

〈논 문〉

## 비선형 변환제어에 의한 3자유도 수직 다관절 로봇의 제어

양 창 일\* · 백 윤 수\*\*

(1996년 9월 3일 접수)

Control of a 3-DOF Vertical Articulated Robotic System  
Using Nonlinear Transformation Control

C. I. Yang and Y. S. Baek

**Key Words :** Nonlinear Transformation(비선형 변환), Robot(로봇), Manipulator(매니플레이터), Feedback Equivalence(피백임 동가), Control Law(제어법칙)

## Abstract

Mathematical models of industrial robots or manipulators are highly nonlinear equations with nonlinear coupling between the variables of motion. As the working speed has been fast, the effects of nonlinear terms have become serious. So the control algorithm based on approximately linearized equation loses the efficiency. In order to design the control law for the nonlinear models, Hunt-Su's nonlinear transformation method and Marino's feedback equivalence condition are used with linear quadratic regulator(LQR) theory in this study. Nonlinear terms of the system are eliminated and coupled terms are decoupled by this feedback law. This method is applied to a 3-D.O.F. vertical articulated manipulator by both experiments and simulations and compared with PID control which is widely used in the industry.

## 1. 서 론

산업용 로봇이나 매니플레이터의 수학적 모델은 운동변수간에 연성(coupling)된 고도의 비선형 방정식으로 이루어진다. 이러한 비선형성이 매니플레이터의 작동속도가 그리 빠르지 않았던 초기 단계에서는 중요한 요소로서 고려되지는 않았다. 그러나 산업용 로봇이나 매니플레이터가 자동화의 영역에서 더욱 중요도가 높아가고 아울러 고속의 작업속도와 고도의 정밀도를 요구하는 현재로서는, 비선형성은 중요한 고려의 대상이 되었다. 즉 매니플레이터의 운전속도가 높아감에 따라 원심력이나 관절간의 상호작용에 의한 코리올리력 등의 비선형력의

영향이 커지게 된 것이다. 현재 시판되는 대부분의 산업용 로봇들은 로봇팔 내의 링크들 간의 상호동적영향은 거의 무시한 채 선형 제어이론을 기초로 하여 제어 알고리즘이 구성되어져 있다. 그러나 로봇의 작업속도가 증가함에 따라 이와 같은 영향들 때문에 고정밀의 제어결과를 얻기가 쉽지 않다. 따라서 이러한 영향들을 고려한 좀 더 실제적인 모델에 대해 수학적 해석을 통한 보다 더 현실적인 제어 알고리즘에 관한 연구가 행해지고 있다.

Markiewicz와 Bejczy는 매니플레이터의 제어 문제를 해결하기 위한 하나의 접근으로 링크들 간의 상호작용에 의한 비선형성을 보상하는 방법, 즉 계산된 토크방법을 사용하였다.<sup>(1,2)</sup> Hemami와 Camana는 sine, cosine, 다항식 등의 비선형성을 갖는 단순 운동계의 자세 안정성과 주기적 운동을 해석하고 비선형 피백임을 사용하여 계를 선형화시

\*회원, 연세대학교 대학원 기계공학과

\*\*회원, 연세대학교 기계설계학과

키고 다커플링된 하부계(sub system)를 유도하였다.<sup>(3)</sup> Slotine은 기존의 비선형 제어이론을 개선시킨 슬라이딩 표면(sliding surface) 개념을 도입하였고<sup>(4)</sup> 불확실한 계에 적용시킬 수 있는 적응제어 알고리즘을 유도하였다.<sup>(5)</sup> Wijesoma와 Richard는 토크계산방법과 가변구조 시스템에 바탕을 둔 매니플레이터의 강건하고 정밀한 궤적추적제어 알고리즘을 제안하였다.<sup>(6)</sup> Elmali와 Olgac은 일반적인 비선형 MIMO 시스템에 대해 파라미터의 불확실성과 미지의 외란에 강건한 제어를 유도하였다.<sup>(7)</sup> Qijie와 Chunyi는 슬라이딩모드제어에 매니플레이터와 수반하중(payload)에 대한 미지의 파라미터의 온라인 추정을 결합시켜 추적성능을 향상시켰다.<sup>(8)</sup> 또한 Chunyi와 Stepanenko는 비선형 또는 시변 다양체(manifold)에 슬라이딩모드 발생을 보장하는 제어 알고리즘을 제안하였다.<sup>(9)</sup>

비선형 제어에 관한 국내 연구를 살펴보면, 이민철과 靑島伸治는 비선형항들을 외부 교란으로 가정하여 로봇 매니플레이터에 슬라이딩제어 알고리즘을 적용하였고,<sup>(10)</sup> 최승복과 박동원은 이동 슬라이딩 서피스를 제안하고, 슬라이딩모드제어와 함께 적용하여 기존의 슬라이딩모드제어를 개선시켰다.<sup>(11)</sup> 김정식과 최승복은 기존의 슬라이딩모드제어기법에서 발생하는 채터링(chattering) 현상을 억제하고 추적성능을 향상시키기 위한 방법으로 퍼지이론을 슬라이딩모드제어와 함께 적용하여 채터링현상과 추적오차를 감소시켰다.<sup>(12)</sup>

이러한 제어법칙을 설계하는 또 다른 방법은 비선형 계를 비연성된 케노니칼(canonical) 형태로 변환하는 것이다. 운동방정식을 이러한 형태로 변환하기 위해 비선형계가 Brunovsky 케노니칼형태의 가제어 선형계로 변환가능한 지를 검사해야 한다.<sup>(15)</sup> 이러한 과정에 대한 일례가 Hunt, Su와 Meyer에 의해 주어졌다.<sup>(16)</sup> Marino의 방법으로 되먹임 등가의 법칙에 의해 제어법칙을 얻을 수 있다.<sup>(17)</sup> 백윤수 등은 강체 로봇 팔에 대해 되먹임 등가의 법칙을 유도하고 강체 팔 및 유연한 로봇 암에 제어식을 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.<sup>(18)</sup>

본 연구에서는 비선형 요인과 동적 영향을 고려한 비선형계에 대한 비선형 변환제어이론을 적용하여 3자유도 수직 다관절 로봇에 대해 Hunt, Su, Meyer가 제안한 비선형 변환제어이론과 Marino의 되먹임 등가법칙에 의해 제어법칙을 수립하고 LQR (Linear Quadratic Regulator) 이론을 적용하여 이

특값을 정하였다. 이로부터 로봇 팔이 강체로 가정된 3자유도 로봇에 적용하여 시뮬레이션 및 실험을 통해 그 타당성을 검토하고, 산업용 로봇의 제어 알고리즘으로 널리 사용되고 있는 PID 제어와의 비교도 함께 수행하고자 한다.

## 2. 비선형 변환제어이론에 의한 제어기 설계

### 2.1 3자유도 수직 다관절 매니플레이터의 운동방정식

Fig. 1은 산업용 로봇으로 널리 사용되는 수직 다관절 매니플레이터의 주 3관절을 모델링한 것이다. 이 모델의 운동방정식을 Newton-Euler 방법으로 유도하면 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_{11}(\theta) f_1(\theta, \dot{\theta}) \\ -c_{22}(\theta) f_2(\theta, \dot{\theta}) \\ -c_{33} f_3(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ g_2(\theta) \\ g_3(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}(\theta) & c_{12}(\theta) & c_{13}(\theta) \\ c_{21}(\theta) & c_{22}(\theta) & c_{23}(\theta) \\ c_{31}(\theta) & c_{32}(\theta) & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, 각 행렬의 요소는 부록에 나타내었다.

식 (1)은 다음과 같은 형태로 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(\theta) & c_{12}(\theta) & c_{13}(\theta) \\ c_{21}(\theta) & c_{22}(\theta) & c_{23}(\theta) \\ c_{31}(\theta) & c_{32}(\theta) & c_{33} \end{bmatrix}^{-1}$$

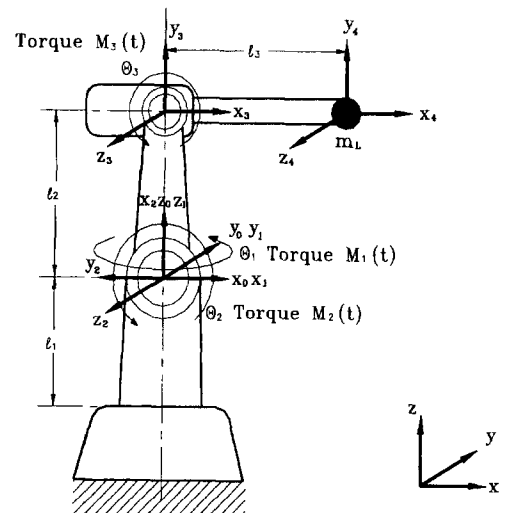


Fig. 1 3-DOF vertical articulated manipulator

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{\theta})f_1(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) \\ c_{22}(\underline{\theta})f_2(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_2(\underline{\theta}) \\ c_{33}f_3(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_3(\underline{\theta}) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{\theta}) & c_{12}(\underline{\theta}) & c_{13}(\underline{\theta}) \\ c_{21}(\underline{\theta}) & c_{22}(\underline{\theta}) & c_{23}(\underline{\theta}) \\ c_{31}(\underline{\theta}) & c_{32}(\underline{\theta}) & c_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} c_{11}^*(\underline{\theta}) & c_{12}^*(\underline{\theta}) & c_{13}^*(\underline{\theta}) \\ c_{21}^*(\underline{\theta}) & c_{22}^*(\underline{\theta}) & c_{23}^*(\underline{\theta}) \\ c_{31}^*(\underline{\theta}) & c_{32}^*(\underline{\theta}) & c_{33}^*(\underline{\theta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{\theta})f_1(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) \\ c_{22}(\underline{\theta})f_2(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_2(\underline{\theta}) \\ c_{33}f_3(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_3(\underline{\theta}) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{12}^* & c_{13}^* \\ c_{21}^* & c_{22}^* & c_{23}^* \\ c_{31}^* & c_{32}^* & c_{33}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

여기서,  $c^*$ 는  $c$ 행렬에 대한 역행렬의 요소를 의미한다. 식 (2)를 상태공간방정식으로 나타내기 위해 변수를 다음과 같이 다시 정의한다.

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= \theta_1(t), \quad x_3(t) = \theta_2(t), \quad x_5(t) = \theta_3(t) \\
 x_2(t) &= \dot{\theta}_1(t), \quad x_4(t) = \dot{\theta}_2(t), \quad x_6(t) = \dot{\theta}_3(t) \\
 u_1(t) &= M_1(t), \quad u_2(t) = M_2(t), \quad u_3(t) = M_3(t) \\
 \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \\ f_3^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{12}^* & c_{13}^* \\ c_{21}^* & c_{22}^* & c_{23}^* \\ c_{31}^* & c_{32}^* & c_{33}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{\theta})f_1(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) \\ c_{22}(\underline{\theta})f_2(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_2(\underline{\theta}) \\ c_{33}f_3(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) + g_3(\underline{\theta}) \end{bmatrix} \quad (3)
 \end{aligned}$$

최종적으로 다음과 같은 3자유도 수직 다관절 매니퓰레이터에 대한 상태공간방정식을 얻을 수 있다. (13,14)

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \underline{f}(x) + \sum_{i=1}^m u_i(t) g_i(x) \\
 &= \underline{f}(x) + \sum_{i=1}^3 u_i g_i \\
 &= \underline{f}(x) + \underline{G}(x) u \\
 &= \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1^* \\ x_4 \\ f_2^* \\ x_6 \\ f_3^* \end{bmatrix} + u_1 \begin{bmatrix} 0 \\ c_{11}^* \\ 0 \\ c_{21}^* \\ 0 \\ c_{31}^* \end{bmatrix} + u_2 \begin{bmatrix} 0 \\ c_{12}^* \\ 0 \\ c_{22}^* \\ 0 \\ c_{32}^* \end{bmatrix} + u_3 \begin{bmatrix} 0 \\ c_{13}^* \\ 0 \\ c_{23}^* \\ 0 \\ c_{33}^* \end{bmatrix} \quad (4)
 \end{aligned}$$

## 2.2 제어법칙의 설계

제어법칙을 설계하기 위한 한 방법으로 비선형계를 케노니칼 형태의 비연성된 선형계로 변환시킬 수 있다. 즉, 식 (4)와 같은 비선형 상태방정식은 식 (5)와 같은 Brunovsky 형태<sup>(15)</sup>로 변환시킬 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= \underline{A}y + \underline{B}v \\
 \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{y}_5 \\ \dot{y}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (5)
 \end{aligned}$$

여기서,  $y \in R^n$ ,  $v \in R^m$ 이고 선형계에서의 상태변수, 입력을 각각 나타내며, 본 시스템에 대해  $n=6$ ,  $m=3$ 이다.

계의 방정식을 이와 같은 형태로 변환시키기 위해 비선형계가 제어가능한 Brunovsky 케노니칼 형태의 선형계로 변환될 수 있는지에 대한 조건을 Hunt, Su 그리고 Meyer가 제안한 방법으로 검사하여야 한다. (15,16,19,20)

식 (4)에서 식 (5)로의 변환을 위해 다음과 같은 편미분방정식을 풀어야 한다. (17,21)

$$\begin{aligned}
 \dot{T}_{\sigma_1} &= \langle dT_{\sigma_1}, f + \sum_{i=1}^m u_i g_i \rangle = T_{n+1} \\
 \dot{T}_{\sigma_2} &= \langle dT_{\sigma_2}, f + \sum_{i=1}^m u_i g_i \rangle = T_{n+2} \\
 &\vdots \\
 \dot{T}_n &= \langle dT_n, f + \sum_{i=1}^m u_i g_i \rangle = T_{n+m} \quad (6)
 \end{aligned}$$

여기서,  $T_1, T_2, \dots, T_n$ 은 선형계에서의 상태변수를,  $T_{n+1}, T_{n+2}, \dots, T_{n+m}$ 은 제어입력을 나타내며,  $\sigma_1 = k_1$ ,  $\sigma_2 = k_1 + k_2$ ,  $\dots$ ,  $\sigma_m = k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$ 이고  $k_j$ 는 크로네커 지수로서 양의 정수이고,  $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_m$ 이며  $\sum_{j=1}^m k_j = n$ 이다.

식 (6)에 대한 해의 존재 여부는 Frobenius 정리<sup>(22)</sup>로부터 알 수 있다. 위의 편미분방정식을 만족시키는  $T$ 를 구할 수 있다면 되먹임 등가의 법칙에 의해 제어법칙에 관련된 변환을 찾아내야 한다. Hunt, Su 그리고 Meyer는 식 (6)의 해를 얻기 위한 방법을 제시하였으나 이 방법으로는 변환된 시스템이 본래의 시스템과 되먹임 등가가 됨을 보장할 수 없다. 따라서 Marino와 Nicosia가 비선형

플래트와 선형 참조모델 (linear reference model) 간의 되먹임 등가변환을 위한 조건을 제시하였다. 이를 위해 되먹임 등가법칙<sup>(17)</sup>으로부터 식 (7)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \underline{f}(\underline{x}) + \underline{G}(\underline{x}) \underline{a}(\underline{x}) &= [dT(\underline{x})/d\underline{x}]^{-1} \underline{A} T(\underline{x}) \\ \underline{G}(\underline{x}) \underline{S}(\underline{x}) &= [dT(\underline{x})/d\underline{x}]^{-1} \underline{B} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $T$ 와  $S$ 를 되먹임 변환이라 하고,  $\underline{a}(\underline{x})$ 는 제어입력과 관련된 변환행렬이다. 그리고  $\underline{f}(\underline{x})$ 와  $\underline{G}(\underline{x})$ 는 식 (4)에 나타낸 바와 같다. 로봇 강체팔의 상태방정식과 되먹임 등가의 법칙에 따라  $T(\underline{x}) = \underline{x}$ 인 경우 Brunovsky 형태를 얻기 위한 변환식이 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} T_1 &= x_1, \quad T_2 = x_2, \quad T_3 = x_3 \\ T_4 &= x_4, \quad T_5 = x_5, \quad T_6 = x_6 \\ \begin{bmatrix} T_7 \\ T_8 \\ T_9 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{x}) & c_{12}(\underline{x}) & c_{13}(\underline{x}) \\ c_{21}(\underline{x}) & c_{22}(\underline{x}) & c_{23}(\underline{x}) \\ c_{31}(\underline{x}) & c_{32}(\underline{x}) & c_{33}(\underline{x}) \end{bmatrix}^{-1} \\ &\quad \begin{bmatrix} u_1 + f_1(\underline{x}) c_{11}(\underline{x}) \\ u_2 + f_2(\underline{x}) c_{22}(\underline{x}) + g_2(\underline{x}) \\ u_3 + f_3(\underline{x}) c_{33}(\underline{x}) + g_3(\underline{x}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

또한 Brunovsky 케노니칼형태의 각 변수들을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_1 &= y_1, \quad T_2 = y_2, \quad T_3 = y_3 \\ T_4 &= y_4, \quad T_5 = y_5, \quad T_6 = y_6 \\ T_7 &= v_1, \quad T_8 = v_2, \quad T_9 = v_3 \end{aligned} \quad (9)$$

Brunovsky 형태로 변환된 선형 상태방정식에서 최적제어이론(LQR)을 이용하여 이득을 결정할 수 있다. 앞의 관계들을 종합하면 Fig. 2에 나타낸 블록선도와 같다.

여기서,  $v_R$ 은 원하는 참조 입력행렬이고,  $w$ 는 플래트의 원하는 출력,  $T_E^{-1}$ 은  $w$ 와  $v_R$ 간의 변환관계를 나타내며,  $C$ 는 이득행렬이고  $\alpha_1 \sim \alpha_6$ 의 요소로 구성되며, 각각은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \underline{v}_R &= \begin{bmatrix} v_{R1} \\ v_{R2} \\ v_{R3} \end{bmatrix}, \quad \underline{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \\ \underline{C} &= \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_5 & \alpha_6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

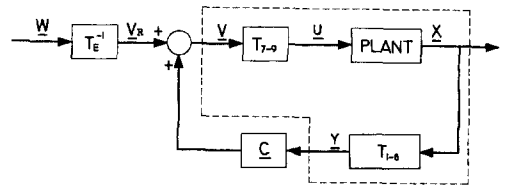


Fig. 2 The block diagram of the closed loop for basic rigid-arm robot

$$\begin{aligned} T_{E1}^{-1}(w_1) &= -\frac{v_{R1}}{\alpha_1} \\ T_{E2}^{-1}(w_2) &= -\frac{v_{R2}}{\alpha_2} \\ T_{E3}^{-1}(w_3) &= -\frac{v_{R3}}{\alpha_3} \end{aligned}$$

Fig. 2로부터 선형 제어입력  $v(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$v(t) = \underline{v}_R + \underline{C} y \quad (10)$$

식 (10)을 식 (5)에 대입하여 정상상태, 즉  $\dot{y} = 0$ 을 적용하여 풀면 선형계에 대한 제어법칙을 얻을 수 있다. 이 결과로부터 선형계에서 비선형계로의 역변환을 이용하여 비선형계에 대한 제어법칙을 얻을 수 있다. 즉, 선형계의 제어입력  $v(t)$ 를 식 (8)과 식 (9)의 관계에 대입하여  $u_i$ , 즉  $M_i$ 에 대해 풀면, 다음과 같은 최종적인 제어법칙을 얻는다.<sup>(18)</sup>

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -f_1(\underline{x}) c_{11}(\underline{x}) \\ -f_2(\underline{x}) c_{22}(\underline{x}) - g_2(\underline{x}) \\ -f_3(\underline{x}) c_{33}(\underline{x}) - g_3(\underline{x}) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} c_{11}(\underline{x}) & c_{12}(\underline{x}) & c_{13}(\underline{x}) \\ c_{21}(\underline{x}) & c_{22}(\underline{x}) & c_{23}(\underline{x}) \\ c_{31}(\underline{x}) & c_{32}(\underline{x}) & c_{33}(\underline{x}) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \alpha_1 w_1 \\ \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 - \alpha_3 w_2 \\ \alpha_5 x_5 + \alpha_6 x_6 - \alpha_5 w_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

이와 같은 유도과정에 대한 더 자세한 수식적 기술은 지면 관계상 본 논문에서는 생략하였고, 참고 문헌 (18)에 상세히 기술되어 있다.

### 3. 실험 및 결과 고찰

대부분의 산업용 로봇은 주 3관절이 회전형(revolute) 조인트로 구성이 된다. 본 연구의 결과를 실

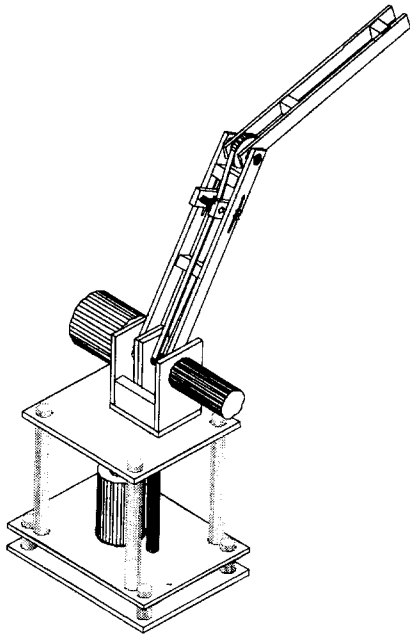


Fig. 3 Three dimensional view of the manipulator



Fig. 4 3 DOF vertical articulated manipulator and control units

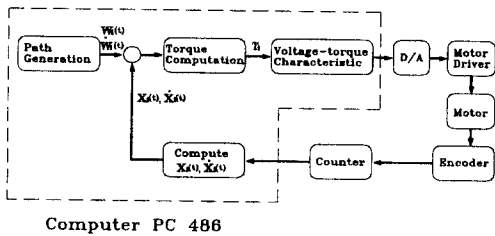
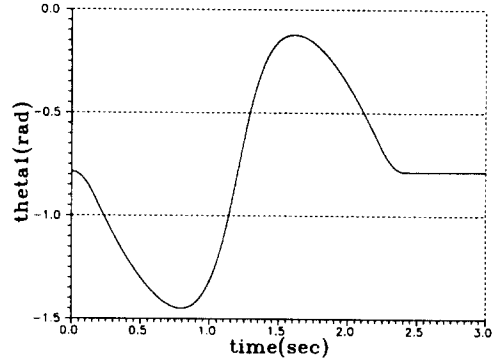
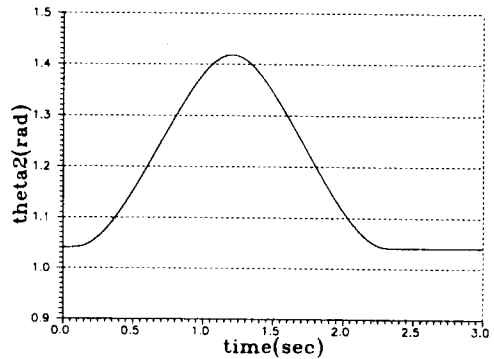


Fig. 5 Block diagram of experiment

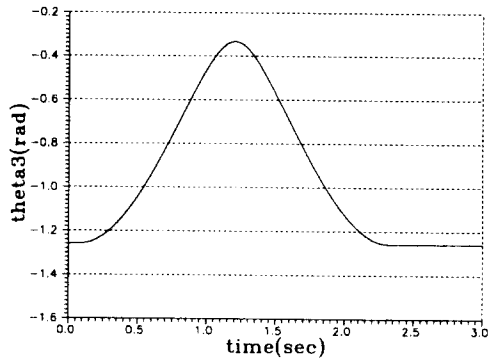
제적인 산업용 로봇에 직접적으로 적용키 위하여 위에서 언급된 방법에 의하여 제어법칙을 설계하



(a) Joint 1



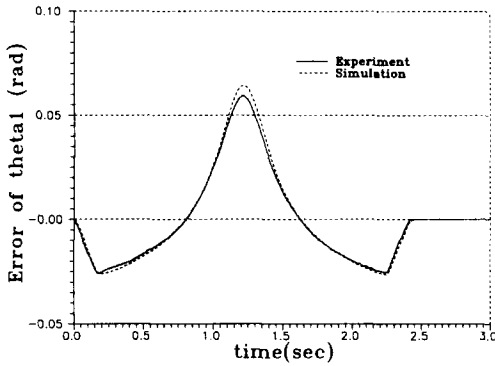
(b) Joint 2



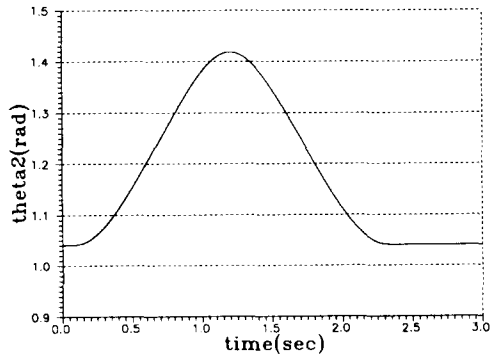
(c) Joint 3

Fig. 6 Desired angular positions of each joint

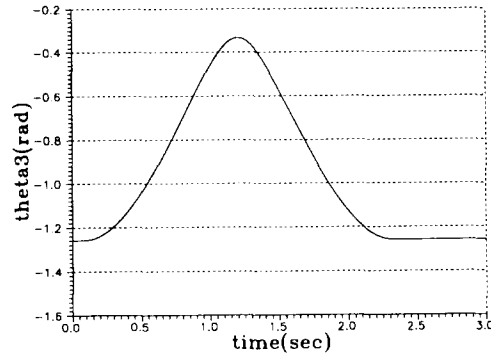
고, Fig. 3과 같이 3자유도 수직 다관절 매니플레이터를 설계·제작하였으며 컴퓨터와 인터페이스시켰다. 그리고 3자유도 수직 다관절 매니플레이터에 대해 임의의 평면상에서의 원의 궤적을 추적하는 실험 및 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 본 연구에서 제시한 비선형 변환제어와 기존에 널리 사용되어 온 제어의 하나인 PID 제어를 적용하여



(a) Joint 1



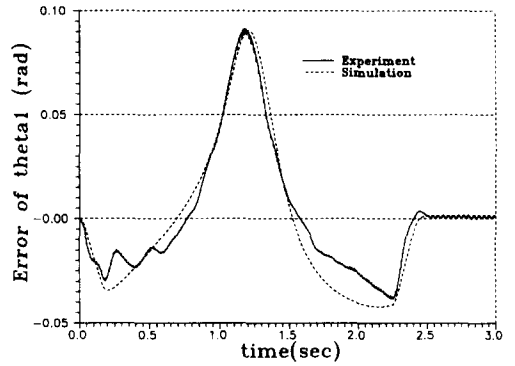
(b) Joint 2



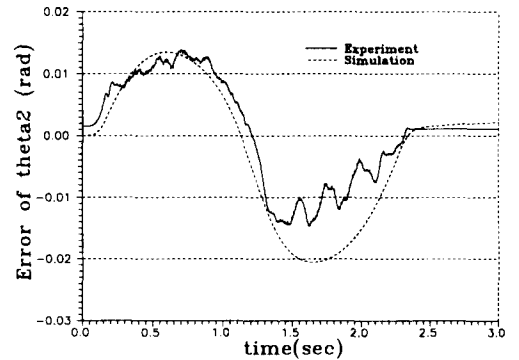
(c) Joint 3

Fig. 7 Angular position errors of each joint in case of nonlinear control

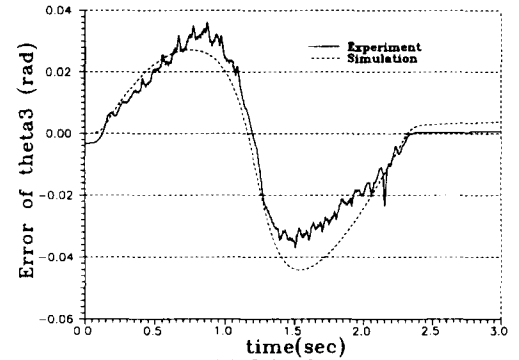
실험 및 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 궤적을 추적하는 동안의 매니퓰레이터 끝단의 속도는 초기 가속구간(0.1초)과 마지막 감속구간(0.1초)을 제외하고 0.8 m/sec로 유지하게 하였고, 샘플링시간은 2 m sec로 하였다. 비선형 제어의 이득값은 각 조인트의 모터가 포화(saturation)되지 않는 한도 내에서 다음과 같이 설정하였다.



(a) Joint 1



(b) Joint 2



(c) Joint 3

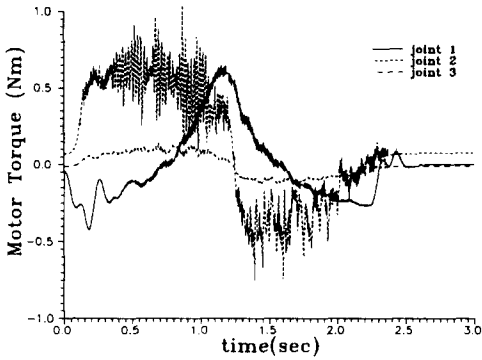
Fig. 8 Angular position errors of each joint in case of PID control

조인트 1 :  $\alpha_1=15314$ ,  $\alpha_2=247.5$

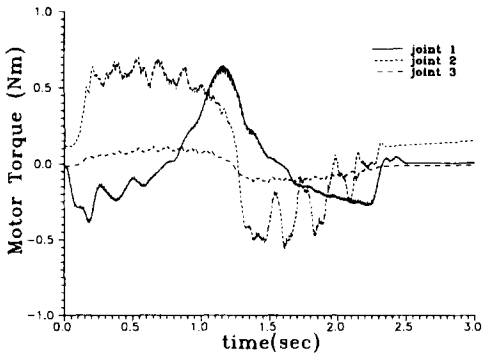
조인트 2 :  $\alpha_3=32942$ ,  $\alpha_4=363$

조인트 3 :  $\alpha_5=36005$ ,  $\alpha_6=379.5$

즉, 이 값들은 각 모터의 최대 토크내에서 선정하였다. PID 제어의 경우 이득값은 계의 진동이 유발되지 않는 최대 이득값을 시행착오법에 의해



(a) Nonlinear control



(b) PID control

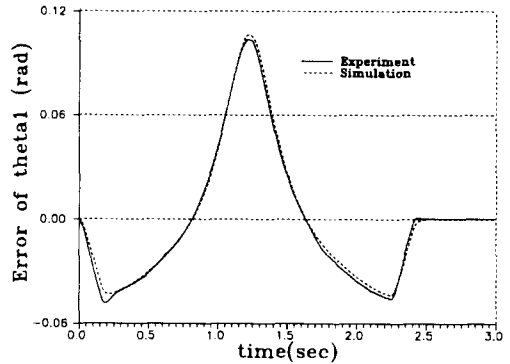
Fig. 9 Torques into each motor corresponding to each joint in two control cases

다음과 같이 정하였다.

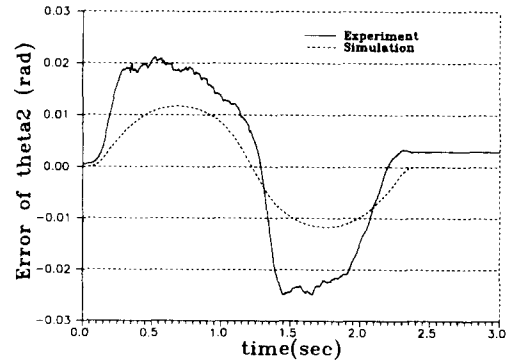
- 조인트 1 :  $K_p=522, K_I=0.36, K_D=627$
- 조인트 2 :  $K_p=933, K_I=1.3, K_D=1865$
- 조인트 3 :  $K_p=403, K_I=0.47, K_D=806$

Fig. 4는 본 실험에서 사용한 매니퓰레이터와 제어 장치이고, Fig. 5는 본 실험에 대한 블록선도를 나타낸 것이다.

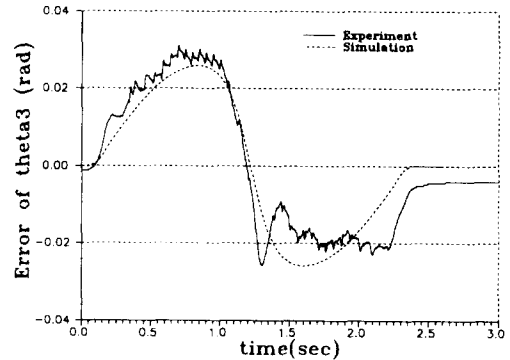
Fig. 6은 각 조인트의 원하는 각변위를 시간에 따라 나타낸 것이고, Fig. 7은 비선형 제어를 사용한 경우 각 조인트의 위치오차에 대해 실험 및 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 함께 나타낸 것이다. Fig. 8에서는 PID 제어를 이용한 경우, 실험 및 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 그림에 나타낸 결과에서 알 수 있듯이 실험 및 시뮬레이션 결과가 유사하며 세개의 조인트 모두 다 비선형 변환제어를 이용한 경우가 PID 제어를 사용한 경우보다 더 나은 제어결과를 얻을 수 있다. Fig. 7(c)와 Fig.



(a) Joint 1



(b) Joint 2



(c) Joint 1

Fig. 10 Angular position errors of each joint in case of 60% of original gains for nonlinear control

8(c)에서 비선형 제어기의 경우 정상상태오차가 더 크게 나오는데 이는 비선형 제어기가 모델링이 완벽한 경우에는 정상상태오차 또한 더 작게 나오지만 모델링이 완벽하지 않은 경우에는 PID 제어의 경우보다 정상상태오차가 더 크게 나올 수 있다. 이러한 모델링오차는 모델링시 수치적 오차(질량,

길이, ...)나 모델링하기가 곤란하여 무시한 항, 그리고 모터나 드라이버 등의 모델링오차 등이 포함된다. 그러나 일반적으로 실제 산업용 로봇의 제어 알고리즘을 비선형 제어알고리즘으로 쉽게 바꿀 수 있으며, 이는 Fig. 7에서 보여 주는 바와 같이 성능 향상을 제공하여 줄 것이다.

Fig. 9에서는 감속기를 거치기 전에 각 모터로 입력되는 토크값을 나타내고 있다. 즉, 이 값들은 각 모터에 결합되어 있는 감속기를 거쳐 실제 각 조인트에서 필요로 하는 토크로 증폭되어 작용하게 된다.

이러한 실험의 경우, 입력된 목표속도가 커서 드라이버에서 필요한 전압이 드라이버의 허용 최대 전압보다 크면 모터의 포화(saturation)현상이 쉽게 나타난다. 그러나 목표입력속도가 드라이버의 허용전압내의 실용 가능한 속도이면 모터의 포화현상은 이득값의 증가에 민감하게 발생하지는 않는다. 왜냐하면 이득값이 증가하여도 드라이버의 입력 전압이 정비례하여 증가하지는 않기 때문이다. 따라서 모터의 포화현상은 이득값의 크기보다는 목표입력속도에 따른 드라이버의 허용전압에 의해 더 쉽게 발생한다. 물론 이득값이 아주 작다면 목표입력속도가 크더라도 포화현상은 발생하지 않는다. 즉, 이득값이 아주 작으면 모터가 궤적을 제대로 추적하지 않아도 입력값이 그다지 커지지 않기 때문에 필요 전압이 드라이버의 허용전압내에 존재하게 된다. 따라서 이러한 경우에는 모터의 포화현상이 발생하지 않는다.

Fig. 10에는 비선형 제어에 대해 본래의 이득값 ( $\alpha_1=15314$ ,  $\alpha_2=247.5$ , ...)의 60%를 준 경우의 결과를 실험 및 시뮬레이션을 통해 나타내었다. 비선형 제어에 대해 본래의 이득값을 준 Fig. 7의 결과와 비교해 보면 예상했던대로 이득값이 감소되는 경우 오차는 증가하게 됨을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 3자유도 수직 다관절 매니퓰레이터의 운동방정식을 유도하고 비선형 제어변환이론을 적용하여 3자유도 매니퓰레이터에 대한 비선형 제어법칙을 얻었다. 이 제어법칙을 실제 실험에 대한 입력으로 이용하여 실험 및 시뮬레이션을 수행하고, 일반적으로 산업용 로봇에 널리쓰이는 PID 제어와 그 성능을 비교 평가하였다. 본 연구의 수

행 결과는 다음과 같다.

(1) 3자유도 수직 다관절 매니퓰레이터에 대해 Hunt, Su, Meyer가 제안한 비선형 제어변환이론과 Marino의 되먹임 등가법칙에 의하여 제어법칙을 유도하였다.

(2) (1)에서 얻은 제어법칙을 실제 실험 및 시뮬레이션에 적용하여 3차원 공간 상의 원형경로를 추적하는 실험 및 시뮬레이션을 수행하여 PID 제어를 이용한 경우의 결과보다 더 나은 결과를 얻었다.

(3) 향후 비선형 변환제어이론을 모델링오차나 외력에 강건한 제어로 하기위한 연구 및 6관절로 구성된 로봇팔과 유연한 팔에 대해 비선형 변환제어이론을 적용하기 위한 연구를 수행하여야 한다.

#### 참고문헌

- (1) Markiewicz, B., 1973, "Analysis of the Computed Torque Drive Method and Comparison with Conventional Position Servo for a Computed-Controlled Manipulator," *Jet Propulsion Laboratory Technical Memo* 33-601.
- (2) Bejczy, A., 1974, "Robot Arm Dynamics and Control," *Jet Propulsion Laboratory Technical Memo* 33-669.
- (3) Hemami, H. and Camana, P. C., 1976, "Non-linear Feedback in Simple Locomotion Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-21, No. 6, pp. 855~859.
- (4) Slotine, J. -J. E. and Sastry, S. S., 1983, "Tracking Control of Non-linear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators," *Int. J. of Control*, Vol. 38, pp. 465~492.
- (5) Slotine, J. -J. E. and Li, W., 1987, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 6, No. 3, pp. 49~59.
- (6) Wijesoma, S. W. and Richards, R. J., 1990, "Robust Trajectory Following of Robot Using Computed Torque Structure with VSS," *Int. J. of Control*, Vol. 52, pp. 935~962.
- (7) Elmali, H. and Olgac, N., 1992, "Robust Output Tracking Control of Nonlinear Systems via



- Sliding Mode Technique," *Automatica*, Vol. 28, pp. 145~151.
- (8) Qijie, Z. and Chunyi, S., 1993, "An Adaptive Sliding Mode Control Scheme for Robot Manipulators," *Int. J. Control*, Vol. 57, No. 2, pp. 261~271.
- (9) Stepanenko, Y. and Chunyi, S., 1993, "Variable Structure Control of Robot Manipulators with Nonlinear Sliding Manifolds," *Int. J. Control*, Vol. 58, pp. 285~300.
- (10) 이민철, 靑島伸治, 1992, "슬라이딩모드를 이용한 로봇 매니퓰레이터의 실시간제어에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제16권, 제11호, pp. 2011~2020.
- (11) 최승복, 박동원, 1993, "이동 슬라이딩 서피스를 통한 빠른 추적제어," 대한기계학회논문집, 제17권, 제3호, pp. 624~634.
- (12) 김정식, 최승복, 1994, "퍼지-슬라이딩모드를 이용한 로봇의 강건추적제어," 대한기계학회논문집, 제18권, 제8호, pp. 2088~2100.
- (13) Freund, E., 1983, "Direct Design Methods For the Control of Industrial Robots," *CIME*, pp. 71~79.
- (14) Freund, E., 1982, "Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole-Placement for Industrial Robot," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 65~78.
- (15) Brunovsky, P., 1970, "A Classification of Linear Controllable Systems," *Kibernetika (Praha) 6*, pp. 173~188.
- (16) Hunt, L. R., Su, R. and Meyer, G., 1983, "Design for Multi-Input Nonlinear Systems," *Differential Geometric Control Theory*, edited by Brockett, R. W., Millman, R. S. and Sussmann, H. J., Progress in Mathematics, Vol. 27., pp. 268~298.
- (17) Marino, R., 1982, *Feedback-Equivalence of Nonlinear Systems with Applications to Power Systems*, D. Sc. Dissertation, Washington University, St. Louis, pp. 19~35.
- (18) 백유수, 양창일, 1996, "링크 암에 대한 비선형 변환제어이론의 응용 연구," 한국정밀공학회지, 제13권, 제2호, pp. 94~101.
- (19) Hunt, L. R., Su, R. and Meyer, G., 1983,

- "Global Transformations of Nonlinear Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-28, No. 1, pp. 24~31.
- (20) Su, R., 1982, "On the Linear Equivalents of Nonlinear Systems," *System & Control Letters*, Vol. 2, No. 1, pp. 48~52.
- (21) Marino, R. and Nicosia, S., 1984, "Linear-Model-following Control and Feedback-Equivalence to Linear Controllable Systems," *Int. J. Control*, Vol. 39, No. 3, pp. 473~485.
- (22) Boothby, W. M., 1975, *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, New York.

## 부 록

$$c_{11}(\underline{\theta}) = \{2 \times m1 \times (e1x \times e1x + e1y \times e1y) + m2 \times (e2x \times e2x + e2y \times e2y + 2 \times e2z \times e2z) + m3 \times (e3x \times e3x + e3y \times e3y + 2 \times e3z \times e3z + l_2 \times l_2) + xx2 + xx3 + yy2 + yy3 + 2 \times zz1 + \cos 2\theta_2 \times (e2x \times e2x \times m2 - e2y \times e2y \times m2 + l_2 \times l_2 \times m3 - xx2 + yy2) + \cos \theta_3 \times 2 \times e3x \times l_2 \times m3 + \cos (2\theta_2 + 2\theta_3) \times (e3x \times e3x \times m3 - e3y \times e3y \times m3 - xx3 + yy3) + \cos (2\theta_2 + \theta_3) \times 2 \times e3x \times l_2 \times m3 - \sin 2\theta_2 \times 2 \times e2x \times e2y \times m2 - 2 \times e3y \times l_2 \times m3 \times \sin \theta_3 - 2 \times e3x \times e3y \times m3 \times \sin (2\theta_2 + 2\theta_3) - 2 \times e3y \times l_2 \times m3 \times \sin (2\theta_2 + \theta_3)\} \times 0.5$$

$$c_{12}(\underline{\theta}) = c_{21}(\underline{\theta}) = -\{e2y \times e2z \times m2 \times \cos \theta_2 + e3y \times e3z \times m3 \times \cos (\theta_2 + \theta_3) + (e2x \times e2z \times m2 + e3z \times l_2 \times m3) \times \sin \theta_2 + e3x \times e3z \times m3 \times \sin (\theta_2 + \theta_3)\}$$

$$c_{13}(\underline{\theta}) = c_{31}(\underline{\theta}) = -e3z \times m3 \times \{e3y \times \cos (\theta_2 + \theta_3) + e3x \times \sin (\theta_2 + \theta_3)\}$$

$$c_{22}(\underline{\theta}) = m2 \times (e2x \times e2x + e2y \times e2y) + m3 \times (e3x \times e3x + e3y \times e3y + l_2 \times l_2) + zz2 + zz3 + 2 \times e3x \times l_2 \times m3 \times \cos \theta_3 - 2 \times e3y \times l_2 \times m3 \times \sin \theta_3$$

$$c_{23}(\underline{\theta}) = c_{32}(\underline{\theta}) = e3x \times e3x \times m3 + e3y \times e3y \times m3 + zz3 + e3x \times l_2 \times m3 \times \cos \theta_3 - e3y \times l_2 \times m3 \times \sin \theta_3$$

$$\begin{aligned}
c_{33} &= m3 \times (e3x \times e3x + e3y \times e3y) + zz3 \\
g_2(\underline{\theta}) &= \{(e2x \times m2 + l_2 \times m3) \times \cos \theta_2 - e2y \times m2 \times \\
&\quad \sin \theta_2 + e3x \times m3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) - e3y \times m3 \\
&\quad \times \sin(\theta_2 + \theta_3)\} \times g \\
g_3(\underline{\theta}) &= \{e3x \times m3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) - e3y \times m3 \\
&\quad \times \sin(\theta_2 + \theta_3)\} \times g \\
f_1(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) &= -\{[-(e2x \times e2z \times m2 + e3z \times l_2 \times m3) \\
&\quad \times \cos \theta_2 - e3x \times e3z \times m3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) \\
&\quad + e2y \times e2z \times m2 \times \sin \theta_2 + e3y \times e3z \times \\
&\quad m3 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)] \times \dot{\theta}_2 \times \dot{\theta}_2 - 2 \times e3z \times \\
&\quad m3 \times \{e3x \times \cos(\theta_2 + \theta_3) - e3y \times \sin(\theta_2 \\
&\quad + \theta_3)\} \times \dot{\theta}_2 \times \dot{\theta}_3 - e3z \times m3 \times \{e3x \times \cos \\
&\quad (\theta_2 + \theta_3) - e3y \times \sin(\theta_2 + \theta_3)\} \times \dot{\theta}_3 \times \dot{\theta}_3 \\
&\quad + \dot{\theta}_1 \times \{(-2 \times e2x \times e2y \times m2 \times \cos 2\theta_2 \\
&\quad - 2 \times e3x \times e3y \times m3 \times \cos(2\theta_2 + 2\theta_3) \\
&\quad - 2 \times e3y \times l_2 \times m3 \times \cos(2\theta_2 + \theta_3) \\
&\quad + (-e2x \times e2x \times m2 + e2y \times e2y \times \\
&\quad m2 - l_2 \times l_2 \times m3 + xx2 - yy2) \times \sin 2\theta_2 \\
&\quad + (-e3x \times e3x \times m3 + e3y \times e3y \times \\
&\quad m3 + xx3 - yy3) \times \sin(2\theta_2 + 2\theta_3) - 2 \times \\
&\quad e3x \times l_2 \times m3 \times \sin(2\theta_2 + \theta_3)\} \times \dot{\theta}_2 \\
&\quad + (-e3y \times l_2 \times m3 \times (\cos \theta_3 + \cos(2\theta_2 \\
&\quad + \theta_3)) - 2 \times e3x \times e3y \times m3 \times \cos(2\theta_2 \\
&\quad + 2\theta_3) - e3x \times l_2 \times m3 \times (\sin \theta_3 + \sin(2\theta_2 \\
&\quad + \theta_3)) + (-e3x \times e3x \times m3 + e3y \times e3y \\
&\quad \times m3 + xx3 - yy3) \times \sin(2\theta_2 + 2\theta_3)\} \times \\
&\quad \dot{\theta}_3\} / c_{11}(\underline{\theta}) \\
f_2(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) &= -\{[e2x \times e2y \times m2 \times \cos 2\theta_2 + e3x \times \\
&\quad e3y \times m3 \times \cos(2\theta_2 + 2\theta_3) + e3y \times l_2 \times \\
&\quad m3 \times \cos(2\theta_2 + \theta_3) + 0.5 \times (e2x \times e2x \times \\
&\quad m2 - e2y \times e2y \times m2 + l_2 \times l_2 \times \\
&\quad m3 - xx2 + yy2) \times \sin 2\theta_2 + 0.5 \times (e3x \times \\
&\quad e3x \times m3 - e3y \times e3y \times m3 - xx3 + yy3) \\
&\quad \times \sin(2\theta_2 + 2\theta_3) + e3x \times l_2 \times m3 \times \sin \\
&\quad (2\theta_2 + \theta_3)\} \times \dot{\theta}_1 \times \dot{\theta}_1 - 2 \times l_2 \times m3 \times (e3y \\
&\quad \times \cos \theta_3 + e3x \times \sin \theta_3) \times \dot{\theta}_2 \times \dot{\theta}_3 - l_2 \times \\
&\quad m3 \times (e3y \times \cos \theta_3 + e3x \times \sin \theta_3) \times \dot{\theta}_3 \times \\
&\quad \dot{\theta}_3\} / c_{22}(\underline{\theta})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3(\underline{\theta}, \underline{\dot{\theta}}) &= -\{[0.5 \times e3y \times l_2 \times m3 \times (\cos \theta_3 + \cos \\
&\quad (2\theta_2 + \theta_3)) + e3x \times e3y \times m3 \times \cos(2\theta_2 \\
&\quad + 2\theta_3) + 0.5 \times e3x \times l_2 \times m3 \times (\sin \theta_3 \\
&\quad + \sin(2\theta_2 + \theta_3)) + 0.5 \times (e3x \times e3x \times \\
&\quad m3 - e3y \times e3y \times m3 - xx3 + yy3) \times \sin \\
&\quad (2\theta_2 + 2\theta_3)\} \times \dot{\theta}_1 \times \dot{\theta}_1 + l_2 \times m3 \times (e3y \times \\
&\quad \cos \theta_3 + e3x \times \sin \theta_3) \times \dot{\theta}_2 \times \dot{\theta}_2\} / c_{33}
\end{aligned}$$

여기서, 각 변수의 정의는 다음과 같다.

# 각 링크의 무게중심(각 조인트좌표계에 대한 값)

링크 1 : (e1x, e1y, e1z)

링크 2 : (e2x, e2y, e2z)

링크 3 : (e3x, e3y, e3z)

# 각 링크의 무게중심에서의 관성모멘트

$$I_1 = \begin{bmatrix} xx1 & 0 & 0 \\ 0 & yy1 & 0 \\ 0 & 0 & zz1 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} xx2 & 0 & 0 \\ 0 & yy2 & 0 \\ 0 & 0 & zz2 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} xx3 & 0 & 0 \\ 0 & yy3 & 0 \\ 0 & 0 & zz3 \end{bmatrix}$$

# 각 링크의 질량

링크 1 : m1, 링크 2 : m2, 링크 3 : m3

# 각 조인트의 회전각

조인트 1 :  $\theta_1$ , 조인트 2 :  $\theta_2$ , 조인트 3 :  $\theta_3$

# 각 조인트에 걸리는 토크

조인트 1 :  $M_1$ , 조인트 2 :  $M_2$ , 조인트 3 :  $M_3$

# 각 링크의 길이

링크 1 :  $l_1$ , 링크 2 :  $l_2$ , 링크 3 :  $l_3$