

〈논 문〉

횡방향 전단하중을 받는 단일방향 복합재료의 미시역학적 거동연구

최 흥 섭* · J. D. Achenbach**

(1997년 3월 17일 접수)

Micromechanical Behavior of Unidirectional Composites Under A Transverse Shear Loading

Heung Soap Choi and Achenbach, J. D.

Key Words : Boundary Element Method(경계요소법), Unidirectional Composite(단일방향 복합재료), Transverse Shear Loading(횡전단하중), Interphase Stiffness(경계층 강성), Interphase Defect(경계층 결함), Square Array(정사방형 배열), Effective Shear Modulus(상당 전단계수)

Abstract

Effects of fiber-matrix interphases on the micro- and macro-mechanical behaviors of unidirectionally fiber-reinforced composites subjected to transverse shear loading at remote distance have been studied. The interphases between fibers and matrix have been modeled by the spring-layer which accounts for continuity of tractions, but allows radial and circumferential displacement jumps across the interphase that are linearly related to the normal and tangential tractions. Numerical calculations for basic cells of the composites have been carried out using the boundary element method. For an undamaged composite the micro-level stresses at the matrix side of the interphase and effective shear stiffness have been computed as functions of fiber volume ratio V_f and interphase stiffness k . Results are presented for various interphase stiffnesses from the perfect bonding to the case of total debonding. For a square array composite the results show that for a high interphase stiffness $k > 10$, an increase of V_f increases the effective transverse shear modulus \bar{G} of the composite. For a relatively low interphase stiffness $k < 1$, it is shown that an increase of V_f slightly decreases the effective transverse shear modulus. For the perfect bonding case, \bar{G} for a hexagonal array composite is slightly larger than that for a square array composite. Also for a damaged composite partially debonded at the interphase, local stress fields and effective shear modulus are calculated and a decrease in \bar{G} has been observed.

1. 서 론

섬유보강 복합재료(fiber reinforced composites)

*회원, (주) 대한항공 한국항공기술연구원

**Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, U.S.A.

는 높은 비강도(specific strength)와 비강성(specific stiffness) 특성으로 인해 사용 재료의 무게가 중요한 고려사항이 되는 항공우주산업 분야뿐만 아니라 선박, 철도, 자동차, 전자, 건설 및 스포츠 등의 여러 분야에서 그 사용이 확대되고 있다. 이러한 복합재료들은 일반적으로 낮은 강성 및 높은 인성

(toughness)을 갖는 기지(matrix)와 여기에 함침된 상대적으로 높은 강성을 갖는 섬유(fibers)로 구성되어 있다. 또한 섬유와 기지 사이의 경계(interface)에는 섬유나 기지의 물성(material properties)과는 상이한 물성을 갖는 것으로 알려진 경계층(interphase)이 존재하는 것으로 알려져 있으며, 이러한 경계 및 경계층에서의 응력분포와 복합재료의 상당 물성에 있어서 차지하는 경계층의 역할에 관한 관심이 높아지고 있다. 특히 외부하중을 주로 전달하도록 장섬유(continuous fibers)를 한 방향으로 배열한 단일방향 복합재료(unidirectional composite)를 이용한 구조물의 설계 및 제작에 있어서는 부재의 최대하중이 걸리는 방향과 일치하는 방향으로 섬유를 길이방향으로 주로 배열함으로써 섬유의 특성이 지배적인 길이방향으로의 높은 강성 및 강도를 이용하고 있는 것이 일반적이다. 그러나 구조물의 실제 운용상태에서는 외부 하중의 작용방향이 설계상의 예상과는 달리 기지의 특성이 지배적인 섬유의 횡방향으로 변화할 가능성도 배제할 수 없으므로 복합재료의 횡방향 하중에 대한 거동에 대한 연구도 중요시 되고 있다. 이와 같이 단일방향 복합재료가 횡(transverse) 하중을 받는 경우에는 기지의 특성 및 섬유-기시간 경계층의 기계적 특성이 단일방향 복합재료의 성능에 지배적인 영향을 미치고 있는 것으로 알려져 있다. 이러한 이유로 횡하중을 받는 단일방향 복합재료에 대한 경계층에서의 미시역학적 응력해석 또는 상당 물성값(effective material properties)등의 결정에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다.⁽¹⁻¹²⁾ Adams와 Doner⁽¹⁾는 유한차분법(finite difference method)을 사용하여 횡하중을 받는 단일방향 복합재료에 대해 완전결합(perfect bonding) 상태의 섬유-기시간 경계면에서의 응력을 계산하고, 횡방향으로의 상당 물성치(effective material properties)를 구하였고, Chen과 Lin⁽²⁾은 유한요소법(finite element method)을 이용하여 완전결합 또는 완전분리(total debonding)된 섬유-기시간 경계면을 갖고 정사방형(square array) 및 정육방형(hexagonal array)으로 섬유들이 배열된 단일방향 복합재료에 대해 섬유의 횡방향 상당 물성값을 구하였다. 그리고 Christensen과 Lo⁽³⁾는 3상(three phase)의 구형 및 원통형 복합재료 모델을 도입하여 구형함유물(spherical inclusion) 및 섬유로 보강된 복합재료의 상당 전단계수를 해석적으로 제시하였다. Takahashi와

Chou⁽⁴⁾는 단일방향 복합재료의 횡방향 상당 물성값을 예측하기 위한 수학적 모델을 도입하여 경계층이 완전결합인 경우와 완전분리된 경우에 대해서 해석하였다. Highsmith 등⁽⁵⁾은 열 및 기계적 하중을 받는 금속기지에 정사방형 섬유배열을 갖는 단일방향 복합재료의 횡방향 인장거동을 유한요소법을 적용한 모델과 3상 복합재료 모델에 대한 결과를 비교하여 경계층에서의 응력분포 및 분리현상을 연구하였다. Gosz 등⁽⁶⁾은 탄성스프링에 점탄성 dashpot 모델이 추가된 경계층을 가정하여 정육방형 단일방향 복합재료의 횡방향 거동을

유한요소법을 적용하여 해석하였다. Kok 등⁽⁷⁾은 섬유의 표면처리가 탄소섬유강화 복합재료의 횡방향 물성에 미치는 영향을 유한요소법과 기계적 강도실험을 통해 평가하고 섬유-기시간 경계층의 강성 및 강도, 두께 등이 횡방향 거동에 영향을 줄 것을 보였다.

한편 Achenbach와 Zhu,⁽⁸⁾ Achenbach와 Choi⁽⁹⁾는 경계요소법(boundary element method)을 사용하여 스프링으로 모델화된 섬유-기시간 경계층의 탄성 물성값이 횡방향 인장하중을 받는 섬유보강 복합재료의 경계층에서의 응력값에 커다란 영향을 줄 것을 제시하였고, Choi와 Achenbach^(10,11)는 경계층에 대해 동일한 스프링 모델을 적용하여 섬유-기시간 열팽창계수의 차이로 발생한 잔류응력을 내포하는 단일방향 복합재료의 이선형(bilinear) 거동이 유연한 강성값을 갖는 섬유-기시간 경계층에 의하여 나타남을 보였고 또한 유연한 강성값 등의 경계층 결함을 갖는 단일섬유(single fiber)가 완전결합상태의 경계층을 갖는 주위 섬유의 응력분포에 미치는 영향을 해석하였다. Laird II와 Kennedy⁽¹²⁾는 마찰이 없는 섬유-기시간 경계층을 갖는 단일방향 복합재료가 압축 및 인장의 횡하중을 받을 때 기지의 푸아송비(Poisson's ratio)가 횡방향 물성 및 경계층내 응력분포에 미치는 영향을 유한요소법으로 해석하여 기지의 푸아송비가 미치는 영향이 매우 적음을 보였다.

이와 같이 횡하중을 받는 복합재료에 관한 많은 연구에서 고려된 대부분의 횡하중은 단축 인장하중을 받는 경우가 지배적이고 횡방향의 전단하중을 받는 경우는 상대적으로 매우 적음을 볼 수 있는데, 일반적인 횡하중에 의한 복합재료의 거동을 해석하기 위해서는 횡방향 인장하중뿐만 아니라 횡방향 전단하중에 의한 영향도 함께 연구가 활발히 진

행될 필요가 있다. 그러므로 본 논문에서는 경계요소법을 사용하여 스프링으로 모델화된 섬유-기지간 경계층의 강성값, 경계층의 균열결함, 섬유체적비 (fiber volume ratio, V_f) 및 섬유의 배열이 횡방향 전단하중을 받는 섬유보강 복합재료의 경계층에서의 미시적인 응력분포와 거시적인 상당 전단계수에 미치는 영향을 수치적으로 해석하고자 한다.

2. 기본셀 및 경계조건

섬유와 기지 사이에 어떤 미지의 강성값을 갖는다고 알려진 경계층은 Fig. 1(d)에 도시된 바와 같이 두께가 없는 무수한 스프링 (spring)들이 섬유의 경계면을 따라 섬유의 반경 및 접선방향으로 배열되어 있는 것으로 모델링 (modeling) 하였으며, 이때 경계층에서의 섬유 및 기지면에서의 응력과 변위의 관계식은 아래와 같은 극좌표계로 표시될 수 있다.

$$-t_r^m = t_r^f = k_r(u_r^m - u_r^f) \text{ if } -t_r^m = t_r^f > 0 \quad (1a)$$

$$-t_r^m = t_r^f \text{ and } u_r^m = u_r^f \text{ if } -t_r^m = t_r^f \leq 0 \quad (1b)$$

$$-t_\theta^m = t_\theta^f = k_\theta(u_\theta^m - u_\theta^f) \quad (1c)$$

여기서, 극좌표계의 중심은 섬유의 중심 A에 위치하며 t_r 과 t_θ 및 u_r 과 u_θ 는 각각 경계층에서의 반경방향 및 접선방향으로의 트랙션 (traction) 및 변위 (displacement) 성분이다. 상첨자 'm'과 'f'는 각각 기지와 섬유에서 정의되는 양 (quantity)임을 표시하며, 각각 r 방향과 θ 방향으로의 경계층의 강성값을 나타내는 스프링상수 k_r 과 k_θ 의 무차원화 된 양 k_1 과 k_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$k_1 = \frac{k_r a}{\mu^m} \quad (2a)$$

$$k_2 = \frac{k_\theta a}{\mu^m} \quad (2b)$$

여기서, μ^m 은 기지의 전단계수 (shear modulus) 이고, a 는 섬유의 반경 (radius)이다.

식 (1a)는 경계층에 반경방향으로 인장력이 작용하는 경우에 적용되며 압축력이 작용하는 경우에는 기지와 섬유의 비현실적인 상호 중첩을 방지하기 위해서 식 (1a)는 식 (1b)로 대체되어야 한다. 경계층에서 만족되어야 할 조건식 식 (1)은 경계층에 손상이 전혀 없는 경우에 적용되며, 만약 경계층의 분리 (disbonds)나 항복 (failure) 등에 기인된 경계층의 균열 (flaw) 등의 결함이 존재하는 경우에는 손상된 구간에 걸쳐 경계층 균열에 대한 다음과 같은 조건식이 추가적으로 만족되어야 한다.

$$t_r^m = t_r^f = t_\theta^m = t_\theta^f = 0 \quad (3)$$

이때 경계층이 완전결합상태 ($k_r = k_\theta = \infty$)인 경우에는 인장력을 받고 있는 경계층 균열선단에서의 응력값들은 진동특이성 (oscillatory singularities)의 특성⁽¹³⁾을 나타낸다고 잘 알려져 있다. 그러나 유연한 경계층 결합 (즉, $k_r, k_\theta \ll \infty$)의 경우에는 경계층 균열선단에서 응력의 진동특이성이 없는 유한한 값을 갖음을 볼 수 있다.

Fig. 1(a)는 정사방형으로 섬유가 배열되어 있고 먼 거리 (remote distance)에서 횡전단 응력 τ_0 를 받는 단일방향 복합재료의 기하학적 단면 형상을 보여 주며, 지면에 수직인 z 축 방향으로 섬유가 무한히 연장되어 있는 평면 변형률상태 (plane strain state)에 놓여 있다고 가정한다. Fig. 1의 섬유들은 균등한 반경 a 를 갖고 있으며, 서로 인접한 섬유들의 중심간 거리는 $2b$ 이다.

또한 복합재료 내부에는 잔류응력이 없고, 복합

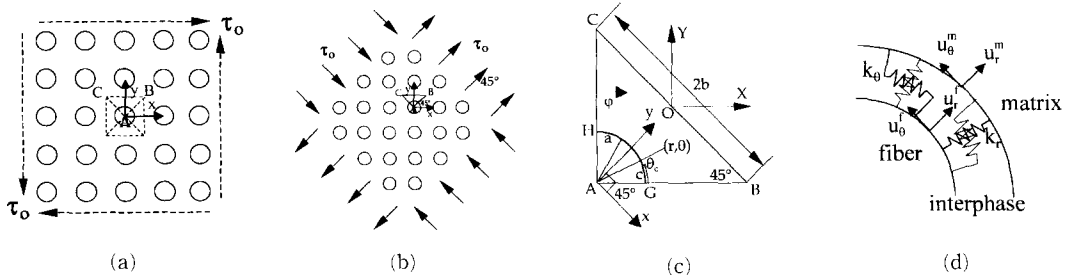


Fig. 1 (a) A square array composite under a transverse shear loading (b) equivalent biaxial loading at remote distance (c) geometric configuration of a basic cell on which numerical integration should be implemented (d) spring modeled interphase

재료를 구성하는 기지와 섬유는 균질 등방성 재질 (homogeneous and isotropic material) 이라고 가정한다. 본 연구의 대상중의 하나인 정사방형 복합재료 내의 알고자 하는 전체 응력 및 변형분포상태는 기지내 섬유들의 주기적 배열, 기하학적 대칭성 및 횡방향 전단하중이 중첩법(superposition method)에 의해 Fig. 1(b)와 같이 $\pm 45^\circ$ 방향으로 같은 크기의 인장과 압축하중이 작용하는 것으로 해석 가능하므로 하중에 대한 기하학적 대칭성이 적용되어 결국 국부 지역인 Fig. 1(c)의 삼각형 ABC내의 응력 및 변위분포가 구해지게 되면 모두 결정될 수 있다. 이점은 수치해석방법의 일종인 경계요소법의 본 문제への 적용을 용이하게 한다. 삼각형 ABC를 기본셀(basic cell)이라 정의하면 θ 는 x 축에서 반시계방향으로 증가하는 각도를 표시하는 극좌표이고, $2c$ 는 기본셀의 경계층이 균열을 갖는 경우 균열의 길이로서 Fig. 1(c)에서는 균열의 반만이 도시되어 있다. 한편, Fig. 1(b)와 같이 기하학적 대칭성 및 대칭 하중조건으로부터 기본셀의 경계면 상에서의 전단응력성분은 없어진다. 또한 x, y 좌표계로부터 45° 방향 회전된 X, Y 좌표계가 점 O에 위치하는 경우 면 \overline{AB} 상에서 X방향으로의 트랙션 t_x 와 면 \overline{CA} 상에서 Y방향으로의 트랙션인 t_y 는 0값을 갖는다. 즉, \overline{BC} 의 중앙인 O점에 X, Y 좌표계를 놓으면 기본셀의 각 경계면에서의 조건식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$X \in \overline{AB}; t_x=0, V=C_2 \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} X \in \overline{BC}; t_x(X, Y) &= t_x(-X, -Y) \\ t_y(X, Y) &= t_y(-X, -Y) \\ U(X, Y) &= -U(-X, -Y) \\ V(X, Y) &= -V(-X, -Y) \end{aligned} \quad (4b)$$

$$X \in \overline{CA}; t_y=0, U=-C_1 \quad (4c)$$

여기서, 굵은 대문자 X 는 점 (X, Y) 를 의미하며,

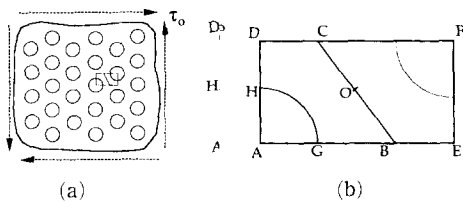


Fig. 2 (a) A hexagonal array composite under transverse shear loading, (b) a basic cell ABCD of a hexagonal array

미지수 U, V 와 t_x, t_y 는 각각 X와 Y방향으로의 변위 및 트랙션성분이고, C_1 및 C_2 는 결정해야 할 미지상수이다.

기본셀의 경계면에서 만족되어야 할 X와 Y방향으로의 힘의 평형방정식은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$X \text{ 방향: } \int_{oc} t_x(s) ds = \frac{\sqrt{2}}{2} b\tau_0 \quad (5a)$$

$$Y \text{ 방향: } \int_{oc} t_y(s) ds = -\frac{\sqrt{2}}{2} b\tau_0 \quad (5b)$$

한편, 정육방형 단일방향 복합재료가 Fig. 2(a)와 같이 횡방향 전단하중을 받는 경우에는 정사방형 배열의 경우와 같은 중첩법에 의한 기하학적 대칭성 및 하중에 대한 대칭성을 찾을 수 없으므로 정육방형 배열에 직접 전단하중이 작용하여, Fig. 2(b)의 직사각형 AEFD가 Fig. 3(a)와 같이 변형되었다고 보면 해석이 가능해진다. Fig. 3(a)는 전단하중에 의한 변형의 기준점 (또는 x, y좌표계의 원점)이 A에 위치한 경우의 변형상태로 볼 수 있으나 Fig. 3(b)과 같이 x, y좌표계의 원점을 점 O로 옮길 경우에는 경계면 조건의 적용이 보다 간단해져서 해석을 좀 더 쉽게 할 수 있다. 이때 이러한 방법은 경계층이 완전결합상태인 경우에만 적용되고 경계층의 유연성이 있는 경우에는 섬유-기지간 경계층에서 비현실적인 섬유-기지간 중첩(unrealistic overlapping)이 발생하여 옳바른 해석이 불가능해 짐을 주의해야 한다.

x, y좌표계의 원점을 \overline{BC} 의 중점 O에 위치시키는 경우, 기본셀 ABCD를 구성하는 각 면에서 변위 및 트랙션이 만족하여야 할 경계조건은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x \in \overline{AB}; t_y=0, u=-C_2 \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} x \in \overline{BC}; t_x(x, y) &= t_x(-x, -y) \\ t_y(x, y) &= t_y(-x, -y) \end{aligned}$$

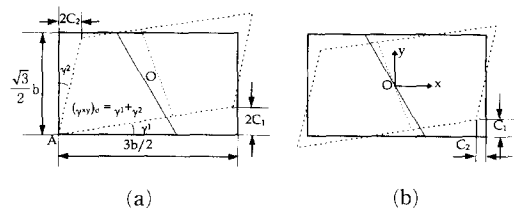


Fig. 3 (a) Deformation of a rectangular cell with respect to the point A, (b) deformation of a rectangular cell with respect to the point O

$$\begin{aligned} u(x, y) &= -u(-x, -y) \\ v(x, y) &= -v(-x, -y) \end{aligned} \quad (6b)$$

$$x \in \overline{CD}; t_y = 0, u = C_2 \quad (6c)$$

$$x \in \overline{DA}; t_x = 0, v = -C_1 \quad (6d)$$

한편 사각형 ABCD에 대한 x 및 y방향으로의 힘의 평형방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x\text{방향} : \int_{cb} t_x(s) ds + \int_{oc} t_x(s) ds = \frac{3}{4} b\tau_o \quad (7a)$$

$$y\text{방향} : \int_{oc} t_y(s) ds = \frac{\sqrt{3}}{4} b\tau_o \quad (7b)$$

여기서, b는 기본셀 ABCD의 한면인 \overline{BC} 의 길이이다.

3. 경계요소법

체적력(body force)이 작용하지않는 균질 등방성 재료의 2차원 탄성체에 대해 평형방정식 및 Betti의 Reciprocal Theorem을 적용하면 다음과 같은 경계적분방정식(boundary integral equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^m(\xi) &= \int_{\Gamma^m} U_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi) t_j^m(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &\quad - \int_{\Gamma^m} T_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi) u_j^m(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\mathbf{x}, \xi \in \Gamma^m$$

$$u_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi) = \frac{1}{8\pi\mu^m(1-\nu^m)} \left[(3-4\nu^m) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\partial R}{\partial x_j} \right] \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} T_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi) &= - \left[\lambda^m \frac{\partial}{\partial x_i} U_{ii}^m(\mathbf{x}, \xi) \delta_{jk} \right. \\ &\quad + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_k} U_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi) \\ &\quad \left. + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_j} U_{ii}^m(\mathbf{x}, \xi) \right] n_k(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (8c)$$

여기서, Γ^m 은 물체를 적분진행방향의 외쪽으로 가고 도는 방향으로 적분이 수행되는 기지의 경계를 표시한다. Kelvin의 기본 탄성해(fundamental elastic solutions)중 변위식인 $U_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi)$ 는 점 ξ 에 단위하중을 x_j 방향으로 작용시킬 때 점 \mathbf{x} 에서의 x_i 방향의 변위를 표시하며, 또한 $T_{ij}^m(\mathbf{x}, \xi)$ 는 바깥 방향으로 수직벡터 $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ 을 갖는 경계면에서의 상응하는 트랙션이다. R은 작용점 ξ 와 측정점 \mathbf{x} 사이의 거리이며, $n_k(\mathbf{x})$ 는 경계면에서 밖으로 향하

는 수직벡터 $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ 의 k방향 성분이다. Lamé상수 λ 는 전단계수 μ 와 푸아송비 ν 항으로 $\lambda=2\mu\nu/(1-2\nu)$ 와 같이 표현된다. 또한 편의상 지수개념(indicial notation)을 도입하여 $(x_1, x_2) = (x, y)$ 로 표현하였다.

식 (8a)의 $u_i^m(\xi)$ 의 계수 1/2은 대상 물질이 등방성이고 Γ^m 이 부드러운 곡면(smooth contour)일 때의 얻어진 계수 값이다. 한편 점유의 경계면을 따라 적분될 때의 경계적분방정식은 다음과 같이 치환된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^f(\xi) &= \int_{\Gamma^f} U_{ij}^f(\mathbf{x}, \xi) t_j^f(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &\quad - \int_{\Gamma^f} T_{ij}^f(\mathbf{x}, \xi) u_j^f(\mathbf{x}) d\Gamma(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{x}, \xi \in \Gamma^f$$

이때 Γ^f 는 기본셀의 점유부분의 경계를 표시하며, 기본 탄성해는 식 (8b), (8c)에서 기지의 물성치를 점유의 물성치로 대체함으로써 얻는다. 경계 적분방정식 식 (8)과 (9)에 대한 이산화과정(discretization) 및 후처리연산은 참고문헌^(14,15) 등에 상세히 언급되어 있으므로 본 논문에서는 이를 생략하였다.

4. 수치해석 및 결과

본 논문에서의 수치해(numerical solutions)는 다음과 같은 물성치를 갖는 재료⁽⁴⁾에 대해 수행되었으며, 특히 본 논문에서 얻은 결과는 임의의 단일방향 복합재료를 구성하는 기지와 점유의 전단 계수비 및 푸아송비의 비가 아래 재료와 같은 경우 그대로 적용될 수 있다.

기지(Aluminum) : $\mu^m=25.61$ GPa, $\nu^m=0.345$
 점유(FP(Al₂O₃)) : $\mu^f=157.9$ GPa, $\nu^f=0.2$

2차원 평면 변형률상태 하의 기지와 점유간의 경계층의 기지쪽에서의 점선방향으로의 응력 σ_θ^m 은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\sigma_\theta^m = \frac{\nu^m}{1-\nu^m} \sigma_r^m + \frac{2\mu^m}{a(1-\nu^m)} \left(u_r^m + \frac{\partial u_\theta^m}{\partial \theta} \right) \quad (10)$$

여기서, $\partial u_\theta^m / \partial \theta$ 은 수치미분법(numerical differentiation method)으로 구할 수 있다.

경계층에서의 균열의 발생(generation), 전파

(propagation) 및 정체(arrest) 등의 현상을 설명 또는 이해하려면 먼저 임계응력, 변형률, 또는 변형에너지밀도(strain energy density) 파단조건식 등의 적당한 임계 파단조건식(critical failure criterion)의 도입이 필요하다. 본 논문에서는 스프링으로 모델화된 경계층에서 잘 정의되는 인장응력 및 전단응력의 영향을 동시에 내포하고 있는 변형에너지밀도 임계 파단조건식을 사용하여 경계층의 파단을 정의하였으며, 그 식은 아래와 같다.

$$U = \frac{(t_f^f)^2}{2k_r} + \frac{(t_b^f)^2}{2k_o} \quad (11)$$

여기서, 경계층의 반경방향 트랙션은 그 값이 인장을 받는 경우에만 식 (11)에 적용되며, 압축력을 받는 경우에는 반경방향의 스프링계수가 완전결합상태($k_r = \infty$)처럼 행동하므로 식 (11)에는 영향을 주지 못하므로 이 경우 경계층에서는 전단응력에 의한 영향이 중요해진다. 본 논문에서는 경계층의 한 지점에서의 단위면적당 변형에너지 값(U)이 어떤 임계값(U^{cr})을 넘어설 때 그 점에서 경계층이 분리되어 균열이 발생한다고 가정한다. 식 (11)은 편의상 다음과 같이 재정의하였다.

$$\bar{U} = U\mu^m / at_o^2 = \frac{(t_f^f / \tau_o)^2}{2k_1} + \frac{(t_b^f / \tau_o)^2}{2k_2} \quad (12)$$

이때 경계층의 어떤 한 지점에서의 변형에너지가 임계값에 처음으로 도달하였을 때의 전단하중을 임계 전단하중이라 정의하면 그 값은 다음과 같다.

$$\tau_o^{cr} = \frac{U^{cr} \mu^m}{U a} \quad (13)$$

또한 본 논문에서는 지지부에서의 균열(matrix cracking) 발생에 대한 임계 파단조건식으로는 경계층에 접한 지지부의 한 점에서의 접선방향 응력(σ_m^*)이 지지부의 임계응력(σ^{cr})값을 초과하는 경우에는 그 점에서 지지부 균열이 발생한다고 가정하였다.

경계 적분방정식 식 (8)과 식 (9), 경계조건식 식 (1), (3), (4) 또는 식 (1), (3), (6) 및 평형방정식 식 (5) 또는 식 (7)을 풀면 기본셀의 경계에서의 변위 및 트랙션 값을 결정할 수 있다. 그리고 미지상수 C_1 과 C_2 를 결정하면 이 값으로부터 횡방향 전단하중 τ_o 를 받는 단일방향 복합재료의 x, y좌표계에 대한 횡방향 상당 전단변형률(effective transverse shear strain)을 아래와 같이

구할 수 있다.

$$(\bar{\gamma}_{xy})_o = \frac{(C_1 + C_2)}{\sqrt{2}b} \quad (\text{정사방형}) \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} (\bar{\gamma}_{xy})_o &= \tan^{-1} \frac{4C_2}{\sqrt{3}b} + \tan^{-1} \frac{4C_1}{3b} \\ &\cong \frac{4(\sqrt{3}C_2 + C_1)}{3b} \quad (\text{정육방형}) \quad (14b) \end{aligned}$$

여기서 식 (14a)는 X, Y좌표계에 대해 얻어진 변형률 성분을 x, y좌표계에 대해 변형률변환(strain transformation)하여 얻을 수 있으며, 식 (14b)는 Fig. 3(a)로부터 구할 수 있다.

위 식들로부터 상당 전단 응력-상당 전단변형률 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\sqrt{2}b\tau_o}{(C_1 + C_2)} \bar{\gamma}_{xy} \quad (\text{정사방형}) \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{xy} &= \left[\tan^{-1} \frac{4C_2}{\sqrt{3}b} + \tan^{-1} \frac{4C_1}{3b} \right]^{-1} \tau_o \bar{\gamma}_{xy} \\ &\cong \frac{3b}{4(\sqrt{3}C_2 + C_1)} \tau_o \bar{\gamma}_{xy} \quad (\text{정육방형}) \quad (15b) \end{aligned}$$

여기서, 외부 전단하중인 τ_o 에 선형적으로 비례하는 상수인 C_1 및 C_2 는 유연한 경계층 특성(정사방형 배열의 경우) 및 섬유 기하학적 배열, 섬유체적비, 구성물질의 물성치 등의 효과를 포함하고 있다.

식 (14)와 식 (15)로부터 상당 전단계수(effective shear modulus)는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{G} = \frac{\sqrt{2}b\tau_o}{(C_1 + C_2)} \quad (\text{정사방형}) \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} \bar{G} &= \left[\tan^{-1} \frac{4C_2}{\sqrt{3}b} + \tan^{-1} \frac{4C_1}{3b} \right]^{-1} \tau_o \\ &\cong \frac{3b}{4(\sqrt{3}C_2 + C_1)} \tau_o \quad (\text{정육방형}) \quad (16b) \end{aligned}$$

본 논문에서는 무차원화된 식 (2)의 스프링상수의 값은 r과 θ 방향의 값이 서로 같다고 놓고(즉, $k_1 = k_2 = k$) 이 k값을 완전분리(total debonding) 상태에 해당하는 0과 유연한 강성값인 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 및 완전결합상태인 무한 값($k = \infty$) 등으로 변화시켜가고, 이들 값의 변화에 따른 섬유-기지간 경계층에서의 변형에너지 또는 응력성분을 계산하였다. 경계요소로는 상수요소(constant element)를 사용하였으며, 기본셀 내의 섬유의 반지름 a를 단위길이 1로 고정하면 V_f 가 작아질수록 기본셀의 경계면 길이가 증가하게 되는 일종의 가변 경계면을 갖도록 하였다. 섬유의 부피가 전체

복합재료 부피에서 차지하는 비를 표시하는 섬유체 적비는 정사방형 배열의 경우 $V_f = \pi a^2 / (4b^2)$ 로, 정육방형 배열의 경우 $V_f = 2\pi a^2 / (3\sqrt{3}b^2)$ 로 표시할 수 있으며 본 논문에서는 0.1에서 0.7(정육방형 배열의 경우 0.8)까지 변화시켰다. 이때 기본셀 내

의 섬유경계층의 길이를 $N_{GH} = N_{HG} = 40$ 으로 나누어 등분시키고 나머지 기타 경계면들에 대해서는 다음과 같은 방법으로 등분하였다.

$$\pi a/2 : N_{HG} = \text{기타 경계면의 길이} : \text{기타 경계면에서의 요소수}$$

Table 1 The number of unknown parameters and equations for the basic cell of Fig. 1(c)

Boundaries	No. of elements	No. of unknowns	No. of equations
Matrix (Γ^m);			
\overline{HG}	N_{HG}	$4N_{HG}, (U, V, t_x, t_y)$	$2N_{HG}, (\text{Eq. (8a)})$
\overline{GB}	N_{GB}	$2N_{GB} + 1, (U, t_y, C_2)$	$2N_{GB}, (\text{Eq. (8a)})$
\overline{BC}	N_{BC}	$4N_{BC}, (U, V, t_x, t_y)$	$2N_{BC}, (\text{Eq. (8a)})$
			$2N_{BC}, (\text{Eq. (4b)})$
\overline{CH}	N_{CH}	$2N_{CH} + 1, (V, t_x, C_1)$	$2N_{CH}, (\text{Eq. (8a)})$
Fiber (Γ^f);			
\overline{GH}	$N_{GH} (= N_{HG})$	$4N_{GH}, (U, V, t_x, t_y)$	$2N_{GH}, (\text{Eq. (9)})$
			$4N_{GH}, (\text{Eq. (1)})$
\overline{HA}	N_{HA}	$2N_{HA}, (V, t_x, C_1)$	$2N_{HA}, (\text{Eq. (9)})$
\overline{AG}	N_{AG}	$2N_{AG}, (U, t_y, C_2)$	$2N_{AG}, (\text{Eq. (9)})$
			$2, \text{Equilibrium Eqs. (5a, 5b)}$

Table 2 The number of unknown parameters and equations for the basic cell of Fig. 2(b)

Boundaries	No. of elements	No. of unknowns	No. of equations
Matrix (Γ^m);			
\overline{HG}	N_{HG}	$4N_{HG}, (u, v, t_x, t_y)$	$2N_{HG}, (\text{Eq. (8a)})$
\overline{GB}	N_{GB}	$2N_{GB} + 1, (v, t_x, C_2)$	$2N_{GB}, (\text{Eq. (8a)})$
\overline{BC}	N_{BC}	$4N_{BC}, (u, v, t_x, t_y)$	$2N_{BC}, (\text{Eq. (8a)})$
			$2N_{BC}, (\text{Eq. (6b)})$
\overline{CD}	N_{CD}	$2N_{CD}, (v, t_x, C_2)$	$2N_{CD}, (\text{Eq. (8a)})$
\overline{DH}	N_{DH}	$2N_{DH} + 1, (u, t_y, C_1)$	$2N_{DH}, (\text{Eq. (8a)})$
Fiber (Γ^f);			
\overline{GH}	$N_{GH} (= N_{HG})$	$4N_{GH}, (u, v, t_x, t_y)$	$2N_{GH}, (\text{Eq. (9)})$
			$4N_{GH}, (\text{Eq. (1)})$
\overline{HA}	N_{HA}	$2N_{HA}, (u, t_y, C_1)$	$2N_{HA}, (\text{Eq. (9)})$
\overline{AG}	N_{AG}	$2N_{AG}, (v, t_x, C_2)$	$2N_{AG}, (\text{Eq. (9)})$
			$2, \text{Equilibrium Eqs. (7a, 7b)}$

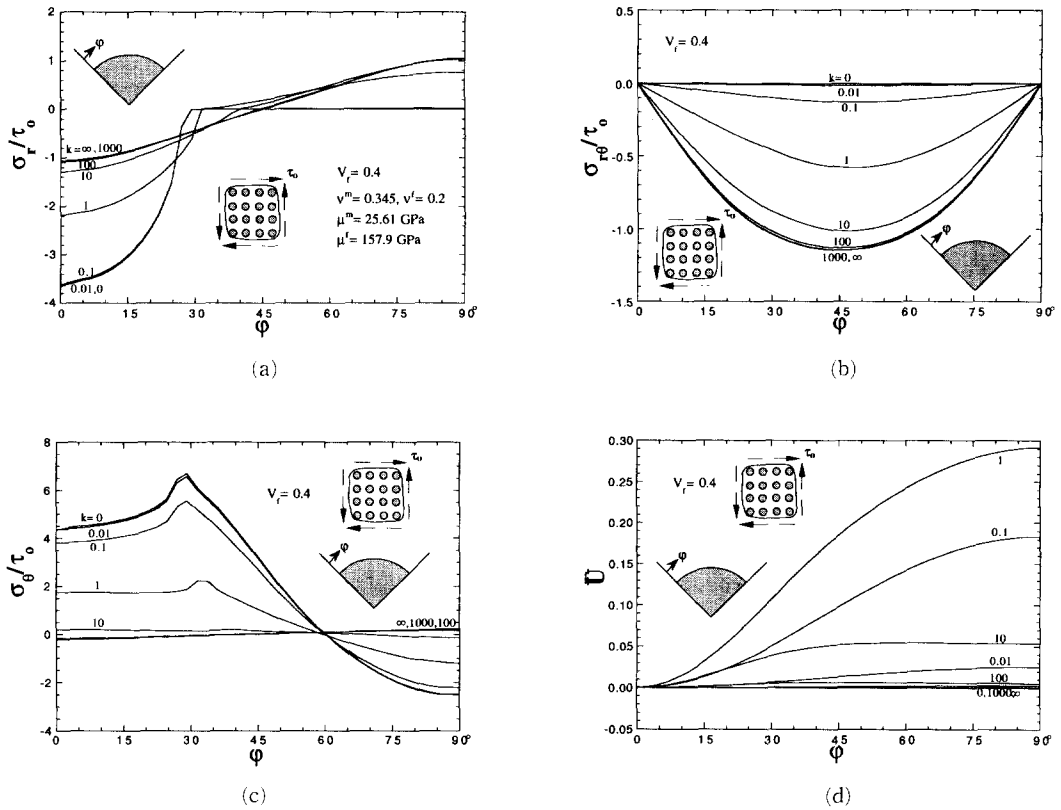


Fig. 4 (a) σ_r/τ_0 , (b) $\sigma_{r\theta}/\tau_0$, (c) σ_θ/τ_0 and (d) \bar{U} at the matrix-side of the interphase with various k and $V_f=0.4$

기본셀의 경계층이 균열을 내포하는 경우에는 이를 길이 $\pi a/(2N_{HG})=0.03927a$ 인 단위 균열요소가 2개 모여 구성된 길이 $2c$ 인 균열을 $\theta=45^\circ$ 및 -135° (균열이 존재하지 않는 경우 최대 변형에너지가 발생하는 경계층 상의 위치)에 균열의 중심이 놓이도록 하였다. 한편, 경계요소법의 적용에 있어서 기본셀을 구성하는 기지와 섬유와의 경계면을 분할하는 각 요소(element)에서 구하고자 하는 미지수(unknowns; u, v, t_x, t_y, C_1, C_2)들의 총합과 주어진 조건식 및 방정식들의 수가 최소한 같아야 원하는 수치해를 얻을 수 있다. Fig. 1(c)의 정사방형 배열에 대한 기본셀을 구성하는 기지부분과 섬유부분의 경계면 Γ^m 과 Γ^f 는 각각 $\Gamma^m = \overline{GB} + \overline{BC} + \overline{CH} + \overline{HG}$ 와 $\Gamma^f = \overline{HA} + \overline{AG} + \overline{GH}$ (Fig. 2(b)의 정육방향 배열의 경우 $\Gamma^m = \overline{GB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DH} + \overline{HG}$ 와 $\Gamma^f = \overline{HA} + \overline{AG} + \overline{GH}$)로 구성되어 있다. 이들 직선 또는 곡선 $\overline{GB}, \overline{BC}, \overline{CH}, \overline{CD}, \overline{DH}, \overline{HG}, \overline{HA}, \overline{AG}, \overline{GH}$ 를 각각 $N_{GB}, N_{BC}, N_{CH}, N_{CD}, N_{DH}, N_{HG}, N_{HA}, N_{AG}, N_{GH}(=N_{HG})$ 개의 요소수로 분할

하면 Table 1 및 Table 2에서 보는 바와 같이 기지 및 섬유의 경계에서 미지수의 개수와 방정식의 개수가 같음을 확인할 수 있다.

4.1 경계층에 균열결합이 없는 경우

손상이 없는 복합재료의 경계층의 기지부 \overline{HG} 에서의 응력성분 및 변형에너지밀도를 $\theta(\phi=135^\circ - \theta)$ 의 함수로 계산하였다. 이때 경계층의 기지부에서의 섬유반경방향 응력을 σ_r , 접선방향 응력을 σ_θ , 전단응력을 $\sigma_{r\theta}$, 무차원화 된 변형에너지밀도를 \bar{U} 라 정의하였다. Fig. 4는 $V_f=0.4$ 를 갖는 정사방형 복합재료의 경계층의 강성값 k 의 변화에 따른 경계층에서의 응력 및 변형에너지밀도의 변화를 나타낸다. 기지내에 보강된 섬유에 의해서 주로 전달되는 외부 하중은 섬유-기지간 경계층의 강성이 작아질수록 섬유의 반경방향으로 전달되는 인장력이 매우 작은 반면 기지의 접선방향으로 인장력이 증가하여 기지에 의해 외부 하중이 주로 전달됨을 볼 수 있다. Fig. 5는 완전결합 경계층을 갖는

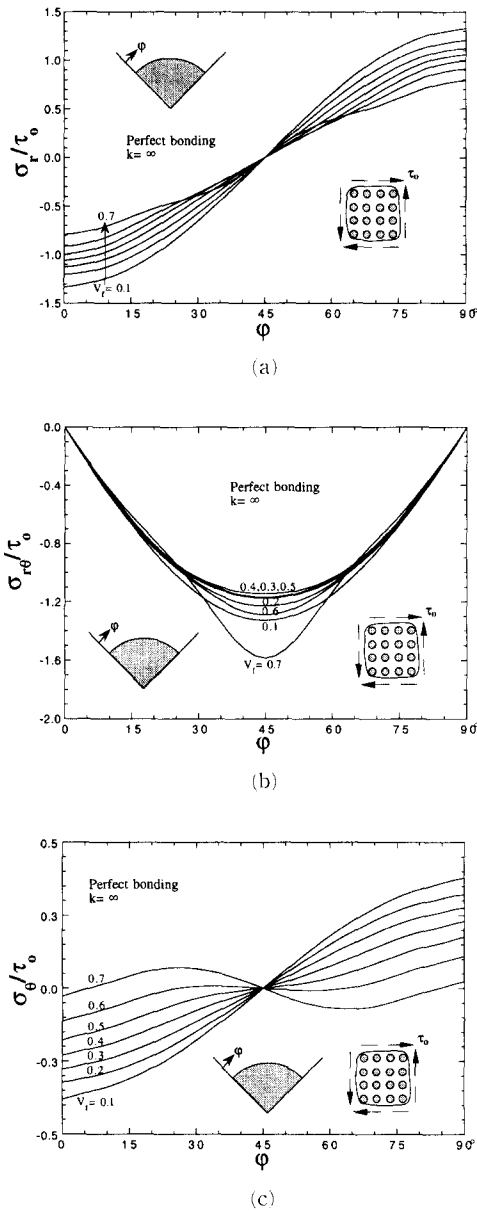


Fig. 5 (a) σ_r/τ_0 , (b) σ_{rn}/τ_0 , (c) σ_θ/τ_0 at the matrix side of the interphase with $k=\infty$ for various V_f

정사방형 복합재료의 V_f 의 변화에 따른 경계층에서의 응력을 보이고 있고, Fig. 6은 비교적 약한 경계층 강성값 ($k=0.1$)을 갖는 정사방형 복합재료의 V_f 의 변화에 따른 경계층에서의 응력 및 변형에너지밀도의 변화를 나타낸다. Fig. 4(a), 4(c)나 Fig. 6(a), 6(c)의 경우와 같이 경계층의 강성

값이 유연한 경우($k<\infty$)에는 σ_r 및 σ_θ 곡선의 기울기가 불연속(discontinuity)하는 지점이 존재함을 볼 수 있는데 이는 경계층이 압축력을 받는 경우 경계층조건식의 식 (1a)가 식 (1b)로 전환(switch)되기 때문이며, 완전결합의 경우($k=\infty$)에는 이러한 전환이 없기 때문에 불연속점이 Fig. 5에서는 나타나지 않음을 볼 수 있다.

$k<10$ 인 경계층 결함의 경우 σ_θ 의 최대값은 σ_r 의 기울기가 불연속되는 부근인 $\phi=30^\circ$ 부근에서, 즉 압축응력과 인장응력으로의 전환이 발생하는 곳에서 발생하고, 반면에 $k>10$ 인 경계층 결함의 경우에는 σ_θ 의 최대값은 Fig. 4(a)와 Fig. 5(c)의 경우처럼 $\phi=90^\circ$ 부근에서 나타남을 알 수 있다. 그리고 이러한 최대값의 크기는 약한 경계층 결함의 경우보다 아주 작아 Fig. 4(c)와 Fig. 6(c)에서 볼 수 있듯이 경계층의 결함이 약하고 V_f 가 클수록 기지부의 균열발생이 나타날 가능성이 커짐을 볼 수 있다. 반면에 $k>10$ 인 경계층 결함의 경우에는 σ_θ 의 최대값의 크기는 V_f 가 작을 수록 커짐을 Fig. 5(c)에서 확인할 수 있다.

모든 유연한 경계층 강성값($0<k<\infty$)에 대해서 정사방형 단인방향 복합재료가 횡 전단하중을 받는 경우에는 변형에너지밀도가 최대값을 갖는 위치인 $\phi=90^\circ$ (또는 $\theta=45^\circ$)에서 경계층 균열결합이 발생할 수 있다. 이러한 경계층 결함이 나타날 가능성은 동일한 V_f 를 갖는 경우에는 Fig. 4(d)에서 볼 수 있듯이 $k=1$ 일 때 가장 크고, 반면에 동일한 경계층 강성값을 갖는 경우에는 Fig. 6(d)에서 볼 수 있듯이 V_f 가 증가할 수록 커짐을 볼 수 있다.

한편 경계층에서의 전단응력인 σ_{rn} 은 임의의 V_f 와 경계층의 강성값에 대해 하중과 기하학적 대칭성이 성립하는 $\phi=0^\circ$ 과 90° 에서 0이 됨을 확인할 수 있으며, Fig. 4(b)처럼 그 절대값의 크기는 경계층의 결함이 강할수록 또한 Fig. 6(b)처럼 동일한 유연한 경계층 결함의 경우 V_f 가 커질수록 커지고 그 최대값이 $\phi=45^\circ$ 부근에서 나타남을 알 수 있다.

Fig. 7은 경계층에 결함이 없는 정사방형 복합재료의 V_f 의 변화, 경계층의 강성값의 변화, 또는 섬유 및 기지의 전단계수비의 변화에 따른 복합재료의 상당 전단계수의 변화를 나타내고 있다. 특별한 극단의 예로서 섬유가 강체(rigid body)인 경우와 섬유가 기공(void)으로 대체된 경우의 상당 전

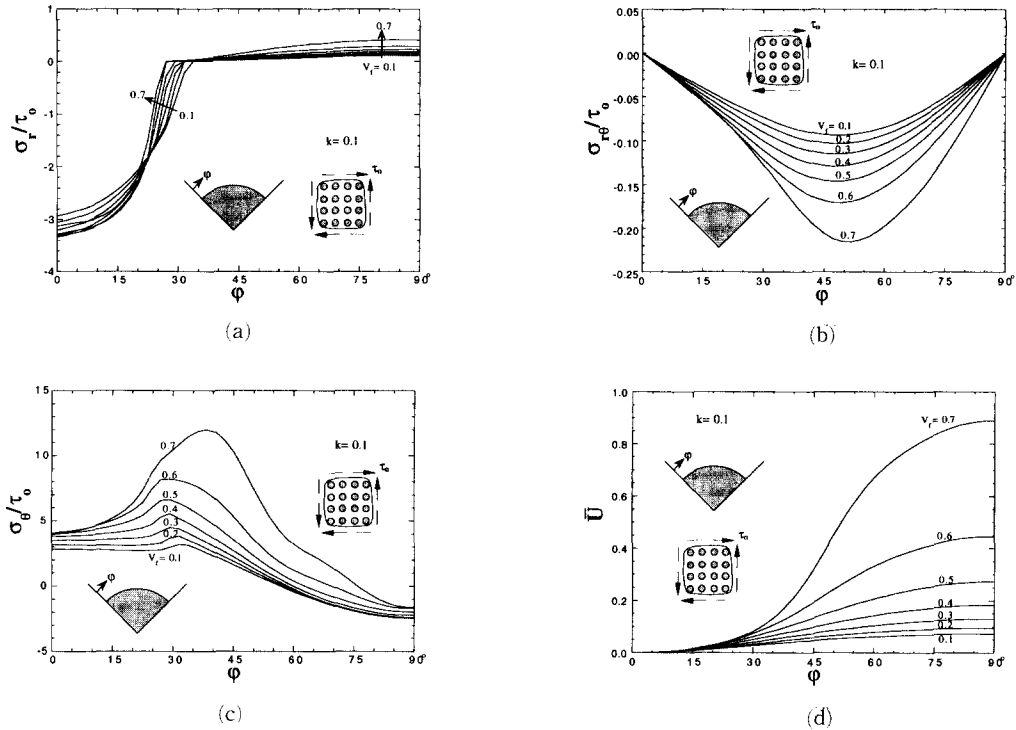


Fig. 6 (a) σ_r/τ_0 , (b) $\sigma_{r\theta}/\tau_0$, (c) σ_θ/τ_0 and (d) \bar{U} at the matrix-side of the interphase with $k=0.1$ for various V_f

단계수를 Fig. 7(a)에 함께 도시하였으며, 또한 섬유-기지간 경계층이 완전결합인 경우 에는 본 연구의 대상인 복합재료와 동일한 물성을 갖는 기존의 연구 결과⁽⁴⁾와 잘 일치함을 볼 수 있으나 완전 경계층이 분리된 경우에는 본 연구 결과와 차이가 있음을 볼 수 있다. 이는 압축을 받는 분리된 경계에서는 접촉문제가 발생하여 이를 고려하여야 하는데 Takahash 등⁽⁴⁾은 이를 이론식에서 고려하지 않은 데 기인한다. Fig. 7(a)에서 일점왜선은 완전 결합 정육방형 배열의 상당 전단계수를 도시한 것으로 완전결합상태의 정사방형 배열의 경우와 V_f 가 증가함에 따라 그 크기가 증가하는 유사한 거동을 보이고 있다. 또한 그 값은 동일한 V_f 를 갖는 정사방형 배열보다 약 15% 큼을 보이고 있다. 유연한 경계층 강성값을 갖는 정사방형 배열의 경우 Fig. 7(b)에서 V_f 에 관계없이 $k=1.6$ 부근에서 상당 전단계수가 기지의 전단계수가 같아짐을 확인할 수 있으며, Fig. 7(a)에서 $k>1.6$ 인 경계층 강성값을 갖는 경우 \bar{G} 는 동일한 k 값에 대해 V_f 가 증가함에 따라 증가하는 경향을 보이고 있으나 $k<1.6$ 인 경우에는 V_f 가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보여

주고 있다. 그리고 전반적으로 동일한 V_f 를 갖는 복합재료의 경우에는 경계층의 강성값 k 가 증가함에 따라 \bar{G} 가 증가함을 볼 수 있다. 또한 Fig. 7(a)나 7(b)로부터 복합재료의 섬유체적비와 상당 전단계수가 실험적으로 구하여지면 섬유-기지간 경계층의 강성값을 유추할 수 있음을 볼 수 있다. 한편 Fig. 7(a)에서 섬유를 강체로 대체하였을 경우에는 완전결합 복합재료의 상당 전단계수의 크기는 $V_f=0.6$ 의 경우에는 약 29%, $V_f=0.7$ 의 경우에는 약 67% 정도 증가하는 것으로 그치고 있다. 이는 Fig. 7(c)에서 확인할 수 있듯이 섬유의 전단계수를 기지보다 10배 이상 크게 하여도 상당 전단계수의 크기는 별로 증가하지 않음을 볼 수 있는데 이로부터 복합재료의 횡방향 물성에는 섬유의 강성값보다는 섬유-기지간 경계층의 강성값이 보다 큰 영향을 보이고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 7(d)에서는 경계층의 강성값이 $k=1$ 인 경우에는 복합재료의 \bar{G} 는 섬유의 전단계수($\mu^f > \mu^m$)의 변화와 섬유체적비와는 거의 무관하며 기지의 전단계수와 거의 유사한 값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 반면에 $k = \infty$ 인 경우에는 섬유의 전단계수($\mu^f > \mu^m$)의 변화

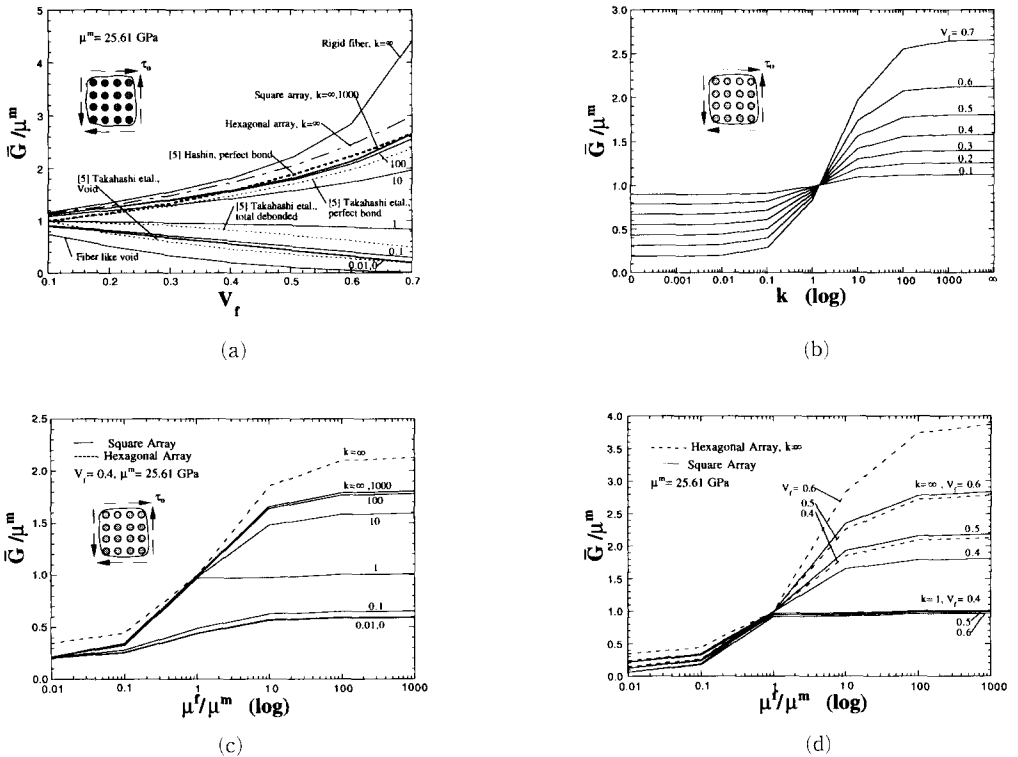


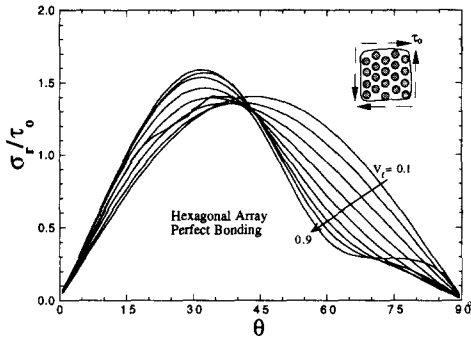
Fig. 7 The ratios of \bar{G}/μ^m for : (a) various k versus V_f (b) various V_f versus k (c) various k versus μ^f/μ^m for $V_f=0.4$ (d) $k=\infty, 1$ and $V_f=0.4, 0.5, 0.6$ versus μ^f/μ^m

보다는 V_f 의 변화에 더 민감함을 볼 수 있다. 단일방향 복합재료의 구성물질인 기지와 섬유들의 물성 및 복합재료의 상당 전단계수, 섬유체적비 등이 실험적으로 얻어지고, 또한 실험한 복합재료내의 섬유의 배열이 가능한 한 기하학적으로 균일하다는 전제하에 미지의 경계층의 강성값은 본 연구의 수치해석 방법으로 얻은 결과(Fig. 7)와 비교하여 실제 복합재료의 경계층의 강성값을 대략적으로 유추해 볼 수 있다고 사료된다.

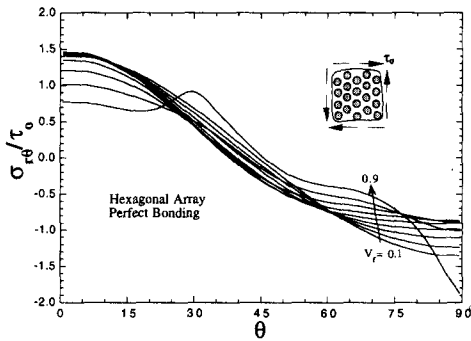
Fig. 8은 완전결합상태의 경계층 강성값을 갖는 정육방형 복합재료가 전단하중을 받을 때 경계층 기지부에서의 응력상태를 도시한 것으로 σ_r 곡선의 경우 $V_f=0.1$ 의 작은 섬유체적비의 경우에는 무한체 내의 단일섬유가 전단하중을 받는 것과 같은 양상을 보여 $\theta=45^\circ, -135^\circ$ 에서 최대값이 나타나나 V_f 가 증가함에 따라 $\theta=30^\circ, -150^\circ$ 부근으로 최대값의 위치가 이동함을 볼 수 있다. 한편 σ_θ 곡선의 경우도 $V_f=0.1$ 의 작은 섬유체적비의 경우에는 무한체 내의 단일섬유가 전단하중을 받는 것과 같

은 모양의 보여 $\theta=\pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ 에서 그 크기가 0이 되며, V_f 가 증가하는 경우에는 $\theta=35^\circ\sim 45^\circ$ 부근에서 나타남을 볼 수 있다. 또한 Fig. 8(c)로부터 σ_θ 곡선의 양상은 σ_r 곡선과 거의 유사함을 보이고 있음을 확인 할 수 있다.

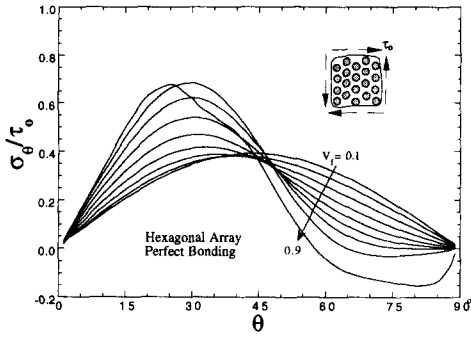
경계층의 강성값이 $k=1$ 이고, $V_f=0.4$ 인 정사방형 복합재료를 구성하는 섬유와 기지의 물성값과 경계층의 유연 상수값(강성값의 역수) 중의 하나를 각각 10% 씩 증가시켰을 때 상당 전단계수의 변화량 및 $\theta=45^\circ$ 에서 나타나는 최대 변형에너지밀도의 변화량을 Fig. 9(a)와 Fig. 9(b)에 나타내었다. 상당 전단계수의 경우 기지의 전단계수값에 가장 큰 영향을 받으며, 최대 변형에너지밀도는 경계층의 유연상수값에 의해 크게 영향 받음을 알 수 있다. 기지의 부아송비가 상당 전단계수에 미치는 영향은 횡하중을 받는 단일방향 복합재료의 거동⁽¹²⁾에 미치는 영향과 같이 거의 미미함을 볼 수 있다.



(a)



(b)

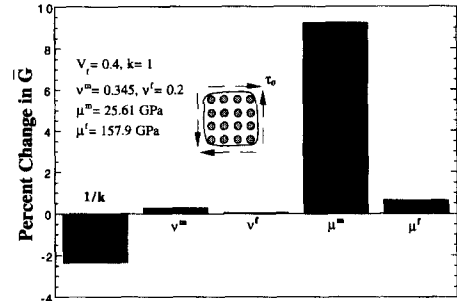


(c)

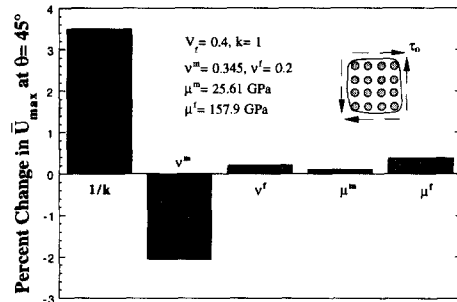
Fig. 8 (a) σ_r/τ_0 , (b) σ_{θ}/τ_0 , (c) σ_{θ}/σ_0 for various V_f at the matrix-side of the interphase with $k = \infty$ of the hexagonal array composite

4.2 경계층에 균열결합이 있는 경우

정사방형 복합재료의 섬유-기지간 경계층이 유연한 강성값을 갖고 길이 $2c$ 인 균열이 Fig. 1(c)와 같이 주어진 전단하중 τ_0 에 대해 경계층에서 변형에너지밀도가 최대값을 갖는 위치인 $\theta = 45^\circ$ 와 -135° 에 중심이 놓여 있다고 가정한다. 즉, 균열의 양끝



(a)



(b)

Fig. 9 Percent changes in (a) \bar{G} and (b) \bar{U}_{\max} at $\theta = 45^\circ$ for the 10% increase in each parameter

단과 균열의 곡률중심인 섬유중심과 이루는 각을 $2\theta_c$ ($0 < \theta_c < 45^\circ$)라 하면 균열은 각 섬유-기지간 경계층에서 $45^\circ - \theta_c < \theta < 45^\circ + \theta_c$ 와 $-135^\circ - \theta_c < \theta < -135^\circ + \theta_c$ 에 존재하며, 이때 기본셀의 기지 부분의 경계면과 내부 경계층의 기지상에서의 응력성분 또는 변형에너지를 계산하였다. Fig. 10은 $V_f = 0.4$ 이고 $k = 10$ 인 경계층 결합에 대해 균열의 반길이인 c 의 변화에 따른 응력 및 변형에너지의 변화를 나타낸다. 여기서 점선으로 표시된 $\bar{c} = 0$ 은 균열이 없는 경우에 해당되며, \bar{c} 는 요소길이가 $0.03927a$ 인 길이 c 의 균열을 이루는 단위 균열요소의 개수를 의미한다. 경계층에 균열이 있는 경우에는 경계층에 걸쳐 응력의 재배치가 발생하여 응력의 크기는 전반적으로 증가하는 것을 볼 수 있다. Fig. 10(c)는 경계층의 기지부에서의 점선방향 응력 σ_θ 을 표시하며, 각 균열의 반길이 c 에 대해 균열선단에서 가장 큰 값을 보이므로 기지부의 균열발생은 균열선단에서 발생할 가능성이 있음을 의미한다.

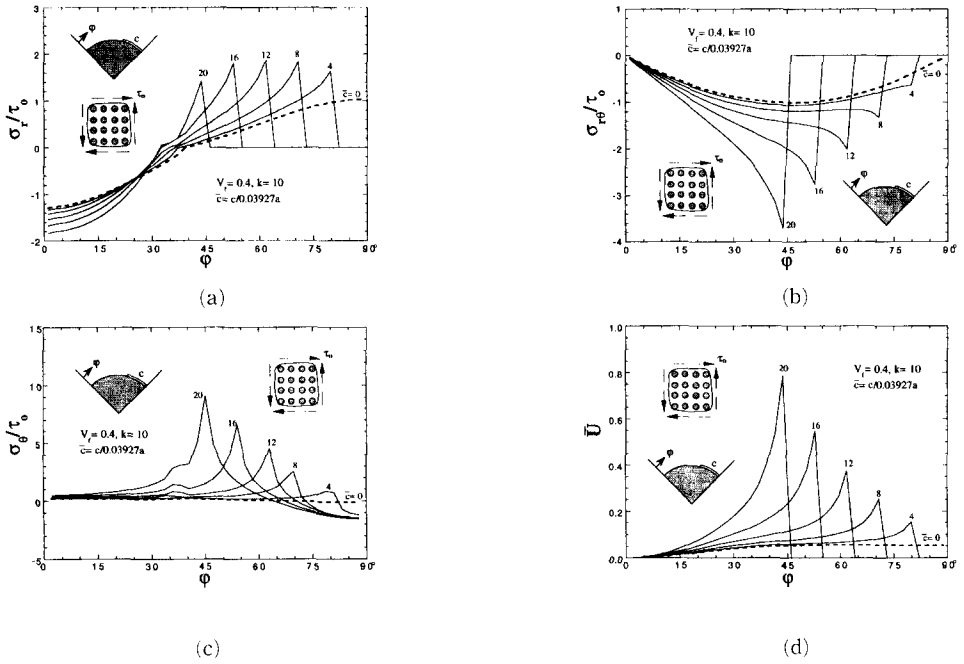


Fig. 10 (a) σ_r/τ_0 , (b) $\sigma_{r\theta}/\tau_0$, (c) σ_θ/τ_0 , and (d) \bar{U} at the matrix-side of the interphase with $k=10, V_f=0.4$ for various

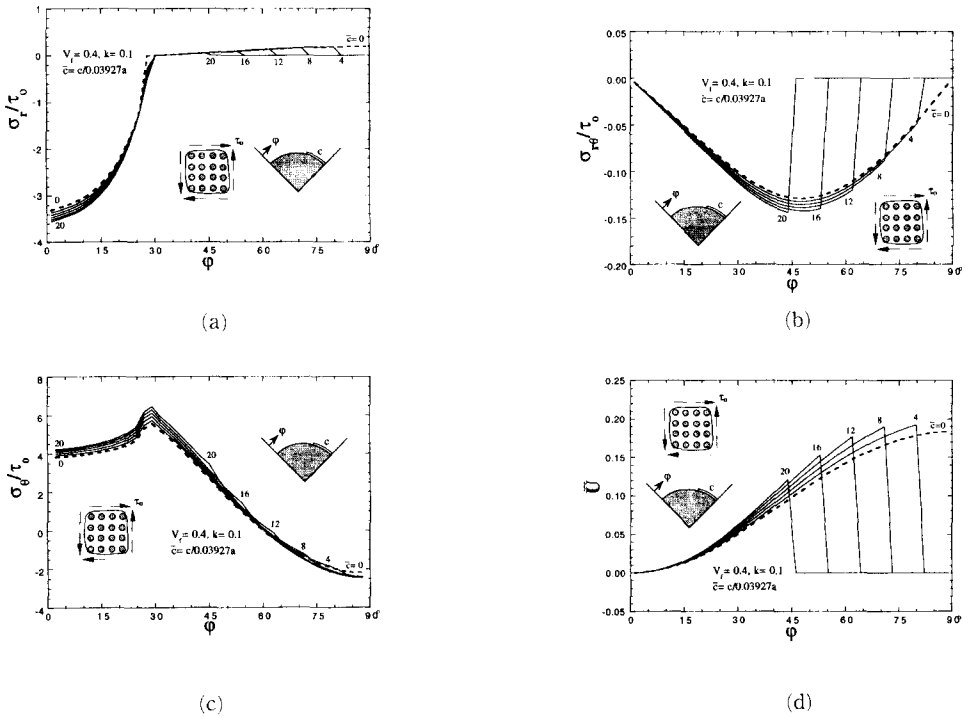


Fig. 11 (a) σ_r/τ_0 , (b) $\sigma_{r\theta}/\tau_0$, (c) σ_θ/τ_0 , and (d) \bar{U} at the matrix-side of the interphase with $k=0.1, V_f=0.4$ for various

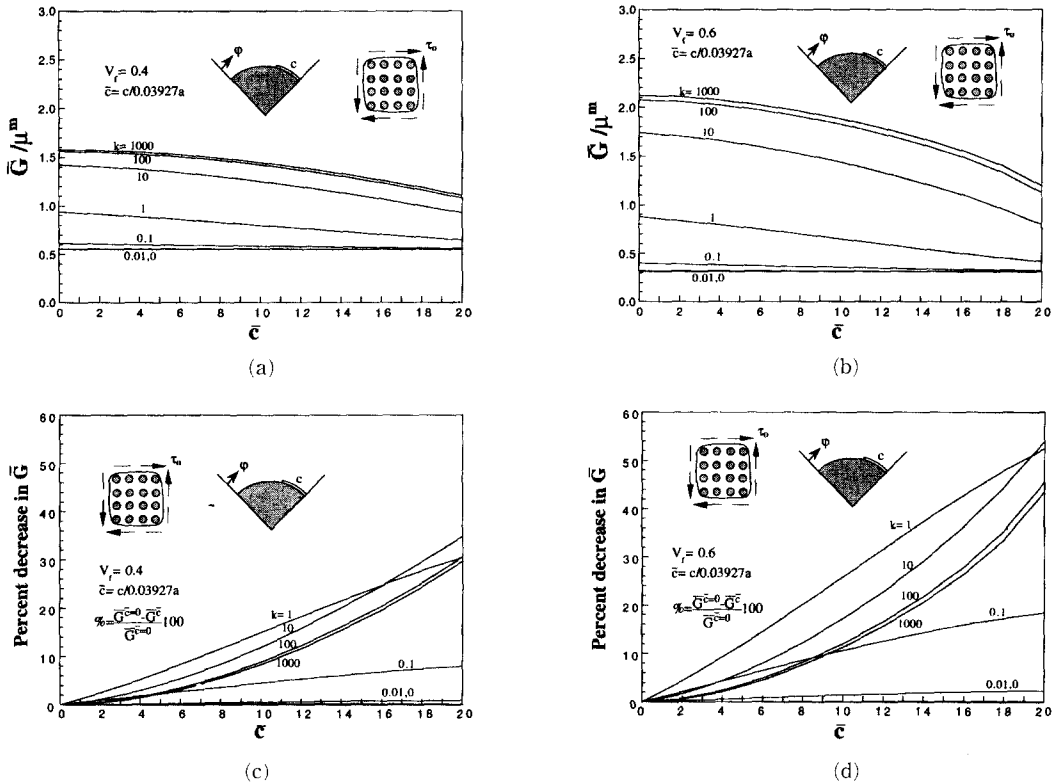


Fig. 12 $\bar{G}/\mu\text{m}$ versus \bar{c} for various k and (a) $V_f=0.4$, (b) $V_f=0.6$; The percentage decrease in \bar{G} versus \bar{c} for various k and (c) $V_f=0.4$, (d) $V_f=0.6$

Fig. 10(d)는 경계층에서의 변형에너지는 균열선단에서 최대값을 보이며, 균열길이가 크면 클수록 그 값이 증가하며, 이는 경계층의 균열성장은 균열길이 $2c$ 에 대해 불안정상태(unstable state)에 있음을 나타낸다.

Fig. 11은 경계층의 결합이 $k=0.1$ 인 경우 경계층의 기지부에서의 응력분포 또는 변형에너지밀도를 나타낸다. 이때 응력분포는 균열이 없는 경우와 거의 유사하며, 이는 $k=0.1$ 인 결합에서는 경계층내 균열의 영향이 거의 없음을 보여준다. Fig. 11(b)는 균열면, 하중 및 형상에 대해 대칭선과 만나는 지점인 $\varphi=0^\circ$ 과 $\varphi=90^\circ$ 와 균열면에서는 전단 응력성분이 사라지는 것을 볼 수 있다. Fig. 11(c)는 경계층의 기지부에서의 접선방향 응력 σ_θ 는 균열의 크기 c 와는 거의 관계없이 $\varphi=30^\circ$ 부근에서 그 최대값이 존재하여 이 부근에서 기지부 균열이 발생할 가능성이 있음을 알 수 있다. Fig. 11(d)는 균열선단에서 항상 변형에너지밀도가 최대

값을 갖지만 균열길이가 커짐에 따라 작아져서 안정된 거동을 보임을 알 수 있다.

섬유-기지간 경계층에 경계층 균열과 같은 결함이 존재하는 경우에는 외부 하중에 의한 변형에 저항하는 정도를 나타내는 복합재료 상당 물성값 등의 저하를 예상할 수 있다. Fig. 12(a)와 12(b)는 경계층의 길이와 강성값의 변화에 따른 복합재료의 상당 전단계수가 변화하는 정도를 각각 $V_f=0.4$ 일 때와 $V_f=0.6$ 일 때 표시한 것이다. 모든 경계층의 강성값에 대해 균열길이가 늘어남에 따라 \bar{G} 가 감소하는 양상을 볼 수 있으며, Fig. 12(c)와 12(d)는 그 감소량을 균열이 없을 때와 비교하여 %로 표시한 것으로 $V_f=0.6$ 일 때 $V_f=0.4$ 인 경우보다 감소량이 더 큼을 확인 할 수 있다. 그리고 경계층의 강성값이 매우 작은 $k<0.1$ 에서는 균열에 대해 상당 전단 계수값이 민감하지 않으나 경계층의 강성값이 큰 경우에는 균열에 매우 민감함을 알 수 있다.

5. 결 론

경계요소법을 이용한 횡방향 전단하중을 받는 단일방향 복합재료의 경계층을 스프링으로 모델화한 기본셀의 수치 응력해석에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 단일방향 복합재료의 횡방향 전단하중에 대한 기계적 성질은 스프링으로 모델화된 경계층의 강성값에 매우 민감함을 볼 수 있었다. 특별한 예로서 경계층이 완전결합인 경우 섬유체적비의 변화에 대한 상당 전단계수의 경향은 기존의 해석 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

(2) 단일방향 복합재료의 횡방향 상당 전단계수는 동일한 섬유체적비인 경우 경계층의 강성값이 증가할수록 증가하며, 또한 경계층의 강성값 k 가 1.6이상의 결합상태인 경우에는 섬유체적비가 증가하면 상당 전단계수는 증가하나 k 가 1.6이하의 결합에서는 감소하는 경향을 나타냈다.

(3) 경계층에 균열이 존재하는 경우에는 경계층의 강성값 k 가 10이상의 결합상태인 경우에는 균열선단에서 최초의 지지부의 균열이 발생할 가능성이 높으나 k 가 1이하의 결합에서는 경계층의 균열이 지지부의 균열발생에 미치는 영향은 작다.

(4) 단일방향 복합재료를 구성하는 섬유 및 기지의 기계적 물성, 단일방향 복합재료의 횡방향 상당 전단계수 및 섬유체적비가 실험적으로 결정된다면 본 연구의 해석방법에 의해서 경계층의 강성값을 역으로 유추할 수 있는 가능성을 제시하였다.

참고문헌

- (1) Adams, D. F. and Doner, D. R., 1967, "Transverse Normal Loading of a Unidirectional Composite," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, pp. 152~164.
- (2) Chen, P. E. and Lin, J. M., 1969, "Transverse Properties of Fibrous Composites," *Materials Research & Standards*, pp. 29~32.
- (3) Christensen, R. M. and Lo, K. H., 1979, "Solutions for Effective Shear Properties in Three Phase Sphere and Cylinder Models," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 27, pp. 315~330.
- (4) Takahashi, K. and Chou, T. W., 1988, "Transverse Elastic Moduli of Unidirectional Fiber Composites with Interfacial Debonding," *Metallurgical Transactions A*, Vol. 19A, pp. 129~135.
- (5) Highsmith, A. L., D. Shin and Naik, R. A., 1990, "Local Stresses in Metal Matrix Composites Subjected to Thermal and Mechanical Loading," *ASTM STP 1080*, pp. 3~19.
- (6) Gosz, M., Moran, B. and Achenbach, J. D., 1991, "Effect of Viscoelastic Interface on the Transverse Behavior of Fiber-Reinforced Composites," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 27, No. 11, pp. 1757.
- (7) de Kok, J. M. M. van Klinken, E. J. and Peijs, A. A. J. M., 1993, "Influence of Fiber Surface Treatment on the Transverse Properties of Carbon Fiber Reinforced Composite," *Advanced Composites '93, International Conference on Advanced Composite Materials*, pp. 427~432.
- (8) Achenbach, J. D. and Zhu, H., 1989, "Effect of Interfacial Zone on Mechanical Behavior and Failure of Fiber-Reinforced Composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 37, No. 3, pp. 381~393.
- (9) Achenbach, J. D. and Choi, H. S., 1992, "Matrix Cracking and Interphase Failure in Fiber Composites," *Local Mechanics Concepts for Composite Material Systems, IUTAM Symposium Blacksburg, VA 1991, Springer-Verlag, J. N. Reddy and K. L. Reifsnider, eds.*, pp. 149~163.
- (10) Choi, H. S. and Achenbach, J. D., 1996, "Bilinear Elastic Behavior of Unidirectional Composites Under Transverse Tensile Loading," *대한기계학회 추계학술대회논문집 A, KSME 96F082*, pp. 489~496.
- (11) Choi, H. S. and Achenbach, J. D., 1995, "Stress State at Neighboring Fibers Induced by Single-Fiber Interphase Defects," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 11, pp. 1555~1570.
- (12) Laird II G. and Kennedy, T. C., 1995, "Poisson's Ratio and the Interfacial Behavior of Composite Materials," *Composites*, Vol. 26, pp. 887~889.

- (13) Williams, M. L., 1959, "The Stresses Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 49, pp. 199~204.
- (14) Brebbia, C. A. and Dominguez, J., 1989, *Boundary Elements ; An Introductory Course*, Computational Mechanics Publishers, McGraw-Hill Book Company.
- (15) Kane, J. H., 1994, *Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics*, Prentice-Hall, Inc.