1414 대한기계학회논문집(A) 제21권 제9호, pp. 1414~1421, 1997

〈논 문〉

표준본드선도 : 본드선도에 의한 동적시스템의 일반모델

박 전 수* · 김 종 식**

(1996년 11월 4일 접수)

Bond Graph Prototypes : A General Model for Dynamic Systems in Terms of Bond Graphs

Jeon Soo Park and Jong Shik Kim

Key Words : Bond Graph Standards(일반본드선도), Static Junctions(정적 접합요소), Bond Graph Prototypes(표준본드선도), Dynamic Junctions(동적 접합요소), Physical Equivalence(물리적 등가), Causality(인과성), Connectivity(연결성)

Abstract

This paper examines the physics and mechanics governing the dynamic interaction between physical systems and suggests the four basic structures of bond graph prototypes, considered as a general model that can promise their dynamic behavior physically reasonable. The bond graph prototypes originating from the paper are more realistic junction structures than those used to model dynamic systems conventionally by bond graph standards in whether physical constraints are involved or not when the energy exchange between two dynamic components arises. It is shown that the bond graph prototypes are dynamic or energetic in their describing equations compared to the bond graph standards, and connectivity and causality are properties of dynamic systems upon which the steps developed in this paper for the bond graph prototypes are wholly based and their definitions and concepts are highly emphasized all through the paper.

I. 서 론

동적시스템은 일반적으로 서로 상호작용하는 동적/정적요소(혹은 성분)들의 결합체로서 이들의 결합형태에 따라 동적거동을 달리하는 시스템으로 정의할 수 있다. 따라서 동적시스템의 해석을 효과적으로 달성하기 위해서는 우선 모델링단계에서부터 이와 같은 동적시스템의 연결성(connectivity)을 조직적으로 파악할 수 있는 도구의 사용이 요구된다. 특히, 이와 같은 도구는 모델링 및 해석하고자 하는 시스템이 다에너지역 시스템(multi-energy domain systems)이라 할지라도 무슨 성분 혹은 요소들이 어떻게 연결되어 어떻게 여기되는가 하는 질문에 대한 조직적이며, 일률적인 접근방법을 제시할 수 있어야 한다.

본드선도(bond graph)[1,2]는 동적시스템을 구성하는 각 성분 혹은 요소들 사이의 동적 상호작용을 각 동작영역에서 정의된 에너지의 상호교환 및 일률흐름에 입각하여 일반 물리계에서 반드시 만족해야 하는 연속성(continuity) 및 평형조건식(balance equations)을 보장하는 이상화 모델을 구조화하여 도해적으로 제시해 주는 동적시스템의 모델링방법이다. 이 방법은 물리적 등가(physical equivalence) 개념에 충실하여 다양한 동적시스템에의 적용이 체계적일 뿐만 아니라 동적시스템의 입/출력 응답특

*회원, 창원대학교 메카트로닉스공학군
**회원, 부산대학교 기계공학부

성이 선형 또는 비선형이던, 동적성분 혹은 요소 (예를 들면, 질량 등)를 표현하는 파라미터의 수가 한개로 집중(lumping) 또는 유한개로 분포(distribution)되는 것과는 관계없이 이용할 수 있는 방법이기 때문에 현재 공학의 각 분야에서 폭넓게 활용되고 있는 추세이다.[3~5]

본 논문은 동적시스템의 연결성과 인과성(causality)을 대표하는 표준모델을 제시하기 위하여 본드선도 모델링방법에서 채택하고 있는 접합요소와 이들의 인과관계 할당에 대한 실제적 제약조건(physical constraints)들을 다루고자 한다. 즉, 동적시스템을 구성하는 여러 성분들이 공간상에서 서로 연결되어 요구되는 장치로 기능하게 될 때는 이 성분들 사이의 에너지 교환 및 일률흐름이 입/출력관점에서 결코 제로시간(zero time)에 이루어질 수 없으며, 또한 동적시스템의 모델에 부과되는 인과관계는 각 성분들 사이의 동적관계식에 대한 연산 혹은 시뮬레이션의 효율성을 위해 임의로 할당할 수 있다기 보다는 동적시스템의 연결성만큼 중요한 또 하나의 고유한 특징으로서 파악해 보고자 한다. 그리고 이와 같은 동적시스템의 특징들이 본 논문을 통하여 본드선도 모델로 일반화될 수 있다면, 이미 본 논문의 저자들에 의해 발표된 논문[6]에서 제시한 4가지 표준본드선도(bond graph prototypes)에 대한 실제적 응용의 기초가 되었으면 하는 바램도 본 논문의 목적이기도 하다. 표준본드선도는 기존의 본드선도(연구 목적상, 일반본드선도(bond graph standards)라 함)에서 직접 동적시스템의 영점 및 극점 다항식을 찾기위하여 개발되었으며, 이는 일반본드선도에서 동적시스템의 주파수역 모델이 Laplace변환과 같은 수학적 처리과정을 요구하는 반면에, 구축된 본드선도에서 동적시스템의 물리적 의미를 전혀 상실하지 않는 구조적 축약(structural reduction)을 직접 수행함으로써 이루어진다는 장점이 있다.

본 논문은 모두 4장으로 구성되어 있으며, 제 2장에서는 일반본드선도에서 채택하고 있는 2개의 이상화 접합요소 및 이들의 인과관계 할당에 대하여 동적시스템의 연결성과 인과성을 기초로 언급하기로 한다. 그리고 제 3장에서는 본 논문에서 제시하고자 하는 표준본드선도의 기본구조를 이의 동적특성과 함께 비교적 자세하게 설명하며, 끝으로 표준본드선도의 장점 및 활용방안 그리고 앞으로의 추세 등은 제 4장에서 요약될 것이다.

2. 일반본드선도

본드선도는 동적시스템의 도해 및 수학모델이다. 이는 동적시스템이 일률흐름에 따라 에너지를 저장하고 발산하는 동적과정을 거의 모든 시스템에 일의적으로 적용할 수 있는 중요한 기본요소, 즉 커패시턴스(스프링, 전기적 커패시터 등과 같은 위치에너지 저장요소), 이너턴스(질량, 전기적 인덕터 등과 같은 운동에너지 저장요소), 그리고 저항(감쇠기, 전기적 저항 등과 같은 에너지 발산요소)를 잘 정의한 후, 이들의 연결특성에 따라 일반 물리법칙인 연속성 및 평형조건식을 만족하는 에너지 변환요소 및 에너지 접합요소를 적절히 선정함으로써 동적시스템의 도해모델을 완성한다. 그리고 동적시스템에 대한 본드선도는 각 동적성분 혹은 요소들의 동적 상호작용시 반드시 수반되는 에너지 교환을 직접 구조화한 모델로서 동적시스템이 갖는 고유한 물리구조에 대한 직관을 향상시켜 줄 뿐만 아니라 구축된 본드선도에 포함된 각 동적성분 혹은 요소들에 대한 합당한 입/출력 인과관계를 부여함으로써 동적시스템의 외부 에너지 발생요소로부터 에너지가 저장되고 발산하는 에너지 메카니즘에 대한 동특성을 상태방정식으로 묘사해 주는 유용한 수학모델이기도 하다.

이 장에서는 일반본드선도(bond graph standards)가 동적시스템의 연결성(connectivity) 및 인과성(causality)을 다루는 방법에 대하여 언급하기로 한다. 동적시스템의 연결성은 동적 상호작용하는 각 구성성분 혹은 요소들 사이에 발생하는 에너지 교환에 대한 물리적으로 가능한 방식을 결정하는 동적시스템의 고유한 특징이며, 이때 서로 상호작용하는 동적시스템의 에너지 교환은 Fig. 1과 같이 에너지 교환이 발생하는 각 포트(port)에서의 순간적인 일률흐름(power flow)으로 정의된다.

Fig. 1에서 양의 일률을 화살표 방향으로 가정할 때, 각 구성성분들에 유입되는 순수일률(net power)은 각 에너지 영역에서 유/출입되는 일률의 차와 같고, 이는 수학적으로 항상 일반화된 두 변수의 대수적 곱으로 표시할 수 있다. 예를 들어, 기계계에서 작동하는 동적성분과 그 주위와의 상호작용으로 인한 순수일률 P는 기계계의 일률변수(power variables)인 힘과 속도의 곱으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P=a^2-b^2=a(a-b)\cdot\frac{1}{a}(a+b)=e\cdot f \quad (1)$$

식 (1)에서, e는 힘에 대한 일반화변수로서 작력(effort) 그리고 f는 속도에 대한 일반화변수로서 흐름(flow)을 나타내며, 각각 다음과 같이 정의된다.

$$e=a(a-b) \quad (2)$$

$$f=\frac{1}{a}(a+b) \quad (3)$$

여기서, a는 일반 물리현상에 대한 수학적 표현을 찾고자 할때 요구되는 단위환산 및 정규화시 사용될 수 있는 스케일링(scaling) 상수이다. 또한, Fig. 1에서 전기계와 유체계에 대한 동적성분의 순수일률도 위와 똑같은 방법으로 표현할 수 있다. 즉, 전기계의 일률변수인 전압 및 전류는 작력 $e=\beta(u-v)$과 흐름 $f=1/\beta(u+v)$으로 각각 나타낼 수 있고, 그리고 유체계에서는 $e=v(1-m)$와 $f=1/v(1+m)$이 각각 압력과 유량에 대한 일반화된 변수가 된다.

따라서 동적시스템의 각 구성성분들 사이의 에너지 교환을 위에서 언급한 일반화된 두 일률변수의 곱으로 표현할 때 에너지 연속성에 입각한 적절한 가정을 부여함으로써 동적시스템의 연결성 혹은 에너지 교환방법에 대한 이상화 모델을 찾을 수 있을 것이다. Paynter[7]로부터 시작된 일반본드선도는 가장 이상적으로 단순화된 접합요소(junction elements)를 이용하여 동적시스템의 연결성을 나타낸다. 이는 각 포트에서 유/출입되는 에너지가 접합요소내에 저장되지도 그리고 소멸되지도 않는다고 가정함으로써 동적 상호작용으로 인한 에너지 교환이 일어날 수 있는 모든 가능한 방법을 오직 2가지의 본드선도 모델로 표현한다. 즉, 각 포트를 통하는 순간적인 일률흐름(작력과 흐름의 대수적 곱)이 입/출력관점에서 등가식을 만족할 때, 물리적인 상호작용이 발생하는 동적시스템의 접합부는 에너지 교환이 일어나는 모든 포트에서 동일한 작력이 부가되는 경우(공통작력접합 혹은 0-접합)와 에너지 교환이 일어나는 모든 포트에서 동일한 흐름이 부가되는 경우(공통흐름접합 혹은 1-접합)로 나타낸다. 따라서 동적시스템의 연결성에 대한 구속조건(junctional constraints)은 각 경우에서 에너지보존법칙을 적용함으로써 수학적으로 표시할 수 있다. 즉, n개의 포트를 갖는 0-접합에서의 접합관계식은 작력의 공통성과 에너지보존성을 적용하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$e_i=e_j \text{ for } all\ ports\ i \text{ and } j \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} f_i=0 \quad (5)$$

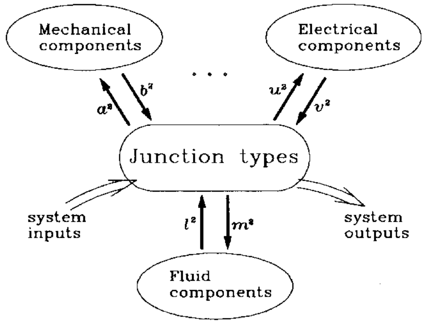


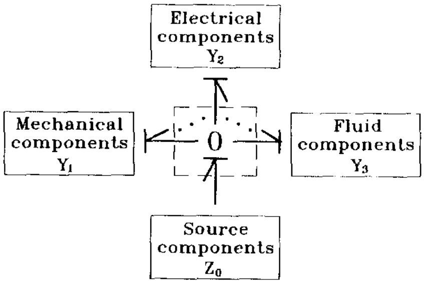
Fig. 1 Dynamic systems and their energy exchange

마찬가지로 n개의 포트를 갖는 1-접합에서의 접합관계식은 다음과 같다.

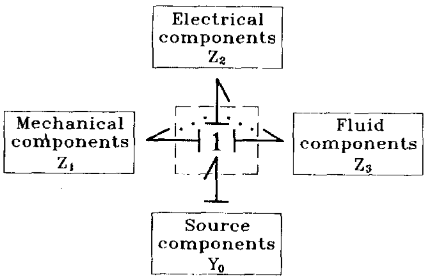
$$f_i=f_j \text{ for all } all\ ports\ i \text{ and } j \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} e_i=0 \quad (7)$$

한편, 동적시스템은 여기(excitation)와 응답(response)에 따라 그 기능을 달리하는 시스템으로서 각 구성성분 혹은 이들의 접합부에 할당될 인과관계도 동적시스템의 연결성 못지않게 신중하게 고려되어져야 한다. 동적시스템의 인과성(causality)은 동적시스템의 각 구성성분 혹은 요소들 사이의 동적 상호작용에 대한 원인과 결과(cause and effect)의 관계를 부여하여 논리적인 동적거동을 가능하게 하는 동적시스템의 고유한 특징이다. 즉, 동적특성을 갖는 모든 공학시스템은 그 주위와의 상호작용시 에너지 교환을 정량화하는 두 일률변수에서 오직 한 변수만을 결정할 수 있고, 두 변수를 동시에 출력하지 못하는 인과성에 대한 제약조건(causal constraints)을 갖기 때문에 합당한 동적거동이 요구되는 관심시스템과 그 주위와의 보완관계를 논리적으로 일관성있게 선정하는 작업이 필수적이다. 동적시스템 사이의 이런 보완관계는 보통 입력과 출력에 대한 선택의 문제로 쉽게 규명할 수 있지만, 동적 상호작용의 입장에서 보면 관심시스템이 임피던스(impedance)가 될 때, 그 주위는 어드미턴스(admittance)로 혹은 그 역으로 반드시



(a) Ideal 0-junction



(b) Ideal 1-junction

Fig. 2 Two ideal junction elements with causalities

작용해야 하는 강한 구속조건을 내포하고 있다. 임피던스와 어드미턴스는 전기회로망 설계자가 흔히 사용하는 익숙한 개념인데, 서로 상호작용하는 동적시스템의 인과성 관점에서는 에너지 교환이 일어나는 포트상에 부과되는 일률변수들 사이의 일반화된 주파수역 의존함수(generalized frequency-dependent functions)로 정의할 수 있다. 즉, 임피던스는 흐름변수를 입력받아 그 응답으로 작력변수를 출력하는 동적시스템이며, 그리고 작력변수가 원인이 되어 그 결과로 흐름의 효과를 외부로 작용하는 모든 동적시스템은 어드미턴스가 된다. 따라서 동적시스템의 인과성은 동적시스템의 각 구성성분 혹은 요소들에 대한 거동형태를 결정해 줄 뿐만 아니라, 특히 앞에서 언급한 식 (4)에서 (7)까지로 표시되는 동적시스템의 연결성에 대한 구속조건과 함께 고려됨으로써 서로 상호작용하는 동적시스템의 모델링시 요구되는 인과관계 할당 및 접합요소 선정을 각 구성성분이 수행하는 역할에 따라 동시에 부여할 수 있다. Fig. 1과 같이 서로 상호작용하는 동적시스템에 대한 인과성과 연결성이 동시에 고려된 본드선도가 Fig. 2에 표시되어 있다.

Fig. 2의 본드선도는 각 그림에서 비교되는 바와 같이 우선, 동적시스템들 사이의 동적 상호작용의 효과가 짝을 이루는 신호흐름(signal flow) 표시에서 각 영역에서 에너지 교환이 일어나는 포트를 공유한 1개의 본드에서의 일률흐름(power flow) 표시로 축약되어 Fig. 1에 비해 비교적 간명한 모델을 제시해 준다. 또한, 본드선도는 각 동적성분 혹은 요소들의 결합형태에 따른 역학적 의미(예를 들어, 기계계에서 0-접합은 변위에 대한 기하학적 접합조건식, 그리고 1-접합은 힘의 평형방정식)를 암시하고 있어[2] 동적시스템에 대한 이해의 폭을 넓혀 줄 뿐만 아니라, 특히 무엇보다도 서로 상호작용하는 동적시스템의 접합요소에 할당될 인과관계는 일반적인 물리현상에 위배되지 않는 동적거동 측면에서 작용부 혹은 에너지 발생부(source components)의 여기형태에 따라 일률적으로 결정할 수 있는 장점을 갖는다. 즉, Fig. 2(a)에서 동적시스템의 작용부가 임피던스형태로 작력의 효과를 주위에 여기한다면 식 (4)와 (5)가 논리적으로 합당한 해를 갖기 위하여 이 작용부와 함께 0-접합에 부착된 모든 다른 동적성분들은 반드시 어드미턴스와 같은 동적거동을 수행해야 하며, 또한 Fig. 2(b)와 같이 작용부가 어드미턴스일 때는 1-접합에 부착된 작용부 이외의 모든 동적성분들은 역시 식 (6)과 (7)이 갖는 해의 유일성(uniqueness)을 위하여 반드시 임피던스의 인과관계로 구속되어야 한다.

이상에서 살펴본 바와 같이 동적시스템의 연결성과 인과성은 동적 상호작용의 특징을 규명하는 대표적 성질들로서 일반본드선도에서는 접합요소의 선정 및 인과관계의 할당을 통하여 비교적 다루기 쉬운 모델로 제시해 주었다. 그러나, 일반본드선도에서 채택된 2가지 접합요소는 서로 상호작용하는 각 구성성분 혹은 요소들 사이의 일률흐름이 가장 보편적으로 이상화된 정적 접합요소(static junctions)로서 접합부에서의 동적 상호작용에 대한 동적특성을 전혀 고려할 수 없다. 다시 말하면, 일반본드선도의 접합요소인 0-접합 및 1-접합은 식 (4)에서 (7)까지로 표현되는 대수적 접합관계식에서 보는 바와같이 동적시스템의 접합부에서의 에너지 저장효과가 배제된 이상화 요소들로서 서로 상호작용하는 각 구성성분들 사이의 여기와 응답은 이들이 물리적으로 일정공간을 점유하고 있음에도 불구하고 항상 제로시간(zero time)에 발생하는 것으로 간주한다. 따라서 본드선도가 동적시스템에 대한 개략화 모델 이상의 실제적 물리구조를 표현해 주는 강

력한 모델링 및 해석 도구가 되기 위해서는 이와 같은 접합부에서의 동적특성, 즉 동적시스템 사이의 입/출력시 반드시 포함되는 시간지연에 대한 에너지 저장효과가 고려된 동적 혹은 에너지 접합요소(dynamic or energetic junctions)를 제시하는 것도 의미가 있을 것이다.

3. 표준본드선도

본드선도가 동적시스템의 모델링에 흔히 적용되는 이유는 간단한 동적성분 혹은 요소에서부터 복잡한 다에너지역 시스템에까지 비교적 체계적인 방법에 따라 일률적으로 접근가능하기 때문이다. 또한 본드선도는 동적시스템의 연결성과 인과성을 일반 물리계에서 반드시 만족해야 하는 연속법칙 및 평형조건식에 따라 각 에너지 영역별로 구조화된 도해모델로 제시해 주기때문에 동적거동 측면에서 여기와 응답메카니즘에 대한 이해의 폭을 넓혀 주기도 한다. 이 장에서는 이와 같은 본드선도의 장점을 극대화하여 동적 상호작용에 대한 역학적 의미를 좀더 실제적 환경에 맞게 파악하기 위한 에너지 접합구조를 언급하고, 아울러 동적시스템의 각 구성성분들이 수행하는 역할에 따라 모델링할 수 있는 4가지 표준본드선도(bond graph prototypes)의 기본구조를 제시하기로 한다.

동적시스템은 그 특성상 반드시 주위와의 상호작용(고립계(isolated system)라 하더라도 구성성분들 사이의 상호작용은 존재한다)을 수반하며, 이때 발생하는 작용 및 반작용의 효과는 서로간에 교류되는 신호 및 에너지에 따라 각 기능에 맞는 동적거동으로 나타난다. 즉, Fig. 2(a)의 에너지 작용부 Z_0는 임피던스형태로 동적시스템을 여기하므로 이의 동적거동은 입력인 흐름 f_0과 출력인 작력 e_0 사이의 동적 관계식으로 기술되며 일반적으로 다음과 같은 수학적 관계식으로 표현된다.

$$\dot{x}_0 = h_0(x_0,\ f_0) \tag{8}$$

$$e_0 = g_0(x_0,\ f_0) \tag{9}$$

여기서, x_0는 동적성분 Z_0의 시간에 따른 동적상태를 규정하는 상태변수이다. 그리고 이 Z_0와 상호작용하는 각 에너지 영역의 동적성분 $Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$는 앞에서 언급한 0-접합의 인과성에 관한 제약조건때문에 모두 어드미턴스로 동적거동을 해야한다. 즉,

$$\dot{x}_i = h_i(x_i,\ e_i) \tag{10}$$

$$f_i = g_i(x_i,\ e_i) \tag{11}$$

여기서, x_i, e_i 그리고 f_i는 각 동적성분의 상태변수, 에너지 교환이 일어나는 각 포트상에서 정의되는 입력으로서의 작력변수 및 출력으로서의 흐름변수를 각각 나타내며, Fig. 2(b)의 1-접합인 경우에도 위와 같은 방법을 적용하여 동적거동 방정식을 쉽게 유도할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 식 (8)에서 (11)까지로 표시되는 동적성분들이 에너지 교환방법에서 0-접합일 경우의 에너지 접합구조에 대하여 조사하기로 한다.

일반적으로, 본드선도의 장점을 극대화하기 위하여 본드선도에 의한 동적시스템의 모델링시 보통 톱-다운방식(top-down method)을 채택하고 있다. 이 방법은 먼저 동적시스템의 동적거동 측면에서 작용부(action components)와 반작용부(reaction components) 혹은 일률흐름관점에서 에너지 발생부(source)와 에너지 흡수부(load) 사이의 연결특성을 결정하는 것에서부터 출발하여, 각 동적부분을 기능별 역할에 따라 다시 처음과 같이 두 동적성분으로 나누고, 마지막으로 각각이 이미 잘 정의되어 있는 동적요소로 완전히 분해될 때까지 계속 수행해 가면서 동적시스템의 모델링을 완성한다. Fig. 3은 동적시스템을 톱-다운방식에 따라 모델링해 갈 때 첫단계에서 흔히 얻을 수 있는 본드선도이다.

Fig. 3에서 에너지 발생부 Z_0와 흡수부 Y_0 사이의 상호작용은 먼저 동적시스템의 인과규칙에 따라 Z_0에 의한 공통흐름 e_0가 Y_0를 여기하고, 그 응답으로 Y_0를 구성하는 각 동적성분들에 의한 흐름의 합인 f_0가 다시 Z_0를 기능하게 하는 절차로 진행된다. 이때, Y_0가 톱-다운방식의 다음 단계에서 Fig. 2(a)와 같이 보다 더 분명한 에너지 동작영역으로 분해된다면 Y_0의 전체출력, 즉 0-접합으로 들어오는 흐름변수의 합인 f_0는 식 (9)와 (11), 그리고 앞에서 정의된 정적 0-접합의 접합관계식인 식 (4)와 (5)에 따라 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$f_0 = \sum_{i=1}^{n} f_i = \sum_{i=1}^{n} g_i(x_i,\ g_0(x_0,\ f_0)) \tag{12}$$

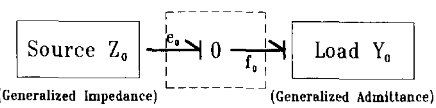


Fig. 3 Decomposition of dynamic systems into source and load

식 (12)는 에너지 발생부 관점에서 0-접합의 공통작력 e_0와 원인과 결과의 관계를 갖는 f_0가 각 동적성분들의 매 순간의 상태값에 따라 결정할 수 있는 지를 보여주는 식으로서 단지 수학적 의미뿐만 아니라 동적시스템의 상호작용에 대한 물리적 의미도 함축하고 있다. 우선, 식 (12)는 f_0에 대한 묵시적 방정식(implicit equation)이다. 이는 식 (12)에 대한 명시적 해(explicit solution)를 예측할 수 없을 뿐만 아니라 등식의 좌변과 우변에 모두 결정해야 할 변수가 있기 때문에 어떠한 인과의 연산자로도 관계될 수 없는 인과관계가 없는 시스템(noncausal systems)에 대한 일반적인 수학적 표현식이다.

또한, 식 (12)는 동적시스템의 동적거동을 지배하는 고유한 방정식이 모델링 혹은 해석 목적상 원래의 동적시스템을 분해 혹은 조합해 가는 과정에서 크게 왜곡될 수 있음을 보여주고 있다. 예를 들어, 서로 일체가 되어 정상적으로 거동하는 동적시스템은 $\dot{x}=S(x)$와 같은 폐루프형태의 상태방정식으로 기술되는 반면에, 이 동적시스템을 Fig. 2(a)와 같이 모델링 혹은 분해하여 식 (8)과 (10) 그리고 정적 0-접합의 접합관계식을 이용하여 상태변수들을 다시 조합하게 되면 식 (12)로 인하여 원래의 동적거동 방정식으로 회복되지 않는다. 즉,

$$\dot{x}=\begin{Bmatrix}\dot{x}_0\\ \dot{x}_1\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}h_0(x_0,\ f_0)\\ h_1(x_1,\ g_0(x_0,\ f_0))\\ \vdots\\ h_n(x_n,\ g_0(x_0,\ f_0))\end{Bmatrix} \tag{13}$$

그런데 동적시스템의 거동을 지배하는 기본역학 및 일반 물리법칙들은 동적시스템이 분해 혹은 조합된다하더라도 그 동적특성 즉, 분해된 각 구성성분들의 연결성과 인과성때문에 결코 바뀔 수 없음

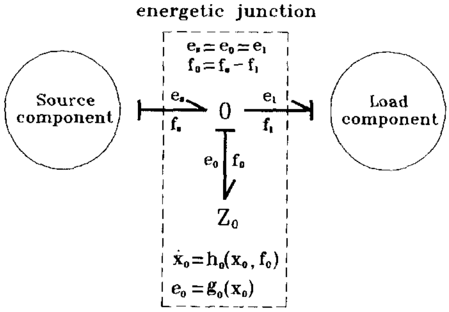


Fig. 4 Energetic junction element with diffrential equations

을 고려해 볼 때, 식 (13)으로 기술되는 동적시스템은 분해되기 전의 동적시스템과 동적거동 측면에서 다르다. 따라서 분해되기 전과 조합된 후의 동적시스템이 그 구성성분 혹은 요소가 추가되거나 또는 삭제되지 않았음에도 불구하고 일치된 동적거동으로 회복되지 않는 이유는 톱-다운방식에 따라 동적시스템을 분해 혹은 조합해 가는 과정에서 적용된 일반본드선도의 이상화된 2개의 접합요소에서 찾는 것이 자연스럽고, 이를 위하여 본 논문에서는 식 (12)가 명시적 방정식(explicit equation)이 보장되도록 강제함으로써 해결하고자 한다.

식 (12)가 명시적 방정식이 되기 위해서는 식 (9)로 표시되는 에너지 작용부의 출력방정식이 오직 상태변수만의 함수가 되어야 한다. 즉,

$$e_0=g_0(x_0) \tag{14}$$

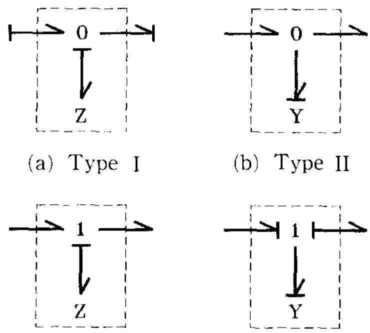
식 (14)는 에너지 작용부와 흡수부 사이의 동적상호작용시 입력에서 출력으로 직접 전달되는 "피드포워드(feedforward)" 항이 배제된 동적거동이 반드시 보장되어야 함을 의미한다. 그러나 동적시스템을 구성하는 각 구성성분들이 이와 같은 거동형태로 구속되는 것은 물리적 모순에 다름아니므로, 이는 각 동적성분이 아닌 이들의 접합부에서의 에너지 교환메카니즘이 수정되어야 함을 의미한다. 즉, 식 (12)가 명시적 해를 갖기 위해서는 일반본드선도에서 채택된 정적이면서 이상화된 접합요소의 대수적 접합관계식(algebraic junction equations)에 동적이면서 좀더 실제적인 접합요소를 위하여 Fig. 4와 같이 에너지 저장효과가 고려된 미분적 접합관계식(differential junction equations)을 첨가함으로써 달성할 수 있다.

Fig. 4에서 에너지 발생부의 동적거동이 임피던스형태에서 어드미턴스로 인과관계가 변경된 것에 주의해야 한다. 이는 앞에서 언급한 0-접합이 갖는 동적시스템의 인과성에 관한 강한 구속조건때문이며, 특히 물리적으로 이와 같은 에너지 접합요소는 Fig. 3의 비에너지 접합요소(nonenergetic junction)와는 달리 에너지 발생부에서 흡수부로의 작용 및 반작용의 효과가 제로시간(zero time)에 발생하지 않고, 이들 접합부에서 에너지가 저장되는 어느 정도의 지연시간이 있음을 의미한다. 또한, Fig. 4의 에너지 접합요소는 동적시스템의 인과성이 기존에 흔히 알려진 대로 각 동적성분들 사이의 동적관계식에 대한 연산 혹은 시뮬레이션의 편리성을 도모

하기 위해 임의로 할당할 수 있다기보다는 동적시스템의 고유한 특징, 즉 동적시스템의 기본역학 및 일반 물리법칙들은 톱-다운방식에 따라 분해된 각 동적성분에도 똑같이 적용되어야 한다는 사실이 보장될 수 있도록 먼저 할당되어야 함을 나타낸다.

이제, Fig. 4와 같은 에너지 접합구조가 동적시스템의 일반모델(general models)로서 서로 상호작용하는 대부분의 공학시스템에 적용할 수 있는 4가지 기본구조를 제시하기로 한다. 동적시스템은 자신의 고유한 특징으로서 연결성과 인과성에 대한 강한 구속조건을 가지며, 이는 톱-다운방식에 따라 분해 혹은 조합이 진행될 때에도 결코 바뀔 수 없음을 앞에서 언급한 바 있다. 그리고 이 특징들은 서로 개별적인 의미로 사용되기 보다는 각 동적성분들의 동적 상호작용을 물리적으로 합당하게 취급하기 위하여 함께 고려되는 것이 더욱 의미가 있다. Fig. 5는 에너지 작용부와 흡수부 사이의 에너지 전달방법에 따른 2가지 접합요소, 즉 0-접합 및 1-접합과 접합부에서의 인과관계 할당에 따른 2가지 동적거동, 즉 임피던스와 어드미턴스가 함께 고려된 4가지 에너지 접합구조에 대한 본드선도이다.

Fig. 5에서 제1형과 제4형은 완전히 인과관계가 할당된 반면에 제2형과 제3형은 에너지 소스부와 흡수부에 할당될 인과관계가 아직 결정되지 않은 점을 주목해야 한다. 즉, 제1형과 제4형은 서로 상호작용하는 두 동적성분을 물리적으로 연결해 주는 공통변수(예를 들면, 제1형에서는 작력이고, 제4형에서는 흐름변수)가 에너지 접합요소의 내부 동적특성에 따라 일률적으로 지정되는 독립형(independent types)이지만, 제2형과 제3형은 두 동적성분 중 어느 한 성분에 따라 반드시 결정되어야 하는 종속형(dependent types)이다. 본드선도에서 독립형과 종속형은 여러가지 의미로 해석될 수 있지만 Fig. 5와 같은 에너지 접합구조의 관점에서 보면, 독립형은 동적시스템을 톱-다운방식에 따라 분해 및 조합해 갈 때 분해될 각 동적성분들의 인과관계가 고정되어 있을 뿐만 아니라 이들의 구성요소를 정적(에너지 발산) 또는 동적(에너지 저장)요소에 상관없이 자유롭게 구성할 수 있는 반면에 종속형을 이용한 분해 및 조합시는 에너지 접합요소의 공통변수를 결정하기 위하여 어느 한 동적성분에는 반드시 독립된 동적성분(초기상태를 임의로 결정할 수 있는 동적시스템), 즉 제2형에는 스프링과 같은 거동 그리고 제3형에는 질량과 같은 거동이 보장되도록 구속되어야 함을 의미한다.



(a) Type I (b) Type II (c) Type III (d) Type IV

Fig. 5 Four basic structures of bond graph prototypes

Fig. 5에 제시된 본드선도는 동적 상호작용시 반드시 수반되는 에너지 교환의 메카니즘에 대한 실제적 의미가 충분히 반영된 동적시스템의 모델로서 특히, 동적시스템을 톱-다운방식에 따라 모델링해 갈 때 독립형과 종속형에 대한 에너지 접합구조는 물리적 등가 개념에 따라 거의 모든 시스템으로 일반화될 수 있을 것이다. 따라서 본 논문에서는 Fig. 5의 4가지 에너지 접합구조가 동적시스템의 연결성과 인과성를 대표하는 표준모델(standard models)임을 강조하기 위해 표준본드선도(bond graph prototypes)로 부르기로 한다. 여기서 표준모델은 동적시스템의 모델링, 해석 그리고 설계 혹은 종합(synthesis)시 똑같이 적용될 수 있는 기본원형(basic prototypes)이 될수 있음을 의미하고, 실제로 본 논문의 저자들에 의해 이미 발표된 논문[6,8]에는 비록 표준본드선도에 대한 이론적 근거를 발표 당시에는 제시하지 못했지만 첫째, 동적시스템의 주파수역 해석시 요구되는 상대차수(relative order), 영점동역학(zero dynamics), 그리고 극점동역학(characteristic dynamics) 등을 본드선도에서 직접 구할 수 있는 방법과 둘째, 주파수역 표현식으로 주어진 시스템 함수를 구현하고자 할 때 요구되는 동적시스템의 물리구조를 찾는 방법이 표준본드선도를 효과적으로 응용할 수 있게 제시되어 있다. 아무쪼록 표준본드선도가 더 많은 응용분야에 적용될 수 있기를 기대해 마지 않는다.

4. 결 론

동적시스템의 연결성과 인과성은 각 구성성분 혹은 요소들의 동적 상호작용을 규명하는 동적시스템의 고유한 특징이며, 이때 동적 상호작용의 역학적 의미는 서로간에 전달되는 에너지 교환방식과 개념적 혹은 실제적으로 구분된 각 동적성분 사이의 원인과 결과의 문제를 해결함으로써 파악된다. 본 논문에서는 이와 같은 동적 상호작용을 기존의 본드선도에서 사용되어 온 이상화된 2개의 정적 접합요소(static junctions)와 이의 인과관계 할당을 에너지 교환이 발생하는 접합점에서 좀더 물리적으로 합당한 거동이 보장될 수 있도록 4개의 동적 접합요소(dynamic junctions)와 이의 인과관계 할당으로 교체하여 조사하였으며, 이를 본 논문에서는 연구목적상 일반본드선도(bond graph standards)와 표준본드선도(bond graph prototypes)로 각각 구분하였다.

본 논문에서 제시한 표준본드선도는 그 이론적 배경이 동적시스템이 반드시 만족해야 하는 기본역학, 즉 힘의 평형방정식 및 기하학적 적합조건식과 에너지 연속성에 대한 일반 물리법칙을 근거로 하고 있기 때문에 거의 모든 동적시스템에 대한 일반모델로 적용될 수 있을 것이며, 특히 동적시스템의 모델링 및 해석을 톱-다운방식(top-down method)에 따라 접근해 갈 때 본문에서 요약된 독립형과 종속형에 대한 에너지 접합구조로 인하여 그 우수성이 충분히 입증될 것이다. 그러나, 표준본드선도는 본 논문의 저자들에 의해 쓰여진 몇몇 논문들에 의해 동적시스템의 주파수역 해석 및 종합에 직접 응용된 바 있지만 아직 초보적 연구단계를 벗어나지 않은 관계로 개척할 연구분야가 아주 많다. 본드선도가 동적시스템의 동적거동에 대한 수학적 모델뿐만 아니라 동적시스템을 구성하는 각 동적성분 혹은 요소가 작동하는 에너지 영역별로 구조화된 도해모델을 제시해 주고 있음을 고려해 볼때 표준본드선도의 응용분야는 다양하게 발견될 것이며 특히, 동적시스템의 모델링, 해석, 그리고 설계 및 종합에도 똑같이 통합되어 사용될 수 있는 유용한 도구가 될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

(1) Karnopp, D., Margolis, D and Rosenberg, R., 1990, *System Dynamics: A Unified Approach*, John Wiley & Sons(New York).

(2) 김종식, 박전수, 1993, "본드선도 모델링 방법의 기본개념 및 그 적용 예," 대한기계학회지, 제33권, 제1호, pp. 22~32.

(3) Joseph, B. and Martens, H., 1974, "The Method of Relaxed Causality in the Bond Graph Analysis of Nonlinear Systems," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, March, pp. 95~99.

(4) Liaw, C. and Brown, F., 1990, "Nonlinear Dynamics of an Electohydraulic Flapper Nozzle Valve," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, Vol. 112, pp. 298~304.

(5) Margolis, D., 1980, "Bond Graphs for Distributed System Models Admitting Mixed Causal Inputs," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, Vol. 102, pp. 94~100.

(6) 박전수, 김종식, 1996, "본드선도로부터 직접 영점 및 극점 동역학을 얻는 절차, " 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(A), pp. 486~491.

(7) Paynter, H., 1961, *Analysis and Design of Engineering Systems*, M. I. T. Press.

(8) 박전수, 김종식, 1996, "본드선도를 이용한 동적시스템의 해석적 종합방법," 대한기계학회논문집(A), 제20권, 제11호, pp. 3507~3515.