

論文97-34D-6-1

Quasi-static 근사에 의한 코플래너 도파로 불연속의 경계요소 해석

(Boundary Element Characterization of Coplanar Waveguide Discontinuities by Quasi-static Approximation)

姜 鍊 德 * , 李 澤 璟 *

(Yeon-Duk Kang and Taek-Kyung Lee)

요 약

코플래너 도파로(Coplanar Waveguide, CPW) 불연속에 대한 전송특성을 구하기 위하여 quasi-static 근사에 의한 경계요소법을 적용하여 해석하고 등가회로 모델링을 하였다. Collocation 법에 의한 3차원 경계요소법을 개발하여 quasi-static 근사에 의한 경계적분방정식의 해를 구하고, 용량성 리액턴스 성분으로 구성된 등가회로를 구하였다. 경계면에서 삼각형 요소상의 기저함수로는 선형함수를 사용하였으며, 관측점과 전원점이 일치하는 특이점 근방의 적분을 해석적인 방법으로 구하였다. Open-end, end-gap, gap 등의 불연속을 갖는 코플래너 도파로에 대하여 정전용량에 의한 등가회로 모델링을 하고, 구조의 변화에 따른 효과를 계산하였다. 기판의 밑면이 접지된(conductor backed) 코플래너 도파로에 대해서도 해석하여 결과를 비교하였다.

Abstract

By using the boundary element method, the characterization and the circuit modelling of the coplanar waveguide(CPW) discontinuities are performed via quasi-static approximation. The capacitive equivalent circuits are obtained by developing the 3-D boundary element method with collocation method. On the triangular patch, the numerical scheme employed the linear basis functions and the analytic solutions of the integrals on the singular points. The capacitive discontinuities of gaps, end-gaps, and open-ends are characterized and the results compared with the conductor backed coplanar waveguides.

I. 서 론

초고주파 및 밀리미터파 집적회로에서 사용 주파수 대역의 확대와 회로의 소형화가 요구됨에 따라 전송선로로서 마이크로스트립 선로에 비하여 밀리미터파대에서 여러가지의 장점을 지니고 있는 코플래너 도파로(Coplanar Waveguide, CPW)가 최근 많이 연구되고

있다.^[1-3] 코플래너 도파로는 접지면이 전송선로와 같은 평면에 있으므로 기판에 구멍을 뚫지 않고도 반도체 소자의 직렬 및 병렬 연결이 가능하여 소자의 연결에 의한 불연속 문제가 발생하지 않으며, 선로의 특성 임피던스가 기판의 두께에 민감하지 않으므로 비교적 두꺼운 기판을 사용하더라도 넓은 범위의 선로 임피던스를 구할 수 있다. 또한 인접 선로와 혼신이 적고, 불연속 구조에서 복사손실이 적은 장점이 있다.

코플래너 도파로에 대한 전송특성을 정확하게 구하기 위해서는 full-wave 해석법에 의하여 해석하여야 한다. 그러나 불연속 부분의 full-wave 해석을 위해서는 많은 계산량이 요구되며, 해석이 가능한 구조가 제

* 正會員, 韓國航空大學校 航空電子工學科

(Dept. of Avionics, Hankuk Aviation Univ.)

※ 본 논문은 한국과학재단의 연구비 지원에 의한 결과임. (과제번호 95-0100-13-03-3)

接受日字:1997年3月20日, 수정완료일:1997年6月3日

한되어 있다. Quasi-static 근사에 의한 해석법은 전자파가 선로를 따라 진행하면서 TEM 모드와 유사한 형태로 유지된다고 가정하여 해석하는 방법으로서, 선로의 불연속 부분에 대해서는 정전용량 및 인덕턴스로 구성된 등가회로를 구하여 전송특성을 구한다. 이 방법은 비교적 계산량이 적고 다양한 형태의 불연속에 대한 해를 구할 수 있는 장점이 있으므로 회로 설계시 유용하게 이용되고 있으며, 코플래너 도파로의 경우에 20 GHz 정도의 주파수에 이르기 까지 적은 오차가 유지된다.^[4, 5]

코플래너 도파로 불연속 부분에 대한 전송특성을 구하기 위한 모델링은 주로 quasi-static 근사에 의한 해석에 의존하고 있으며,^[6, 7] 유한차분법(Finite Difference Method), 유한요소법(Finite Element Method, FEM) 등의 수치해석적인 방법이나 파수 영역에서의 해석방법(Spectral Domain Analysis, SDA) 등을 이용한다. 유한요소법이나 유한차분법 등의 방법은 적용할 수 있는 구조가 다양하지만, 해석하고자 하는 전체영역에서 노드를 선정하여야 하므로 미지수의 숫자가 많고, 차폐되지 않은 선로에 대한 해석을 위해서는 복사경계조건 등을 적용하여야 한다.^[8-9] 수치해석 방법으로서 경계요소법(Boundary Element Method, BEM)은 경계면 상에서 적분식을 이용하여 해석하므로 미지수가 적어지며 계산시간을 단축할 수 있다.^[10-14]

본 논문에서는 코플래너 도파로의 불연속 부분에 대하여 quasi-static 근사에 의한 3차원 경계요소법을 적용하여 정전용량의 해석을 하고, 등가회로를 구하여 모델링하였다. 선로의 불연속에 대한 등가회로는 일반적으로 정전용량과 인덕턴스 등으로 구성되며, 여기서는 정전용량만으로 등가회로를 구성할 수 있는 갭 불연속이나 open-end, end-gap 등에 대해 등가 정전용량을 구하여 등가회로를 구하였다. 각 영역의 경계면에서 경계적분식을 수치해석적으로 풀기 위하여 경계면의 삼각형 요소에 선형 기저함수를 이용하여 미지 함수에 대한 근사를 하였으며, 각각의 노드에서 오차가 최소화되는 collocation 방법을 이용하여 적분식을 행렬식으로 변환하였다. 적분하고자 하는 영역에 관측점이 포함되어 피적분 함수가 발산할 경우에 대해서는 해석적인 해를 구하여 적분을 하였다. 기판의 밑면이 금속 접지면으로 이루어진(conductor backed) 코플래너 도파로에 대해서도 해석하고, 구조 변화에 대한 영향을 계산하였다.

II. 3차원 경계요소법에 의한 불연속 해석

코플래너 도파로에서 기본 전송모드는 TEM 모드에 가까운 형태의 전장 및 자장분포를 하고 있으므로 quasi-TEM 모드로 가정하여 근사적인 해를 구하게 된다. Quasi-TEM 모드에서 도파로의 단면에 대한 전장 및 자장의 방향은 서로 직교하며, 전장은 Laplace 방정식을 만족하는 스칼라 전위(potential)로 표현된다. 도파로의 단면에서 quasi-TEM 모드의 전장에 대한 전위는 Laplace 방정식을 만족하므로 quasi-static 근사에 의하여 단면에서의 전자장을 구할 수 있으며, 정전용량 및 인덕턴스 등의 회로정수를 이용하여 전송특성을 나타낸다. 코플래너 도파로에서는 선로의 불연속 부분에서도 비교적 높은 주파수에 이르기까지 quasi-TEM 모드가 유지되며, quasi-static 해석에 의한 등가회로 모델링을 통하여 불연속의 전송특성을 계산할 수 있다.

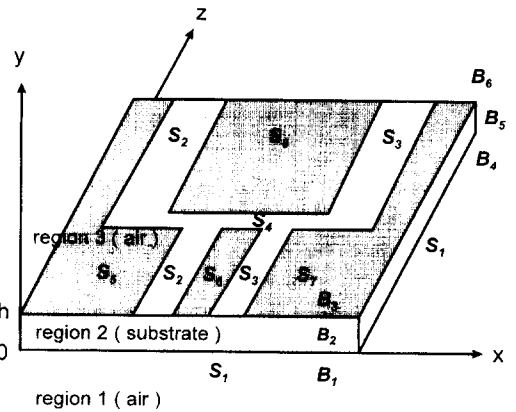


그림 1. 코플래너 도파로의 갭 불연속 구조 및 계산 영역

Fig. 1. Geometry of coplanar waveguide gap discontinuity.

코플래너 도파로는 유전체 기판 위에 전송선로로 이용되는 도체판과 그 좌우에 접지로 사용되는 도체판으로 구성된다. 그림 1은 입력단과 출력단에서 선로의 폭이 서로 다르고, 선로가 끊어진 갭 불연속 구조의 코플래너 도파로를 나타내는 모델이다. 기판의 아랫쪽 경계면은 S_1 으로 정의하고, 윗쪽면은 도체판이 있는 부분과 도체판이 없는 유전체 경계면으로 각각 구분하여 $S_2 \sim S_8$ 로 정하였다. 도체면인 S_5, S_7 은 접지면으로 S_6, S_8 은 전송선로로 이용되며, S_2, S_3, S_4 는 유전체 경계

면을 나타낸다. 이때 도체판은 두께가 영인 완전도체로 가정하고, 기판은 비유전율 ϵ_r 을 갖는 손실이 없는 유전체로 간주한다. 해석을 위하여 그림 1과 같이 세 개의 영역으로 나누었으며, 기판의 상부 부분은 각각 영역 1과 영역 3, 기판의 유전체 부분은 영역 2로 정의하였다. 경계면 $B_1 \sim B_6$ 은 불연속 부분으로부터 진행방향으로 충분히 떨어진 곳에서의 단면을 나타내는 경계면으로 선로의 진행방향에 수직한 면이다. 그림 1에서 볼 수 있듯이 $B_1 \sim B_3$ 은 좁은 쪽 선로의 영역 1, 영역 2, 영역 3에 해당하는 경계면이며, $B_4 \sim B_6$ 은 넓은 쪽 선로의 영역 1, 영역 2, 영역 3에 해당하는 경계면을 나타낸다.

그림 1과 같은 갭 불연속에 대한 등가회로는 정전용량만으로 구성할 수 있으므로, 전장에 대한 전위분포를 구함으로써 모델링을 할 수 있다. 그림 1의 각 영역에서 스칼라 전위 $u(r)$ 는 3차원 Laplace 방정식

$$\nabla^2 u(r) = \frac{\partial^2 u(r)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(r)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(r)}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

을 만족하며, 경계면의 경계조건을 만족하게 된다. 각 영역에서 Laplace 방정식을 만족하는 전위는 Green's Identity에 의하여 경계적분식

$$u(r) = \int_{\Gamma} [G(r, r') \frac{\partial u(r')}{\partial n} - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma \quad (2)$$

을 구한다. 여기서 $G(r, r')$ 는 자유공간 그린함수를 나타내고, r 은 관측점(observation point), r' 은 전원점(source point)을 나타낸다. $\frac{\partial}{\partial n}$ 은 각 영역의 경계면 Γ 에서 바깥으로 향하는 수직방향의 미분이며, 적분은 전원점에 대하여 행하게 된다. 3차원 자유공간에서 Laplace 방정식을 만족하는 Green 함수는

$$G(r, r') = \frac{1}{4\pi|r-r'|} \quad (3)$$

이고, Green함수의 수직방향 편미분은

$$\frac{\partial G(r, r')}{\partial n} = -\hat{n} \cdot \frac{(r-r')}{|r-r'|} \frac{1}{4\pi|r-r'|^2} \quad (4)$$

로 구해진다.

기판의 밑면을 나타내는 S_1 은 영역 1의 공기와 영역 2의 유전체 사이에 존재하는 경계면을 나타내며 경계면에서의 경계조건은

$$u_r(r) = u_2(r) = u(r) \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_2(r)}{\partial n_2} = q_2(r) = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \frac{\partial u_1(r)}{\partial n_1} = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} q_1(r) \quad (6)$$

이고, 기판의 위쪽 경계면에 대한 경계조건 중에서 경계면 S_2, S_3, S_4 는 도체판이 존재하지 않는 부분을 나타내며, 유전체 기판과 자유공간 사이의 경계면으로 경계조건은

$$u_2(r) = u_3(r) = u(r) \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_3(r)}{\partial n_3} = q_3(r) = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} \frac{\partial u_2(r)}{\partial n_2} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} q_2(r) \quad (8)$$

이다. 기판의 위쪽면을 나타내는 경계면들 중 S_5, S_6, S_7, S_8 은 도체판이 놓여있는 부분으로 이 부분에서의 경계조건은 가해진 전압에 의하여 결정되며, 각각의 도체판에 V_5, V_6, V_7, V_8 의 전압이 가해진 것으로 가정하였다.

각 영역에서 관측점을 경계면으로 이동시키면 식 (2)로부터 각 영역의 경계면에 대한 경계적분방정식을 얻게 된다. 3차원 자유공간의 Green 함수와 수직방향 편미분 성분의 Green 함수는 $r=r'$ 에서 발산하므로, 이 부분에서는 특이점을 피하여 적분하여야 한다.

영역 1 ($y \leq 0$)에서 특이점 근방에서의 적분을 고려하여 경계면에 관측점이 있을 때의 경계적분방정식을 구하면

$$(1 - \frac{\partial_{out}(r)}{4\pi})u(r) = \int_{S_1} [G(r, r')q_1(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma + \int_{B_1, B_4} [G(r, r')q_1(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma \quad (9a)$$

이 되며, 적분은 r' 에 대해 행해진다. 영역 2 ($0 \leq y \leq h$)에서는

$$(1 - \frac{\partial_{out}(r)}{4\pi})u(r) = \int_{S_1} [G(r, r')(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} q_1(r')) - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma + \int_{S_2, S_3, S_4} [G(r, r')q_2(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma + \int_{S_5, S_6, S_7, S_8} G(r, r')q_2(r') d\Gamma - V_1 \int_{S_5} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma - V_2 \int_{S_6} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma - V_3 \int_{S_7} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma - V_4 \int_{S_8} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma + \int_{B_2, B_5} [G(r, r')q_2(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma \quad (9b)$$

이고, 영역 3 ($y \geq h$)에서는

$$\begin{aligned}
 (1 - \frac{\Omega_{out}(r)}{4\pi})u(r) = & \int_{S_1, S_2, S_3} [G(r, r') \{ \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} q_2(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} \}] d\Gamma \\
 & + \int_{S_4, S_5, S_6, S_7, S_8} G(r, r') q_3(r') d\Gamma \\
 & - V_1 \int_{S_1} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma - V_2 \int_{S_2} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma \\
 & - V_3 \int_{S_3} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma - V_4 \int_{S_4} \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} d\Gamma \\
 & + \int_{B_1, B_2, \dots, B_6} [G(r, r') q_3(r') - u(r') \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] d\Gamma
 \end{aligned} \tag{9c}$$

이다. 여기서 $\Omega_{out}(r)$ 은 경계면 상의 관측점에서 경계면의 바깥 영역에 해당하는 입체각(solid angle)을 나타낸다. $B_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 는 갭으로부터 전송 방향으로 충분히 떨어진 위치에 세운 경계면으로 이 위치에서는 불연속의 영향을 받지않는 것으로 가정할 수 있으며, 코플래너 도파로의 단면에서 선로의 진행 방향으로는 전위의 변화가 없으므로 $q(r) = \frac{\partial u(r)}{\partial n} = 0$ 이 된다. B_i 에서의 전위 $u(r)$ 는 무한 길이의 전송선로에 대한 전위분포와 같으므로 2차원 경계요소법 [14]을 이용해 구한 전위분포를 그대로 사용할 수 있다.

그림 1과 같은 구조의 경계면 $S_1 \sim S_8$ 에 각각 $N_1 \sim N_8$ 개의 node를 정하고, 각 영역에 대한 경계 적분식들인 식 (9)에 대하여 collocation 방법에 의한 표준 경계요소법을 적용하면 경계면 상에서의 미지수인 $u(r)$ 와 $q(r)$ 를 구하기 위한 행렬식은

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0_{12} & 0_{13} & 0_{14} & B_{11} & 0_{12} & 0_{13} & 0_{14} & 0_{15} & 0_{16} & 0_{17} & 0_{18} & 0_{15} & 0_{16} & 0_{17} & 0_{18} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & K_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} & B_{25} & B_{26} & B_{27} & B_{28} & 0_{25} & 0_{26} & 0_{27} & 0_{28} \\ 0_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & 0_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & 0_{35} & 0_{36} & 0_{37} & 0_{38} & B_{35} & B_{36} & B_{37} & B_{38} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \\ q_{13} \\ q_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{15} & 0_{16} & 0_{17} & 0_{18} \\ -A_{25} & -A_{26} & -A_{27} & -A_{28} \\ -A_{35} & -A_{36} & -A_{37} & -A_{38} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 + d_4 \\ d_2 + d_5 \\ d_3 + d_6 \end{bmatrix} \tag{10}$$

이 된다. 여기서, u_i 와 q_i 는 각각 S_i 상에서의 $u(r)$ 와 $q(r)$ 의 전개계수를 나타내며, 행렬 A_{ij} 와 B_{ij} 의 요소 a_{kl} 과 b_{kl} 은 관측점이 영역 i 에 있을 때 경계면 S_j 에 대한 적분으로

$$a_{kl} = (1 - \frac{\Omega_{out}}{4\pi})\delta_{kl} + \int_r \frac{\partial G(r_k, r')}{\partial n} \delta_l(r') d\Gamma, \begin{cases} k \in R_i \\ l \in S_j \end{cases} \tag{11}$$

$$b_{kl} = - \int_r G(r_k, r') \delta_l(r') d\Gamma, \begin{cases} k \in R_i \\ l \in S_j \end{cases} \tag{12}$$

이다. 여기서 δ_l 은 경계면 S_j 상의 l 번째 node에 해당하는 기저함수이며, R_i 는 영역 i 를 나타낸다.

식 (10)에서 $K_{21} = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} B_{21}$, $K_{32} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} B_{32}$, $K_{33} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} B_{33}$, $K_{34} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} B_{34}$ 이고, q_5, q_6, q_7, q_8 과 $q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}$ 은 각각 해당되는 도체판의 아랫쪽 면과 윗쪽 면에서의 $q(r)$ 의 전개계수를 나타낸다. 행렬식의 우변에서 벡터 v_j 는 도체면 S_j 에 가해진 전위 벡터로서

$$V_j = [V_j, V_j, \dots, V_j]^T \tag{13}$$

이며, D_i 는 경계면 B_i 에서의 적분으로서 단면에서의 $q(r)$ 는 영이므로 관측점이 노드 l 에 존재할 때의 값인 r_{il} 은

$$d_{il} = \int_{B_i} u(r') \frac{\partial G(r_l, r')}{\partial n} d\Gamma \tag{14}$$

이다.

갭 불연속 구조의 경계면 상에서의 미지함수인 $u(r)$ 와 $q(r)$ 를 전개하기 위해서는 경계면 $S_1 \sim S_8$ 상의 적당한 위치에 정해진 node를 이용하여 유한개의 삼각형 요소를 만들고, 각 node에 해당하는 총체기저함수(global basis function)을 이용하여 전개한다. 총체기저함수는 각각의 삼각형 요소상에 정의된 국소기저함수(local basis function)로 구성되며, 적분은 국소기저함수를 이용하여 행한다. 임의의 삼각형 요소에 대한 적분은 삼각형 표준요소로 변환하여 적분한다. 그림 2는 경계면 상의 삼각형요소로부터 표준요소로의 좌표변환 관계를 나타내고 있다. 표준좌표 x_s, z_s 와 경계면 상의 좌표 x, z 와의 관계식은

$$\begin{aligned}
 x &= (x_2 - x_1)x_s + (x_3 - x_1)z_s + x_1 \\
 z &= (z_2 - z_1)x_s + (z_3 - z_1)z_s + z_1
 \end{aligned} \tag{15}$$

이고, 미소면적은

$$\begin{aligned}
 dx dz &= |G| dx_s dz_s \\
 G &= (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)
 \end{aligned} \tag{16}$$

이다.

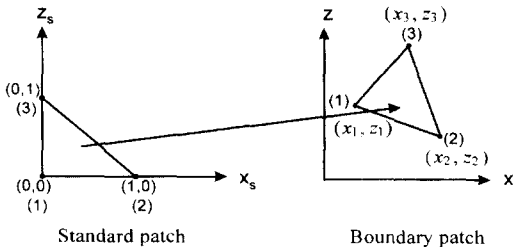


그림 2. 삼각형 요소의 좌표변환
Fig. 2. Coordinate transformation for triangular patch.

식 (11)과 식 (12)의 적분식은 k 와 l 이 일치하지 않을 경우는 Gaussian quadrature를 이용하여 수치 해석적인 방법으로 적분값을 구할 수 있으나, $k=l$ 경우에는 특별한 주의가 필요하다. 경계면이 평탄하다고 가정하면 노드에서의 입체각은 $\Omega_{out} = 2\pi$ 가 된다. 식 (11)의 적분항에서 관측점 r_k 가 적분하고자 하는 요소에 포함되어 있으므로 $\hat{n} \cdot (r_k - r')$ 이 되어 전체 적분은 영이며, 따라서 $a_{kl}|_{k=1} = 1/2$ 이다.

식 (12)에서 b_{kl} 은 $r' \rightarrow r_k$ 일때 $G(r_k - r')$ 이 발산하므로 일반적인 수치적 방법으로는 적분이 불가능하다. 이와 같이 피적분 함수가 발산하는 경우에 대한 면적적분 $b_{kl}|_{k=1}$ 을 구하기 위해 삼각형 요소상의 2중적분을 선적분의 형태로 변환하였다. 경계면 상의 삼각형 요소를 그림 3과 같이 새로운 좌표 (x_a, x_b) 상으로 옮기고 관측점과 전원점이 일치하는 $r' = r_k$ 인 지점을 새로운 좌표의 원점으로 하였다. 그림 3의 극좌표에 표현된 삼각형 요소에 대해 국소 기저 함수 $\delta_i(r, \theta)$ 는 $r=0$ 에서 1이고, $r=R(\theta)$ 에서 0인 값을 가지므로 $\delta_i(r, \theta) = 1 - \frac{r}{R(\theta)}$ 로 나타낼 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} b_{kl}|_k &= 1 \int_S \delta_i(r) G(r_k, r') dS \\ &= \int_0^\theta \int_0^{R(\theta)} \left(1 - \frac{r}{R(\theta)}\right) \frac{(1)}{4\pi r} r dr d\theta \quad (17) \\ &= \frac{1}{8\pi} \int_0^\theta R(\theta) d\theta \end{aligned}$$

이 된다. 여기서 $R(\theta)$ 는 원점으로부터 마주보는 면까지의 거리이므로 발산하지 않으며 1차원 Gaussian quadrature에 의하여 적분이 가능하다. 식 (17)의 적분구간은 0에서 θ 까지 이므로, -1에서 1까지의 적분구간을 갖는 새로운 변수 ξ 로 변수변환을 하면, $\xi =$

$\frac{2\theta}{\theta} - 1$ 이 되므로, $\theta = \theta \frac{(\xi+1)}{2}$ 이고 $d\theta = \frac{\theta}{2} d\xi$ 이다. 따라서 다음과 같은 형태로 변환된다.

$$b_{kl}|_{k=1} = \frac{\theta}{16\pi} \int_{-1}^1 R(\xi) d\xi \quad (18)$$

여기서 $R(\xi)$ 및 θ 는 삼각형의 구조에 관한 공식으로부터^[15]

$$R(\theta) = \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{c \sin(\theta + \theta_2)} \quad (19)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (20)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right) \quad (21)$$

이다.

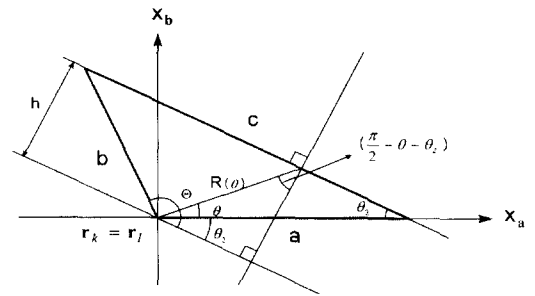


그림 3. $k=l$ 인 경우 해석적 해를 구하기 위한 삼각형 요소
Fig. 3. Geometry of triangular element for the analytical solution.

III. 등가회로

정전용량은 전압과 전하량에 대해 $C=Q/V$ 의 관계에 있으므로 전하량과 도파로에 가해진 전압으로부터 구할 수 있으며, 가우스 법칙에 따른 다음 식

$$Q = \epsilon \int_S \frac{\partial u(r)}{\partial n} dS \quad (22)$$

을 이용하여 전위에 대한 수직방향 편미분으로부터 전하량과 정전용량을 구한다.

Quasi-static 방법을 이용하여 코플래너 도파로의 불연속에 대한 전송특성을 구하기 위해서는 불연속 부분의 물리적 특성으로부터 등가회로 모델링을 한다. 불연속에 대한 등가모델은 등가 정전용량 및 등가 인덕턴스를 이용한 회로망으로 표현된다. 그림 4는 코플래

너 도파로의 갭 불연속에 대한 등가회로 모델을 나타내고 있으며, 정전용량 만으로 모델링이 가능하다. 불연속 부분에 의한 효과만을 고려하기 위하여, 갭 근방에서의 전체 전하량을 계산한 후 de-embedding을 통하여 선로에 해당하는 전하량을 제외한 잉여 전하만으로 등가회로를 구성하였다.

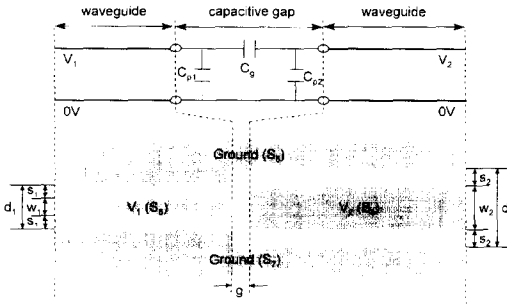


그림 4. 코플래너 도파로의 갭 불연속에 대한 등가회로
Fig. 4. Equivalent circuit of coplanar waveguide gap discontinuity.

그림 4의 π 형 등가회로에서 정전용량을 구하기 위해서 각각의 선로에 전위를 가하여 선로상의 전하량을 구한다. 선로에 전위를 가하는 방법은 여러가지 형태가 있으나, 여기서는 우모드(even mode)와 기모드(odd mode)의 전위를 각각 가한다. 우모드에서는 입력 및 출력측의 선로에 크기와 부호가 같은 전압을 가하여 두 선로에 나타나는 전하량을 계산한다. 즉 $V_1 = V_2 = 1[V]$ 인 상태에서 입력측 선로 S_6 상의 잉여 전하량 Q_{1e} 와 출력측 선로 S_8 상의 잉여 전하량 Q_{2e} 를 계산한다. 이때 두 선로 사이에는 전위차가 없으므로 C_g 에 의해 충전되는 전하가 영이 되어

$$C_{p1} = Q_{2e} \quad (23a)$$

$$C_{p2} = Q_{3e} \quad (23b)$$

이다. 기모드에서는 입력과 출력측 선로에 크기가 같고 부호가 반대인 전위를 가하여 전하량을 계산하며, $V_1 = 1[V]$ 와 $V_2 = -1[V]$ 의 전위를 가한다. 이때 S_6 과 S_8 사이의 정전용량 C_g 양단에는 $2[V]$ 의 전위차가 가해지고, S_6 및 S_8 과 접지면 사이의 정전용량 C_{p1} 과 C_{p2} 에는 각각 $1[V]$ 의 전위차가 가해진다. 따라서 각각의 선로에 충전되는 기모드의 전하량은

$$Q_{20} = C_{p1} + 2C_g \quad (24a)$$

$$Q_{30} = -C_{p2} - 2C_g \quad (24b)$$

이다. 여기서 두 선로 사이의 정전용량 C_g 는

$$C_g(Q_{20} - Q_{2e})/2 = -(Q_{30} + Q_{3e})/2 \quad (25)$$

로 구할 수 있다.

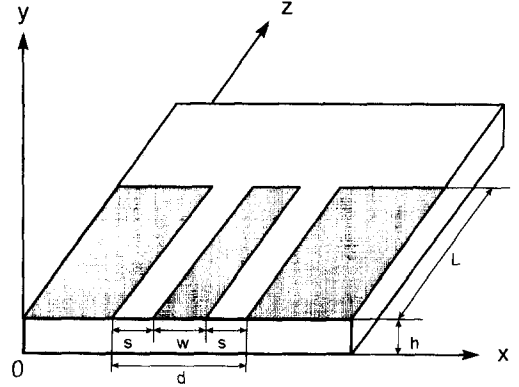


그림 5. Open-end 코플래너 도파로의 구조
Fig. 5. Geometry of coplanar waveguide open-end discontinuity.

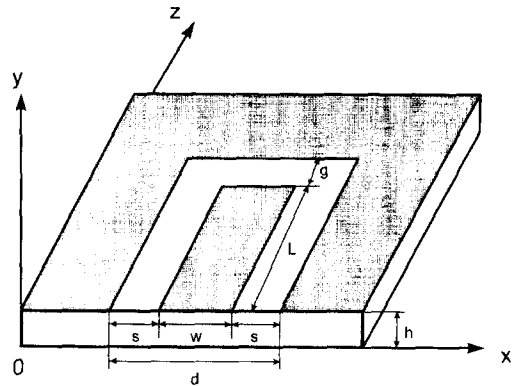


그림 6. End-gap 코플래너 도파로의 구조
Fig. 6. Geometry of coplanar waveguide end-gap discontinuity.

등가 정전용량으로 표현되는 대표적인 불연속 구조에는 그림 5와 그림 6에서 보는 바와 같은 open-end와 end-gap 구조가 있다. 이들 불연속에 대한 등가회로는 그림 7 (a)에 나타나 있으며, 선로의 끝부분에 등가 정전용량이 연결된 것으로 표현된다. 이러한 정전용량을 구하기 위해서는 선로와 접지면 사이에 전위차를

가한 후 선로상의 전체 전하량을 구하고, end-effect에 의한 잉여 전하량을 구한다. 그림 7 (b)는 등가 정전용량 대신에 끝이 단선된 등가 전송선으로 나타내었다.

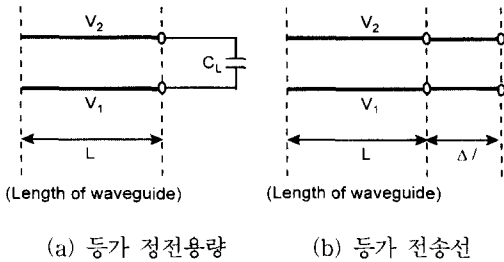


그림 7. End-gap 및 open-end 코플래너 도파로 대한 등가회로
Fig. 7. Equivalent circuit of end-gap or open-ended CPW

IV. 수치 계산 결과

계산시간을 줄이고 정확한 결과를 얻기 위해서는 적절한 노드를 선정해 주어야 한다. 도체판의 모서리 부분에서는 전하 밀도가 매우 급격하게 변화하므로 노드 간의 간격을 좁게 하였고, 모서리에서 먼 곳에서는 해의 변화가 완만하므로 노드 간의 간격을 넓게 하였다. 좌우가 대칭인 구조의 해석은 대칭성을 이용하면 미지수의 갯수를 반으로 줄일 수 있으므로, 갭 불연속의 대칭성을 이용하여 전체 행렬식의 크기가 1/2정도가 되도록 하여 계산 시간을 줄였다.

그림 8은 그림 4의 갭 불연속에서 중앙 스트립의 폭에 대한 비율이 $w_1 : w_2 = 1 : 3$ 인 경우에 대한 전하분포의 계산결과를 보여주고 있다. 기판의 비유전율은 $\epsilon_r = 9.8$ 로 가정하였으며, 영역 1과 영역 3은 공기이다. 기판의 두께는 $h = 0.635\text{mm}$, 중앙 도체판의 폭은 $w_1 = 0.127\text{mm}$, 중앙 도체판 간의 갭의 크기는 $g = 0.095$, 중앙 도체판과 접지면 사이의 간격은 $s_1 = 0.05\text{mm}$, $s_2 = 0.15$ 이다. 그림 1의 각 경계면 $S_1 \sim S_8$ 에서 노드 수는 각각 $N_1 = 81$, $N_2 = 48$, $N_3 = 48$, $N_4 = 36$, $N_5 = 128$, $N_6 = 54$, $N_7 = 128$, $N_8 = 54$ 로 하여 계산하였다.

그림 8 (a)의 even mode와 그림 8 (b)의 odd mode의 두 가지 경우 모두 선로의 끝 부분에 매우 높은 전하밀도가 나타난다. Odd mode의 경우에는 불연속 부분의 갭을 사이에 두고 2V의 전위차가 있으므로 전위차가 없는 even mode에 비해 선로의 끝 부분에서 더 높은 전하밀도를 나타낸다. 기판의 아랫면이 접

지된 경우(conductor backed)에도 그림 8과 같은 형태의 전하분포를 나타낸다.

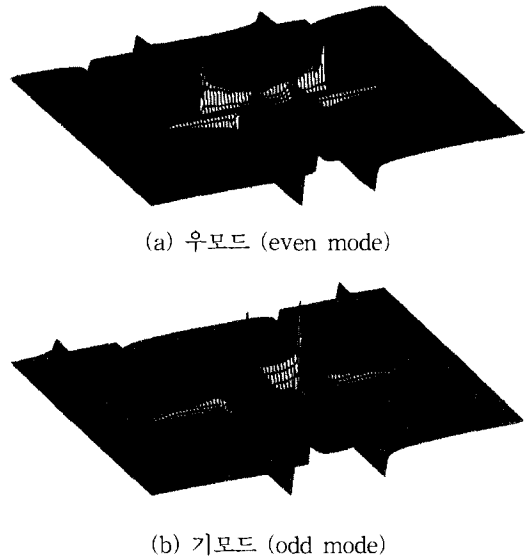
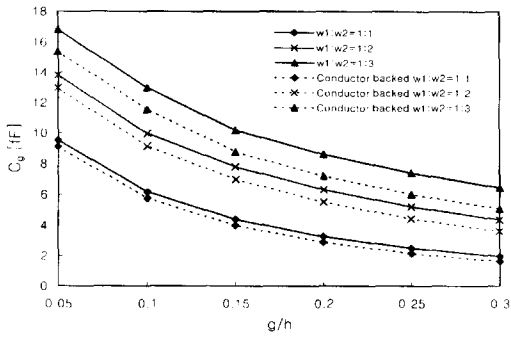
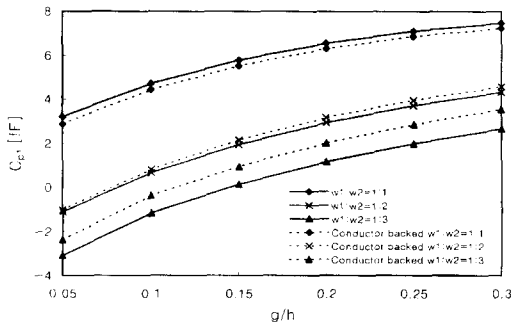


그림 8. 갭 불연속에서의 전하 분포
Fig. 8. Charge distribution on the gap discontinuity.

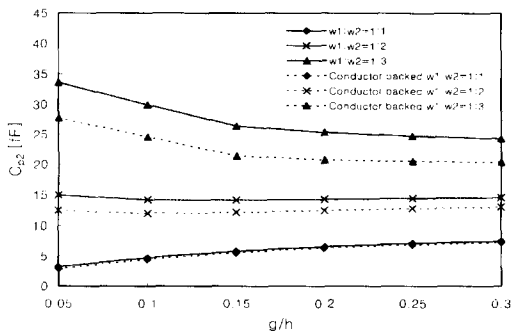
그림 9에서는 갭 불연속에 대한 전하분포 해석으로부터 구한 등가회로의 정전용량을 보여주고 있으며, w_1 과 w_2 의 비가 각각 1:1, 1:2, 1:3인 경우에 g/h 의 변화에 대한 결과를 나타내었다. 그림 9 (a)는 갭 사이의 정전용량 C_g 를 나타내고 있으며, 기판의 두께 h 가 작아지거나 갭 g 가 커질수록 C_g 는 줄어든다. 이는 두 선로 사이의 갭이 작아지면 인접한 두 도체 사이에 전하가 더 많이 모이고 기판의 두께가 두꺼울수록 유전체의 영향을 더 많이 받는 물리적인 특성을 나타낸다. 그림 9 (a)에서 w_1 과 w_2 의 비가 1:1에서 1:3으로 커지는 경우 C_g 도 증가하며, 이는 불연속의 정도가 심해져 넓은 쪽 도파로에서 중앙 스트립의 끝 부분에 집중되는 전하의 양이 더 커지기 때문이다. 기판의 밑면이 도체로 이루어진(conductor backed) 코플래너 도파로에 대한 등가 정전용량은 점선으로 표시하고 밑면에 접지가 없는 경우에 대한 등가 정전용량은 실선으로 표시하여 비교하였다. Conductor backed 도파로에서는 C_g 의 크기가 더 작게 나타났다. 선로상에 나타난 전체 전하량은 conductor backed인 경우가 더 크지만 단위 길이 당 정전용량이 크기 때문에 순수하게 불연속에 해당되는 등가 정전용량의 크기는 줄어든다.



(a) 등가 정전용량 C_g



(b) 등가 정전용량 C_{p1}



(c) 등가 정전용량 C_{p2}

그림 9. 갭 불연속에 대한 등가 정전용량
Fig. 9. Equivalent capacitances for the gap discontinuity of CPW.

그림 9 (b)는 C_{p1} 을 나타내고 그림 9 (c)는 C_{p2} 를 각각 나타낸다. w_1 과 w_2 가 1:1인 경우 C_{p1} 과 C_{p2} 는 같은 값이 되며, w_1 과 w_2 의 비가 커짐에 따라 C_{p1} 은 줄고, C_{p2} 는 늘어난다. 이는 w_1 과 w_2 의 비가 커짐에 따라 S_7 의 모서리 부분에 전하가 더 많이 나타나고 S_6 의 모서리 부분에서는 전하가 감소하는 데에서 기인한다. 그림 9 (b)에서 C_{p1} 은 기판의 두께 h 가 작아질수록 커지고 갭 g 가 커질수록 커진다. 그림 9 (c)의 C_{p2} 는 w_1

과 w_2 의 비가 1:1인 경우는 기판의 두께 h 가 작아질수록 커지고 갭 g 가 커질수록 커지지만, 비가 1:3 인 경우에는 반대로 기판의 두께 h 가 작아질수록 작아지고 갭 g 가 커질수록 작아진다. 이는 불연속이 심해지는 경우 넓은 쪽 도파로의 모서리에 나타나는 전하가 더 많아지기 때문이다. 밑면이 도체로 이루어져 있는 경우 C_{p1} 에 대해서는 거의 비슷한 정전용량 값을 갖고 C_{p2} 는 C_g 와 마찬가지로 정전용량이 작아진다.

그림 10에서는 앞에서와 같은 기판상에 그림 5와 같은 open-end 불연속에 대한 전하분포의 계산 결과를 보여준다. 그림 11의 등가 정전용량 C_L 은 단선된 불연속 부분의 높은 전하밀도에 의한 잉여 전하량으로부터 구한다. 좌우 접지면 간의 폭 d 가 일정한 경우, 중앙 도체판의 폭 w 를 늘리면, 중앙 도체판과 접지면 사이의 갭의 크기가 줄어 잉여 전하량이 증가하므로 등가 정전용량의 크기도 증가한다. 접지면 간의 폭 d 에 비해 기판의 높이 h 가 증가하면 유전체의 영향을 더 많이 받으므로 등가 정전용량은 증가한다.

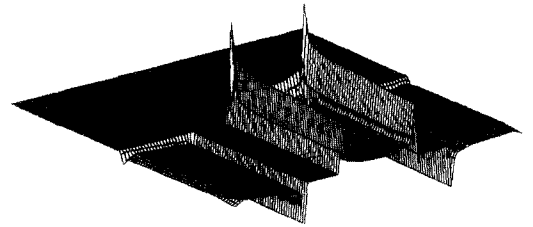


그림 10. Open-end 코플래너 도파로에 대한 전하 분포

Fig. 10. Charge distribution on open-ended discontinuity.

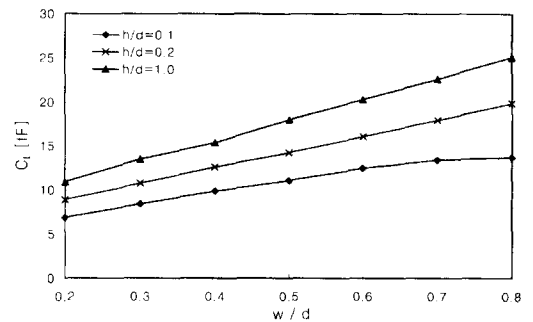


그림 11. Open-end 불연속에 대한 등가 정전용량
Fig. 11. Equivalent capacitances of open-ended discontinuity.

그림 12는 그림 6의 end-gap 코플래너 도파로에 대

한 전하분포의 계산결과를 나타내며, $h=0.635\text{mm}$, $d=0.381\text{mm}$, $w=0.1905\text{mm}$, $g=0.3175$ 로 가정하였다. Open-end 불연속에 대한 전하밀도를 나타내는 그림 10과 마찬가지로 선로의 끝부분에 전하가 집중된다. 그림 13 은 end-gap 불연속에 대한 등가 정전용량 값 C_L 을 나타낸다. Conductor backed 코플래너 도파로에 대한 등가 정전용량을 점선으로 표시하여 비교하였다. g/h 가 작아 질수록 선로의 끝 부분에 있는 갭이 작아져서 전하가 불연속 부분에 많이 나타나게 되어 등가 정전용량이 증가한다. 중앙 도체판의 폭을 늘려 중앙 도체판과 접지면 사이의 간격을 줄일수록 도체의 끝부분에 전하가 더욱 집중되어 등가 정전용량도 증가한다.

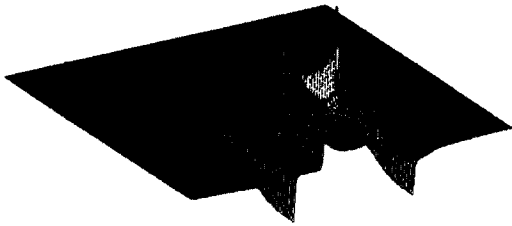


그림 12. End-gap 불연속에 대한 전하 분포
Fig. 12. Charge distribution of end-gap discontinuity

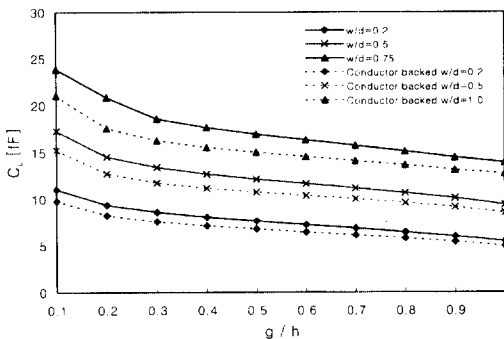


그림 13. End-gap 불연속에 대한 등가 정전용량
Fig. 13. Equivalent capacitances of end-gap discontinuity.

V. 결론

Quasi-static 근사에 의하여 코플래너 도파로의 불연속 부분을 해석하기 위한 수치 해석적 방법으로서, 경계면 상의 적분식을 이용하여 미지수와 계산 시간이

적은 3차원 경계요소법을 개발하였다. 관측점과 전원점이 일치하는 지점에서 발산하는 함수에 대한 면적적분을 해결하기 위하여 극좌표계에서의 적분법을 이용하여 선적분의 형태로 바꾸어 계산하였다. 코플래너 도파로에서 open-end, end-gap, gap 등 용량성 불연속들에 대해 경계요소법을 적용하여 잉여 전하량과 등가 정전용량을 구하여 등가회로 모델링을 하였다. 갭 불연속에서 갭의 크기가 커짐에 따라 불연속 지점의 전하량이 작아지므로 등가 정전용량이 감소하고, 중앙 도체판의 폭의 비가 커질수록 등가 정전용량이 커진다. Open-end 및 end-gap 불연속에서는 중앙 도체판과 접지면 사이의 간격이 변하는 경우에 대해 계산하였으며, 갭의 크기에 비해 중앙 도체판의 폭이 커지게 되면 전하가 더 많이 모이게 되어 등가 정전용량이 커진다. 본 논문에서 개발한 경계요소법은 다양한 형태의 코플래너 도파로 불연속의 해석에 응용될 수 있으며, 등가 인덕턴스를 구하기 위한 수치해석법을 개발하면 step 등의 불연속에 대한 등가회로 모델링이 완성되어 초고주파 및 밀리미터파 집적회로의 설계에 응용할 수 있다.

참고 문헌

- [1] Y. Fukuoka, Y. C. Shih and T. Itoh, "Analysis of slow-wave coplanar waveguide for monolithic integrated circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-31, pp. 567-573, July 1983.
- [2] C. C. Tzuang and T. Itoh, "High-speed pulse transmission along a slow-wave CPW for monolithic microwave integrated circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-35, pp. 697-704, Aug. 1987.
- [3] R.K. Hoffmann, *Handbook of Microwave Integrated Circuits*, Artech House, INC. 1987.
- [4] A.T. Kitazawa and R. Mittra, "Quasi-static characteristics of asymmetrical and coupled coplanar-type transmission lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 771-778, Sept. 1985.
- [5] K. K. M. Cheng and I. D. Roberston, "Numerically efficient spectral domain

- approach to the quasi-TEM analysis of supported coplanar waveguide structures," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-42, pp. 1958-1965, Oct. 1994.
- [6] C. W. Kuo and T. Itoh, "Characterization of the coplanar waveguide step discontinuity using the transverse resonance method", in *Proc. 19th European Microwave Conf.* (London), pp. 662-665, Sept. 1989.
- [7] M. Naghed and I. Wolff, "A three-dimensional finite-difference calculation of equivalent capacitances of coplanar waveguide discontinuities", *IEEE MTT-S Digest* pp. 1143-1146, 1990.
- [8] Jen-Tsai Kuo, "Accurate quasi-TEM spectral domain analysis of single and multiple coupled microstrip lines of arbitrary metallization thickness", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-43, pp. 1881-1888, Aug. 1995.
- [9] D. Homentcovschi, G. Ghione, C. Naldi and R. Oprea, "Analytic determination of the capacitance matrix of planar or cylindrical multiconductor lines on multilayered substrates", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-43, pp. 363-373, Feb. 1995.
- [10] A. Brebbia and S. Walker, *Boundary Element Techniques in Engineering*, Butterworth & Co. (Publishers) Ltd., 1980.
- [11] M. Koshiba and S. Suzuki, "Application of the boundary-element method to waveguide discontinuities", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-34, pp. 301-307, Feb. 1986.
- [12] K. Yashiro and S. Ohkawa, "Boundary element method for electromagnetic scattering from cylinders", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-38, pp. 1407-1414, Oct. 1990.
- [13] K. Atsuki and K. Li, "Partial-boundary element method for analysis of striplines with arbitrary cross-sectional dielectric in multi-layered media", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-43, pp. 1153-1161, May 1995.
- [14] T. K. Lee, H. Ling and T. Itoh, "Boundary element characterization of coplanar waveguides", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 1, no. 12, Dec. 1991.
- [15] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover Publications, INC., New York, p. 79, 1972.

— 저 자 소 개 —



姜鍊德(正會員)

1969년 1월 9일생. 1993년 2월 한국항공대학 항공전자공학과 졸업(공학사). 1996년 2월 한국항공대학교 대학원 항공전자공학과 졸업(공학석사). 1996년 3월 ~ 현재 한국항공대학교 대학원 항공전자공학과 박사과정. 주

관심 분야는 초고주파 집적회로, 전자파 전파 및 산란 등임.

李澤環(正會員) 第32卷 A編 第9號 參照

현재 한국항공대학교 항공전자공학과 부교수