

〈논 문〉

## 베어링 폭의 영향을 고려한 동수압 베어링에 지지된 회전축 시스템의 횡진동 특성

한동철\* · 최상현\*\* · 김우정\*\*\* · 조명래\*\*\*\*

(1997년 5월 29일 접수)

### Lateral Vibration Characteristics of a Rotor System Supported by Hydrodynamic Journal Bearings Considering the Effect of a Bearing Width

Dong-Chul Han, Sang-Hyun Choi, Woo-Jeong Kim and Myung-Rae Cho

**Key Words:** Lateral Vibration(횡진동), Hydrodynamic Journal Bearing(동수압베어링), Finite Element Method(FEM : 유한요소법), Distributed Model(분포모델)

#### Abstract

This paper presents the characteristics of lateral vibrations of rotor system supported by hydrodynamic journal bearings. Finite element model is developed for the dynamic analysis of rotor system. Hydrodynamic bearings are modeled with the distributed springs and dampers in shape of the 2nd order polynomials in the direction of bearing width. Experiments are conducted to measure the natural frequency, and experimental results are compared with the theoretical results that are calculated using the point model and distributed model. Theoretical results using the distributed model agrees better with the measured results as bearing width increases. Also, this method is applied to actual three-stage turbo blower model. Then, critical speed and forced vibration analysis are performed.

#### I. 서 론

최근 가공의 정밀도 및 작업효율을 높이고 많은 에너지를 얻기 위해서 등의 이유로 주축 및 터보기계류 등 회전축 시스템의 고속화가 계속 진행되고 있다. 이에 따라 회전체의 진동문제가 심각하게 대두되어 왔고, 그 해석방법 또한 다양하게 개발되어 왔다.

축의 해석방법에는 주로 전달행렬법에 의한 방법

과 유한요소 모델링에 의한 방법이 주로 사용되어 졌는데, 본 연구에서는 모델링 자체의 편리함과 시스템의 고유치 문제해석에 있어서의 수렴성을 보다 쉽게 얻기 위해서 유한요소 모델링을 사용하였다.

베어링은 축 시스템에 있어서 1차 및 2차의 공진점을 결정하는데 중요한 인자이며, 각 기계의 특성에 따라 앵글리 컨택트 볼베어링과 오일 및 공기 등의 유체를 매개로 한 베어링이 사용되어져 왔다. 이들 중 본 연구에서는 터보기계류에 많이 사용되고 있는 동수압 베어링을 포함한 회전축 시스템의 고유진동 특성에 대해서 살펴보고자 한다.

지금까지의 유체를 매개로 한 베어링의 해석은 베어링부의 축이 강체라는 가정 속에서 섭동법을

\*회원, 서울대학교 기계설계학과

\*\*서울대학교 터보동력기계연구센터

\*\*\*서울대학교 정밀기계설계공동연구소

\*\*\*\*서울대학교 대학원

이용하여 그 정특성 및 동특성을 구하여 왔다.<sup>(11)</sup> 그리고, 이를 포함한 축 시스템의 해석에서는 일반적으로 베어링의 해석으로부터 구한 동특성계수를 사용하여 베어링부의 중앙 노드점에 스프링 및 감쇠기를 위치시키는 점지지 모델을 사용하여 왔다. 또한, 유한요소법을 이용한 연구들 중에는 보다 정밀한 해석을 위해 베어링부를 균일한 분포를 갖는 분포스프링 및 감쇠기로서 모델링한 것들이 있어 왔다.<sup>(7)</sup> 또한 몇 가지의 분포함수를 단순한 균일 단면의 빔모델에 적용하여 분포함수들의 특성을 정성적으로 비교한 연구가 수행되었다.<sup>(10)</sup>

그러나, 본 연구에서는 베어링의 수치해로부터 근사한 포물선형태의 분포함수를 사용하고 이를 실제의 실험모델에 적용하여 해석한 후 실험결과와 비교하였다. 또한, 3단 터보블로어에 각 모델을 적용시켜 해석을 수행함으로써 각 모델링의 차이를 살펴보았다.

## 2. 모델링

해석을 위해 Fig. 1과 같은 좌표계를 사용한다. 이 좌표계를 기본으로 일반적인 회전축을 유한요소법으로 모델링하면 다음과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.<sup>(1~6)</sup>

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([C_B] - \mathcal{Q}[G])\{\dot{q}\} + ([K_B] + [K]\{q\}) = \{f(t)\} \quad (1)$$

단,  $[M]$ ,  $[G]$ ,  $[K]$ 는 각각 시스템의 질량, 차이로 및 강성행렬이고,  $[G_B]$ 와  $[K_B]$ 는 베어링의 감쇠 및 강성행렬이다.

이때, Fig. 2와 같은 베어링 내부의 축요소를 고려하여 지지베어링에 대한 유한요소 모델링을 수행

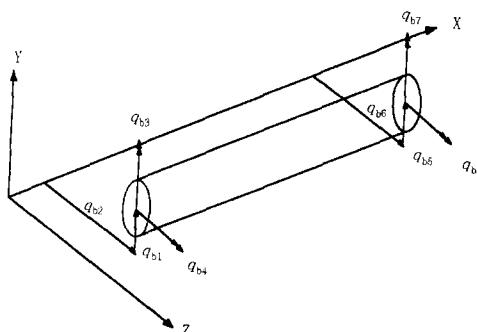


Fig. 1 Nodal coordinate system of a finite shaft element

할 경우 베어링에 의한 강성 및 감쇠행렬은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$[K_B] = \int_0^1 [\psi]^T \begin{bmatrix} k_{yy}(s) & k_{yz}(s) \\ k_{zy}(s) & k_{zz}(s) \end{bmatrix} [\psi] ds$$

$$[C_B] = \int_0^1 [\psi]^T \begin{bmatrix} c_{yy}(s) & c_{yz}(s) \\ c_{zy}(s) & c_{zz}(s) \end{bmatrix} [\psi] ds \quad (2)$$

이때,  $k_{ij}(s)$  및  $c_{ij}(s)$ 는 각각  $s$ 방향으로의 강성 및 감쇠기의 분포함수이다.

지금까지는, 일반적으로 저널베어링의 분포함수로서 델타(dirac Delta)함수를 사용하여 베어링을 점지지의 스프링 및 감쇠기로 모델링하여 왔다. 그러나 높은 강성을 필요로 하는 축이나 고속축의 경우 다른 축에 비해 상대적으로 큰 베어링 폭을 가짐으로 인하여 베어링 폭의 영향이 모델링에 있어서 고려되어져야 할 것이다. 따라서, 본 연구에서는 1차 및 2차 공진점에 대한 정확한 판단 및 축 시스템의 정확한 해석을 위하여 베어링부를 분포된 스프링 및 감쇠가 작용하는 지지부로 모델링하였다.

동수압 베어링부의 스프링 및 감쇠기에 대한 분포함수,  $k_{ij}(s)$  및  $c_{ij}(s)$ 는 Fig. 3에 주어진 일반적인 베어링의 수치 해를 통해 2차 다항식을 사용하였다.<sup>(11)</sup>

## 3. 실험

베어링 폭에 따른 점지지 및 분포 모델의 해석 결과를 실험결과와 비교하기 위하여 양끝에 두개의 저널 베어링으로 지지된 회전축 시스템을 설계, 제작하였다. 가진방법으로는 마그네틱가진기에 의한

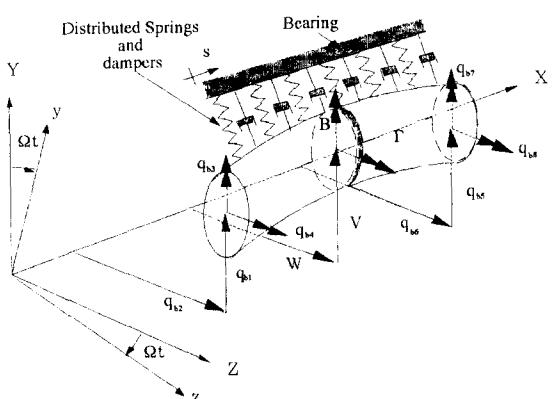


Fig. 2 Finite shaft element in a bearing

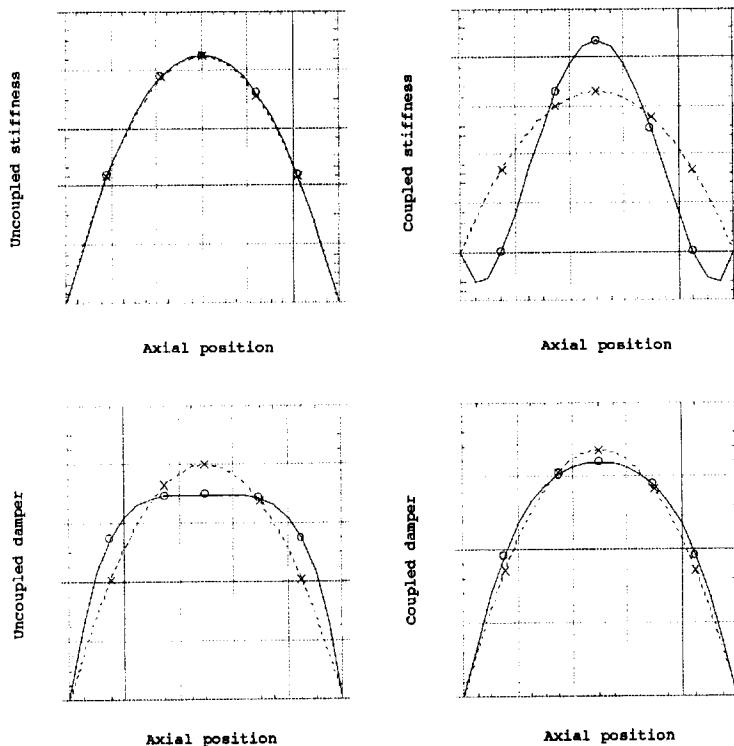


Fig. 3 Distribution shape of springs and dampers of a hydrodynamic bearing

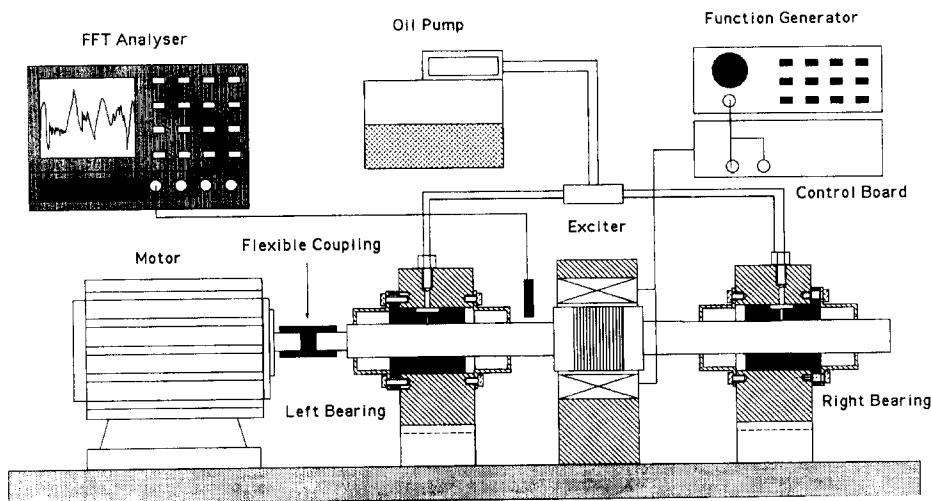


Fig. 4 Schematic diagram of the test rig

비접촉가진법을 사용하였으며, 함수발생기를 통해 스위프신호(sweep signal)를 발생시켜 가진기의 입력신호로 사용하였다. 이로부터 발생하는 축의 진동량은 와전류 구동형(eddy current type)의 비접촉식 변위센서를 사용하여 측정하였다.

### 3.1 실험장치

베어링 폭의 영향을 고려하기 위하여 저널베어링을 쉽게 교환하여 장착할 수 있는 간단한 실험 장치를 설계하여 제작하였다. 실험장치는 Fig. 4의 개략도와 같이 두쌍의 베어링 및 하우징을 포함한

Table 1 Diameter of the bearings

Bearingband ratio (B/D)	Diameter of left bearing [mm]	Diameter of right bearing [mm]
0.50	$20.0201 \pm 0.00105$	$20.0200 \pm 0.00101$
0.75	$20.0176 \pm 0.00105$	$20.0211 \pm 0.00145$
1.00	$20.0283 \pm 0.00100$	$20.0302 \pm 0.00085$

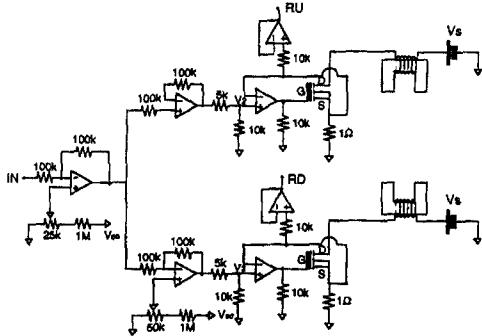
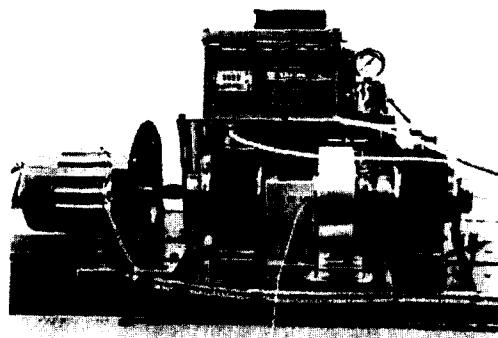
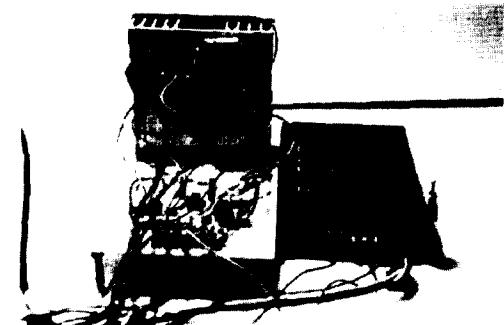


Fig. 5 The operating circuit of the exciter



(a) Shaft system



(b) Controller

Fig. 6 Pictures of the test rig

회전축 시스템, 베어링에 오일을 공급하기 위한 오일펌프, 회전력 전달을 위한 모터구동부, 축에 가진력을 전달하기 위한 마그네틱가진기 및 함수발생기를 포함한 가진기제어장치, 축의 진동량의 측정하기 위한 센서 및 신호분석기 등으로 이루어져 있다.

실험에는 진원형의 동수압 저널베어링을 사용하였으며, 폭의 변화에 따른 영향을 고려하기 위하여 폭이 다른 세쌍의 베어링을 제작하였다. 제작된 베어링 및 축의 치수는 해석의 정확성을 위해 삼차원 측정기를 사용하여 측정하였고, 그 사양은 Table 1에 주어져 있다. 또한 축 및 가진기 디스크의 사양은 다음과 같다.

축 직경 :  $19.9887 \pm 0.0011$  [mm]

축 무게 : 0.715 [kg]

가진기 디스크 무게 : 0.245 [kg]

오일 공급장치는 기어식 오일펌프를 사용하였고 공급압력은  $2\sim3$  kg/cm<sup>2</sup>로 조정하였다. 또한, 공급 오일은 엔진오일을 사용하였다.

시스템의 고유진동수는 일정 가진력에 대한 시스템의 응답특성을 측정함으로써 구할 수 있으며, 그 방법은 가진신호에 따라 충격력을 주는 방법, 임의 신호(random signal)에 의한 방법으로 나눌 수 있으며, 임의신호에 의한 방법은 다시 백색신호(white

noise)에 의한 방법과 스위프신호를 사용하는 방법으로 나눌 수 있다. 또한 힘의 전달경로에 따라 접촉식 및 비접촉식으로 나눌 수 있다. 그런데, 본 연구에 있어서는 축의 회전에 의한 접촉식 충격력 사용의 어려움 및 함수발생의 용이성 등의 이유로 인하여 스위프신호를 사용한 비접촉 가진법을 사용하였다. 스위프신호는 기존의 함수 발생기를 사용하여 발생하였으며, 비접촉에 의한 가진력을 발생시키기 위해서는 전자기력을 이용한 마그네틱가진기를 제작하여 사용하였다. 또한, 보다 가시적인 실험을 위하여 sweep되는 시간간격을 약 5초 정도로 하였다. 마그네틱가진기의 구동회로는 Fig. 5와 같은데, 입력신호를 가할 경우 각 단에서 출력되는

신호는 반전/비반전회로를 거쳐 일정량만큼의 옵셋(offset)을 갖고 나오게 되어 입력 신호에 비례하는 전자기력을 축에 전달하게 된다. 이때 와전류의 영향을 없애기 위해 축의 가진부에 검판으로 이루어진 디스크를 부착하여 전자기력의 전달을 A이하하게 하였다.

축의 진동량 측정을 위해서는 8 V/mm의 민감도를 갖는 직경 5 mm의 와전류 구동형 변위센서를 사용하였으며, 이로부터 나온 신호는 주파수분석기

를 사용하여 처리되었다. 이상의 실험장치들의 조립된 사진이 Fig. 6에 주어져 있다.

### 3.2 해석 모델

실험축에 대한 해석 준비과정 중 실험장치에 대한 정확한 해석을 위해 필요한 축의 재질에 관한 데이터를 실험적으로 구하는 것이 필요하다. 특히, 축 시스템의 진동특성에 주된 영향을 주는 축의 탄성계수 측정은 필수적인데, 이를 측정하는 방법으로는 인장시험, 진동시험 등이 있다. 그런데, 본 연구에서는 실험방법의 상대적인 편의성으로 인하여 축의 탄성계수를 충격 실험에 의한 고유진동수 측정을 통해 구하였다. 즉, 양단에 자유경계 조건을 주기 위해 축을 가는 판으로 배단 후 4.05 mV/g의 민감도를 갖는 소형 가속도계를 장착한 후 충격 실험을 수행했다. 그 결과로부터 식 (3)과 같은 단순 범 1차 고유진동수의 업밀해와 맞추는 방법으로 축의 탄성계수,  $E$ 가 결정되었다.

$$E = \frac{\pi^4 m \omega^2}{I} \quad (3)$$

단,  $m$ 은 단위길이당 질량이고,  $I$ 는 축의 관성모멘트이다.

또한, 모델링시 마그네틱가진을 위한 디스크 결합부의 모델링방법은 디스크 결합부의 축길이를 일정하게 놓고 유효 직경을 구하는 방법과 디스크 직경을 일정하게 놓고 유효 길이를 구하는 방법의 두

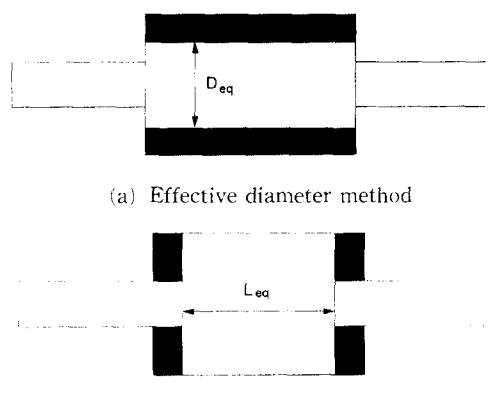


Fig. 7 Equivalent modeling method of the shaft in a disk



Fig. 8 Finite element model of the test rotor

Table 2 Test and calculation results

B/D		Natural frequency [rpm]	
		At 2400 [rpm]	At 3600 [rpm]
0.50	Test	45900	45900
	Point model	47698	47726
	Distributed model	47673	47701
0.75	Test	45900	46200
	Point model	47872	47860
	Distributed model	47810	47806
1.00	Test	45900	45300
	Point model	47846	47847
	Distributed model	45061	45063

\* Resolution of the test results 150 rpm

가지로 나눌 수 있다. 그 두 가지중 본 논문에서는 해석상의 간편함을 위하여 유효 길이를 구하는 방법을 선택하였다. 이를 위해 마찬가지 충격 시험을 수행하였으며, 이를 통해 가진디스크와 결합되는 부분의 유효 길이를 구하였다.

이상의 실험 및 해석에 의한 축 특성은 다음과 같다.

축의 탄성계수 : 203.3 GPa

디스크 부의 유효 길이 : 45.5 mm

실험축의 유한요소 모델은 Fig. 8과 같으며, 11개의 축요소, 한 개의 강체디스크, 두개의 베어링 지지부로 구성된다. 또한, 해석모델의 절점은 12개이다.

### 3.3 실험 및 해석결과

실시간의 빠른 우리에 변화를 위해 FFT Point는 1024개로 하였고, 샘플링 시간은 0.001초(1 kHz)로 설정하였으며, 측정된 신호의 고주파 노이즈는 FFT에 내장된 Low-pass Filter를 사용하여 제거하였다. 실험시의 각 주파수 대의 노이즈 레벨은 최대 -43.2 dBvr이다. 또한 가진에 의한 진동량은 최소 약 -20 dBvr로 측정되었기 때문에 실험에서의 노이즈 비율이 10%이하로서 신뢰성을 갖는다고 말할 수 있다. 실험은 연속적인 스윕가진을 주며, 최대 피크를 보이는 주파수를 찾는 방법으로 진행되었다.

실험 및 해석결과는 Table 2에 주어져 있다. 이들 결과에서는 전체적으로 실험결과가 계산결과보다 작은 고유진동수를 갖는 것으로 나타났다. 이는 베어링의 형상오차가 일종의 유체저항을 발생시킴에 따라 베어링 내의 유체속도를 낮춤으로써, 베어링의 강성을 낮추는 효과가 생긴 것 때문으로 추측된다.

또한, 무차원 모델에 대한 계산 결과로부터 예측할 수 있듯이 폭이 증가함에 따라서 점지지 모델과 분포 모델간의 계산된 고유진동수의 차이가 증가하였다. 또한 실험결과로부터 베어링의 폭이 증가할 수록 분포 모델을 사용하였을 때의 결과가 더욱 정확함을 알 수 있었다.

## 4. 다단 터보블로어에 대한 해석

실제 모델에 대한 적용례를 보이기 위해 Fig. 9

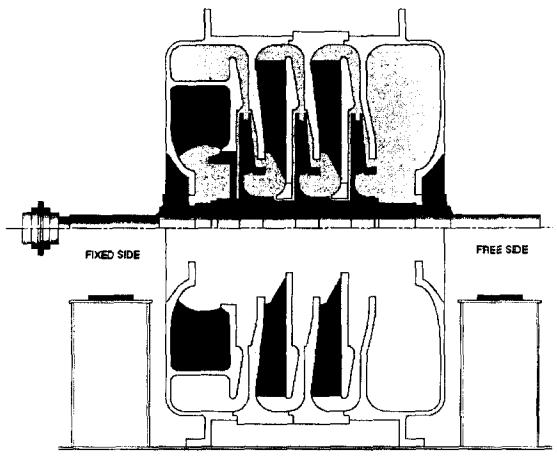


Fig. 9 Three stage turbo-blower

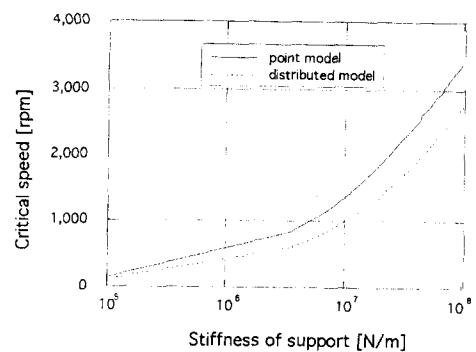


Fig. 10 Critical speed map for turbo-blower

에 주어진 3단 터보블로어를 모델로 위험속도해석 및 불평형 질량에 의한 강체진동해석을 수행하였다. 이에 대한 유한요소 모델은 39개의 축요소, 네 개의 강체디스크, 두개의 베어링으로 이루어져 있다. 축의 총 무게와 총 길이는 각각 2739 kg와 2384.2 mm이다. 또한, 베어링의 축간거리는 1840 mm이다.

우선 기본 설계시에 주로 사용되는 비감쇠의 대칭 시스템에 대한 위험속도를 구하였다. 베어링부의 강성을 변화시키며, 정방향 훨(forward whirl)의 1차 위험속도를 구한 결과가 Fig. 10에 주어져 있다. 이전의 해석에서 예상할 수 있는 바와 같이 점지지 해석 모델의 위험속도가 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

두번째로 터보블로어의 각 디스크에 0.01 mm의 편심률을 주어 불평형 힘에 의한 조화 진동해설을 구한 결과가 Fig. 11에 주어져 있다. 이 또한 분포

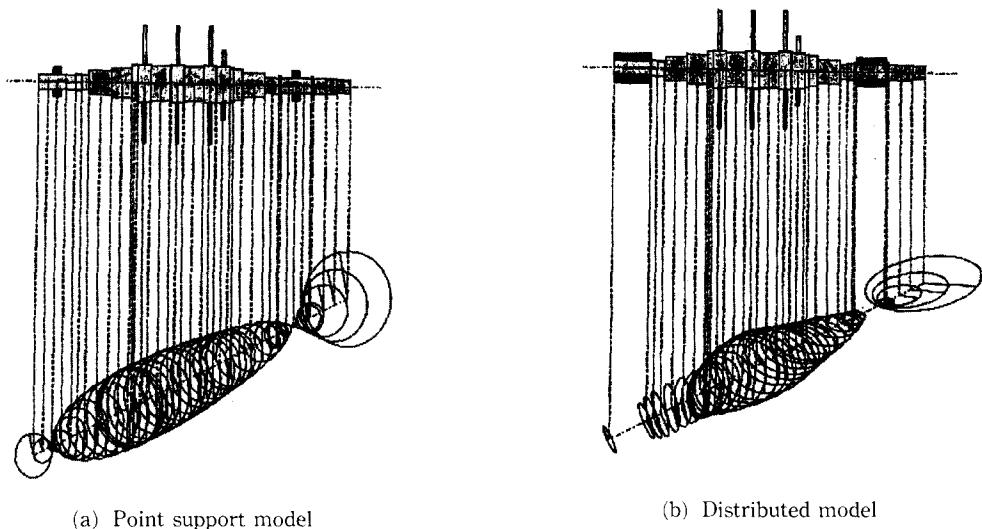


Fig. 11 Harmonic motion due to unbalance force

모델의 베어링 부분변위가 상대적으로 큼을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

베어링의 폭의 영향을 고려하기 위하여 2차 분포 함수를 사용한 분포모델을 사용하였다. 해석해와 실험결과와의 비교를 통해 폭이 큰 베어링의 경우 일수록 분포 모델을 사용한 경우가 점지지 모델을 사용한 경우보다 실험값에 근접한 해를 주고 있으며 전체적으로 점지지 모델을 사용하였을 경우가 더 큰 고유진동수 값을 나타내었다. 이는 잘 알려진 Saint Venant의 효과에 의한 것이며, 점지지 모델을 사용하였을 경우 모드 강성을 과대평가할 우려가 있음을 보여준다.

또한, 실제의 3단 터보블로어 모델에 적용하여 위험속도해석 및 강제진동해석을 수행하였다.

#### 참고문헌

- (1) Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 98, No. 2, pp. 593~600.
- (2) Zorzi, E. S. and Nelson, H. D., 1977, "Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 99, No. 1, pp. 71~76.
- (3) Zorzi, E. S. and Nelson, H. D., 1980, "The Dynamics of Rotor-bearing System with Axial Torque-a Finite Element Approach," *J. of Mechanical Design*, Vol. 102, pp. 158~161.
- (4) Nelson, H. D., 1980, "A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory," *J. of Mechanical Design*, Vol. 106, No. 4, pp. 793~803.
- (5) Khulief, Y. A. and Bazoune, A., 1992, "Frequencies of Rotating Tapered Timoshenko Beams with Different Boundary Condition," *Computers & Structures*, Vol. 42, No. 5, pp. 781~795.
- (6) Gentaa, G. and Gugliotta, A., 1988, "A Conical Element for Finite Element Rotor Dynamics," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 120, No. 1, pp. 175~182.
- (7) Mourelatos, J. P. and Parsons, M. G., 1987, "A Finite Element Analysis of Beams on Elastic Foundation including Shear and Axial Effects," *Computers & Structures*, Vol. 27, No. 3, pp. 323~331.
- (8) Huges, T. J. R., 1987, *The Finite Element Method-Linear Static and Dynamic Finite Ele-*

- ment Analysis, Prentice-Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (9) Przemieniecki, J. S., 1968, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- (10) Han, D. C., Choi S. H. and Lee, Y. H., 1995, "Analysis of Vibration Characteristics for a Rotor-Bearing System Using Distributed Spring and Damper Model," *Int. J. of Rotating Machinery*, Vol. 1, No. 3-4, pp. 277~284.
- (11) Han D.-C., 1983, "Theoretische Ermittlung der Kennlinien und Stabilitätseigenschaften hochtouzriger Hybridlager," *Fortschritt-Bericht VDI Reihe 1 Nr. 106*.