

論文97-34C-5-4

# 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수의 특성 해석에 관한 연구

## (A Study on the Characteristic Analysis of the Modified Inverse Chebyshev Low-pass Function)

崔 碩 佑 \*

(Seok Woo Choi)

### 요 약

본 논문에서는 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수의 주파수 영역, 시간 영역 및 감도 특성을 기존의 inverse Chebyshev 함수와 비교 해석하였다. 기존의 함수와 달리 변형된 함수는 저지대역에서 점진적으로 감소하는 파상을 갖는다. 따라서 변형된 함수는 저지주파수 부근을 제외한 저지대역에서 감쇠가 커지고, 우수 차수에서도 수동 복중단 제자형 회로망 실현이 가능하다. 또한 두 함수의 특성을 해석하기 위해 극점과 극점-Q를 계산한 결과, 변형된 함수는 점진적으로 감소하는 파상의 영향으로 극점이 실수축으로 이동하였고 이로 인하여 함수 특성을 측정하는 중요한 요소인 극점-Q가 차수의 증가 없이도 감소하였다. 극점-Q의 감소로 변형된 함수는 기존의 함수보다 주파수 영역에서 위상, 지연 특성이 개선되었고, 시간 영역에서도 기존 함수보다 단위계단응답의 오버슈트가 작아지며 정착 시간이 감소하였다. 그리고 두 함수를 수동 복중단 제자형 회로망으로 실현한 후 크기 및 극점-Q 감도를 고찰하였다.

### Abstract

In this paper, the modified inverse Chebyshev low-pass function is analyzed in the frequency domain, time domain, and sensitivity characteristics as compared with the classical inverse Chebyshev function. Unlike the classical function, the modified function exhibits progressively diminishing ripples in the stopband. So, the modified function has a great attenuation throughout the stopband except at the vicinity of a stop frequency and can be realizable in the passive doubly-terminated ladder network for the even order. The poles of the modified function move towards real axis by the effect of diminishing ripples. Thus the pole-Q, which is one of the valuable measurements to estimate the function characteristics, is reduced without increasing order. In the frequency analysis, the modified function has desirable phase characteristic and flatter delay response due to the lower pole-Q. In the time domain analysis, the unit step response of the modified function shows less overshoot and faster settling time than classical function. Finally two functions are realized by the passive doubly-terminated ladder network to examine the magnitude and pole-Q sensitivities.

### I. 서 론

전기·전자 회로에서 각종 신호를 복원하고 처리하

는데 널리 사용되고 있는 필터는 필터 함수 근사법 (approximation)을 이용하여 설계한다. 필터 함수는 함수 형태에 따라 전극점(all-pole) 함수인 Butterworth, Chebyshev 함수와 유리(rational) 함수 형태인 inverse Chebyshev, elliptic 함수로 구분한다.

이중에서 Butterworth, inverse Chebyshev 함수는 통과대역에서 최대평탄 특성을 갖기 때문에 통과대

\* 正會員, 全北大學校 附屬 電氣電子回路合成研究所  
(Electrical Circuits and Systems Research Institute, Chonbuk National University)

接受日: 1997년 2월 28일, 수정완료일: 1997년 5월 2일

역에서 등파상(equal ripple)을 갖는 Chebyshev, elliptic 함수보다 위상, 지연 특성등이 우수하다. 특히 inverse Chebyshev 함수는 Butterworth 함수와 비교하여 천이영역(transition region)이 좁아 주파수 차단 특성이 우수하며 동일한 설계명세조건일 경우에 낮은 차수로 실현할 수 있다.<sup>[1,2]</sup>

그리고 근사법으로 구한 필터 함수를 수동 복종단 제자형 회로망으로 실현하면 능동 회로보다 소자값 변동에 따른 감도 특성이 우수하고, 입·출력측 저항값이 같으면 최대 전력전송이 가능하다. 또한 개구리 도약법(leap frog method)이나 FDNR(Frequency Dependent Negative Resistor) 모의법으로 능동 RC 필터, 스위치드 커패시터 필터를 설계하면 낮은 감도 특성이 그대로 유지된다.<sup>[3,4]</sup>

근사법으로 부터 구한 회로망 함수를 회로로 실현하는데 있어 기존의 inverse Chebyshev 함수는 저지대역에서의 등파상(equal ripple) 특성 때문에 우수 차수인 경우에는 감도 특성이 우수한 수동 복종단 제자형 회로망 실현이 불가능하다. 그러나 본 연구자가 제안한 변형된 inverse Chebyshev 함수는 저지대역에서 기존의 inverse Chebyshev 함수의 등파상 특성과는 달리  $\omega = \infty$ 로 파상이 점진적으로 감소하기 때문에 우수 차수에서도 수동 복종단 제자형 회로망 실현이 가능하다.<sup>[5]</sup>

본 논문에서는 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수의 특성을 기존의 함수와 비교 해석하기 위하여 먼저 두 함수의 극점, 극점-Q를 구한 다음 이를 이용하여 주파수 영역에서는 크기, 위상, 지연 특성을 시간 영역에서는 단위계단응답 특성을 해석하였다. 또한 설계예를 통하여 두 함수를 수동 복종단 제자형 회로망으로 실현한 후 크기 감도 및 극점-Q 감도를 비교하였다.

II. 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수

1. 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수

$n$ 차 inverse Chebyshev 저역통과 함수의 크기 특성은 식(1)과 같다.<sup>[11]</sup>

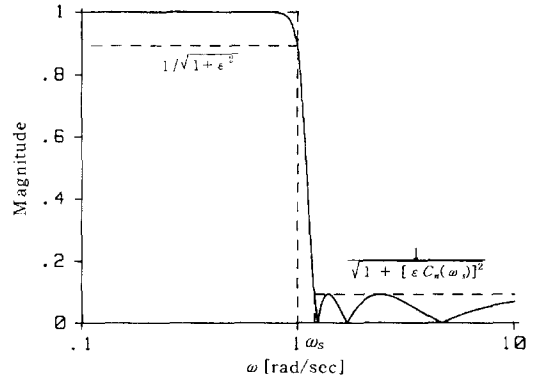
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + [\epsilon C_n(\omega_s)]^2 C_n^{-2}(\frac{\omega}{\omega_s})}} \quad (1)$$

이때,  $C_n(\omega)$  :  $n$ 차 Chebyshev 다항식

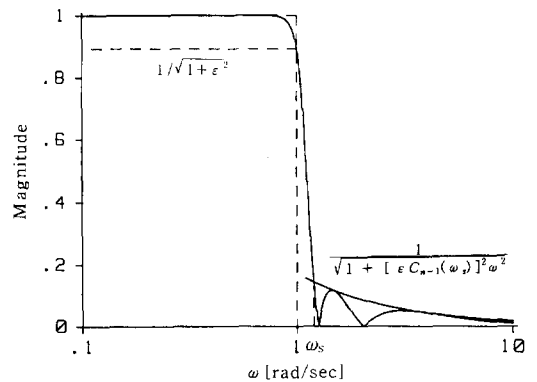
$\epsilon$  : 소파상 인자(ripple factor)

$\omega_s$  : 저지 주파수(stop frequency)이다.

식(1)에서 inverse Chebyshev 함수는  $C_n(\omega)$ 의 특성 때문에  $\omega=0$ 에서 최대평탄 특성을 갖지만 저지대역에서는 등파상을 갖기 때문에 기수 차수는  $\omega=\infty$ 에서  $|H(j\infty)|=0$ 이고, 우수 차수는 그림 1(a)와 같이  $\omega=\infty$ 에서  $|H(j\infty)|=1/\sqrt{1 + [\epsilon C_n(\omega_s)]^2}$ 의 유한값을 갖게 된다.



(a) Inverse Chebyshev 함수



(b) 변형된 inverse Chebyshev 함수

그림 1. 크기 특성,  $n=6$

Fig. 1. Magnitude characteristic,  $n=6$ .

따라서 inverse Chebyshev 함수를 수동 복종단 회로로 실현하는 경우 LC 회로 특성상  $\omega=\infty$ 에서  $|H(j\infty)|=0$ 이 되어야 하지만 우수 차수인 경우에는 유한값을 갖게 되어 수동 복종단 제자형 회로망 실현이 불가능하다.

그러나 변형된 inverse Chebyshev 함수<sup>[5]</sup>  $H_m(s)$ 는 식(2)와 같이 분모에  $\omega^2$ 항이 존재하여 저지대역에서  $\omega$ 가 커질수록 파상이 점진적으로 감소하고 그림

1(b)와 같이 우수 차수를 포함한 모든 차수에서  $|H_m(j\omega)|=0$ 이 되어 우수 차수에서도 수동 복중단 제자형 회로망 합성이 가능하다.

$$|H_m(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + [\epsilon C_{n-1}(\omega_s/\omega)]^2 \omega^2 C_{n-1}^{-2}(\frac{\omega_s}{\omega})}} \quad (2)$$

또한 저지대역 파상은 식(3)의 점근선  $|h(j\omega)|$ 를 따라 점진적으로 감소하고  $C_n(\omega_s/\omega)=1$ 일 때 즉,  $\omega = \omega_s$ 에서 파상은 최대값을 갖는다.

$$|h(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + [\epsilon C_{n-1}(\omega_s)]^2 \omega^2}} \quad (3)$$

천이영역에서의 차단 경사도는 동일한  $n$ 차의 inverse Chebyshev 함수와 비교하여 완만하지만  $n-1$ 차와 비교하면 식(4)의 경사 오차  $\epsilon^2 / (1 + \epsilon^2)^{3/2}$  만큼 경사가 급격하다.

$$\left. \frac{d|H_n(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=1} = -\frac{\epsilon^2 [1 + f(n, \omega_s)]}{(1 + \epsilon^2)^{3/2}}$$

:  $n$ 차 변형된 inverse Chebyshev 함수 (4a)

$$\left. \frac{d|H_{n-1}(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=1} = -\frac{\epsilon^2 f(n, \omega_s)}{(1 + \epsilon^2)^{3/2}}$$

:  $n-1$ 차 inverse Chebyshev 함수 (4b)

이때,  $f(n, \omega_s) = \frac{1}{2} C_{n-1}^2(\omega_s) \cdot \left[ \frac{d}{d\omega} C_{n-1}^{-2}\left(\frac{\omega_s}{\omega}\right) \right]$ 이다.

2. 설계예

표 1의 설계명세조건을 만족하는 inverse Chebyshev 함수와 변형된 함수의 차수를 식(5)로 계산하면 각각  $n=5.1$ ,  $n=5.8$ 이다.

표 1. 설계명세조건  
Table 1. Design specification.

통과대역 손실 $\alpha_p$	1 [dB]
저지대역 감쇠 $\alpha_s$	16 [dB] 이상
저지 주파수 $\omega_s$	1.2 [rad/sec]

$$n = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{(10^{0.1\alpha_s} - 1)(10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-1}}}{\cosh^{-1} \omega_s}$$

: inverse Chebyshev 함수 (5a)

$$n = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{(10^{0.1\alpha_s} - 1)(10^{0.1\alpha_p} - 1)^{-1} \omega_s^{-2}}}{\cosh^{-1} \omega_s} + 1$$

: 변형된 inverse Chebyshev 함수 (5b)

그러나 실제 설계에서의 차수는 정수이므로 두 함수 모두  $n=6$ 이다. 그리고 각각의 함수를 식(1)과 (2)로부터 구하면 다음과 같다.

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 113.520320 C_6^{-2}\left(\frac{1.2}{\omega}\right)}} \quad (6a)$$

$$|H_m(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 32.788427 \omega^2 C_5^{-2}\left(\frac{1.2}{\omega}\right)}} \quad (6b)$$

두 함수의 크기 특성은 그림 1과 같고 저지 주파수에서의 감쇠는 변형된 함수가 17 [dB], 기존의 함수는 21 [dB]이다. 두 함수의 극점, 영점 및 극점-Q는 표 2와 같다. 이때 식(2)의 분모항  $C_{n-1}^{-2}(\omega_s/\omega)$  때문에 영점이 하나 줄어든다.

표 2. 극점, 영점 및 극점-Q 비교  
Table 2. Comparison of poles, zeroes, and pole-Q.

	$p_i, \bar{p}_i$	$Q_i$	$\omega_i$
Inverse Chebyshev 함수	- 0.135964 ± j1.079359	4.00	4.636443
	- 0.576699 ± j1.226711	1.18	1.697056
	- 1.760464 ± j1.003396	0.58	1.242331
변형된 inverse Chebyshev 함수	- 0.149834 ± j1.085243	3.66	2.041562
	- 0.664146 ± j1.187252	1.02	1.261755
	- 1.620814 ± j0.709407	0.55	

2차 함수로 분해된 함수의 극점을  $p = \sigma + j\omega$ 라 하고  $s$ -평면에 표시하면 그림 2와 같다.

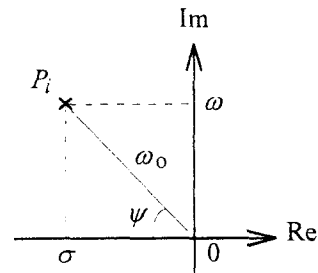


그림 2. s-평면  
Fig. 2. s-domain.

그림 2에서 필터 특성에 영향을 주는 극점-Q는 식 (7), 각도  $\psi$ 는 식(8)로 정의된다.<sup>[4]</sup> 이때 극점-Q가 감소하면 필터의 주파수, 시간 영역 특성이 개선되는데 기존에 제시된 극점-Q 감소 방법들은 차수가 증가한

다는 단점을 갖는다.<sup>16,7,8)</sup>

$$Q = \frac{\omega_0}{2\sigma} \tag{7}$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\sigma}{\omega_0}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) \tag{8}$$

표 3. 극점 및 극점-Q 비교  
Table 3. Comparison of poles and pole-Q.

	Inverse Chebyshev 함수	
	$p_i, \bar{p}_i$	$Q_i$
$n=3$	- 0.281488 + j1.200121 - 2.699092	2.19
$n=4$	- 0.202875 ± j1.135613 - 1.413401 + j1.357426	2.84 0.69
$n=5$	- 0.162191 + j1.100622 - 0.817324 ± j1.309309 - 2.358095	3.43 0.94
$n=6$	- 0.135964 ± j1.079359 - 0.576699 ± j1.226711 - 1.760464 ± j1.003396	4.00 1.18 0.58
$n=7$	- 0.117272 ± j1.065340 - 0.450492 ± j1.171290 - 1.211401 + j1.209609 - 2.179643	4.57 1.39 0.71
$n=8$	- 0.103175 ± j1.055492 - 0.372559 + j1.134600 - 0.897855 ± j1.220786 - 1.863092 + j0.754114	5.14 1.60 0.84 0.54

	변형된 inverse Chebyshev 함수	
	$p_i, \bar{p}_i$	$Q_i$
$n=3$	- 0.421840 ± j1.189862 - 1.8890128	1.50
$n=4$	- 0.250971 ± j1.145095 - 1.454772 ± j0.931722	2.34 0.59
$n=5$	- 0.185235 ± j1.108746 - 0.951876 ± j1.176033 - 1.857106	3.03 0.79
$n=6$	- 0.149834 ± j1.085243 - 0.664146 ± j1.187252 - 1.620814 ± j0.709407	3.66 1.02 0.55
$n=7$	- 0.126752 ± j1.069587 - 0.505022 ± j1.158848 - 1.253500 ± j1.025564 - 1.844318	4.25 1.25 0.65
$n=8$	- 0.110145 ± j1.058644 - 0.408588 ± j1.130761 - 0.965848 ± j1.128828 - 1.696880 ± j0.563685	4.83 1.47 0.77 0.53

그러나 변형된 inverse Chebyshev 함수는 점진적으로 감소하는 파상의 영향으로 그림 3의 극점 궤적도와 같이 각도  $\phi$ 가 실수축으로 접근하여 극점-Q가 감소한다. 따라서 차수의 증가 없이도 표 2와 같이 극점-Q가 최대 14% 감소하여 필터의 특성을 개선시킬 수 있다.

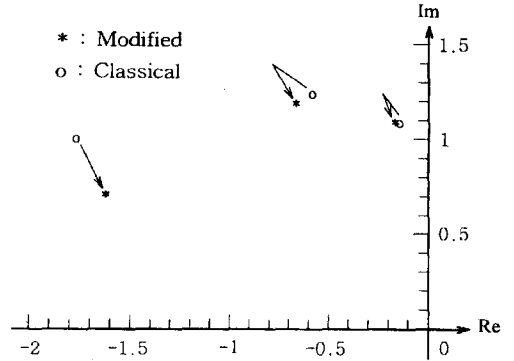


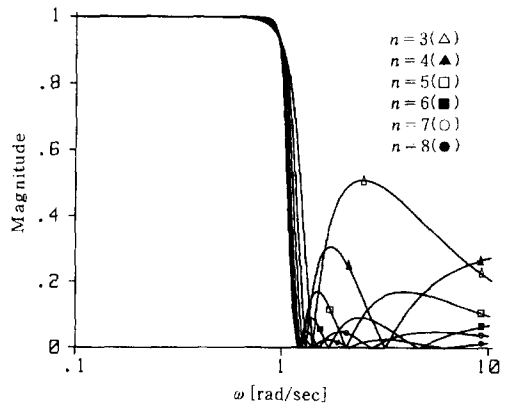
그림 3. 극점 궤적도  
Fig. 3. Pole loci.

표 3은 두 함수의 특성을 해석하기 위하여 통과대역 손실  $\alpha_p=1$  [dB], 저지 주파수  $\omega_s=1.2$  [rad/sec] 일 때  $n=3\sim 8$ 차까지의 극점과 극점-Q이다. 극점-Q는 3차의 경우 31.5%까지 감소하였다.

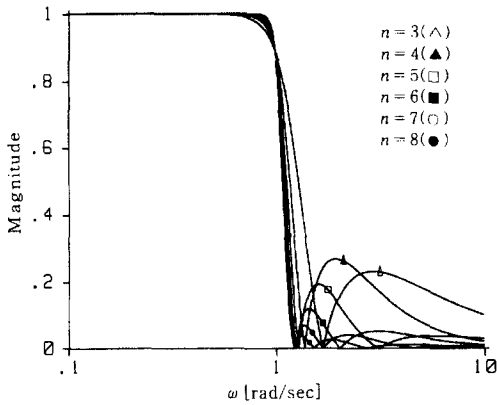
### III. 주파수 및 시간 영역 특성 해석

#### 1. 크기 특성

그림 4는 표 3을 이용하여  $n=3\sim 8$ 차까지 기존의 inverse Chebyshev 저역통과 함수와 변형된 함수의 크기 특성을 비교한 것이다.



(a) Inverse Chebyshev 함수



(b) 변형된 inverse Chebyshev 함수

그림 4. 크기 특성

Fig. 4. Magnitude characteristic.

변형된 함수는 최대 평탄 특성을 통과대역에서 그대로 유지하지만 저지대역에서는 기존 함수의 등파상 대신 점진적으로 감소하는 파상을 갖는다. 따라서 변형된 함수는  $\omega=\infty$ 에서 우수 차수를 포함한 모든 차수의 함수 크기가  $|H_m(j\infty)|=0$ 이 되어 우수 차수에서도 수동 복중단 제자형 회로망 실현이 가능하고, 저지 주파수 부근을 제외한 저지대역에서 감쇠가 커져 잡음 제거 능력이 우수하다.

2. 위상 특성

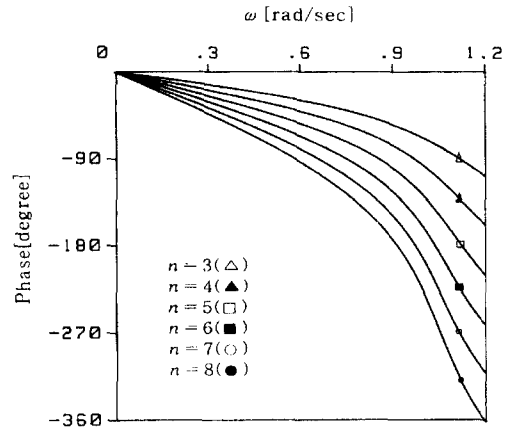
어떤 회로망에 전기 신호 파형을 통과시켰을 때 출력 파형과 입력 파형 사이에서 발생하는 위상 편이 (deviation)는 주파수에 따라 달라진다. 일반적으로 음성 신호인 경우 위상은 별로 문제가 되지 않으나, 영상 신호와 같이 눈으로 판별하는 경우에는 위상의 비선형성은 커다란 영향을 미친다. Inverse Chebyshev 함수와 변형된 inverse Chebyshev 함수의 위상에 대한 관계식은 식(9)와 같다.<sup>[9]</sup> 여기서  $\sigma_0$ 는 단일 실근 극점이다.

$$\phi(\omega) = - \sum_{i=1}^{n/2} \tan^{-1} \frac{a_i \omega}{b_i - \omega^2} + \sum 180^\circ \quad \left| \omega \geq \sqrt{c_i} \right. \quad n : \text{우수} \quad (9a)$$

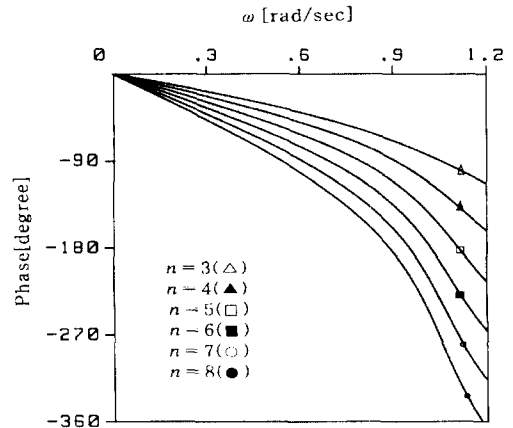
$$\phi(\omega) = - \tan^{-1} \frac{\omega}{\sigma_0} - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \tan^{-1} \frac{a_i \omega}{b_i - \omega^2} + \sum 180^\circ \quad \left| \omega \geq \sqrt{c_i} \right. \quad n : \text{기수} \quad (9b)$$

Inverse Chebyshev 함수는 통과대역 크기 특성이

최대평탄하여 등파상을 갖는 함수들 보다 위상이 주파수 변화에 따라 선형적으로 변화한다. 그림 5는 통과대역 감쇠  $\alpha_p=1$  [dB], 저지 주파수  $\omega_s=1.2$  [rad/sec] 일 때 두 함수의 위상 특성을 비교한 것으로, 변형된 함수의 위상이 선형적으로 개선되었다.



(a) Inverse Chebyshev 함수



(b) 변형된 inverse Chebyshev 함수

그림 5. 위상 특성

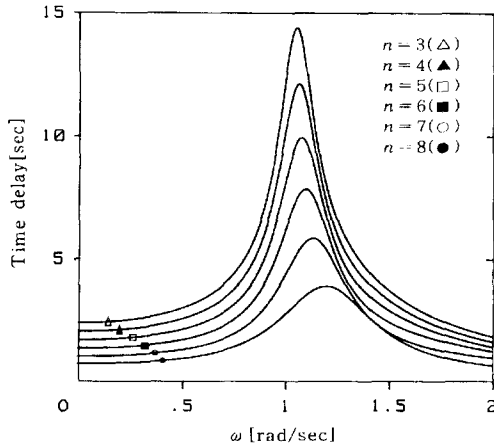
Fig. 5. Phase characteristic.

3. 지연 특성

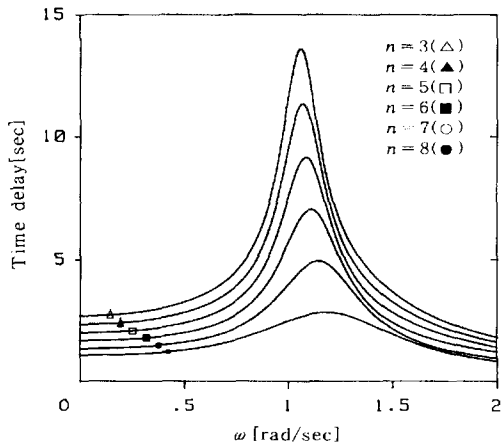
신호를 전송할 때 전송 매체로 동축 케이블이나 광섬유등을 사용하면 시간 지연이 발생한다. 이때 지연 특성 곡선이 수평선에 가깝고 굴곡이 적으면 출력단의 신호 왜곡이 작아진다. 지연 특성은 식(10)으로 정의된다.<sup>[12]</sup>

$$T(\omega) = \frac{d\phi(\omega)}{d(\omega)} \quad (10)$$

그림 6에서는  $\alpha_p=1$  [dB],  $\omega_s=1.2$  [rad/sec] 일 때의 지연 특성을 비교하였다. 식(10)과 같이 지연 특성은 위상 특성과 직접적인 관계가 있는데 변형된 함수의 위상 특성이 개선되어 지연 곡선이 기존의 함수보다 평탄해졌다.



(a) Inverse Chebyshev 함수



(b) 변형된 inverse Chebyshev 함수

그림 6. 지연 특성  
Fig. 6. Delay characteristic.

4. 단위계단응답 특성

크기가 1인 단위계단함수가 저역통과 회로의 입력단에 인가되면 그림 7과 같은 응답을 나타낸다.

그림 7에서 지연 시간  $t_d$ 는 응답  $r(t)$ 가 최종치의 50%가 될 때까지의 시간이고, 시간  $t_1$ 과  $t_2$ 에서는 응답  $r(t)$ 가 각각 최종치의 10%와 90%가 된다. 이때 정착

시간  $t_s$ 는 링킹(ringing)이 점점 감소하여 그 폭이 최종치의  $\pm 2\%$ 가 될 때까지의 시간으로 정의된다.<sup>[2]</sup> 일반적으로 시간 영역에서의 특성은 오버슈트(overshoot)가 작고 정착 시간이 짧아야 특성이 우수하다. 식(11)은 inverse Chebyshev 함수와 변형된 함수의 단위계단응답 관계식이다.<sup>[9]</sup>

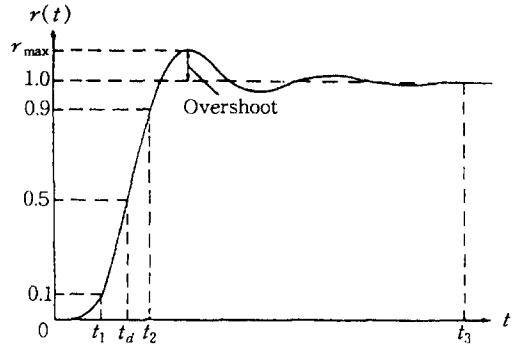
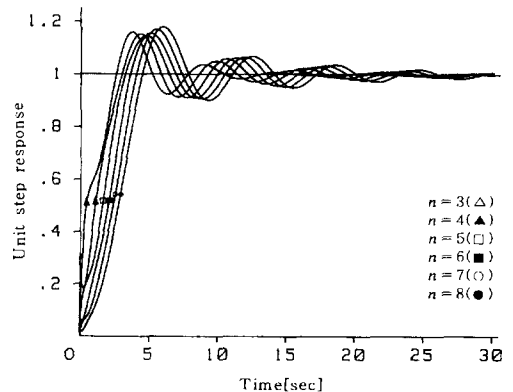


그림 7. 단위계단응답  
Fig. 7. Unit step response.

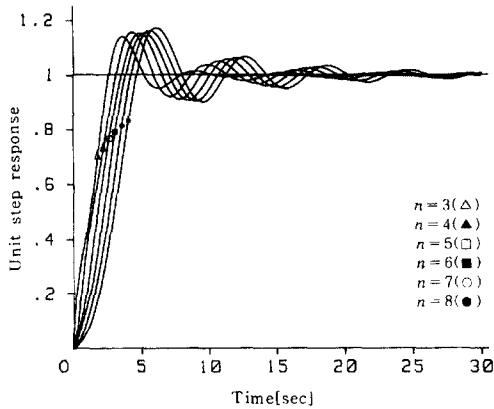
$$r(t) = 1 + \sum_{i=1}^{n/2} A_i e^{-\frac{\alpha_i}{2}t} \cos(\omega_i t + \theta_i) \quad n : \text{우수} \quad (11a)$$

$$r(t) = 1 + A_0 e^{-\sigma_0 t} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} A_i e^{-\frac{\alpha_i}{2}t} \cos(\omega_i t + \theta_i) \quad n : \text{기수} \quad (11b)$$

그림 8은  $\alpha_p=1$  [dB],  $\omega_s=1.2$  [rad/sec] 일 때  $n=3 \sim 8$ 차까지의 두 함수의 단위계단응답 특성이고, 표 4는 정착 시간을 비교한 것으로 변형된 함수는 시간 영역 특성 중에서 중요한 요소인 정착 시간이 3차인 경우 25.4%까지 짧아졌다.



(a) Inverse Chebyshev 함수



(b) 변형된 inverse Chebyshev 함수

그림 8. 단위계단응답

Fig. 8. Unit step response.

표 4. 정착 시간 비교 : 단위 [sec]  
Table 4. Comparison of settling time.

	Inverse Chebyshev 함수	변형된 inverse Chebyshev 함수
n=3	9.85	7.35
n=4	13.37	10.87
n=5	14.45	14.39
n=6	17.94	17.88
n=7	21.42	21.30
n=8	24.79	22.38

IV. 감도 해석

회로망을 구성하는 소자 값은 온도, 습도 등의 영향을 받게되어 그 값이 변화하고 이는 필터의 극점, 영점을 이동시켜 필터 특성을 변화시킨다. 따라서 회로 설계시 주위 환경 변화에도 필터의 전체적인 동작이나 성능이 크게 변화하지 않도록 신뢰성을 가져야 한다. 회로의 신뢰성을 판단하는 중요한 척도가 감도이다. 즉 낮은 감도를 갖는 회로는 소자값이 변화하여도 필터 특성에는 영향을 크게 미치지 않는다는 것을 의미한다. 특히 수동 복종단 제자형 회로망의 인덕터를 모의하여 능동 회로망으로 변환시키는 인덕턴스 모의법은 수동 복종단 제자형 회로망의 낮은 감도 특성이 그대로 유지된다는 장점을 갖는다.<sup>[10]</sup> 회로 소자 변수  $x$ 에 따른 전달함수  $H(s)$ 의 함수 감도는 식(12)와 같다.<sup>[2,4]</sup>

$$S_x^{H(s)} = \frac{\partial H(s)}{\partial x} \cdot \frac{x}{H(s)} \tag{12}$$

본 논문에서는 소자값 변화에 따른 함수의 크기  $|H(j\omega)|$  감도를 해석하기 위해 식(12)에  $s=j\omega$ 를 대입하여 실수부와 허수부로 나눈 다음 식(14)의 실수부만을 선택하여 해석하였다.

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\phi(\omega)} \tag{13}$$

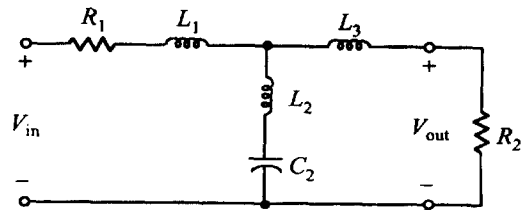
$$S_x^{H(j\omega)} = S_x^{|H(j\omega)|} + j\phi(\omega) S_x^{e^{j\phi(\omega)}} \tag{14}$$

두 함수의 크기 감도를 비교 해석하기 위한 설계명세조건은 표 5와 같다. 이때 기존의 함수는 우수 차수인 경우 수동 복종단 제자형 회로망 실현이 불가능하므로 홀수 차수를 예로 하였다.

표 5. 감도 해석을 위한 설계명세조건  
Table 5. Specifications for sensitivity analysis.

차 수	3 차
통과대역 손실 $\alpha_p$	1 [dB]
차단 주파수 $f_c$	3,400 [Hz]

그림 9는 3차 함수를 수동 복종단 제자형 회로망으로 실현한 회로이고, 그림 10은 두 함수로부터 합성된 수동 회로망에 대한 크기, 위상 특성을 SPICE로 시뮬레이션한 결과이다.



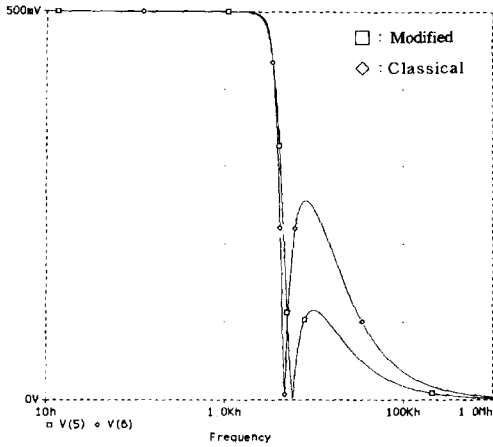
(a) 회로

Inverse Chebyshev 함수	$L_1=L_3=17.34 \mu\text{H}$	$L_2=32.90 \mu\text{H}$
	$C_2 = 34.69 \mu\text{F}$	$R_1=R_2=1 \Omega$
변형된 inverse Chebyshev 함수	$L_1=L_3=24.78 \mu\text{H}$	$L_2=15.35 \mu\text{H}$
	$C_2 = 49.56 \mu\text{F}$	$R_1=R_2=1 \Omega$

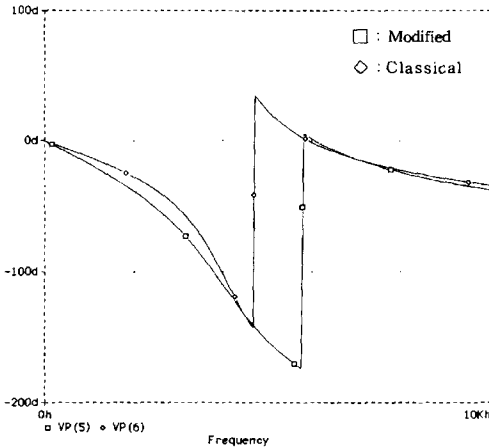
(b) 소자값

그림 9. 수동 복종단 제자형 회로망, n=3

Fig. 9. Passive doubly-terminated ladder network, n=3.



(a) 크기 특성



(b) 위상 특성

그림 10. SPICE 시뮬레이션  
Fig. 10. SPICE simulation.

그림 9의 전달함수  $H(s)$ 는 식(15)와 같다.

$$H(s) = \frac{L_2 C_2 R_2 s^2 + R_2}{G_3 s^3 + G_2 s^2 + G_1 s + G_0} \quad (15)$$

여기서  $G_3 = C_2(L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)$ ,

$G_2 = C_2 R_1(L_2 + L_3) + C_2 R_2(L_1 + L_2)$ ,

$G_1 = L_1 + L_3 + C_2 R_1 R_2$ ,  $G_0 = R_1 + R_2$  이다.

식 (15)로 부터 두 함수에 대한 각 소자와 함수 크기  $|H(j\omega)|$ 와의 감도 특성을 비교하여 각각 그림 11~13에 제시하였다.  $R_1, R_2, L_1$  및  $L_3$  소자에 대한 변형된 함수의 크기 감도는 기존의 함수와 거의 비슷한 특성을 보이지만  $C_2$ 와  $L_2$ 에 대한 감도는 통과대역내에서 감소하였다.

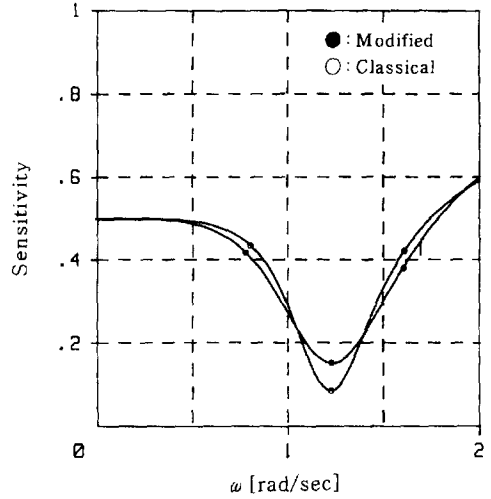


그림 11.  $R_1$ 과  $R_2$ 에 대한  $|H(j\omega)|$ 의 감도  
Fig. 11. Sensitivity of  $|H(j\omega)|$  with respect to  $R_1$  and  $R_2$ .

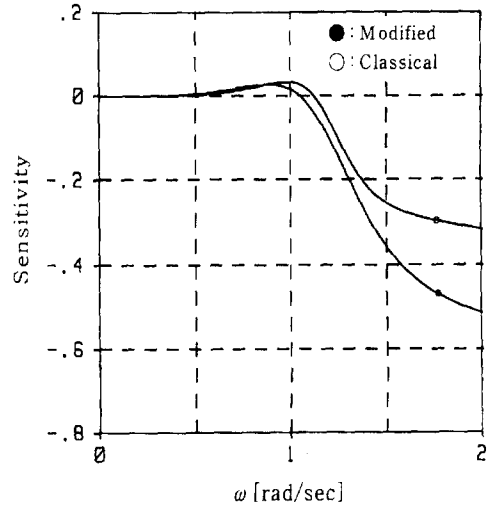


그림 12.  $L_1$ 와  $L_3$ 에 대한  $|H(j\omega)|$ 의 감도  
Fig. 12. Sensitivity of  $|H(j\omega)|$  with respect to  $L_1$  and  $L_3$ .

또한 중속연결법으로 실현한 고차 능동 필터의 동작 특성을 평가하는 중요한 측정치중의 하나인 극점-Q 감도는 식(16)으로 정의된다. 2차 함수를 중속연결할 때 함수가 낮은 극점-Q 감도를 갖는다면 소자값 변화에 따른 능동 필터 특성의 변화폭은 감소하게 된다.<sup>[8]</sup>

$$S_x^Q = \frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{x}{Q} = kQ. \quad (16)$$

따라서 변형된 함수는 극점-Q의 감소로 기존 함수



보다 극점-Q 감도가 감소하게 되므로 종속연결법을 이용하여 능동 RC 필터, 스위치드 캐패시터 필터등을 설계하면 소자값 변화에 따른 능동 필터 특성을 개선할 수 있다.

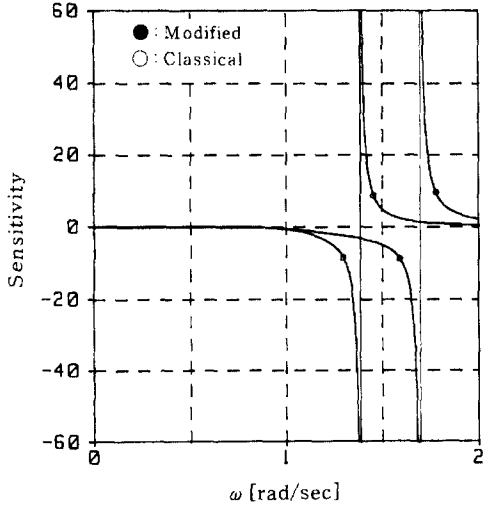


그림 13.  $C_2$ 과  $L_2$ 에 대한  $|H(j\omega)|$ 의 감도  
 Fig. 13. Sensitivity of  $|H(j\omega)|$  with respect to  $C_2$  and  $L_2$ .

V. 결 론

본 논문에서는 변형된 inverse Chebyshev 저역통과 함수의 특성을 기존의 함수와 비교하여 해석하였다. 먼저  $\alpha_p=1$  [dB],  $\omega_s=1.2$  [rad/sec]일 때 두 함수의 극점과 극점-Q를  $n=3\sim 8$ 차까지 구하고 이를 이용하여 주파수 영역에서 크기, 위상, 지연 특성을 시간 영역에서는 단위계단응답 특성을 비교 해석하였다. 또한 두 함수를 3차 수동 복중단 제자형 회로망으로 실현한 다음 크기 감도와 극점-Q 감도를 해석하였다.

변형된 함수는 저지대역에서 점진적으로 감소하는 파상 특성을 갖기 때문에 우수 차수에서도 수동 복중단 제자형 회로망 합성이 가능하다. 수동 복중단 실현 외에 점진적으로 감소하는 파상의 영향으로 극점의 위치가 실수축으로 접근하여 필터 특성을 결정하는 중요한 요소인 극점-Q가 3차의 경우 31.5%까지 감소하였다.

변형된 함수의 크기 특성은 저지주파수 부근을 제외한 저지대역에서 감쇠가 커서 잡음 제거 능력이 우수하다. 또한 위상 특성도 선형적으로 개선되었고, 위상

특성과 밀접한 관계를 갖는 지연 특성은 변형된 함수가 기존 함수에 비하여 평탄하므로 출력단의 신호 왜곡이 작아진다. 시간영역에서의 단위계단응답 특성은 변형된 함수의 정착시간이 최대 25%정도 빨라져 펄스 및 디지털 신호 전송에 사용하면 그 특성을 개선할 수 있고, 극점-Q 감도가 낮아 소자값이 다소 변화해도 크기 특성을 유지할 수 있다.

그러므로 변형된 inverse Chebyshev 함수를 이용한 근사법으로 음성 및 영상 신호처리용 필터를 설계하면 위상, 지연, 단위계단응답, 감도 특성등을 개선할 수 있다.

감사의 글

※ 본 논문은 1996년도 전북대학교 신입교수연구비에 의하여 연구되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] R. Schaumann, M. S. Ghausi and K. R. Laker, *Design of Analog Filters*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.
- [2] H. K. Kim, *Network Analysis and Synthesis : Electrical and Electronic Filter Design*, KAEE : Seoul, 1990.
- [3] A. S. Sedra and P. O. Brackett, *Filter Theory and design : Active and Passive*, Matrix Publishers, Inc., Forest Grove, Ore., 1978.
- [4] M. E. Van Valkenburg, *Analog Filter Design*, Holt, Rinehart, and Winston, 1982.
- [5] S. W. Choi, D. Y. Kim, and H. K. Kim, "A Modified Low-Pass Filter with Progressively Diminishing Ripples," *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol 6, no. 2, pp. 95-103, Sep. 1994.
- [6] J. Gorsky-Popiel, "Reduction of network sensitivity through the use of higher order approximating functions," *Electron Lett.*, vol. 3, pp. 365-366, 1967.
- [7] A. Premoli, "A new class of equal-ripple filtering functions with low Q-factor: The MUCROER polynomials," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol CAS-21, pp. 609-613,

- Sep. 1974.
- [ 8 ] H. K. Kim, "The effects of lower Q values on the filters having equal ripples in passband," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-39, pp. 305-309, Apr. 1992.
- [ 9 ] D. Y. Kim and H. K. Kim, "The phase and time domain behaviors of elliptic filter," *23th Midwest Symp. on Circuits and Systems*, pp. 184-187, Aug. 1980.
- [ 10 ] H. J. Orchard, "Loss sensitivity in singly and doubly terminated filters," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-26, pp. 293-297, May 1979.

---

저 자 소 개

崔碩佑(正會員) KITE Journal of Electronics Engineering, vol. 7, no. 4. 參照  
 현재 전북대학교 부속 전기전자회로합성연구소 전임강사