

〈논 문〉

## 로봇자세 측정용 와이어 병렬메카니즘의 기구학적 해석

정재원\* · 김수현\* · 곽윤근\*

(1997년 6월 13일 접수)

### Kinematic Analysis of the Wire Parallel Mechanism for Robot Pose Measurement

Jae Won Jeong, Soo Hyun Kim and Yoon Keun Kwak

**Key Words :** Robotics(로봇공학), Forward Kinematics(정기구학), Numerical Analysis(수치해석), Pose Measurement(자세측정), Wire Parallel Mechanism(와이어 병렬메카니즘), Measuring Space(측정영역)

#### Abstract

This paper presents the Wire Parallel Mechanism for robot pose measurement which can be used to robot calibration. It is constructed with six parallel links using wire. The position and orientation of the end effector of a robot are calculated from the wire length that measured by the encoder. The unique solution is obtained from a Newton-Raphson method and geometric configuration of the mechanism, also the method to estimate a measuring space is presented. Through the simulations, it is verified that the proposed mechanism can measure a robot pose, and has a large measuring space. In conclusion, it can be used effectively in a robot pose measurement with little cost and effort.

#### 1. 서 론

로봇의 자세 측정은 로봇의 정적/동적 영향에 따른 로봇의 각 인자 값을 보상해 주는 로봇의 보정(calibration)이나 이미 사용하고 있는 로봇의 정밀도 향상을 위해서는 반드시 필요하다.

로봇의 자세 측정을 위해 많이 사용되는 장비로는 경위의(theodolite),<sup>(1,2)</sup> 레이저 트래킹 시스템(Laser tracking system),<sup>(3)</sup> 및 LVDT(Linear Variable Differential Transformers)<sup>(4,4)</sup>등이 있으며, 최근에는 3자유도 좌표측정기(CMM, Coordinate Measuring Machine)나<sup>(5,6)</sup> 비전 시스템(vision system)<sup>(7,8)</sup>도 많이 사용되고 있다. 그런데 이러한 기존의 측정방법은 피측정물인 로봇의 정밀도(accuracy)

와 측정 가능범위(6자유도) 및 사용자의 경제성 등을 고려할 때 만족스럽지 못함을 알 수 있다. 레이저 시스템이나 CMM의 경우 정밀도(0.1 mm~0.1 μm)에서는 우수한 반면 주위환경에 민감하고 고가(high cost)이며, 자유도 수에 있어서 제한이 있다. 또한 경위의나 비전시스템의 경우 비록 저비용(low cost)으로 측정이 가능하나 많은 시간이 소요되고 정밀도(0.1 mm)에 있어서 다소 떨어진다. 이는 사용된 측정방법이 순수 로봇 보정용 측정장비이기 보다는 기존의 측정장비를 이용한 응용된 측정방법이기 때문으로 로봇의 완전한 자세 측정을 위해서는 별도의 추가적인 작업이 요구됨을 알 수 있다.<sup>(9,10)</sup> 로봇의 자세 측정장비 및 방법에 관하여 Inagaki 등<sup>(11)</sup>은 ISO 9283과 9946에 제시된 성능기준(performance criteria)을 만족하도록 하기 위해서는 6자유도(위치, 방위) 측정이 가능해야

\*회원, 한국과학기술원 기계공학과

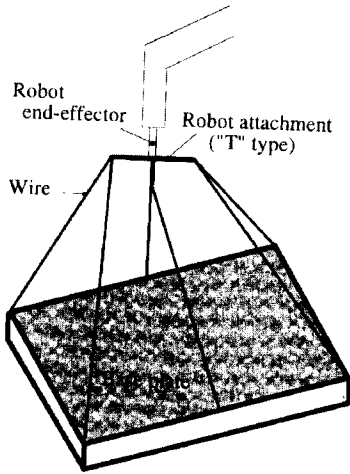


Fig. 1 Configuration of the wire parallel mechanism for robot calibration

하고, 충분한 정밀도와 분해능(로봇의 정밀도에 비해 1/4 이상)을 가지고 있어야 하며, 측정방법 및 장비사용에 있어서 단순해야 할 뿐만 아니라 비용면에서 있어서도 저렴해야 한다고 한 바 있다.

이와는 별도로 최근에 와서 순수 측정용은 아니지만 와이어를 이용한 다자유도 메카니즘(multiple degree of freedom mechanism)에 대한 연구가 많이 진행되고 있는데, Ming<sup>(12)</sup>은 와이어를 이용한 다자유도 위치결정 메카니즘에 대한 연구를 통하여 측정하고자 하는 자유도와 사용되는 와이어 수에 따른 해석을 실시한 바 있고, Kawamura 등<sup>(13)</sup>은 텔레오퍼레이션(teleoperation)을 위한 마스터 로봇(master robot)에 와이어를 사용한 바 있다. 이후 Ming<sup>(14,16)</sup> 등은 이전의 연구결과를 토대로 'OPT-FOLLOW'라는 와이어 병렬메카니즘(wire parallel mechanism)을 만들어 정적/동적 해석을 실시한 바 있다. 이는 3자유도( $x, y, \phi$ )에 대하여 4개의 와이어가 사용된 CRWPM(Completely Restrained Wire Parallel Mechanism)으로  $n$ 자유도에 대해서  $n+1$ 개의 와이어가 필요함을 제시하면서 와이어 사용의 타당성을 입증하였다.

따라서 본 연구에서는 동시에 로봇의 완전한 자세(6자유도)를 측정하기 위하여 앞에서 제시된 여러 측정방법의 장/단점을 서로 보완하고, Inagaki 등이 제시한 기준을 만족하면서 비교적 저비용으로 제작가능하고 로봇의 정밀도 측면에서 만족할 만한 수준( $\pm 0.01$  mm)을 가진 순수 로봇자세 측정용 와이어 병렬메카니즘을 제시하고자 한다.

## 2. 와이어 병렬메카니즘

본 논문에서 제시된 로봇자세 측정용 와이어 병렬메카니즘은 Fig. 1과 같다.

로봇의 자세는 측정장치 상부와 하부를 연결하는 6개 와이어(wire)의 길이측정을 통해 로봇 결합부(robot attachment, "T" type)의 중심에 대한 위치와 방위를 구한다. 이때 로봇 말단부(robot end-effector)의 회전각, 즉 오일러 각은 와이어의 꼬임을 방지하기 위하여 기준좌표계에 대해서 각각  $\pm 90^\circ$  이내로 제한한다.

Fig. 1에서 로봇 결합부는 로봇 말단부와 결합되는 부분으로 "T"자형의 각 끝단은 2개의 와이어가 연결되어 각각 3축 회전운동(3-DOF)이 가능토록 한다. 이러한 형상은 로봇 결합부의 횡부재중심에서 위치를 결정하고, 수직으로 연결된 부재는 측정지점에 대한 방위를 구하기 위한 것으로 로봇의 마지막 측방향과 일치하도록 한다. 또한 로봇 결합부의 상단면에는 수준기(level)를 부착하여 좌우로 기울어진 방향을 식별함으로써 기구학적 해석을 용이하게 한다. 바닥판(base plate)은 엔코더가 장착된 6개의 와이어 뭉치(wire group)를 설치하여 변화된 와이어의 길이를 측정한다.

## 3. 기구학적 해석

병렬구조의 기구학은 직렬구조와 반대로 역기구학은 쉽게 풀 수 있으나 정기구학은 풀기 어렵다. 병렬구조의 대표적인 스투어트 플랫폼(Stewart platform)의 경우 각 링크의 미소변위에 대한 해(solution)를 구하기 위하여 많은 연구가 진행되고 있으나 6자유도인 경우 해를 구하기가 어렵고 복잡할 뿐만 아니라 많은 해가 존재하게 되어 비교적 작업영역이 큰 경우는 나타내기 어렵다.<sup>(17,18)</sup> 따라서 본 연구에서는 수치적인 방법(numerical method)을 이용하여 와이어의 길이만으로 6자유도의 해를 구하고자 한다.

Fig. 2에서 각 와이어의 길이  $\ell_i (i=1\sim 6)$ 는 식 (1)~(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = \ell_1^2 \tag{1}$$

$$x_1^2 + (y_1 - b)^2 + z_1^2 = \ell_2^2 \tag{2}$$

$$(x_3 - a/2)^2 + y_3^2 + z_3^2 = \ell_3^2 \tag{3}$$

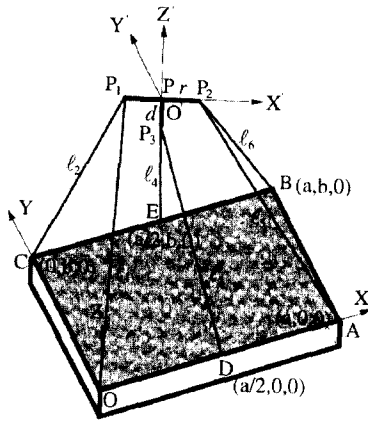


Fig. 2 Analytic model of the wire parallel mechanism

$$(x_3 - a/2)^2 + (y_3 - b)^2 + z_3^2 = \ell_4^2 \tag{4}$$

$$(x_2 - a)^2 + y_2^2 + z_2^2 = \ell_5^2 \tag{5}$$

$$(x_2 - a)^2 + (y_2 - b)^2 + z_2^2 = \ell_6^2 \tag{6}$$

여기서  $(x, y, z)$ ,  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$ ,  $(x_3, y_3, z_3)$ 는 각각  $P, P_1, P_2$  및  $P_3$ 의 좌표값이고,  $a, b$ 는 바닥판의 가로, 세로길이이며,  $r$ 과  $d$ 는  $\overline{PP_2}$  ( $=\overline{PP_1}$ ) 및  $\overline{PP_3}$ 이다.

### 3.1 역기구학

식 (1) ~ (6)은  $P_1, P_2, P_3$ 의 위치를 통하여 와이어의 길이  $\ell_i$  ( $i=1\sim6$ )를 결정하는데, 기준좌표계에 대한  $P$ 점의 위치,  $\underline{P}$ 가 주어지면 “T”자형 각 끝단의 위치  $\underline{P}_i$  ( $i=1\sim3$ )는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\underline{P}_i = \underline{P} + R_{\phi, \theta, \psi} {}^u \underline{P}_i \quad (i=1, 2, 3) \tag{7}$$

여기서,  ${}^u \underline{P}_i$ 는 상부좌표계 (upper frame)에 대한 로봇 결합부 각 끝단의 좌표이고,  $R_{\phi, \theta, \psi}$ 는 기준좌표계에 대한 로봇 결합부 좌표계의 변환행렬 (transformation matrix)이다. 따라서 각 와이어의 길이는 식 (7)에서 구한  $\underline{P}_i$ 를 이용하여 식 (1) ~ (6)에서 결정된다.

### 3.2 정기구학

정기구학은 측정된 6개의 와이어 길이만 이용하여  $P_1, P_2, P_3$ 의 위치를 구하는 것으로, 우선 식 (1) ~ (6)에서  $y_i$  ( $i=1\sim3$ )를 구하면 식 (8) ~ (10)와 같다.

$$y_1 = \frac{1}{2b} (\ell_1^2 - \ell_2^2 + b^2) \tag{8}$$

$$y_2 = \frac{1}{2b} (\ell_5^2 - \ell_6^2 + b^2) \tag{9}$$

$$y_3 = \frac{1}{2b} (\ell_3^2 - \ell_4^2 + b^2) \tag{10}$$

식 (8) ~ (10)은 식 (1), (3) 및 (5)에 대입하여  $z_i$  ( $i=1\sim3$ )에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$z_1 = \pm \sqrt{\ell_1^2 - x_1^2 - \left\{ \frac{1}{2b} (\ell_1^2 - \ell_2^2 + b^2) \right\}^2} \tag{11}$$

$$z_2 = \pm \sqrt{\ell_5^2 - (x_2 - a)^2 - \left\{ \frac{1}{2b} (\ell_5^2 - \ell_6^2 + b^2) \right\}^2} \tag{12}$$

$$z_3 = \pm \sqrt{\ell_3^2 - \left(x_3 - \frac{a}{2}\right)^2 - \left\{ \frac{1}{2b} (\ell_3^2 - \ell_4^2 + b^2) \right\}^2} \tag{13}$$

한편,  $P_1, P_2, P_3$ 는 기하학적으로 다음과 같은 구속식 (constraints)을 만족해야 함으로,

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 = 4r^2 \tag{14}$$

$$(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2 = r^2 + d^2 \tag{15}$$

$$(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2 = r^2 + d^2 \tag{16}$$

식 (8) ~ (13)을 구속식에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & -2x_1x_2 + 2ax_2 - 2\sqrt{(A - x_1^2)\{B - (x_2 - a)^2\}} \\ & - 2\sqrt{(A - \ell_1^2)(B - \ell_5^2)} - a^2 - 4r^2 + \ell_1^2 + \ell_5^2 \\ & = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} & -2x_1x_3 + ax_3 - 2\sqrt{(A - x_1^2)\left\{C - \left(x_3 - \frac{a}{2}\right)^2\right\}} \\ & - 2\sqrt{(A - \ell_1^2)(C - \ell_3^2)} - \frac{1}{4}a^2 - r^2 - d^2 + \ell_1^2 + \ell_3^2 \\ & = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} & -2x_2x_3 + 2ax_2 + ax_3 \\ & - 2\sqrt{\{B - (x_2 - a)^2\}\left\{C - \left(x_3 - \frac{a}{2}\right)^2\right\}} \\ & - 2\sqrt{(B - \ell_5^2)(C - \ell_3^2)} - \frac{5}{4}a^2 - r^2 - d^2 + \ell_5^2 + \ell_3^2 \\ & = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

여기서,

$$A = \ell_1^2 - \frac{1}{4b^2} (\ell_1^2 - \ell_2^2 + b^2)$$

$$B = \ell_5^2 - \frac{1}{4b^2} (\ell_5^2 - \ell_6^2 + b^2)$$

$$C = \ell_3^2 - \frac{1}{4b^2} (\ell_3^2 - \ell_4^2 + b^2)$$

식 (17)~(19)는 3개의 비선형 연립방정식으로 해석적으로 풀기에는 어렵기 때문에, 본 연구에서는 수치해석의 여러 방법중 Newton-Raphson 방법<sup>(19)</sup>을 사용하여 그 해를 구하였다.

3.3 유일해 결정

식 (17)~(19)는 다음과 같이 나타낼 수 있는데,

$$f_{12}(x_1, x_2)=0 \tag{20}$$

$$f_{13}(x_1, x_3)=0 \tag{21}$$

$$f_{23}(x_2, x_3)=0 \tag{22}$$

이때  $x_i$ 는 2차로 식 (20)~(22)의 각각에 대해서 구하면 8개의 수학적인 해를 가지게 되나 식 (14)~(16)을 만족하고, 기준 좌표계에 대한 오일러 각의 측정범위( $\pm 90^\circ$ )를 고려하면  $x_1 \leq x_2$ 가 되어 2개로 줄어든다. 그런데 이 2개의 해는 수치해석에서 유일하게 결정되거란 어렵기 때문에 유일해를 결정하기 위한 다른 방법이 강구되어야 한다. 본 논문에서는 기하학적 형상을 이용하여 결정하였는데, 식 (8)~(10)에서 보면 측정된 와이어의 길이,  $\ell_i$  ( $i=1\sim 6$ )에 대하여  $y_i$  ( $i=1\sim 3$ )는 고정된 값을 가지면서 X-Z평면상에서의 해석이 가능하다. Fig. 3은  $y_1=y_2=y_3$ 일 경우  $P_1$ ,  $P_2$  및  $P_3$ 가 가질 수 있는 해를 보여준다. Fig. 3에서 보면, 측정된 와이어의 길이,  $\ell_i$  ( $i=1\sim 6$ )에 대하여 Solution(1)과 Solution(2)의 2가지 해가 존재한다. 이때  $\ell_{12}$ 는  $\ell_i$  ( $i=1\sim 6$ )에 의해 결정되는 반경으로 아래와 같으며,  $P_1$ ,  $P_2$  및  $P_3$ 는 이 곡선 위에서 해를 가진다.

$$\ell_{12} = \ell_1 \sqrt{1 - \left( \frac{\ell_1^2 + b^2 - \ell_2^2}{2b\ell_1} \right)^2} \tag{23}$$

$$\ell_{34} = \ell_3 \sqrt{1 - \left( \frac{\ell_3^2 + b^2 - \ell_4^2}{2b\ell_3} \right)^2} \tag{24}$$

$$\ell_{56} = \ell_5 \sqrt{1 - \left( \frac{\ell_5^2 + b^2 - \ell_6^2}{2b\ell_5} \right)^2} \tag{25}$$

이러한 2개의 해로부터 본 논문에서는 로봇 결합부 상단면에 부착된 수준기를 이용하여 기울어진 방향, 즉 OY축에 대한 O'X'축의 회전방향을 판독함으로써 유일해를 결정할 수 있도록 하였다.

따라서 로봇 결합부 각 끝단,  $P_1$ ,  $P_2$  및  $P_3$ 의 위치는 식 (8)~(13)을 통하여 알 수 있고, 이를 이용하면 측정하고자 하는 지점, 즉 중심의 위치는 다음과 같이 결정된다.

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \tag{26}$$

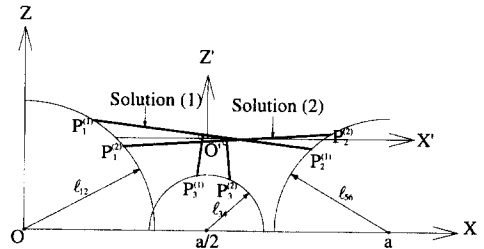


Fig. 3 The solutions of the robot attachment ("T" type) when  $y_1=y_2=y_3$

$$y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \tag{27}$$

$$z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \tag{28}$$

한편, Fig. 2에서 로봇 결합부의 방향벡터(direction vector)  $\underline{X}'$ ,  $\underline{Z}'$ 는 앞에서 구한  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ 의 좌표를 통하여 다음과 같이 나타낼 수 있으므로,

$$\underline{X}' = \frac{1}{\|P_2 - P_1\|} (P_2 - P_1) \tag{29}$$

$$\underline{Z}' = \frac{1}{\|P_2 - P_3\|} (P_2 - P_3) \tag{30}$$

미지(unknown)의 방향벡터  $\underline{Y}'$ 는 오른손법칙(right hand rule)에 의해 식 (31)과 같이 결정된다.

$$\underline{Y}' = \underline{Z}' \times \underline{X}' \tag{31}$$

따라서 기준좌표계에 대한 Roll, Pitch, Yaw의 오일러 각(euler angle)  $R_{z,\phi}R_{y,\theta}R_{x,\psi}$ 을 고려하면, 식 (29)~(31)에서 구한 방향벡터는 식 (32)를 만족하므로,

$$\begin{bmatrix} X'_x & Y'_x & Z'_x \\ X'_y & Y'_y & Z'_y \\ X'_z & Y'_z & Z'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ S_\phi C_\theta & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi \\ -S_\theta & C_\theta S_\psi & C_\theta C_\psi \end{bmatrix} \tag{32}$$

여기서,  $C_i = \cos(i)$ ,  $S_i = \sin(i)$ 이다.

결국 측정지점의 오일러 각,  $\phi$ ,  $\theta$  및  $\psi$ 는 식 (32)에서 다음과 같이 결정된다.

$$\phi = A \tan 2 \left( \frac{X'_y}{X'_x} \right) \tag{33}$$

$$\theta = A \tan 2 \left( \frac{-X'_z}{\sqrt{1 - X'^2_z}} \right) \tag{34}$$

$$\psi = A \tan 2 \left( \frac{Y'_z}{Z'_z} \right) \tag{35}$$

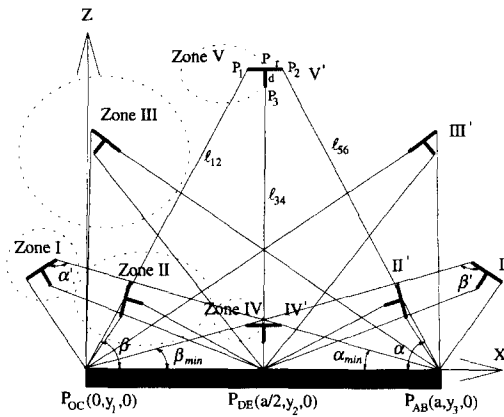


Fig. 4 The analytic model for measuring space in X Z plane

### 4. 측정영역 해석

본 논문에서 제시한 와이어 병렬메카니즘은 사용된 와이어의 길이 및 바닥판에 장착된 와이어 봉치의 회전 가능영역에 따라 그 측정범위가 결정된다.

#### 4.1 X-Z 평면

X-Z 평면상에서 가질 수 있는 최대 측정영역은  $y_1 = y_2 = y_3$ 인 경우 로봇 결합부의 양끝단  $P_1, P_2$ 에 의해 결정된다. Fig. 4는 X-Z 평면에서 가질 수 있는 측정영역을 8개의 구역으로 나타낸 것으로서  $x = a/2$ 인 축에 대하여 좌우대칭이므로 5가지 구역으로 해석하였다.

여기서  $\alpha, \beta$ 는 바닥판과  $l_{12}$  및  $l_{56}$ 이 이루는 각이며,  $\alpha_{min}, \beta_{min}$ 은 와이어 봉치에 의해 결정된  $\alpha, \beta$ 의 최소각이다. 또한  $l_{ij}$ 는 X-Z 평면상에서  $l_i$ 와  $l_j$ 에 의해 결정된 길이로 식 (23) ~ (25)와 같으며,

$l_{i,max} = l_{j,max}$ 일 경우에 최대 길이를 가진다.

Fig. 4에서 각각의 구역은 주어진 구속조건을 만족하면서 각 변수에 대한 최대 측정가능한 위치를 가지는데, Table 1은 각 구역의 구속조건 및 변수의 범위를 나타내고 있다.

#### 4.1.1 구역 I

이 구역은  $\alpha = \alpha_{min}, l_{56} = l_{56,max}$ 하에서  $\alpha' = [90^\circ, 180^\circ]$ 의 범위에 대한 구역으로  $\alpha'$ 의 변화(증가)에 따라 P의 위치는 식 (36) 및 (37)과 같이 결정된다.

$$x = a - \overline{PP_{AB}} \cos\{\alpha_{min} - A \tan 2(S_I, C_I)\} \quad (36)$$

$$z = \overline{PP_{AB}} \sin\{\alpha_{min} - A \tan 2(S_I, C_I)\} \quad (37)$$

여기서,

$$S_I = \frac{r}{\overline{PP_{AB}}} \sin \alpha', \quad C_I = \sqrt{1 - S_I^2}$$

$$\overline{PP_{AB}} = \sqrt{l_{56,max}^2 + r^2 - 2rl_{56,max} \cos \alpha'}$$

#### 4.1.2 구역 II

이 구역은  $\alpha = \alpha_{min}$ 이고  $\alpha' = 90^\circ$ 하에서  $l_{56} = l_{56,max}$ 에서부터  $\beta = \beta_{min}$ 일 때까지의 구역으로  $l_{56}$ 의 변화(감소)에 따라 다음과 같이 구해진다.

$$x = a - \overline{PP_{AB}} \cos\{\alpha_{min} - A \tan 2(r, l_{56})\} \quad (38)$$

$$z = \overline{PP_{AB}} \sin\{\alpha_{min} - A \tan 2(r, l_{56})\} \quad (39)$$

이때  $\beta = \beta_{min}$ 일 때의  $l_{56}$ 은 다음 식으로부터 반복 계산법(iteration method)에 의해 구할 수 있다.

$$\beta = 180 - A \tan 2(S_{II}, C_{II}) \quad (40)$$

여기서,

$$S_{II} = \sqrt{4r^2 + l_{56}^2} \sin\{\alpha_{min} - A \tan 2(2r, l_{56})\}$$

$$C_{II} = \sqrt{4r^2 + l_{56}^2} \cos\{\alpha_{min} - A \tan 2(2r, l_{56})\} - a$$

Table 1 List of constrained conditions and variables in each zones

Zone	Constrained conditions	Variables
I (I')	$l_{56} = l_{56,max}, \alpha = \alpha_{min}$ $(l_{12} = l_{12,max}, \beta = \beta_{min})$	$\alpha' (\beta')$
II (II')	$\alpha = \alpha_{min}, \alpha' = 90^\circ$ $(\beta = \beta_{min}, \beta' = 90^\circ)$	$l_{56} (l_{12})$
III (III')	$l_{56} = l_{56,max} (l_{12} = l_{12,max})$	$\alpha (\beta)$
IV (IV')	$\alpha = \alpha_{min}, \beta = \beta_{min}$	$l_{56} (l_{12})$
V (V')	$l_{12} = l_{12,max}, l_{56} = l_{56,max}$	$\alpha (\beta)$

4.1.3 구역 III

이 구역은  $\ell_{56} = \ell_{56,max}$  및  $\alpha' = 180^\circ$ 인 경우로  $\alpha = \alpha_{min}$ 에서부터  $\ell_{12} = \ell_{12,max}$ 일 때까지의  $\alpha$ 의 변화(증가)에 따른  $P$ 의 위치는 다음과 같다.

$$x = a - (\ell_{56,max} + r) \cos \alpha \quad (41)$$

$$z = (\ell_{56,max} + r) \sin \alpha \quad (42)$$

이때  $\ell_{12} = \ell_{12,max}$ 가 되었을 때의  $\alpha$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\alpha = A \tan 2(S_{III}, C_{III}) \quad (43)$$

여기서,

$$C_{III} = \frac{(\ell_{56,max} + 2r)^2 - \ell_{12,max}^2 + a^2}{2a(\ell_{56,max} + 2r)}$$

$$S_{III} = \sqrt{1 - C_{III}^2}$$

4.1.4 구역 IV

이 구역은  $\alpha = \alpha_{min}$ ,  $\beta = \beta_{min}$ 하에서  $\alpha' = 90^\circ$ 에서부터  $\ell_{56}$ 가 변화(감소)함에 따라  $x = a/2$ 가 될 때까지의 구역으로  $P$ 의 위치는 식 (44), (45)와 같다.

$$x = a - \overline{P_{AB}P} \cos\{\alpha_{min} - A \tan 2(S_{IV}, C_{IV})\} \quad (44)$$

$$z = \overline{P_{AB}P} \sin\{\alpha_{min} - A \tan 2(S_{IV}, C_{IV})\} \quad (45)$$

여기서,

$$\overline{P_{AB}P} = \sqrt{r^2 + \ell_{56}^2 - 2r\ell_{56}\cos\alpha'}$$

$$S_{IV} = \frac{r}{\overline{P_{AB}P}} \sin\alpha'$$

$$C_{IV} = \sqrt{1 - S_{IV}^2}$$

$$\alpha' = 180 - (\alpha_{min} + \beta_{min}) - A \tan 2(S_{IV,1}, C_{IV,1})$$

$$S_{IV,1} = \frac{\overline{P_{oc}P_2}}{2r} \sin\{A \tan 2(S_{IV,2}, C_{IV,2}) - \beta_{min}\}$$

$$C_{IV,1} = \sqrt{1 - S_{IV,1}^2}$$

$$S_{IV,2} = \frac{\ell_{56}}{\overline{P_{oc}P_2}} \sin\alpha_{min}$$

$$C_{IV,2} = \sqrt{1 - S_{IV,2}^2}$$

$$\overline{P_{oc}P_2} = \sqrt{\ell_{56}^2 + a^2 - 2a\ell_{56}\cos\alpha_{min}}$$

이때 초기  $\ell_{56}$ 는 II 구역의 식 (40)에서 알 수 있으며,  $x = a/2$ 일 때의  $\ell_{56}$ 는 다음과 같다.

$$\ell_{56,x=a/2} = \frac{(a-2r) \tan \beta_{min}}{\sin \alpha_{min} + \cos \alpha_{min} \tan \beta_{min}}$$

4.1.5 구역 V

이 구역은  $\ell_{12} = \ell_{12,max}$  및  $\ell_{56} = \ell_{56,max}$ 하에서  $\alpha$ 의 변화(증가)에 따라 결정되는 구역으로 초기  $\alpha$ 는

III 구역의 식 (43)으로부터 결정되며,  $x = a/2$ 일 때의  $\alpha$ 는  $(2\ell_{56,max}\cos\alpha = a - 2r)$ 로부터 구할 수 있다. 따라서  $P$ 의 위치는 식 (46) 및 (47)과 같이  $\alpha$ 에 대한 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$x = \frac{1}{2}(\ell_{12,max}\cos\beta - \ell_{56,max}\cos\alpha + a) \quad (46)$$

$$z = \frac{1}{2}(\ell_{12,max}\sin\beta + \ell_{56,max}\sin\alpha) \quad (47)$$

여기서,

$$\beta = A \tan 2(S_{V,1}, C_{V,1}) + A \tan 2(S_{V,2}, C_{V,2})$$

$$C_{V,1} = \frac{1}{2\ell_{12,max}\overline{P_{oc}P_2}}(\ell_{12,max}^2 + \overline{P_{oc}P_2}^2 - 4r^2)$$

$$S_{V,1} = \sqrt{1 - C_{V,1}^2}$$

$$S_{V,2} = \frac{\ell_{56,max}}{\overline{P_{oc}P_2}} \sin\alpha, \quad C_{V,2} = \sqrt{1 - S_{V,2}^2}$$

$$\overline{P_{oc}P_2} = \sqrt{a^2 + \ell_{56,max}^2 - 2a\ell_{56,max}\cos\alpha}$$

4.2 Y-Z 평면

이 평면에서 가질 수 있는 최대 측정영역은  $y_1 = y_2 = y_3$ 이고,  $x_3 = a/2$ 인 경우로  $P_3$ 의 위치에 따라 측정영역이 결정되는데, Fig. 5는 Y-Z 평면에서 가질 수 있는 측정영역을 나타내고 있다.

4.2.1 구역 I

이 구역은  $\ell_3 = \ell_{3,max}$ 하에서  $\alpha = [\alpha_{min}, A \tan 2(\ell_{34,max}\sqrt{\ell_{3,max}^2 - \ell_{34,max}^2})]$ 의 범위를 가질 경우로 이때의  $P$ 는 다음과 같다.

$$y = (\ell_{3,max} + d) \cos \alpha \quad (48)$$

$$z = (\ell_{3,max} + d) \sin \alpha \quad (49)$$

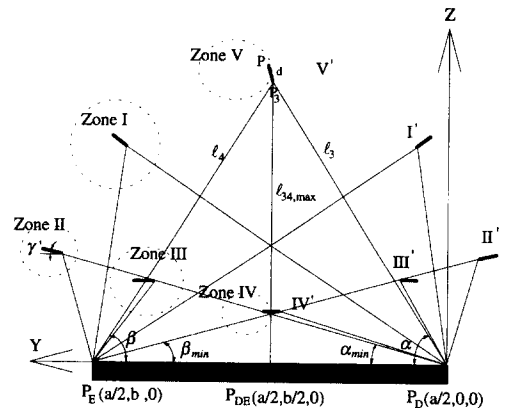


Fig. 5 The analytic model for measuring space in Y-Z plane

**Table 2** Specification of the wire parallel mechanism for simulation

Description	Value
Dimension of the base plate(a×b)	500×500 mm
Dimension of the “T” type(r×d)	50×50 mm
Maximum wire length ( $\ell_{i,max}$ , $i=1, \dots, 6$ )	1000 mm
Minimum angle of the wire group ( $\alpha_{min}$ , $\beta_{min}$ )	40°
Measuring resolution of wire	2 $\mu$ m

**Table 3** The solutions of inverse kinematics

Case	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>
1	709.154	672.978	641.716	576.021	725.052	644.748
2	784.345	845.693	730.000	782.157	803.345	863.344
3	627.575	649.372	534.518	543.185	587.435	563.246

unit : mm

**Table 4** The solutions of forward kinematics

Case	Z <sub>1</sub> -Z <sub>2</sub>	Position (mm)	Euler angles (degree)
1	0	(270.001, 330.000, 600.000)	(-0.007, 0.0, 36.870)
2	-	(263.180, 150.000, 752.740)	(24.999, -15.932, 0.0)
	+	(180.000, 150.000, 750.000)	(24.998, 10.000, 0.0)
3	-	(378.050, 250.000, 494.690)	(-26.153, -18.767, 36.007)
	+	(250.000, 250.000, 500.000)	(39.995, 50.001, 59.996)

4.2.2 구역 II

이 구역은  $\ell_3 = \ell_{3,max}$  하에서  $\gamma' = [0, \alpha_{min}]$ 의 경우로 다음과 같다.

$$y = \ell_{3,max} \cos \alpha_{min} + d \cos \gamma' \tag{50}$$

$$z = \ell_{3,max} \sin \alpha_{min} + d \sin \gamma' \tag{51}$$

4.2.3 구역 III

이 구역은  $\gamma' = 0^\circ$ ,  $\alpha = \alpha_{min}$  하에서  $\ell_3 = \ell_{3,max}$  으로부터  $y_3 = b/2$  될 때까지의 구역으로  $\ell_3$ 의 변화(감소)에 따라 결정되는 구역으로 다음과 같다.

$$y = \ell_3 \cos \alpha_{min} + d \tag{52}$$

$$z = \ell_3 \sin \alpha_{min} \tag{53}$$

이때  $y_3 = b/2$  일 때의  $\ell_3$ 는 다음과 같다.

$$\ell_{3,y_3=b/2} = b \left( \frac{\tan \beta_{min}}{\cos \alpha_{min} \tan \beta_{min} + \sin \alpha_{min}} \right)$$

4.2.4 구역 IV

이 구역은 구역 III과 같은 형상으로  $y_3 = b/2$ 의 위치에 있을 때로부터  $y = b/2$ 의 위치에 올 때까지 구간으로  $\ell_4$ 의 변화(증가)에 따라 P의 위치가 결정된다.

$$y = b - \ell_4 \cos \beta_{min} + d \tag{54}$$

$$z = \ell_4 \sin \beta_{min} \tag{55}$$

이때  $\ell_{4,y_3=b/2}$  및  $\ell_{4,y=b/2}$ 는 다음과 같다.

$$\ell_{4,y_3=b/2} = b \left( \frac{\sin \alpha_{min}}{\sin(\alpha_{min} + \beta_{min})} \right)$$

$$\ell_{4,y=b/2} = \ell_{4,y_3=b/2} + (d / \cos \beta_{min})$$

4.2.5 구역 V

이 구역은  $y_3 = b/2$ 이고,  $\ell_3 = \ell_{3,max}$ ,  $\ell_4 = \ell_{4,max}$  하에서  $\gamma' = [\alpha, 90^\circ]$ 의 범위에 대한 구역으로 P의 위치는 다음과 같다.

$$y = \ell_{3,max} \cos \alpha + d \cos \gamma' \tag{56}$$

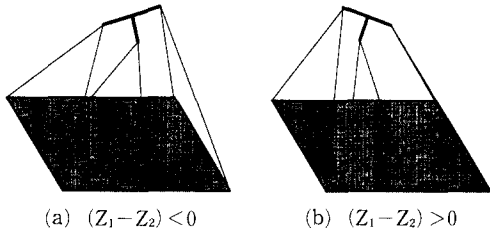


Fig. 6 Comparison of the solutions in the case 2

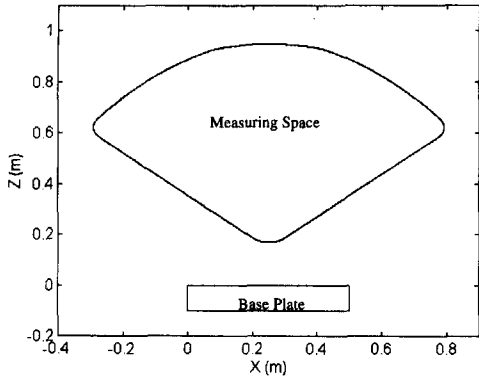


Fig. 7 Measuring space of the wire parallel mechanism in X-Z plane

$$\tau = \ell_{3,max} \sin \alpha + d \sin \gamma' \quad (57)$$

여기서,

$$\alpha = A \tan 2(\ell_{34,max}, \sqrt{\ell_{3,max}^2 - \ell_{34,max}^2})$$

### 5. 시뮬레이션

시뮬레이션을 위해 사용된 와이어 병렬메카니즘의 사양은 Table 2와 같다.

#### 5.1 기구학적 해석

측정하고자 하는 위치 및 방위,  $P(x, y, z, \Psi, \theta, \phi)$ 가 다음과 같은 3가지 경우에 대하여 역기구학 및 정기구학을 풀어 제시된 방법의 타당성을 검증하였다. 여기서  $x, y, z$ 의 단위는 mm이며,  $\Psi, \theta, \phi$ 는 Roll, Pitch 및 Yaw의 오일러 각으로 단위는 degree이다.

Case 1 : P(270.000, 330.000, 600.000, 0.0°, 0.0°, 36.87°)

Case 2 : P(180.000, 150.000, 750.000, 25.0°, 10.0°, 0.0°)

Case 3 : P(250.000, 250.000, 500.000, 40.0°,

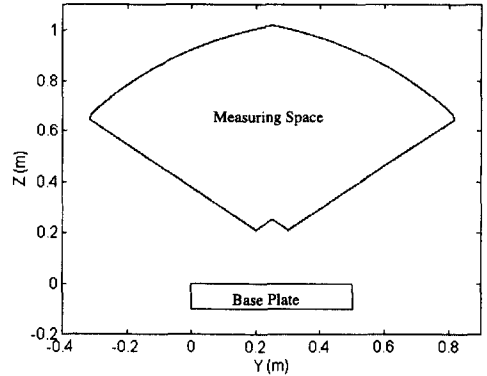


Fig. 8 Measuring space of the wire parallel mechanism in Y-Z plane

50.0°, 60.0°)

주어진 경우에 대한 역기구학은 식 (7) 및 식 (1)~(6)을 이용하여 와이어의 직선길이를 구하면 Table 3과 같다.

정기구학은 Table 3의 결과를 이용하여 식 (17)~(35)의 절차를 통해 구하면 Table 4와 같다.

여기서 Case 2의 예를 살펴보면, 수치해석을 통해 구한 해는 Fig.6에서 보는 바와 같이 OX'축에 대한 O'X'축의 회전방향(+, -)에 따라 각각 1개씩 결정됨을 알 수 있다. 이는 결국 측정시 로봇 결합부 상단의 기울어진 방향을 이용, 즉  $(z_1 - z_2)$  값의 부호를 판별할 수 있으면 유일하게 결정될 수 있음을 의미한다.

이상에서 보면, 유일하게 결정된 해는 위치 및 오일러각의 정밀도에 있어서 Table 4에서 보는 바와 같이 비교적 정밀하게 구해짐을 알 수 있다.

#### 5.2 측정영역

Table 2의 주어진 사양에 대하여  $\ell_{12,max}, \ell_{34,max}$  및  $\ell_{56,max}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\ell_{12,max} = 0.968246 \text{ (m)}$$

$$\ell_{34,max} = 0.968246 \text{ (m)}$$

$$\ell_{56,max} = 0.968246 \text{ (m)}$$

따라서 X-Z 평면 및 Y-Z 평면에 대하여 측정영역을 구하면 Fig.7 및 Fig.8과 같다.

### 6. 결론

본 연구에서는 로봇의 보정을 위해 사용될 수 있



는 로봇자세 측정용 와이어 병렬메카니즘을 제시하였다. 병렬구조의 복잡한 정기구학은 수치해석 및 기하학적인 조건을 이용하여 유일해를 결정하였다. 또한 로봇 결합부의 기하학적 위치를 통하여 측정 영역을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 본 연구를 통하여 얻은 결과는 다음과 같다.

(1) 와이어를 이용한 병렬구조의 로봇자세 측정용 와이어 병렬메카니즘을 제시하였다.

(2) 병렬구조의 정기구학에서 나타나는 복잡한 비선형방정식은 기하학적 형상을 이용함으로써 그 해를 유일하게 결정할 수 있다.

(3) 제시된 와이어 병렬메카니즘에 대한 기하학적 형상으로부터 측정영역을 해석할 수 있는 방법을 제시하였으며, 시뮬레이션 결과 비교적 큰 측정 범위를 가질 수 있음을 알 수 있었다.

(4) 제시된 메카니즘은 로봇의 기구학적 매개변수(D-H parameters)를 추출 및 보정하기 위한 로봇의 자세 측정단계에서 유용하게 사용될 수 있다.

## 참고문헌

- (1) Whitney, D. E., Lozinski, C. A. and Rourke, J. M., 1986, "Industrial Robot Forward Calibration Method and Results," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 108, pp. 1~8.
- (2) Judd, R. P. and Knasinsk, A. B., 1990, "A Technique to Calibrate Industrial Robots with Experimental Verification," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 1, pp. 20~30.
- (3) Gilby, J. H. and Parker, G. A., 1982, "Laser Tracking System to Measure Robot Arm Performance," *Sensor Review*, Vol. 2, No. 4, pp. 180~184.
- (4) Zupancic, J., 1994, "Calibration of an SMT Robot Assembly Cell," *J. of Robotics Systems*, Vol. 11, No. 4, pp. 301~310.
- (5) Renders, J. M., Rossignol, E., Becquet, M. and Hanus, R., 1991, "Kinematic Calibration and Geometrical Parameter Identification for Robots," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 6, pp. 721~732.
- (6) Everett, L. J. and Lei, J., 1995, "Improved Manipulator Performance Through Local D-H Calibration," *J. of Robotic Systems*, Vol. 12, No. 7, pp. 505~514.
- (7) Van Albada, G. D., Lager, J. M., Visser, A. and Hertzberger, L. O., 1995, "A Low-cost Pose-Measuring System for Robot Calibration," *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 15, pp. 207~227.
- (8) Driels, M. R. and Pathre, U. S., 1991, "Vision-Based Automatic Theodolite for Robot Calibration," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 3, pp. 351~360.
- (9) Preising, B. and Hsia, T. C., 1995, "Robot Performance Measurement and Calibration Using a 3D Computer Vision System," *Robotica*, Vol. 13, pp. 327~337.
- (10) Driels, M. R., Swayze, W. and Potter, S., 1993, "Full - Pose Calibration of a Robot Manipulator Using a Coordinate Measuring Machine," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 34~41.
- (11) Inagaki, S., Ando, Y. and Suzuki, S., 1989, "Characteristics of Measuring Equipment for Manipulating Industrial Robots," *20th Int. Symp. On Industrial Robots*, Japan, pp. 987~992.
- (12) Ming, A., 1990, "Study on Multiple Degree-of-Freedom Positioning Mechanism Using Wires," Ph. D. Thesis, University of Tokyo, Japan.
- (13) Kawamura, S. and Ito, K., 1993, "A New Type of Master Robot for Teleoperation Using a Radial Wire Drive System," *Proc. 1993 IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and systems*, Japan, pp. 55~60.
- (14) Ming, A. and Higuchi, T., 1994, "Study on Multiple Degree-of-Freedom Positioning Mechanism Using Wires(Part 1)-Concept, Design and Control-," *Int. J. JSPE*, Vol. 28, No. 2, pp. 131~138.
- (15) Ming, A. and Higuchi, T., 1994, "Study on Multiple Degree-of-Freedom Positioning Mechanism Using Wires(Part 2)-Development of Planar Completely Restrained Positioning Mechanism-," *Int. J. JSPE*, Vol. 28, No. 3, pp. 235~242.

- (16) Ming, A., Kajitani, M. and Higuchi, T., 1995, "On the Design of Wire Parallel Mechanism," *Int. J. JSPE*, Vol. 29, No. 4, pp. 337~342.
- (17) Liu, K., Fitzgerald, J. and Lewis, F. L., 1993, "Kinematic Analysis of a Stewart Platform Manipulator," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 2, pp. 282~293.
- (18) Husain, M. and Waldron, K. J., 1994, "Direct Position Kinematics of the 3-1-1-1 Stewart Platforms," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 116, pp. 1102~1107.
- (19) William, H. P., Saul, A. T., William, T. V. and Brian, P. F., 1992, *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing* Cambridge University Press, New York, pp. 379~383.