\xi, Q_d, \widehat{\theta})]\| \leq k_1, \quad k_1 > 0 \end{aligned} \quad (16)$$

가 성립된다. 이 결과로부터

$$\|x(t)\| \leq \|x(0)\| + k_1 t$$

가 된다. 따라서  $\varepsilon$ 에 관계없이  $(x(t), \widehat{\theta}(t)) \in \Omega \times \Theta_\varepsilon$ 인 유한한  $T_1$ 이 존재한다.

함수  $\widehat{F}(\cdot)$ 를 유한하도록 제한하였고  $\tau^s(\cdot)$ 가 포화 함수이므로 다음 부등식이 성립된다.

$$\begin{aligned} \| [F(x, q_d, \dot{q}_d) - \widehat{F}(x - \overline{D}(\varepsilon)\xi, q_d, \dot{q}_d)] \\ + [M^{-1}(x_1, q_d) - H_o]\tau^s(x - \overline{D}(\varepsilon)\xi, Q_d, \widehat{\theta}) \| \leq k_2 \quad (17) \end{aligned}$$

또한 행렬  $P = P^T > 0$ 를 아래 Lyapunov 방정식의 해라 하자.

$$P(A - \overline{L}C) + (A - \overline{L}C)^T P = -I \quad (18)$$

성능함수  $v$ 를  $v = \xi^T P \xi$ 로 정하고 식 (15)의 시스템에 대해  $v$ 를 미분하고 정리하면,  $v \geq \rho \varepsilon^2$ 에서

$$\dot{v} \leq -\frac{\gamma_1}{\varepsilon} v \quad (19)$$

여기서  $\gamma_1 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)}$  이고,  $\rho = \frac{16\lambda_{\max}^2(P)k_2^2\|P\|^2}{\lambda_{\min}(P)}$ 로 정하였다.

변수  $\xi$ 의 초기치가  $\|\xi(0)\| \leq \frac{k_3}{\varepsilon}$ 일 때,  $k_4 = \frac{k_3^2}{2\gamma_1}$ 로 정하면 식(19)로부터  $v(t) \leq \frac{k_4}{\varepsilon} e^{-\frac{\gamma_1}{\varepsilon}t}$ 이 되므로 어떤  $\varepsilon$ 에 대해  $T(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{\gamma_1} \ln \frac{k_4}{\rho \varepsilon^2} \leq \frac{1}{2} T_1$ 가 되도록 할 수 있으며  $v(T, \varepsilon) \leq \rho \varepsilon^2$ 가 된다.

시스템 (13)-(15)의 상태변수들이  $(x, \widehat{\theta}, \xi) \in \{V = c_4\} \cap \Theta_s \times \{\xi^T P \xi \leq \rho \varepsilon^2\}$ 이고 충분히 작은  $\varepsilon$ 에 대해  $\dot{V} \leq 0$ 이고  $v \leq -\frac{\gamma_1}{\varepsilon} v$ 이므로 집합  $\mathcal{E} = \Omega \times \Theta_s \times \{\xi^T P \xi \leq \rho \varepsilon^2\}$ 는 양의 불변집합이 된다. 또한 이 집합내에서  $v \leq \rho \varepsilon^2$ 이므로  $\|\xi\|$ 는  $O(\varepsilon)$ 의 차원이 된다.

식 (13)은  $t \geq T(\varepsilon)$ 에서 다음과 같이  $\|\xi\|$  차원의 섭동(perturbation)을 갖는 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} = Ax + B[-\ddot{q}_d + F(x, q_d, \dot{q}_d) + M^{-1}(x_1, q_d)\tau^s(x, \widehat{\theta})] \\ + B\{M^{-1}(x_1, q_d)(\tau^s(\widehat{x}, \widehat{\theta}) - \tau^s(x, \widehat{\theta}))\} \quad (20) \end{aligned}$$

따라서  $\widehat{\theta} \in \Theta_\varepsilon$ 에서  $\dot{V}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q)\|x\|^2 + k_5 \varepsilon, \quad k_5 > 0 \quad (21)$$

여기서, 행렬  $Q$ 는  $\lambda$ 와  $x_1, x_2$ 로 표시되는 행렬이다.

함수  $V$ 가 유한하므로 식 (21)로 부터 다음 부등식을 얻을 수 있다.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \|x\|^2 dt \leq k_6 \epsilon, \quad k_6 = \frac{k_5}{\lambda_{\min}(Q)} \quad (22)$$

식 (22)는 관절의 위치와 속도 제곱의 평균 추종오차가  $O(\epsilon)$ 의 차원이 됨을 의미하므로 충분히 작은  $\epsilon$ 에 대해 관절 위치추정치만을 사용하는 출력제한 제어 시스템은 상태제한 제어시스템의 성능을 복원시킬 수 있음을 알 수 있다.

## V. 시뮬레이션

그림 1과 같은 미지의 부하를 갖는 2-링크 로봇 매니플레이터에 제안된 출력제한 적응제어 방식을 적용한 컴퓨터 시뮬레이션을 MATLAB을 이용하여 실행하였다. 이 로봇에 대한 동특성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{12}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서

$$M_{11}(q) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos q_2 + I_1 + I_2,$$

$$M_{12}(q) = m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos q_2 + I_2,$$

$$M_{22}(q) = m_2 l_2^2 + I_2, \quad C_{11}(q, \dot{q}) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 \dot{q}_2,$$

$$C_{12}(q, \dot{q}) = -m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2),$$

$$C_{21}(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 \dot{q}_1,$$

$$G_1(q) = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2),$$

$$G_2(q) = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2).$$

파라미터  $\theta_i$ 에서  $\theta_6$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1, \quad \theta_2 = m_2 l_2^2 + I_2,$$

$$\theta_3 = m_2 l_1 l_{c2}, \quad \theta_4 = m_1 l_{c1}, \quad \theta_5 = m_2 l_1, \quad \theta_6 = m_2 l_{c2}$$

로봇 매니플레이터의 파라미터 값들을 각각

$$m_1 = 10 \text{ kg}, \quad l_1 = 1 \text{ m}, \quad l_{c1} = 0.5 \text{ m}, \quad I_1 = \frac{10}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$m_2 = 5 \text{ kg} + \Delta m_2, \quad l_2 = 1 \text{ m}, \quad l_{c2} = 0.5 \text{ m} + \Delta l_2,$$

$$I_2 = \frac{5}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + \Delta I_2, \quad g = 9.8 \text{ m/sec}^2$$

로 정할 때,  $\Delta m_2, \Delta l_2$ 와  $\Delta I_2$ 는 미지의 부하에 대한 파라미터 변동범위를 나타내며 본 시뮬레이션에서는

다음과 같이 가정한다.

$$0 \leq \Delta m_2 \leq 1 \text{ kg}, \quad 0 \leq \Delta l_{c2} \leq 0.1 \text{ m}, \quad 0 \leq \Delta I_2 \leq \frac{1}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (24)$$

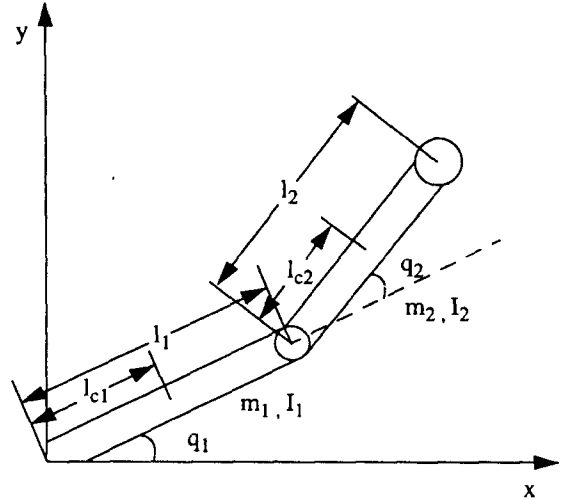


그림 1. 2-링크 로봇 매니플레이터  
Fig. 1. Two-link robot manipulator.

식 (24)의 조건에 따라 파라미터  $\theta_i$ 는

$$8.33 \leq \theta_1 \leq 9.34, \quad 1.66 \leq \theta_2 \leq 2.66, \quad 2.5 \leq \theta_3 \leq 3.6, \\ 5 \leq \theta_5 \leq 6, \quad 2.5 \leq \theta_6 \leq 3.6 \text{의 범위 내에 있게 된다.}$$

두 링크의 관절위치가 이동하는 기준궤적을

$$q_{ad} = q_d = 1.57(1 - e^{-5t})(1 + 5t) \quad [\text{rad}]$$

으로 정하고 제어기의 PD이득을  $K_p = 150I, K_d = 80I$ , 파라미터 추정 이득 행렬을  $\Gamma = 10I$ 로 정한다. 상수  $x_1, x_2 > 0$ 이 되도록 하기 위하여  $\lambda_0 = 1$ 로 정하고,  $\delta = 0.05$ 로 하였다.

집합  $\Omega_1 = \{\frac{1}{2} e^T K_p e + \frac{1}{2} s^T M(q) s \leq 240\}$ 로 정하면 입력 토오크의 포화함수 값은 각각  $S_1 = 1880, S_2 = 980$ 이 된다.

함수  $\hat{F}(\cdot)$ 를 유한하게 하기 위한 집합을

$$\Omega_s = \{\frac{1}{2} \hat{e}^T K_p \hat{e} + \frac{1}{2} \hat{s}^T M(\hat{e} + q_d) \hat{s} \leq 300\}$$
로 정한다.

추정되는 파라미터의 초기치를 각각  $\hat{\theta}_1(0) = 8.33,$

$$\hat{\theta}_2(0) = 1.66, \quad \hat{\theta}_3(0) = 2.5, \quad \hat{\theta}_5(0) = 5, \quad \hat{\theta}_6(0) = 2.5$$

로 정하고,  $M_0 = \begin{bmatrix} 10 & 1.67 \\ 1.67 & 1.67 \end{bmatrix}$ 로 정하였다.

초기조건  $e_1(0) = e_2(0) = 0$ 일 때 설계상수  $\epsilon = 0.01$ 에서 상태제한 제어 및,  $H_0 = I$ 와  $H_0 = M_0^{-1}$ 로 하였을 때의 시뮬레이션 결과를 그림 2에 나타내었으며 그림 3은 같은 조건에서  $\epsilon = 0.005$ 일 때의 시뮬레이션

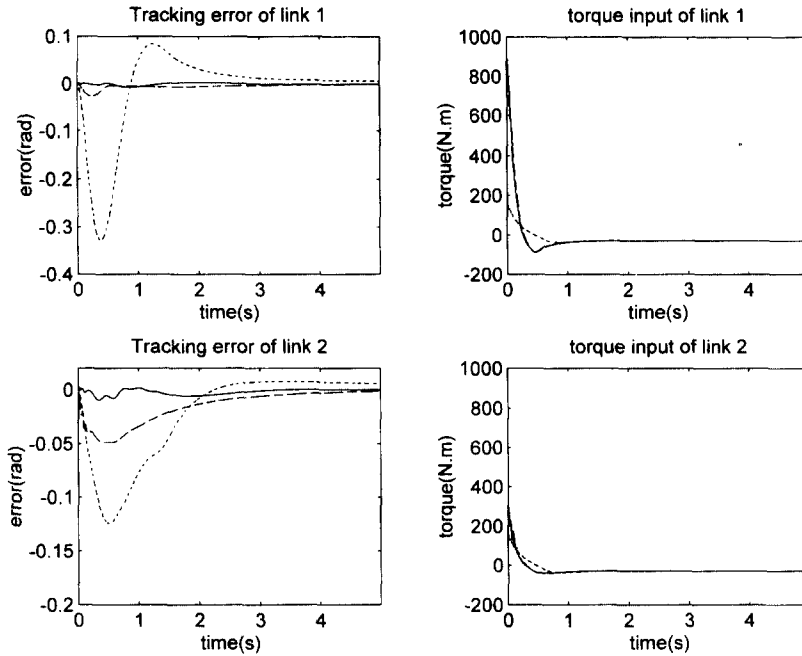


그림 2. 상태궤환 제어와 출력궤환 제어에 의한 링크 1과 링크 2에서의 추종오차와 토크 입력,  $e_1(0) = e_2(0) = 0$ ,  $\epsilon = 0.01$

Fig. 2. Tracking error and torque of link 1 and link 2 using state feedback and output feedback under  $e_1(0) = e_2(0) = 0$  for  $\epsilon = 0.01$ .

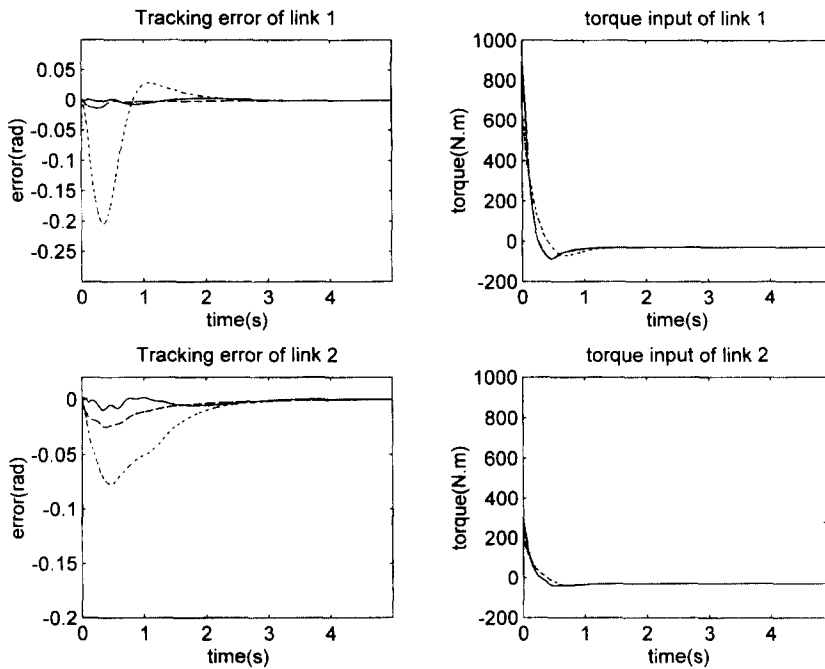


그림 3. 상태궤환 제어와 출력궤환 제어에 의한 링크 1과 링크 2에서의 추종오차와 토크 입력,  $e_1(0) = e_2(0) = 0$ ,  $\epsilon = 0.005$

Fig. 3. Tracking error and torque of link 1 and link 2 using state feedback and output feedback under  $e_1(0) = e_2(0) = 0$  for  $\epsilon = 0.005$ .

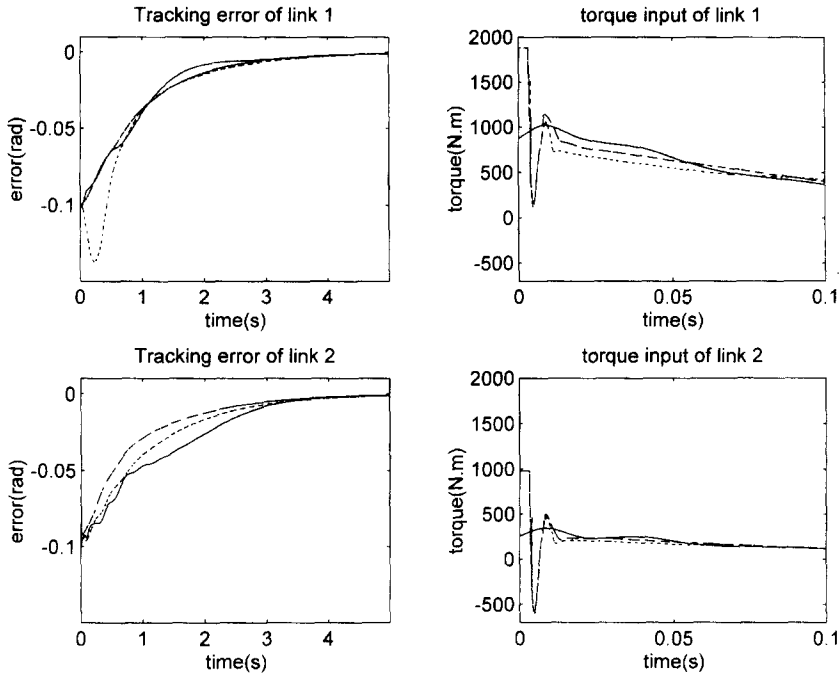


그림 4. 상태궤환 제어와 출력궤환 제어에 의한 링크 1과 링크 2에서의 추종오차와 토크 입력  
 $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$ ,  $\epsilon = 0.001$

Fig. 4. Tracking error and torque of link 1 and link 2 using state feedback and output feedback under  $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$  for  $\epsilon = 0.001$ .

결과이다. 이미 언급한 바와 같이 관측기의 구조가 상태방정식의 구조와 유사하면 추정오차가 많이 개선됨을 알 수 있다. 그림 4는 초기조건  $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$ 과  $\epsilon = 0.001$ 일 때의 시뮬레이션 결과이다. 이 경우에는 피이킹이 발생되나 제어입력이 포화되므로 시스템에 전달되지 않아 제어성능에는 영향을 미치지 않는다. 설계상수  $\epsilon$ 이 작을수록 출력궤환 제어에 의한 제어성능은 상태궤환 제어의 성능을 복원시킬 수 있음을 알 수 있다.

## VI. 결론

본 논문에서는 강체 로봇에 대한 관절의 위치측정치만을 사용하는 출력궤환 적응제어기를 설계하고 상태궤환 제어에 의해 얻어지는 성능을 점근적으로 복원시킬 수 있음을 보였다. 관절의 속도를 추정하기 위한 고이득 관측기의 구조는 파라미터 변동범위에 제약을 받지 않도록 하면서 추정오차를 줄이도록 하였다. 고이득 관측기를 사용할 때 발생될 수 있는 피이킹이 제거되도록 제어입력을 포화시켰다. 제안된 출력궤환 적

응제어시스템의 성능은 설계 파라미터  $\epsilon$ 이 감소함에 따라 상태궤환에 의해 얻어지는 제어성능을 복원시킬 수 있음을 2-링크 로봇 매니플레이터의 궤적제어에 적용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하였다.

## 참고 문헌

- [1] M. W. Spong and R. Ortega, "On adaptive inverse dynamics control of rigid robots," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.35, no.1, pp.92-95, 1990.
- [2] J. J. Craig, P. Hsu, and S. S. Sastry, "Adaptive control of mechanical manipulators," Int. J. Robotics Res., vol.6, no.2, pp. 16-28, 1987.
- [3] J.-J. E. Slotine, "On the adaptive control of robot manipulators," Int. J. Robotics Res., vol.6, no.3, pp.16-28, 1987.
- [4] S. Nicosia and P. Tomei, "Robot control by using only joint position measurements," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.35, no.9,

pp.1058-1061, 1990.

[ 5 ] S. Nicosia and A. Tornambe', "High-gain observers in the state and parameter estimation of robots having elastic joints," *Sys. Contr. Lett.*, vol.13, pp.331-337, 1989.

[ 6 ] S. Nicosia, A. Tornambe', and P. Valigi, "Experimental results in state estimation of industrial robots," *Proc. 29th CDC*, Honolulu, Hawaii, Dec. 1990, pp.360-365.

[ 7 ] F. Esfandiari and H. Khalil, "Output feedback stabilization of fully linearizable systems," *Int. J. Contr.*, vol.56, no.5, pp. 1007-1037, 1992.

[ 8 ] H. Khalil, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.41, no.2, pp. 177-188, 1996.

[ 9 ] H. Berghuis, R. Ortega, and H. Nijmeijer, "A robust adaptive robot controller," *IEEE Trans. Robotics Automat.*, vol.9, no.6, pp.825-830, 1993.

[ 10 ] J. J. Craig, *Adaptive Control of Robotic Manipulators*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1988.

[ 11 ] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, MacMillan, 1992.

[ 12 ] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. New York:John Wiley, 1989.

저 자 소 개



申 義 錫(正會員)

1966년 10월 7일생. 1989년 2월 한국항공대학 항공전자공학과 졸업. 1992년 2월 한국항공대학교대학원 항공전자공학과 졸업. 1992년 1월 ~ 1996년 2월 신경인더스트리 기술센터근무. 1996년 3월 ~ 현재

한국항공대학교대학원 항공전자공학과 박사과정 재학 중. 주관심분야는 로봇제어, 퍼지제어, 적응 제어 및 비선형제어임.



李 康 熊(正會員)

1957년 7월 7일생. 1980년 2월 한국항공대학 항공전자공학과 졸업. 1982년 2월 서울대학교대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1989년 8월 서울대학교대학원 전자공학과 졸업(공학박사). 1994년 1월 ~

1995년 1월 미시간주립대학교 전기공학과 방문교수. 1989년 9월 ~ 현재 한국항공대학교 항공전자공학과 부교수. 주관심분야는 로봇제어, 적응 제어 및 비선형 제어임.