

<논 문>

경계요소법을 이용한 이종재료 접착·접합재의 응력 및 응력세기계수 해석

이 원* · 정남용* · 유영철** · 정의섭**

(1995년 10월 14일 접수)

Analysis of Stress and Stress Intensity Factor in Bonded Dissimilar Materials by Boundary Element Method

W. Yi, N. Y. Chung, Y. C. Yu and E. S. Jeong

Key Words : Bonded Dissimilar Materials(이종재료 접착·접합재), Interface Crack(계면균열), Boundary Element Method(경계요소법), Stress Intensity Factor(응력세기계수), Stress Singularity(응력특이성)

Abstract

Currently it is increasing to use the bonded dissimilar materials in the various field of advanced engineering such as the highly rigid and lighter vehicle, plastic molding LSI package and metal/ceramic bonded joint. In spite of such a wide application of the bonded dissimilar materials, the evaluation method of the bonding strength has not been established yet. Therefore in this paper we analyze the interface crack problem by introducing fracture mechanics parameters as the basic research about estimating of the strength of adhesive joints. The variation of stress intensity factor according to the elastic modulus of adherend and thickness of bonded layer are investigated. Numerical results are based on the results of boundary element analysis of four different type butt joints subjected to uniaxial tension loading.

1. 서 론

세라믹스를 비롯한 신소재의 활용에 따라 이종재료 간의 접착·접합에 대한 기술개발이 활발하게 진행되고 있으며, 이에 따른 이종재료 계면강도평가나 계면균열해석의 필요성이 강하게 인식되고 있다.^(1,2)

이종재료 강도평가에 있어서 핵심을 이루는 계면강도의 해석은 재료특성(표면상태, 계면구조), 접합공정, 사용환경, 역학적 인자 등이 서로 복잡하

게 작용하기 때문에 많은 어려움이 있다. 특히 역학적 인자중 파괴역학 파라미터에 대한 정의가 명확하지 않고 수치해석 및 실험기술상의 어려움도 있어 현재로서는 그 평가법이 확립되어 있지 않은 상태이다.⁽³⁾

이종재료의 접착·접합 계면에는 응력불연속성 및 계면단 응력특이성이 존재하므로 이를 고려한 고정밀도의 응력해석이 요구된다. 현재 범용 수치해석 방법으로는 유한요소법(finite element method;FEM)과 경계요소법(boundary element method;BEM)이 널리 사용되고 있으나, 계면상에서 완전접합조건을 만족해야 하는 경계요소법이 보다 유용하며, 요소분할에 있어서도 경계만을 요소분할하는 것으로 충

*회원, 숭실대학교 기계공학과

**회원, 숭실대학교 대학원 기계공학과

분하므로 메모리나 계산속도 측면에서도 유리하다.

접합 계면균열에 대한 해석적인 연구로는 Williams,⁽⁴⁾ England,⁽⁵⁾ Erdogan,⁽⁶⁾ Rice⁽⁷⁾ 등의 연구가 있었다. 이들은 균질재의 균열과는 달리 이종재료간의 접합 계면균열 선단의 응력이 (+), (-)로 진동하는 진동응력특이성 (oscillation stress singularity)이 존재한다고 주장하였다.

이후 Comninou,⁽⁸⁾ Mak,⁽⁹⁾ Atkinson⁽¹⁰⁾ 등은 이 진동현상이 균열면의 접촉으로 실제로는 발생하지 않으며, 물리적으로도 불합리한 현상이라는 의견을 제시하고 균열면의 접촉을 고려한 새로운 모델을 제안하였다.

그러나 이들의 연구는 주로 무한판을 대상으로 한 해석적인 취급이 주류를 이루고 있고, 실제의 시험편 또는 구조물에서 적용가능한 해석에는 거의 찾아볼 수 없다.

본 연구에서는 지금까지의 이종재료 응력해석의 문제점을 검토하고, 2차원 탄성 경계요소법을 이용하여 응력 및 응력세기계수 (stress intensity factor)의 고정밀도 수치해석을 수행한 후, 이종재료 계면균열에 대한 파괴역학 파라미터의 해석수법 및 그 유효성에 관하여 연구 검토하였다.

해석모델로는 유한판에 존재하는 무균열 이종재료 접합재, 이종재료 접합 계면균열재, 이종재료 점착 균열재, 이종재료 점착 계면균열재의 4종류를 선택하였다. 각 모델에 대하여 Kelvin의 기본해를 사용한 경계요소법을 적용하여 점착·접합 계면상의 응력분포를 구한 후, 외삽법에 의하여 응력세기계수를 계산하였다.

2. 해석이론

2.1 Kelvin의 기본해를 이용한 경계요소법

경계요소법에서는 지배방정식을 엄밀히 만족하는 기본해가 필요하다. 2차원 등방성 탄성체에 대한 Kelvin의 해는 평면변형률상태에서 다음 식과 같이 된다.⁽¹¹⁾

$$U_{ij}(P, Q) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)\mu} \left\{ (3-4\nu) \log\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ij} + r_i r_j \right\} \quad (1)$$

$$T_{ij}(P, Q) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[\{(1-2\nu) \delta_{ij} + 2r_i r_j\} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \right] \quad (2)$$

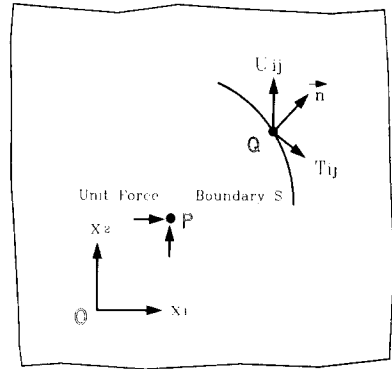


Fig. 1 Kelvin's solution

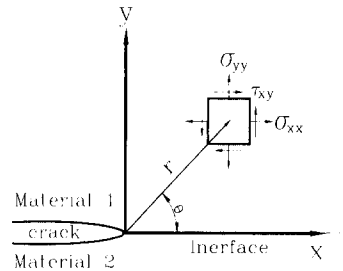


Fig. 2 Interface crack

또 평면응력의 경우에는 $\nu' = \nu / (1 + \nu)$ 이다. 여기서, U_{ij} , T_{ij} 는 Fig. 1과 같이 무한판내의 한점 P에 j방향의 단위 집중력이 작용할때 Q점에서 j방향의 변위 및 표면력이다. 또한 r , r_i , $\partial r / \partial n$ 은 다음 식으로 정의된다.

$$r = PQ = \sqrt{r_i r_i}, \quad r_i = x_i(Q) - x_i(P) \quad (3)$$

$$r_i = \frac{\partial r}{\partial x_i} \Big|_Q = \frac{r_i}{r} \quad (4)$$

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \frac{\partial r}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial n} + \frac{\partial r}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial n} = \vec{r} \cdot \vec{n} / r \quad (5)$$

2.2 계면균열 응력세기계수의 정의

Fig. 2와 같은 이종재료 무한판내의 계면균열 선단의 응력분포는 다음 식과 같이 정의된다.⁽¹²⁾

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = (K_1 + iK_2) (2\pi r)^{-1/2} \left(\frac{r}{l}\right)^{ie} \quad (6)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{x_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) / \left(\frac{x_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1} \right) \right] \quad (7)$$

$$x_i = \begin{cases} 3 - 4\nu_i & (\text{plane strain}) \\ \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} & (\text{plane stress}) \end{cases} \quad (i=1, 2) \quad (8)$$

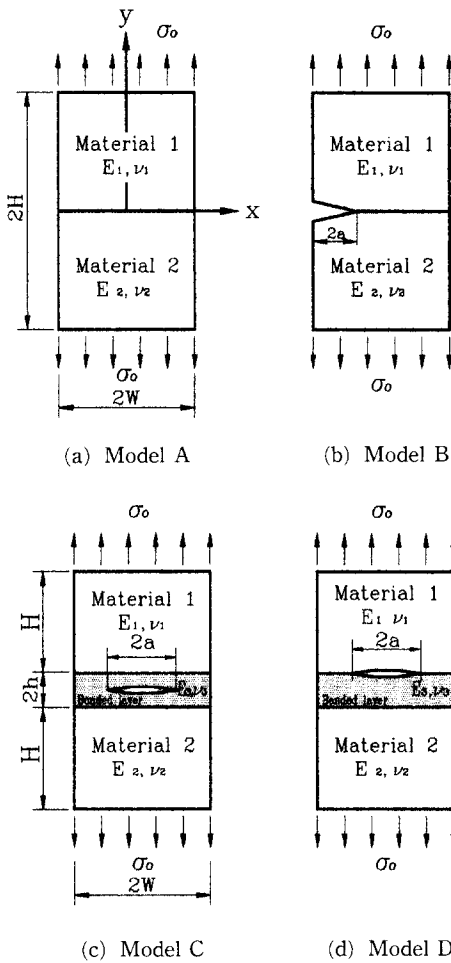


Fig. 3 Analysis model

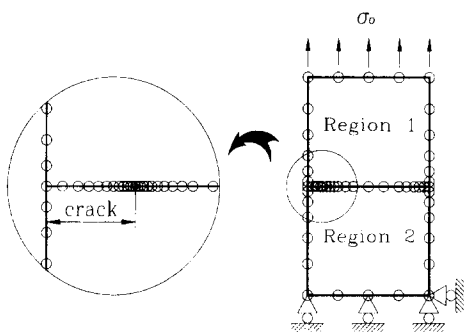


Fig. 4 Illustration of boundary element sub-division

여기서, μ 는 전단탄성계수, ν 는 푸아송비이고, l 은 균열길이를 대표하는 임의의 길이로 여기서는 $2a$ 로 한다.

수치해석의 결과에서 응력세기계수를 구할 때 다음과 같은 외삽법이 제안되고 있다.⁽¹²⁾

$$K_i = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sqrt{\sigma_y^2 + \tau_{xy}^2} \quad (9)$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{(\tau_{xy}/\sigma_y) - \tan Q}{1 + (\tau_{xy}/\sigma_y) \tan Q} \quad (10)$$

$$Q = \epsilon \ln(r/l) \quad (11)$$

또한 K_1 과 K_2 를 분리하여 나타내면 다음 식과 같다.

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_y \cos Q + \tau_{xy} \sin Q) \quad (12)$$

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{xy} \cos Q - \sigma_y \sin Q) \quad (13)$$

3. 수치해석

실제의 접착·접합공정에서 생기는 계면의 조성·조직 및 형상은 복잡하지만, 역학적으로 취급을 용이하게 하기 위해서 가능한한 단순화시켜, 이상적으로 완전히 접착·접합된 2차원 탄성문제로 근사시켜 해석을 실시하였다.

해석모델은 Fig. 3과 같이 유한판에 존재하는 (a) 무균열 이종재료 접합재, (b) 이종재료 접합 계면균열재, (c) 이종재료 접착 균열재, (d) 이종재료 접착 계면균열재의 4종류로 하였다. 각각에 대해서 응력해석을 수행하고, 파괴역학 파라미터를 계산한 후, 그 유효성을 검토하였다.

응력 및 응력세기계수에 대한 고정밀도의 해석을 수행하기 위하여 본 연구의 경계요소법 프로그램에는 자동요소분할, Sub 요소분할, 특이요소, 포스트 프로세서 기능 등을 두어 계산의 효율화를 도모하였다. 요소분할과 구속조건에 한 예를 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서도 알 수 있듯이 계면단의 응력특이성 및 균열의 위치를 고려하여 요소분할에 많은 주의를 기울였다.

4. 해석결과 및 고찰

4.1 무균열 이종재료 접합재

Fig. 3(a)와 같이 무균열 이종재료 접합재에 균일분포하중이 작용하는 경우에 대하여 접합계면에서의 수직응력과 전단응력의 분포를 경계요소법으로 해석하고, 단위길이당 작용하중으로 무차원화하여 Fig. 5에 나타내었다. 균질재의 경우에는 수직

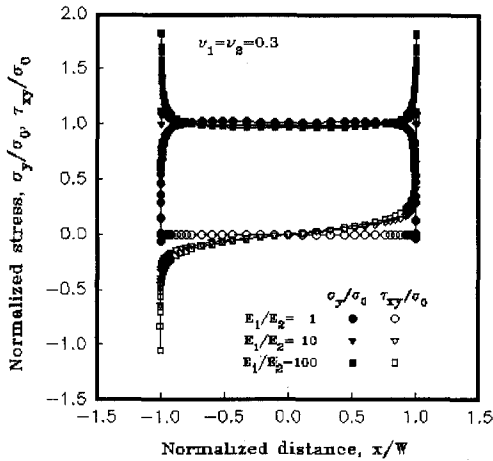


Fig. 5 Normal and shear stress distribution at an interface ($E_1/E_2=1, 10, 100$)

응력 및 전단응력의 분포가 거의 일정하지만, 이종 재료에서는 접합단부의 응력이 무한대로 발산하는 응력특이성이 존재한다. 이러한 응력특이성은 탄성 계수비가 클수록 보다 현저하다.

실제적인 경우의 한가지 예로서 최근 항공기, 자동차 등의 경량화에 대한 관심에 따라 주목받고 있는 Al/Epoxy 접합이음에서의 계면응력을 해석하여 Fig. 6에 나타내었다. 역시 계면단부에 응력특이성이 강하게 나타나고 있으므로 강도면에서 이러한 접합단부가 취약하리라 예상되며, 접합단부에서 발생한 균열이 성장하여 최종적으로는 파괴에까지 이르게 될 것이다. 따라서 응력특이성을 충분히 고려한 정량적이고 통일적인 평가를 위해서는 접합계면에 대한 고정밀도의 응력해석이 필요하고, 이를 이용한 파괴역학 파라미터의 계산이 우선되어야 한다.

4.2 이종재료 접합 계면균열재

Fig. 3(b)와 같은 이종재료 접합체의 에지계면균열에 대한 응력세기계수의 응력외삽법에 의한 계산 결과를 Fig. 7과 Fig. 8에 각각 나타내었다. 유한판의 폭 2W와 높이 2H는 50 mm와 150 mm이며, 균열길이 2a=2.5, 5, 10, 15, 20, 25에 대하여 각각 해석을 수행하였다.

Fig. 7은 응력세기계수 K_1 과 K_2 를 $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 무차원화하여 판폭에 대한 균열길이 비에 따라서 나타낸 것이다. 직접적인 비교는 곤란하지만, 참고적으로 균질재에 대한 Brown의 해석⁽¹³⁾도 함께 나타

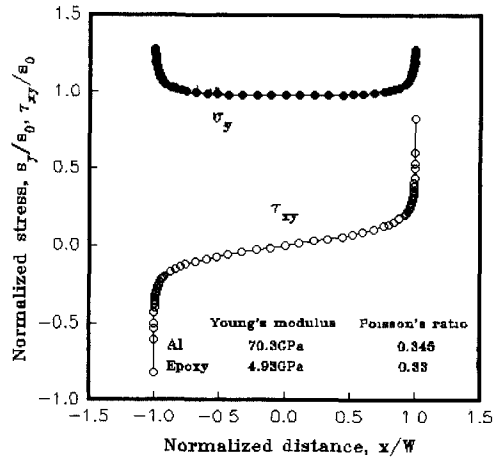


Fig. 6 Normal and shear stress distribution at an interface (Al/Epoxy)

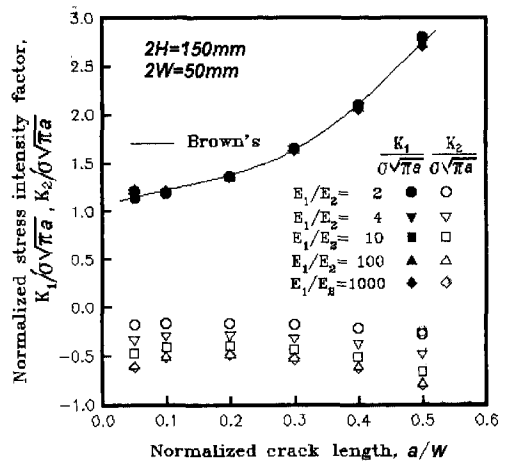


Fig. 7 Relation between stress intensity factor and crack length at an interface edge crack

내었다. $K_1/\sigma\sqrt{\pi a}$ 는 균열길이의 증가에 따라 커지고, $K_2/\sigma\sqrt{\pi a}$ 의 절대값은 $a/W=0.1$ 이하와 $a/W=0.3$ 이상에서 증가하는 경향을 보인다. 이종재료 접합체에 있어서는 균질재와 달리 대칭인 하중상태에서도 모드 I 성분인 K_1 과 모드 II 성분인 K_2 의 혼합모드가 되는 것으로 알려져 있다.⁽¹²⁾ 따라서 본 해석에 있어서도 균일인장하중의 작용에도 불구하고 K_1 과 K_2 가 모두 나타나며, 그 지배적인 인자는 K_1 으로 보여진다.

Fig. 8은 접합체 탄성계수비가 응력세기계수에 미치는 영향을 나타낸 것이다. $K_1/\sigma\sqrt{\pi a}$ 는 탄성계수비에 관계없이 거의 일정하고, $K_2/\sigma\sqrt{\pi a}$ 의 절대

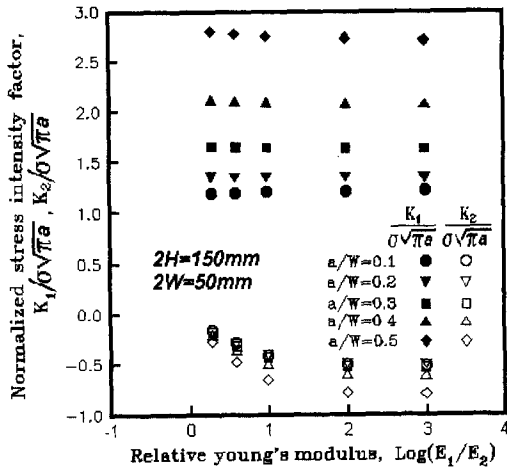


Fig. 8 Effects of relative Young's modulus on stress intensity factor at an interface edge crack

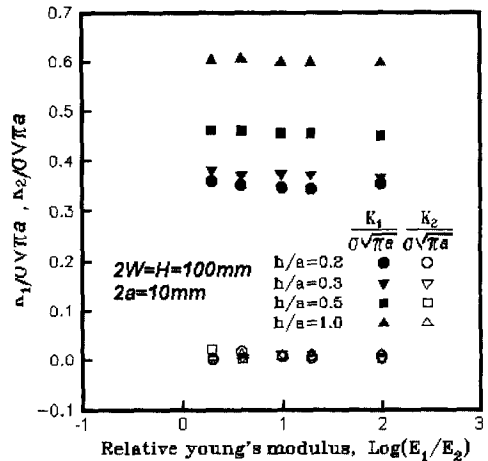


Fig. 10 Effects of relative Young's modulus on stress intensity factor at a center crack in bonded layer

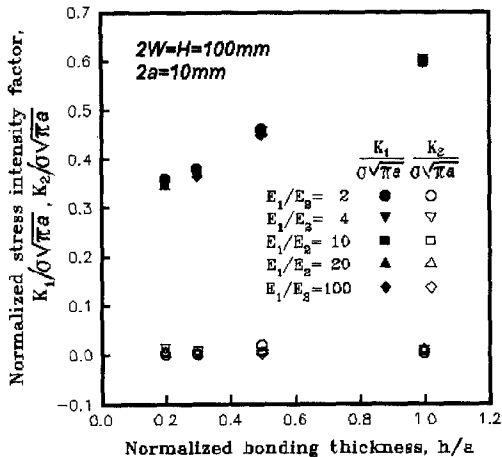


Fig. 9 Relation between stress intensity factor and bonding layer thickness at a center crack in bonded layer

값은 탄성계수비가 커짐에 따라 증가하는 현상을 나타내었다.

4.3 이종재료 접착 균열재

Fig. 3(c)와 같은 접착층내의 중앙관통균열에 대해 상·하 피착체가 동일한 경우, 평면변형률 상태에서 경계요소해석을 수행하고 응력·압법으로 구한 응력세기계수를 Fig. 9, Fig. 10에 나타내었다. 유한판의 판폭 2W와 높이 2H는 100 mm와 200 mm이며, 균열길이 2a를 10 mm로 고정하고, 접착층 두께 2h=2, 3, 5, 10 mm로 달리하여 해석을 실시

하였다.

접착층내의 균열은 피착체와 접착제의 상호영향으로 혼합모드가 될 것으로 생각되어 K_1 과 K_2 로 분리해석하였다. K_2 성분의 존재가 확인되었지만 그 크기는 무시할 수 있을 정도로 나타났으며, 금 후 이러한 경우의 해석에 있어서는 균질재와 같이 K_1 만으로의 평가가 가능할 것으로 기대된다.

Fig. 9에서는 접착층의 두께가 증가할수록 $K_1/\sigma\sqrt{\pi a}$ 가 증가하는 경향을 보이며, Fig. 10에서 알 수 있듯이 응력세기계수에 미치는 탄성계수비의 영향은 크지 않은 것으로 나타났다. 이와 같은 결과는 Erdogan⁽¹⁴⁾이 무한판에 대해서 해석적인 방법으로 구한 결과와 그 경향이 일치한다. 따라서 접착이음의 활용에 있어서 접착층을 두껍게 하면 오히려 균열성장이 촉진되는 결과를 가져올 것으로 보인다.

4.4 이종재료 접착 계면균열재

접착층을 Epoxy로 가정하고, 피착체로는 Aluminum-Steel, Aluminum-Aluminum, Steel-Aluminum의 3가지 조합을 사용하여 Fig. 3(d)와 같은 접착층의 계면상에 존재하는 중앙관통균열에 대한 응력세기계수의 해석을 수행하고, 그 결과를 Fig. 11과 Fig. 12에 각각 나타내었다. 판폭 2W, 높이 2H, 균열길이 2a의 치수는 4.3절의 이종재료 접착균열 모델과 동일하며, 접착층 두께 2h=1.5, 3, 5, 10, 20 mm로 달리하여 해석하였다.

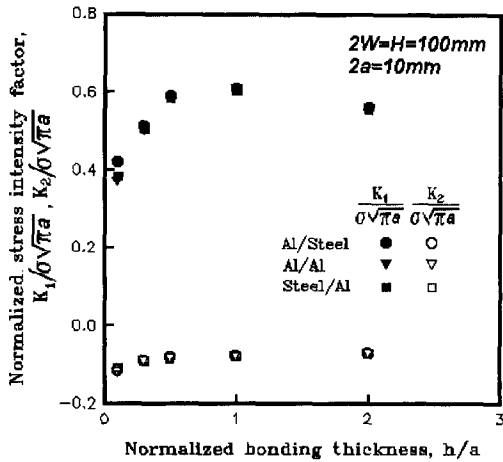


Fig. 11 Relation between stress intensity factor and bonding layer thickness at an interface center crack in bonded layer

Fig. 11에서 $K_1/\sigma\sqrt{\pi a}$ 은 접착층 두께비 0.5까지는 증가하지만 그 이상에서는 감소하며 $K_2/\sigma\sqrt{\pi a}$ 는 접착층 두께비 0.5까지는 미소증가하고 그 이상에서는 큰 변화를 보이지 않는다.

Fig. 12는 탄성계수비에 따른 응력세기계수의 변화를 나타낸 것으로 각각의 접착층 두께에 대하여 큰 폭의 변화를 보이지는 않는다. 이것은 결국 접착재료를 고정한 경우에는 상·하 피착체의 재료가 계면균열의 응력세기계수에 큰 영향을 주지 않음을 의미한다고 하겠다.

5. 결 론

이종재료 접착·접합재에 대한 파괴역학 파라미터의 해석을 위한 기초적인 연구로서 무균열 이종재료 접합재, 이종재료 접합 계면균열재, 이종재료 접착 균열재, 이종재료 접착 계면균열재의 네가지 모델에 대하여 경계요소법을 이용한 응력 및 응력세기계수의 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 이종재료 접착·접합재에 대한 고정밀도의 경계요소 응력해석과 응력특이성을 고려한 파괴역학 파라미터의 계산이 가능하였다.
- (2) 이종재료 접착·접합균열에 대한 경계요소해석을 통하여 고정밀도의 응력세기계수를 계산하였다.
- (3) 이종재료 접합 계면균열재에 균일인장하중이

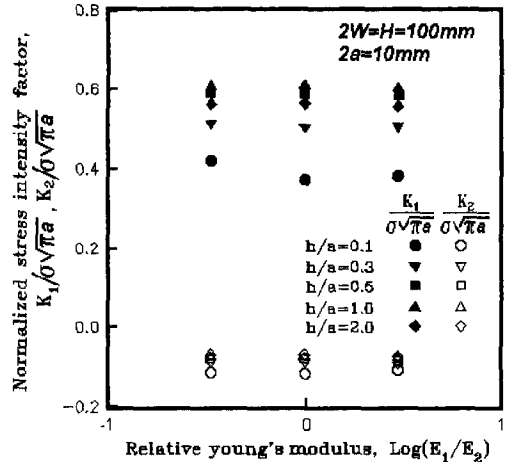


Fig. 12 Effects of relative Young's modulus on stress intensity factor at an interface center crack in bonded layer

작용하는 경우에는 이종재료 특성에 의하여 K_1 과 K_2 의 혼합모드로 되며, 그 지배적인 인자는 K_1 으로 나타났다.

(4) 접착층을 단일한 재료로 고정한 경우에는 피착체를 변화시키더라도 계면균열의 응력세기계수는 피착체의 탄성계수비에 큰 영향을 받지 않는다는 사실을 보였다.

(5) 접착층이 존재하는 경우에 K_1 은 접착층 두께에 따라 증가하고, K_2 의 영향은 상대적으로 무시할 수 있음을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) 青木, 永田, 1995, "セラミックス/金屬接合の界面はく離を伴う破壊の解析," 日本機械學會論文集 A, Vol. 61, No. 588, pp. 1759~1764.
- (2) Kelly, P., Nowell, D. and Hills, D. A., 1994, "The Edge Interface Crack," *Int. J. Frac. Mech.*, Vol. 67, pp. 263~271.
- (3) 結城, 1993, 界面の力學, 培風館, pp. 1~4.
- (4) Williams, M. L., 1963, "Stress Distribution in a Nonhomogeneous Elastic Plane with Cracks," *J. Appl. Mech.*, Vol. 85, pp. 232.
- (5) England, A. H., 1965, "A Crack between Dissimilar Media," *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 400~402.
- (6) Erdogan, F., 1963, "Stress Distribution in a

- Nonhomogeneous Elastic Plane with Cracks," *J. Appl. Mech.*, Vol. 30, pp. 232~237.
- (7) Rice, J. R. and Sih, G. C., 1965, "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 418~423.
- (8) Comninou, M., 1977, "The Interface Crack," *J. Appl. Mech.*, Vol. 44, pp. 631~636.
- (9) Mak, A. F., Keer, L. M., Chen, S. H. and Lewis, J. L., 1980, "A No-slip Interface Crack," *J. Appl. Mech.*, Vol. 47 pp. 347.
- (10) Atkinson, C., 1982, "The Interface Crack with a Contact Zone (An Analytical Treatment)," *Int. J. Frac. Mech.*, Vol. 18, No. 3, 161~177.
- (11) 結城, 木須, 1987, 境界要素法による弾性解析, 培風館, pp. 60~61.
- (12) 曹, 結城, 1989, "異材界面き裂の應力擴大係數の境界要素弾性解析," 日本機械學會論文集 A, Vol. 55, No. 510, pp. 340~347.
- (13) Brown, W. F. and Srawley, J. E., 1966, "Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Metallic Materials," *ASTM STP* 410, pp. 12.
- (14) Erdogan, F., 1971, "The Stress Analysis of Multi-layered Composites with a Flaw," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 7, pp. 39~61.