

8-연결성을 이용한 만델브로트 집합 생성 알고리즘 개발

김 영 봉[†]

요 약

복소 평면상의 임의의 점을 c 값으로 고려한 2차 복소함수, $f(z) = z^2 + c$ 의 동력학 시스템은 초기 값 0을 대입함으로써 획득된 순열의 발산성에 따라 c 값을 분류한 만델브로트 집합을 제공한다[2]. 각 화소의 발산성을 나타내는 전형적인 만델브로트 집합 영상의 생성에 소요되는 시간을 단축하기 위해 영역분할법(divide-and-conquer)과 삼각형을 이용한 경계선 추적법(triangular boundary tracing)들이 제안되었다[4, 6]. 그러나, 영역분할법은 만델브로트 집합의 생성에 영향을 주지 못하는 화소에 대한 순열의 발산여부를 조사하고, 삼각형을 이용한 경계선 추적법은 8-연결성으로 연결된 일부 영상을 표현하지 못하는 단점이 있다. 본 논문에서는 삼각형 추적 기법의 문제점을 해결한 화소의 8-연결성을 이용한 경계선 추적 알고리즘을 제안한다. 제안된 경계선 추적 기법은 8-연결성에 기초한 경계선 추적으로 만델브로트 영상을 생성할 때 영향을 주지 못하는 화소에 대한 발산 검사를 하지 않을 뿐만 아니라, hairy 구조와 같이 8-연결성을 갖는 만델브로트 집합의 정확한 표현을 얻을 수 있다.

Mandelbrot Set Image Generation using 8-connectivity

Young Bong Kim[†]

ABSTRACT

The dynamic system employing the self-squared function, $f(z) = z^2 + c$, provides the Mandelbrot set which classifies constants c using the divergence of the sequence starting from the origin. To speed-up the generation of Mandelbrot set images, two approaches, called as the divide-and-conquer technique and the triangular boundary tracing technique, have been developed. However, the divide-and-conquer technique generates sequences of some pixels that do not affect graphical representations of the Mandelbrot set. The triangular boundary tracing technique does not represent some 8-connected components of the Mandelbrot set. In this paper, we propose a new method which solves the 8-connectivity problem of triangular boundary tracing technique. This algorithm considers the divergence for only pixels which are essential to the graphical representation of the Mandelbrot set. It also gives good representations for 8-connected components like hairy structures.

1. 서 론

복소 평면에서 정의된 만델브로트 집합(Mandelbrot Set)은 경계선 부근에 자기 유사성을 갖는 매우 복잡하

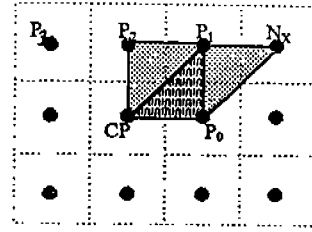
고 흥미로운 영상을 제공한다[1, 3-5]. 이 집합은 복소 평면상의 임의의 점을 상수 c 값으로 고려한 2차 복소 함수 $f(z) = z^2 + c$ 의 동력학 시스템에 원점(0)을 적용했을 때 발생된 점들의 순열, $0 \rightarrow c \rightarrow c^2 + c \rightarrow (c^2 + c)^2 + c \rightarrow \dots$, 이 발산하지 않는 상수 c 의 집합으로 정의된다[1, 2]. 순열의 발산성에 따라 점 c 에 적절한 색깔을 부여하여 만델브로트 집합의 그래픽 표현을 얻

[†] 정 회 원:부경대학교 전자계산학과 전임강사
논문접수:1996년 6월 5일, 심사완료:1996년 11월 5일

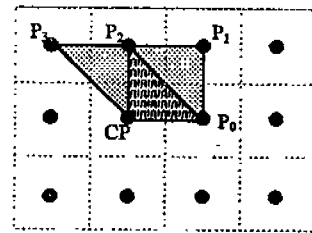
는다. 그러나, 순열의 생성을 위해 2차 함수를 수 십번 내지 수 백번씩 반복 적용해야 하므로 영상 획득을 위해 많은 시간이 소요되는 단점이 있다[6]. 이 단점을 극복하기 위해 만델브르트 집합은 하나의 연결 성분으로 구성되었다는 특성을 이용한 영역분할법과 삼각형을 이용한 경계선 추적법이 제안되었다.

영역분할법은 임의의 사각형에 대해 경계선에 있는 모든 점들의 발산성과 만델브르트 집합과의 관계를 이용하였다[6]. 만델브르트 집합이 하나의 연결된 성분으로 구성되었기 때문에 사각형의 경계선상의 모든 점이 만델브르트 집합에 속하면 내부의 모든 점들도 만델브르트 집합에 속하게 되고, 만델브르트 집합에 속하지 않으면 내부의 점들도 속하지 않는다[2, 6]. 만약, 경계선상의 점들이 발산하는 순열과 발산하지 않는 순열을 동시에 포함하는 경우에는 사각형을 균등하게 4등분하여 각각의 사각형에 대해 발산성을 다시 조사하게 된다. 이 과정을 경계선 위에 있는 모든 점이 발산하거나 발산하지 않는 순열을 생성 할 때까지 반복적으로 사각형을 분할해 나가는 방법이다. 이 방법은 화면상에서 선택된 사각형들의 경계선상의 점들에 대해서만 발산 가능성을 조사하므로 많은 수행 시간을 절약할 수 있다.

삼각형을 이용한 경계선 추적법은 만델브르트 집합의 경계선에 위치하는 3개의 화소로 이루어진 삼각형을 찾은 후, 한 변을 공유하는 세 개의 이웃한 삼각형 중 경계선에 놓여 있는 다음 삼각형을 연결해 가는 과정으로 이루어져 있다[4]. 경계선 상에 놓인 삼각형은 만델브르트 집합에 속하는 꼭지점과 속하지 않는 꼭지점을 적어도 1개씩 포함한다. 화소 CP가 만델브르트 집합에 속하고 이웃한 화소 h_i 가 속하지 않을 때 경계선상에 놓인 삼각형은 (그림 1)과 같이 2가지 형태로 나눌 수 있다. 삼각형의 모양이 (그림 1-1)과 같을 때 경계선상에 놓인 이웃한 삼각형을 찾기 위해 주어진 삼각형의 꼭지점들과 만델브르트 집합과의 관계를 이용한다. 즉, 화소 h_i 가 만델브르트 집합에 속하는 경우에는 화소 h_0, h_1, N_x 로 이루어진 삼각형이 만델브르트 집합의 경계선에 놓이고, 그렇지 않은 경우에는 화소 CP, h_1, h_2 로 이루어진 삼각형이 경계선 상에 존재한다. 삼각형의 추적은 경계선에 위치하는 삼각형이 더 이상 없을 때까지 반복적으로 이루어진다. 그러나, 화소 CP 주위에서의 삼각형 추적



(1)A형 삼각형



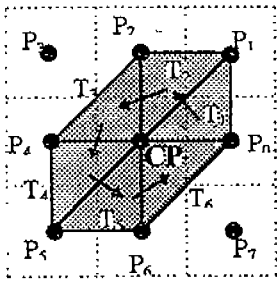
(2)B형 삼각형

(그림 1) 이웃한 화소들에 의해 생성될 수 있는 삼각형의 모양

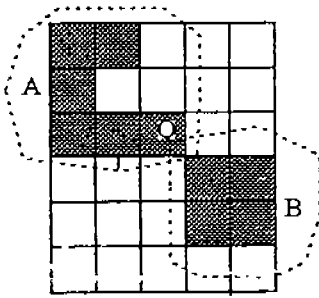
(Fig. 1) Triangular shapes by neighboring points

순서는 (그림 2-1)과 같이 $T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow T_6$ 가 되어 8-연결성으로 연결된 화소 h_a 와 h_b 에 대한 검사는 하지 않는다. 따라서, (그림 2-2)와 같이 하나의 연결 요소로 구성된 영상이 화소 Q에서 분리되어 A와 B라는 두 개의 연결 성분으로 나뉜다. 이는 만델브르트 집합의 경계선 추적 시 새로운 연결 요소의 존재 가능성을 검사해야 하므로 좋은 방법이라고 할 수 없다. 삼각형이 (그림 1-2)와 같을 때도 h_a 과 h_b 화소를 조사하지 않게 되어 비슷한 문제점을 야기한다.

본 연구에서는 화소의 8-연결성에 기초한 만델브르트 집합의 경계선 추적으로 그래픽 영상을 획득하는 새로운 기법을 소개할 것이다. 이 방법은 삼각형 추적기법에서 문제점으로 지적된 8-연결성을 갖고 있으나 발견되지 못한 많은 연결 성분들을 찾을 수 있다. 그리고, 적은 화소에 대한 순열의 발산만을 검사하는 경계선 추적법을 사용함으로써 기존의 방법에 비해 빠르게 영상을 생성하게 된다. 2장에서는 기존의 만델브르트 집합의 정의와 특징을 서술할 것이다. 그리고, 본 논문에서 제안된 만델브르트 집합의 경계선상



(1) 삼각형 추적 순서



(2) 화소 Q에 의한 A와 B의 연결

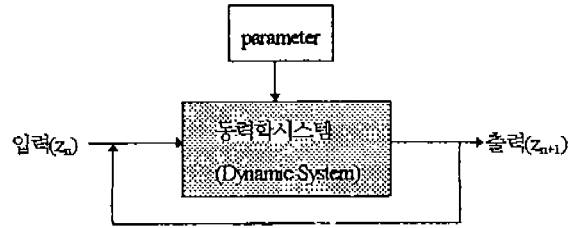
(그림 2) 삼각형을 이용한 경계선 추적법에 의한 추적 순서와 문제점

(Fig. 2) Tracing sequence and Problems in the triangular tracing technique

의 임의의 점을 찾는 알고리즘과 8-연결성을 갖는 만델브로트 집합의 경계선 추적 기법이 3장에서, 기존의 기법들과 본 논문에서 제안된 기법의 구현을 통한 비교 분석 작업이 4장에서 각각 소개될 것이다.

2. 만델브로트 집합

동력학 시스템(Dynamic system)은 (그림 3)과 같이 입력 z_n 의 결과인 z_{n+1} 을 입력 값으로 재 사용하는 반복 시스템으로 프랙탈 영상 생성의 기초가 된다[3, 5]. 이 시스템에서 초기 입력 값 z_0 는 하나의 순열, $z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow \dots$ 를 생성한다. 동력학 시스템으로 2차 복소 함수 $f(z) = z^2 + c$ 와 초기 입력 값 0을 사용했을 때, 생성된 순열의 발산성에 따라 함수를 분류한 것이 만델브로트 집합(Mandelbrot set)이다. 즉, 만델브로트



(그림 3) 동력학 시스템의 개요
(Fig. 3) Overview of Dynamic system

집합은 순열이 발산하지 않는 c 값을 갖는 함수들의 집합이다. 따라서, 만델브로트 집합의 표현을 위해서는 순열의 발산 여부를 결정하는 것이 중요하다.

복소수 c 가 원점으로부터 반지름 2인 원의 외부에 존재할 때 순열의 첫 번째 항 z_0 과 두 번째 항 z_1 은 각각 0과 c 이고, 세 번째 항(z_2)은 (식 1)과 같이 상수 c 보다 원점으로부터 멀리 떨어져 있다. 그리고, 순열의 n 번째 항 z_n 은 (식 2)에서 보여주는 바와 같이 $n-1$ 번째 항보다 원점으로부터 멀리 떨어져 있다. 따라서, 귀납적 증명에 의해 생성된 순열은 원점으로부터 멀어지면서 무한대로 발산하므로 만델브로트 집합은 반경 2의 원내에 존재한다.

$$|z_2| = |c^2 + c| \geq |c|^2 - |c| > |c| \quad (1)$$

$$|z_n| = |z_n^2 + c| \geq |z_{n-1}|^2 - |c| > |z_{n-1}| \quad (2)$$

복소수 c 가 반경 2의 원내에 존재하는 경우에도 생성된 순열의 n 번째 항이 반경 2의 원을 벗어나게 되면 (식 2)에 의해 n 번째 이후의 순열은 원점으로부터 멀어지게 된다. 따라서, 만델브로트 집합의 그래픽 표현을 위해 화면상의 각 화소에 대응되는 복소수 값을 상수 c 로 배정한 후 생성된 순열이 반경 2의 원을 벗어나는가를 조사하여 무한대로 발산하는 경우와 그렇지 않은 경우에 다른 색깔을 부여하게 된다.

만델브로트 집합의 경계선 부근에서 생성된 순열의 발산 여부를 정확하게 결정하기 위해서는 무한 순열이 되어야 한다. 그러나, 컴퓨터에서는 순열의 무한 생성이 어려우므로 반복 횟수를 제한하게 된다. 이때, 주어진 반복 횟수는 만델브로트 집합의 경계선에 대한 세밀한 표현에 영향을 미친다. 즉, 반복 횟수가 많

을수록 경계선의 모양이 원 영상에 가깝게 되고, 적어지면 원 영상으로부터 멀어지게 된다. 지금까지의 여러 실험적 연구를 통해 그래픽 표현의 변화가 거의 없는 반복 횟수는 수 십번 내지 수 백번 정도인 것으로 알려졌다[6].

Mandelbrot와 Barnsly 등은 만델브로트 집합이 하나의 연결 요소로 구성되어 있다는 사실을 증명하였다. 또한, 만델브로트 집합의 여집합도 서로 연결되어 있다[2, 3]. 즉, 만델브로트 집합에 속하는 임의의 두 점은 내부의 점들을 연결한 하나의 연결 통로를 가지고 있다. 따라서, 만델브로트 집합의 경계선에 위치하는 임의의 점을 찾은 후 경계선에 위치하는 이웃한 점을 추적함으로써 모든 경계선을 얻을 수 있게 되어 영상의 빠른 생성이 가능하게 된다.

3. 경계선 추적법

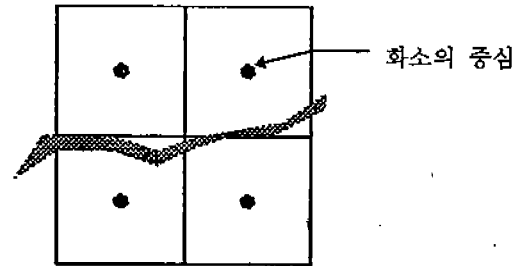
만델브로트 집합(Mandelbrot set)의 연결성은 모든 화소의 발산성을 고려하는 전통적인 방법에 비해 짧은 시간에 그래픽 표현을 획득하는 효율적인 알고리즘을 제공하고 있다. 즉, 만델브로트 집합의 연결성에 따라 집합의 경계선 주변에 있는 화소들의 발산성만을 조사하므로 영상 획득에 소요되는 수행 시간을 획기적으로 줄일 수 있다. 만델브로트 집합의 경계선을 찾는 과정은 두 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서 만델브로트 집합의 경계선에 있는 임의의 한 점을 찾고, 다음 단계에서 주어진 점으로부터 이웃한 경계선 위에 놓인 점들을 찾아가는 과정이 반복적으로 이루어진다. 위 알고리즘은 윈도우의 영역을 벗어난 점들은 만델브로트 집합에 속하지 않는다는 가정 하에서 이루어졌다.

3.1 경계선상의 시작점 찾기

원점을 상수 c 값으로 한 순열은 $0 \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow \dots$ 이므로 만델브로트 집합에 속한다. 즉, 경계선에 위치하는 한 점은 원점에서 출발한 임의의 직선상에 나타난다. 따라서, 만델브로트 집합을 그래픽적으로 표현하기 위한 윈도우가 원점을 포함하는 경우에는 원점과 윈도우 경계선(window edge)상의 임의의 점을 연결한 직선에 경계선에 속하는 화소가 적어도 한 개 존재한다. 본 논문에서는 임의의 직선으로 양의 실수

축을 선택하였다. 양의 실수 축상의 화소들을 원점으로부터 하나씩 차례로 조사하여 만델브로트 집합에 속한 마지막 점을 경계선상의 점으로 정의한다.

윈도우의 경계선에 이르는 직선상의 모든 점이 만델브로트 집합에 속한 경우에는 윈도우 경계선(window edge)상에서 시작점을 찾는다. 우리는 윈도우의 외부는 만델브로트 집합에 속하지 않는다는 가정에 따라 만델브로트 집합에 속하는 임의의 윈도우 경계선상의 한 점이 선택된다. 특히, 윈도우가 만델브로트 집합의 경계선 부근에 존재할 경우에는 만델브로트 집합에 속하는 영역들이 윈도우내에 여러 연결요소로 나타나기 때문에 윈도우의 경계선을 따라 만델브로트 집합의 일부분이 존재하는가를 계속 검사하게 된다. 원점이 윈도우에 속하지 않은 경우에도 추적의 시작점은 윈도우 경계에서 찾을 수 있다.



(그림 4) 얇은 줄기가 화소의 중심을 지나지 않는 경우
(Fig. 4) A thin branch could miss the center of all pixels in a small region

위 과정에서 만델브로트 집합에 속한 임의의 화소를 찾을 수 없는 경우는 만델브로트 집합의 연속성에 의해 윈도우 내의 모든 점이 경계선상의 임의의 점의 성질과 같은 동력학적 거동을 보여 주게 된다. 즉, 윈도우의 경계선상의 점이 만델브로트 집합에 속하면 윈도우 내의 모든 점들도 만델브로트 집합에 포함되고, 속하지 않으면 모든 점들도 만델브로트 집합에 속하지 않는다. 그러나 (그림 4)에서 보여 주는 바와 같이 만델브로트 집합에 속한 점들이 얇은 줄기에 의해 사각형 내부의 임의의 점과 외부의 점들이 연결되어 있는 경우에는 해당되는 만델브로트 집합을 정확히 구할 수 없게 된다. 이런 문제점은 영역분할법과 삼각형 추적 법에서도 존재한다.

3.2 경계선 추적

2차원 그래픽 영상을 구성하는 임의의 구성 인자들의 경계선을 나타내는 방법으로는 4-연결성을 이용한 방법과 8-연결성을 이용한 방법이 있다. 임의의 화소 P에 대해 4-연결성은 (그림 5-1)과 같이 변을 공유하는 4개를 이웃한 화소로 정의하고, 8-연결성은 (그림 5-2)와 같이 변이나 꼭지점을 공유하는 8개의 이웃한 화소가 있다. 본 논문에서는 8-연결성을 고려한 경계선 추적 기법이 소개 될 것이다. 즉, 모든 화소에 이웃한 화소는 8개 (p_0, p_1, \dots, p_7)가 있다[7].

	P_2	
P_3	P	P_1
	P_4	

(1)4-연결성

P_3	P_2	P_1
P_4	P	P_0
P_5	P_6	P_7

(2)8-연결성

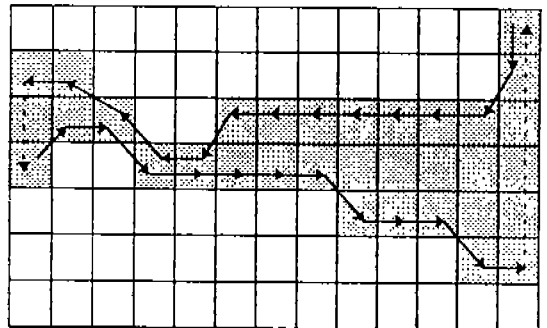
(그림 5) 화소 p에 대한 이웃한 화소들의 연결성
(Fig. 5) Neighboring of a pixel p

만델브로트 집합은 경계선 부근에서 매우 복잡한 모양을 띠고 있으나 집합에 속하는 점들의 연결성으로 인해 8-연결성에 기초를 둔 경계선 추적 방법을 수행하여 모든 경계선상의 점들을 구할 수 있게 될 것이다. 3.1절의 경계선 상에 위치하는 한 점을 찾는 과정에서 우리는 만델브로트 집합 내부에 있는 점과 외부에 있는 점을 알 수 있다. 두 점의 관계로부터 추적 작업이 이루어진다. 예를 들어, 내부에 속한 점이 (그림 5-2)의 p 이고 외부에 속한 점이 p_4 의 위치에 있었다면

화소 p 와 연결된 경계선을 찾기 위해 처음으로 조사할 이웃한 화소는 p_4 의 다음 화소인 p_5 가 된다. 즉, 중심 화소 p 에 대해 반시계 방향으로 조사하게 된다.

경계선에 위치한 다음 화소는 p_5 부터 조사하여 처음으로 만델브로트 집합에 속하는 화소가 된다. 화소 p_4 는 만델브로트 집합에 속하지 않기 때문에, 조사 순서는 $p_5 \rightarrow p_6 \rightarrow \dots \rightarrow p_3$ 가 된다. 만약, p_5 에서 p_3 까지의 모든 화소가 만델브로트 집합에 속하지 않는 경우에는 화소 p 와 연결된 더 이상의 경계선상에 존재하는 화소는 없다. 만일, 이웃한 화소 중 p_2 화소가 만델브로트 집합에 속한다면, p_2 화소를 중심 화소 p 로 고려한 8개의 이웃 화소들에서 경계선상에 위치한 다음 화소를 찾게 된다. 이때 조사 순서는 바로 전 단계에서 p_6, p_7, p_0, p_1 위치의 화소는 만델브로트 집합에 속하지 않고, p_2 는 만델브로트 집합에 속한다고 측정되었기 때문에 만델브로트 집합에 속하지 않는 p_1 화소의 위치는 p_2 를 중심으로 할 때 p_0 의 위치에 대응된다. 따라서, p_1 위치의 화소부터 반시계 방향으로 경계선에 위치한 화소를 찾게 된다. 이 과정을 연속적으로 수행하게 되면 (그림 6)에서 보여주는 바와 같이 8-연결성을 갖는 경계선의 추출이 가능하게 된다. 경계선의 추적 과정에서 경계선이 윈도우의 경계에 도달한 경우에는 윈도우의 경계를 따라 추적해야 한다. 윈도우의 경계를 따른 추적은 (그림 6)의 점선과 같이 윈도우의 경계 지역을 따라 경계선의 추적이 이루어진다.

8-연결성을 갖는 만델브로트 집합의 경계선 추적은 더 이상 추가되는 경계선상의 화소가 없을 때까지 수



(그림 6) 8-연결성을 갖는 경계선의 추적과정
(Fig. 6) Tracing with 8-connectivity

행하게 된다. 기존의 방법에서는 경계선 추적이 끝나는 조건을 경계선 추적의 시작점으로 돌아 왔을 때로 하였다. 그러나, (그림 2-2)가 보여주는 것과 같이 시작점을 Q 화소라 한다면 A 나 B 영역들 중 일부분만을 찾고, 나머지 부분을 찾지 않는 우를 범할 수 있다. 이때, 경계선 추적이 A 지역을 추적한 후 다시 B 지역을 차례로 추적하게 된다면 Q 화소에서 연결된 다음 추적 화소가 달라지게 된다. 따라서, 본 논문에서는 경계선 추적의 시작 화소와 다음 화소의 방향이 같은 경우에 더 이상 추가되는 화소가 없이 만델브르트 집합의 경계선을 모두 표현할 수 있다는 사실을 이용하였다. 특히, 두께가 거의 없는 가지 구조나 경계선 부분을 반복해 확대한 경우에 이와 같은 현상이 발생하므로 경계선상의 연속된 두 점이 같을 때까지 수행해야 한다.

4. 실험 결과

만델브르트 영상을 생성하기 위해 본 논문에서 제안한 8-연결성을 이용한 경계선 추적 기법과 기존의 3가지 방법(모든 화소의 발산 성을 검사하는 전통적인 방법, 집합의 연결성을 이용한 영역분할법, 삼각형을 이용한 경계선 추적 기법)을 비교/분석하였다. 각 알고리즘들은 Pentium PC(90MHz) 상에서 Visual C++ 언어를 사용하여 구현되고 실험되었다. 본 장에 기술된 모든 영상은 500×500의 크기를 갖는다. 그리고, 각 영상에서 검은 색은 만델브르트 집합 내부의 점을 의미하며 흰색은 만델브르트 집합에 속하지 않는 점을 나타낸다.

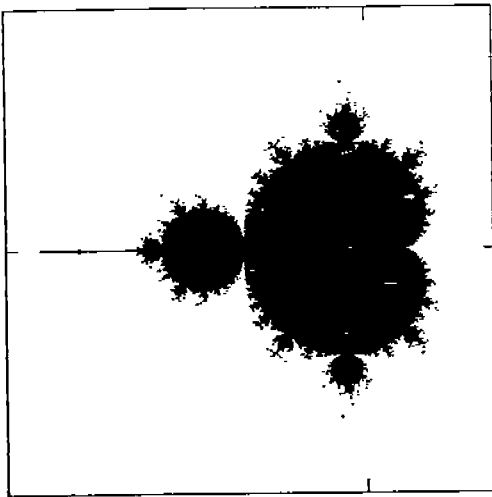
만델브르트 집합은 2장의 (식 1)에서 증명된 바와 같이 반지름 2의 디스크 내에 존재한다. 따라서, 본

연구에서 만델브르트 집합의 전체적인 모습을 관측하기 위해 (그림 7)의 영상들과 같이 두 모서리 점 (-2.2, -1.5)와 (0.8, 1.5)를 갖는 윈도우를 선택하였다. 임의의 상수 c 에 대응되는 순열의 발산 여부를 결정하기 위해 순열 중 40개 이내의 원소만을 사용하였다. 즉, 윈도우의 각 화소 점에 대응하는 순열 중 40개 이내의 원소에 대해서만 반지름 2의 원을 벗어나는가를 검사한 결과가 (그림 7)의 영상들이다. (그림 7-1)은 기존의 전통적인 방법으로 만델브르트 집합을 생성한 것으로 <표 1>에서 보는 바와 같이 모든 화소(25만개)의 발산 성을 검사하였다. 영역분할법을 사용한 (그림 7-2)는 약 4만여 개의 화소의 발산성만을 조사함으로써 만델브르트 집합의 영상을 생성하였으며, 생성 시간의 단축을 위해 사용된 삼각형을 이용한 경계선 추적 기법은 조사하는 화소 수를 1/5 수준으로 대폭 줄였다. 본 논문에서 제안한 8-연결성을 이용한 경계선 추적 기법은 삼각형을 이용한 경계선 추적 기법과 유사한 양의 화소 수를 조사하여 만델브르트 집합 영상을 만들었다. 그러나 기존의 방법인 삼각형 추적 기법에 비해 수행 시간은 작으나 조사 화소 수가 많기 때문에 더 자세한 영상을 제공하게 된다.

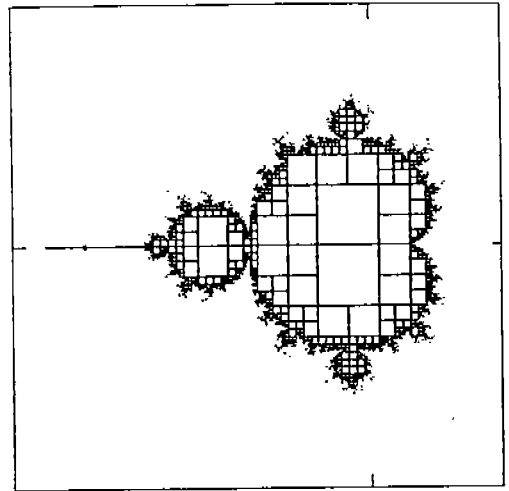
복소 평면상의 두 점(-0.2, 0.933)와 (0.0, 1.133)를 양 모서리 점으로 하는 사각형 내에 포함된 만델브르트 집합의 일부분을 확대한 (그림 8)은 임의의 화소에 대해 23번의 반복 계산을 통하여 화소 점에 대응되는 순열을 생성하였다. <표 1>에서 삼각형을 이용한 경계선 추적 기법보다 본 논문에서 제시한 알고리즘이 비슷한 영상 생성 시간을 사용하는데 비해 영상의 일부분에 대한 자세한 묘사가 이루어졌다. 이 윈도우 영역은 원점을 포함하지 않기 때문에 윈도우의 경계선을 따라 만델브르트 집합에 속하는 원소를 찾은

<표 1> 만델브르트 영상 생성 알고리즘간의 비교
(Table 1) Comparison among Mandelbrot set image generation algorithms

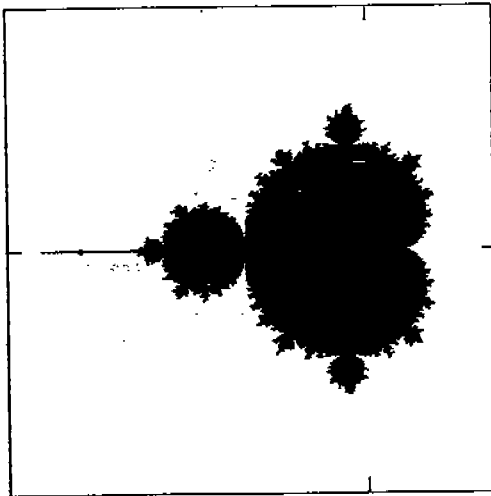
	그림 7		그림 8		그림 9	
	수행 시간	조사화소수	수행시간	조사화소수	수행시간	조사화소수
전통적인방법	15650 ms	250000	13680 ms	250000	60184 ms	250000
영역분할법	4840 ms	39212	4060 ms	40806	43824 ms	176447
삼각형추적법	1100 ms	7575	710 ms	6689	28840 ms	40882
본논문제안법	940 ms	7813	820 ms	8605	32240 ms	56561



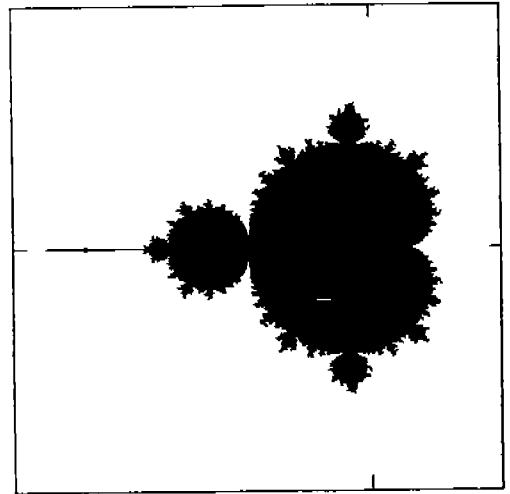
(1) 전통적인방법



(2) 영역분할법



(3) 삼각형을이용한경계선추적법



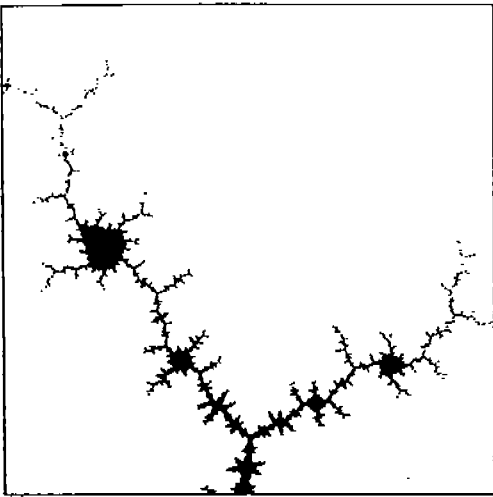
(4) 본논문제안방법

(그림 7) 만델브로트집합의 영상: 범위(-2.2, -1.5)~(0.8, 1.5), 반복횟수: 40

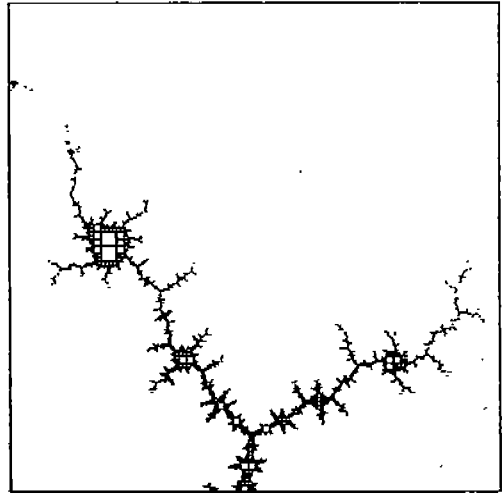
(Fig. 7) Mandelbrot set image in the range (-2.2, -1.5)~(0.8, 1.5), iteration number: 40

후, 경계선 상의 점들에 대한 추적이 이루어졌다. 삼각형을 이용한 추적법과 본 논문 제안 방법에 의해 생성된 두 영상을 관측함으로써 제안 방법이 약 10%의 적은 시간을 추가하여 영상의 질을 대폭 증가시켰다는 것을 알 수 있었다.

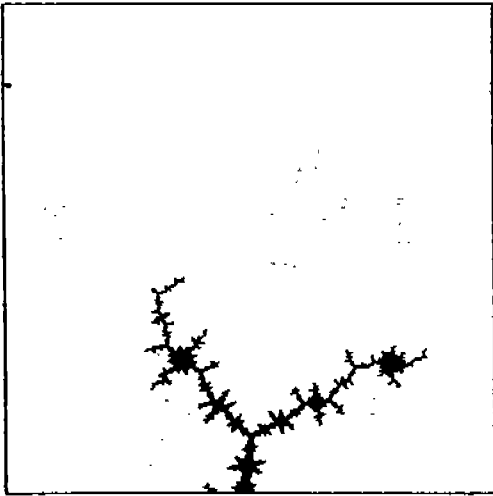
(그림 9)은 (0.0735, 0.6205)와 (0.0785, 0.6255)을 양 모서리 점으로 하는 사각형 내의 각 화소에 대해 160번의 반복 횟수를 적용하여 생성된 영상이다. (그림 9)의 관측을 통해 본 논문에서 제안한 방법이 전통적인 방법과 영역분할법에 비해 적은 화소의 참조만으로



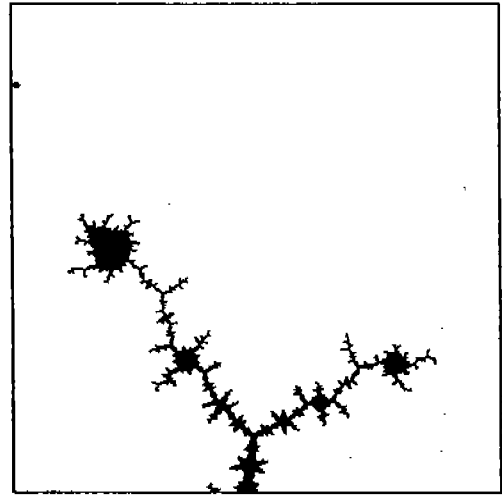
(1) 전통적인방법



(2) 영역분할법



(3) 삼각형을이용한경계선추적법



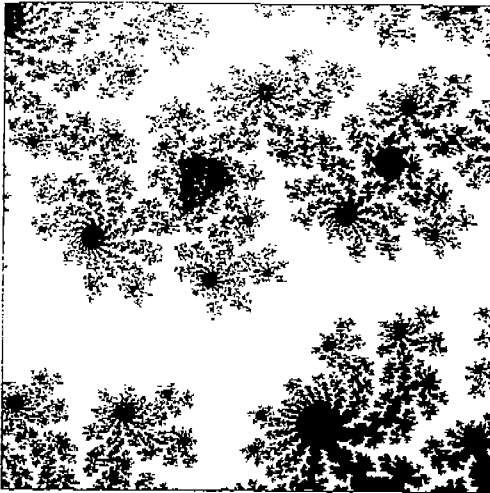
(4) 본논문제안방법

(그림 8) 만델브로트집합의 영상 : 범위(-0.2, 0.933)~(0.0, 1.133), 반복횟수 : 23

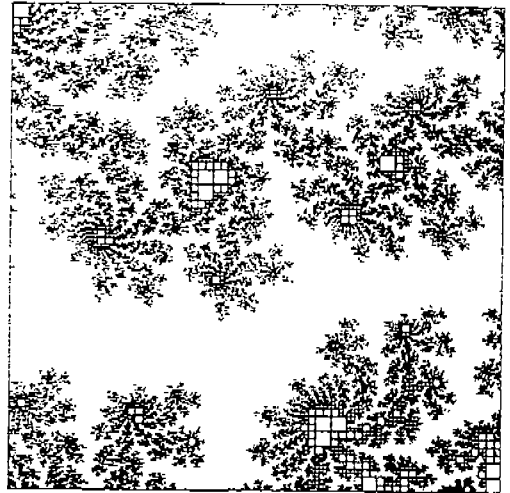
(Fig. 8) Mandelbrot set image in the range (-0.2, 0.933) ~ (0.0, 1.133), iteration number : 23

로 된 영상에 근사한 영상을 생성하였다. 뿐만 아니라, 적은 비율의 시간을 추가해 삼각형을 이용한 경계선 추적법의 결과보다 훨씬 자세한 영상을 얻을 수 있었다. 그러나, 영상을 생성하는데 소요된 시간의 비율은 (그림 7)과 (그림 8)에서 만큼 크지 않다는 것을

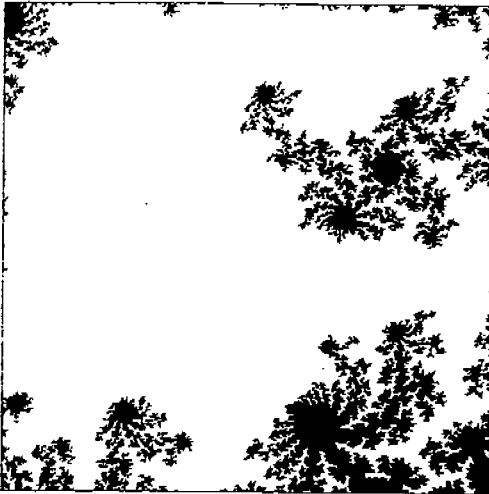
(표 1)로부터 알 수가 있었다. 즉, 만델브로트 집합의 영상을 생성할 때, 경계선 부근의 점들이 발산성 조사에 많은 시간을 소비하기 때문에 경계선이 매우 복잡하여 많은 경계선상의 화소들이 존재할수록 시간의 차이가 줄어드는 현상을 볼 수가 있었다. 그리고,



(1) 전통적인방법



(2) 영역분할법



(3) 삼각형을이용한경계선추적법



(4) 본논문제안방법

(그림 9) 만델브로트집합의 영상 : 범위(0.0735, 0.6205)~(0.0785, 0.6255),
반복횟수 : 160

(Fig. 9) Mandelbrot set image in the range (0.0735, 0.6205)~(0.0785, 0.6255),
iteration number : 160

영상 생성시간의 차이가 줄어든 현상은 주어진 화소에 대응되는 순열을 생성하는데 필요한 반복 횟수가 증가할 때도 각 방법간의 시간상의 차이가 줄어들 수 있었다. 또한, 본 논문에서 제안한 방법이 영역

분할법이나 전통적인 방법에 비해 화소간의 불연속성으로 인해 영상의 경계선 상에 나타난 많은 부분들을 표시하지 못하고 있다. 그러나, 윈도우의 크기를 확대한다면 기존의 방법과 유사하게 경계선 부근의

가는 선 모양의 영상들이 보이게 될 것이다. 따라서, 본 방법에서 목표로 했던 삼각형 추적 기법의 단점을 해결한 빠른 만델브로트 집합의 영상 생성을 위해 효율적인 방법이 될 수 있다.

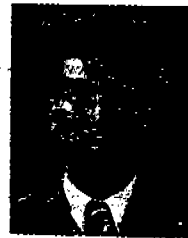
5. 결 론

모든 화소의 발산 성을 검사하는 전통적인 방법과 영역을 분할하는 방법 등은 만델브로트 집합의 그레픽 영상을 획득하는데 많은 시간이 소요되었다. 빠른 영상 생성을 위해 개발된 삼각형에 기초한 경계선 추적 알고리즘은 만델브로트 집합의 그레픽 표현 시 일부의 8-연결성을 갖는 영역들이 표현되지 못하는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 삼각형을 이용한 경계선 추적 알고리즘을 개선한 새로운 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 화소의 8-연결성에 기초하고 있다.

화소의 8-연결성을 이용한 경계선 추적 기법은 임의의 경계선에 위치하는 화소를 찾은 후 화소의 연결성을 이용해 이웃한 화소들을 차례로 조사하는 두 단계로 이루어졌다. 경계선상의 화소를 찾기 위해서는 만델브로트 집합에 속하는 원점과 영상의 경계선을 이용해 구하게 된다. 본 경계선 추적 알고리즘은 8-연결성을 갖고 이웃한 화소를 찾기 때문에 삼각형을 이용할 때보다 적은 수의 화소로 같은 영역을 표현할 수 있다. 삼각형을 이용한 경계선 추적 기법에서는 발견하지 못했던 일부분의 영상이 본 방법에 의한 결과에서는 (그림 8)과 (그림 9)에서와 같이 보인다. 즉, 본 알고리즘이 비슷한 수행 시간을 사용해 더 자세한 만델브로트 집합의 영상을 획득할 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제안한 방법은 적은 수행 시간을 가지고 정확한 만델브로트 집합의 영상을 제공한다.

참 고 문 헌

- [1] B.B. Mandelbrot, 'The fractal Geometry of Nature', W.H. Freeman and Co., NewYork, 1982.
- [2] Bodil Branner, "The Mandelbrot Set," in proceedings of symposia in Applied mathematics, Vol. 39, pp. 75-105, 1989.
- [3] H.-O. Peitgen and D. Saupe, 'The Science of Fractal Images', Springer-Verlag, NewYork, 1988.
- [4] H.-O. Peitgen, H. Jargens, and D. Saupe, 'Chaos and Fractals: New Frontiers of Science', Springer-Verlag, NewYork, 1992.
- [5] M. Barnsley, 'Fractal Everywhere', Academic Press, NewYork, 1988.
- [6] Raul Rojas, "A Tutorial on efficient computer graphic representation of the Mandelbrot set," Computer and Graphics, Vol. 15, No. 1, pp. 91-100, 1991.
- [7] T. Pavlidis, 'Algorithms for Graphics and Image Processing', Computer Science Press, 1982.



김 영 봉

- 1987년 서울대학교 계산통계학과 졸업(학사)
 1989년 한국과학기술원(KAIST) 전산학과(공학석사)
 1994년 한국과학기술원(KAIST) 전산학과(공학박사)
 1991년~1995년 삼성전자 정보기술연구소 선임연구원
 1995년~96년 7월 부산수산대학교 전자계산학과 전임강사
 1996년 7월~현재 부경대학교 전자계산학과 전임강사
 관심분야: 컴퓨터그래픽스, 컴퓨터애니메이션, CAD/CAM, GIS