

〈논 문〉

전자기력 측정과 방향성주파수 응답함수를 이용한 능동 자기베어링 시스템의 운전중 모드시험 및 매개변수 규명

하 영 호* · 이 종 원**

(1996년 12월 19일 접수)

In-situ Modal Testing and Parameter Identification of Active Magnetic Bearing System by Magnetic Force Measurement and the Use of Directional Frequency Response Functions

Young-Ho Ha and Chong-Won Lee

Key Words : Directional Frequency Response Function(dFRF : 방향성주파수 응답함수), Complex Modal Testing(복소모드시험), In-situ Identification(운전중 매개변수 규명)

Abstract

Complex modal testing is employed for the in-situ parameter identification of a four-axis active magnetic bearing system while the system is in operation. In the test, magnetic bearings are used as exciters as well as actuators for feedback control. The experimental results show that the directional frequency response function, which is properly defined in the complex domain, is a powerful tool for identification of bearing as well as modal parameters. It is also shown that the position and current stiffnesses can be accurately estimated using the relations between the measured forces, displacements, and currents.

1. 서 론

능동 자기베어링(Active Magnetic Bearing : AMB)은 자력을 이용하여 회전축을 비접촉으로 지지하므로 구름베어링이나 미끄럼베어링과 같은 종래의 베어링으로는 실현할 수 없는 성능과 기능을 가지므로 산업적 응용이 증가되고 있다. 그러나 능동 자기베어링은 원래 불안정한 시스템이므로 전기·전자적 제어에 의하여 계를 안정화해야 하며 시스템의 안정성과 성능을 향상시키기 위해서는 시스템의 정확한 정보를 파악하는 것이 중요하다.

그런데 AMB 시스템은 와전류, 누설자속과 같은 자속지연과 누설 그리고 전력증폭기의 주파수 특성 때문에 이론적인 설계값과 실제값과는 상당한 오차가 존재하므로 정확한 시스템 매개변수 규명이 요구된다. 지금까지 AMB 시스템의 매개변수 규명은 제어 시스템의 동적특성 해석, 가진기로서의 자기베어링 이용 그리고 매개변수 추정을 위한 기법 개발을 중심으로 주로 연구되어 왔으나,^(1~3) 대부분의 연구가 회전기계의 동적특성을 고려하지 않고, 단지 제어기 설계를 위한 매개변수 규명 혹은 시스템 응답의 이론값과 실험적 결과와의 단순한 비교에 국한되었다.

본 연구에서는 AMB를 가진기로서 이용하므로써 4축 능동 자기베어링 시스템의 운전중 매개변수

*회원, 대우정밀공업주식회사 기술연구소

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

규명을 수행한다. 주전산기(host PC)에서 생성된 가진신호를 DSP를 통하여 구동중인 AMB 시스템의 전력 증폭기의 입력단으로 보내면, 각 반경방향 AMB에는 가진신호에 대응하는 전자기력이 생성되고, 이 힘에 의하여 회전축이 가진된다. 이 때 시스템에 정착된 센서에 의하여 측정된 신호는 신호처리를 위하여 DSP의 이중 기억장치(dual memory)에 저장된다. 이들을 신호처리하여 전자석의 전류 및 위치 강성 그리고 AMB의 상당강성 및 감쇠계수가 추정될 뿐 아니라 전력증폭기의 매개변수들이 추정된다. 특히 AMB 시스템의 물리적 특성은 복소모드시험으로부터 얻은 방향성주파수 응답함수(Direction Frequency Response Function : dFRF)로부터 얻어지며, dFRF는 종래의 주파수 응답함수(FRF)와는 달리 등방 회전체 베어링 시스템에서 후방모드는 음의 주파수 영역으로 전방모드는 양의 주파수 영역으로 잘 분리한다.^(4~8) 여기서, AMB 시스템의 매개변수는 주어진 관성물성치를 가지고 이론적인 dFRF와 추정된 dFRF 사이의 출력오차를 기본으로 한 비선형 회귀문제를 풀어줌으로써 구해진다. 또한 dFRF를 이용하므로써 시스템의 비등방성의 존재를 확인한다.

2. AMB 시스템을 위한 dFRF

회전체베어링 시스템의 해석에 복소좌표를 도입하므로써 회전체의 물리적 특성을 정확하게 이해할 수 있으며, 축대칭 등방 시스템 방정식의 차수를 반으로 줄일 수 있기 때문에 아주 유용하게 이용되고 있다.^(4~8) 특히 FRF에서는 전방모드(backward modes)와 후방모드(forward modes)가 주파수 영역에서 서로 겹쳐져서 나타나지만, 복소모드 해석은 주파수 영역에서 전방모드와 후방모드를 명확하게 분리할 수 있기 때문에 효과적인 모드매개변수 규명이 가능하다.

2.1 강체 회전체 AMB 시스템의 운동방정식

Fig. 1은 두개의 비등방성 자기베어링으로 지지되는 축대칭 강체 회전체 시스템을 모형화한 것으로 베어링좌표계에서 운동방정식은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$M\ddot{\mathbf{q}}(t) + G\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{f}_m(t) \quad (1)$$

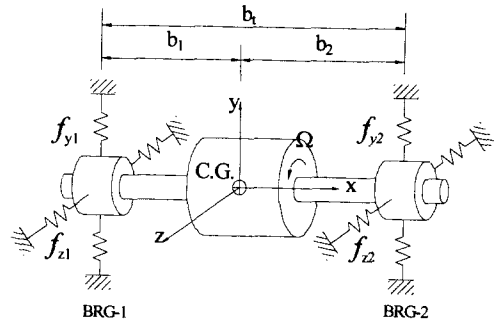


Fig. 1 Modeling of a rigid rotor supported by two anisotropic bearings

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} ml_1^2 + j_a & ml_1 l_2 - j_a & 0 & 0 \\ ml_1 l_2 - j_a & ml_2^2 + j_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ml_1^2 + j_a & ml_1 l_2 - j_a \\ 0 & 0 & ml_1 l_2 - j_a & ml_2^2 + j_a \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & j_p \Omega & -j_p \Omega \\ 0 & 0 & -j_p \Omega & j_p \Omega \\ -j_p \Omega & j_p \Omega & 0 & 0 \\ j_p \Omega & -j_p \Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q}(t) = \{y_1(t) \ y_2(t) \ z_1(t) \ z_2(t)\}^T$$

$$\mathbf{f}_m(t) = \{f_{y1}(t) \ f_{y2}(t) \ f_{z1}(t) \ f_{z2}(t)\}^T$$

$$j_a = J_a / b_t^2$$

$$j_p = J_p / b_t^2$$

$$b_t = b_1 + b_2$$

$$l_1 = b_1 / b_t$$

$$l_2 = b_2 / b_t$$

여기서, M 과 G 는 각각 질량과 자이로(gyroscopic) 행렬이고, $\mathbf{q}(t)$ 는 베어링좌표에서의 변위 벡터(vector), 그리고 $\mathbf{f}_m(t)$ 는 전자기력벡터이다. 또한 위식에서 m , J_p , J_a 는 각각 회전체의 질량, 극관성과 반경방향 질량관성 능률을 나타내며, Ω 는 회전축의 회전속도, b_t 와 b_1 , b_2 는 각각 두 베어링간의 베어링 폭과 회전체의 질량중심으로부터 양 베어링까지의 거리를 나타낸다. 그리고 위첨자 T 는 행렬의 전치를 나타낸다.

베어링의 중심에서 공극의 변동량벡터가 $\mathbf{q}(t)$, 전류의 변동량벡터가 $\mathbf{i}(t)$ 일 때 섭동법에 의해 순전자기력벡터 $\mathbf{f}_m(t)$ 는 다음의 식 (2)처럼 선형화할 수 있다.^(5,8~10)

$$\mathbf{f}_m(t) = K_i \mathbf{i}(t) - K_q \mathbf{q}(t) \quad (2)$$

여기서,

$$\mathbf{K}_i = \text{diag}[K_{iy1}, K_{iy2}, K_{iz1}, K_{iz2}]$$

$$\mathbf{K}_q = \text{diag}[K_{y1}, K_{y2}, K_{z1}, K_{z2}]$$

$$\mathbf{i}(t) = \{i_{y1}(t), i_{y2}(t), i_{z1}(t), i_{z2}(t)\}^T$$

$$K_{iq} = \frac{\varepsilon \alpha \mu_0 N^2 A (I_{q1} + I_{q2})}{2g_0^2}$$

$$K_q = -\frac{\varepsilon c \alpha \mu_0 N^2 A (I_{q1}^2 + I_{q2}^2)}{2g_0^3}$$

$$q = y_1, y_2, z_1, z_2$$

여기서, K_q 와 K_{iq} 는 각각 각 전자석의 위치 및 전류 강성계수를 나타내며, c 와 α 는 전자석의 형상 계수를 나타내고, μ_0 는 자유공간에서의 투자율 (permeability of free space : $4\pi \times 10^{-7}$ H/m)이다. 그리고 ε 은 자기력 보상계수이며, N 과 A 는 각각 권선수와 자극의 면적을 나타낸다. g_0 는 정상상태에서의 공극이고, I_{q1} 과 I_{q2} 는 각 전자석쌍의 q 방향의 편향전류(bias currents)이다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음의 식 (3)을 얻는다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_q\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_i(t) + \mathbf{f}_e(t) \quad (3)$$

여기서,

$$\mathbf{f}_i(t) = \mathbf{K}_i\mathbf{i}(t)$$

$$\mathbf{f}_e(t) = \{f_{ey1}(t), f_{ey2}(t), f_{ez1}(t), f_{ez2}(t)\}^T$$

여기서, $\mathbf{f}_i(t)$ 과 $\mathbf{f}_e(t)$ 는 각각 전류에 의해 발생되는 힘과 외력을 나타내는 벡터이다. 원래 자기베어링은 불안정한 시스템이므로 식 (4)와 같이 비례-미분제어기(P-D controller)를 적용하여 시스템을 안정화시킨다.

$$\mathbf{f}_i(t) = -\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{K}_q\mathbf{q}(t) \quad (4)$$

여기서,

$$\mathbf{C} = \mathbf{K}_p\mathbf{K}_d, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_p\mathbf{K}_p$$

여기서, \mathbf{K}_p 와 \mathbf{K}_d 는 각각 4×4 비례 및 미분 귀환 이득행렬이다. 식 (3)에 식 (4)를 대입하므로써 다음의 식 (5)를 얻는다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{G} + \mathbf{C})\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_d)\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_e(t) \quad (5)$$

여기서, 외력벡터 $\mathbf{f}_e(t)$ 는 외란과 불균형력을 포함하며, 식 (5)의 운동방정식은 복소표기에 의해 (6)과 같은 복소 운동방정식으로 표현할 수 있다.^(5,8,9)

$$\mathbf{M}_c\ddot{\mathbf{p}}(t) + [\mathbf{G}_c + \mathbf{C}_c]\dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_d\dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K}_c\mathbf{p}(t) + \mathbf{K}_d\dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K}_{qc}\mathbf{p}(t) + \mathbf{K}_{qd}\dot{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{g}(t) \quad (6)$$

여기서 “-”는 공액복소수를 나타내며, 변위 및 힘

벡터 그리고 시스템 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{p}(t) = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_1(t) + jz_1(t) \\ y_2(t) + jz_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{g}(t) = \begin{Bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{y1}(t) + jf_{z1}(t) \\ f_{y2}(t) + jf_{z2}(t) \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} ml_1^2 + j_d & ml_1l_2 - j_d \\ ml_1l_2 - j_d & ml_2^2 + j_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_c = -j\mathcal{Q} \begin{bmatrix} j_p & -j_p \\ -j_p & j_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} \Delta C_{11} & \Delta C_{12} \\ \Delta C_{21} & \Delta C_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} \Delta k_{11} & \Delta k_{12} \\ \Delta k_{21} & \Delta k_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{qc} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{qd} = \begin{bmatrix} \Delta K_1 & 0 \\ 0 & \Delta K_2 \end{bmatrix}$$

$$2C_{ij} = C_{yiyj} + C_{zizj} - j(C_{yizj} - C_{zizj})$$

$$2\Delta C_{ij} = C_{yiyj} - C_{zizj} + j(C_{yizj} + C_{zizj})$$

$$2k_{ij} = k_{yiyj} + k_{zizj} - j(k_{yizj} - k_{zizj})$$

$$2\Delta k_{ij} = k_{yiyj} - k_{zizj} + j(k_{yizj} + k_{zizj})$$

$$2K_i = K_{yi} + K_{zi}$$

$$2\Delta K_i = K_{yi} - K_{zi}, \quad i, j = 1, 2$$

여기서, j 는 허수를 나타내고, C_{yiyj} , C_{yizj} , C_{zizj} , C_{zizj} , k_{yiyj} , k_{yizj} , k_{zizj} , k_{zizj} 는 시스템의 감쇠(강성)행렬 $\mathbf{C}(\mathbf{K})$ 의 실수계수이다.

2.2 방향성주파수 응답함수

식 (6)을 푸리에(Fouier) 변환하여 다음의 식 (7a) 같은 양 방향 주파수 응답행렬(two-sided directional frequency response matrices : dFRMs)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}(j\omega) = [\mathbf{H}_{sp}(j\omega) \quad \mathbf{H}_{\hat{sp}}(j\omega)] \begin{Bmatrix} \mathbf{G}(j\omega) \\ \hat{\mathbf{G}}(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (7a)$$

여기서

$$\mathbf{H}_{sp}(j\omega) = [\mathbf{D}_r - \mathbf{D}_b\hat{\mathbf{D}}_r^{-1}\hat{\mathbf{D}}_b]^{-1} \\ \mathbf{H}_{\hat{sp}}(j\omega) = -[\mathbf{D}_r - \mathbf{D}_b\hat{\mathbf{D}}_r^{-1}\hat{\mathbf{D}}_b]^{-1}\mathbf{D}_b\hat{\mathbf{D}}_r^{-1} \quad (7b)$$

$$\mathbf{D}_r(j\omega) = \mathbf{K}_{qc} + \mathbf{K}_c - \omega^2\mathbf{M}_c + j\omega(\mathbf{C}_c + \mathbf{G}_c)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_r(j\omega) = \bar{\mathbf{K}}_{qc} + \bar{\mathbf{K}}_c - \omega^2\bar{\mathbf{M}}_c + j\omega(\bar{\mathbf{C}}_c + \bar{\mathbf{G}}_c)$$

$$\mathbf{D}_b(j\omega) = \mathbf{K}_d + \mathbf{K}_{qd} + j\omega\mathbf{C}_d$$

$$\hat{\mathbf{D}}_b(j\omega) = \bar{\mathbf{K}}_d + \bar{\mathbf{K}}_{qd} + j\omega\bar{\mathbf{C}}_d$$

여기서, $\mathbf{P}(j\omega)$, $\hat{\mathbf{P}}(j\omega)$, $\mathbf{G}(j\omega)$ 는 각각 $\mathbf{p}(t)$, $\bar{\mathbf{p}}(t)$, $\mathbf{g}(t)$ 의 푸리에 변환이며, $\hat{\mathbf{P}}(j\omega)$ 와 $\bar{\mathbf{P}}(j\omega)$ 는 일반적으로 다르다. 그리고 $\mathbf{H}_{gp}(j\omega)$ ($\mathbf{H}_{\bar{g}p}(j\omega)$)를 정(역)방향 주파수 응답행렬(normal(reverse) dFRM)이라 칭하며, 등방 회전체계(isotropic rotor system)에서 역dFRM은 식 (8)과 같이 "역행렬"이 되므로 시스템의 비등방성의 정도를 정의하는 데 효과적으로 이용될 수 있다.

$$\mathbf{H}_{\bar{g}p}(j\omega) = \mathbf{0} \quad (8)$$

지금까지 전자기력에 관련되는 강성 및 감쇠 행렬은 계산의 단순화를 위해 일정하다고 가정하였으나, 실제 시스템에서는 전력증폭기, 저대역 통과 필터 그리고 와전류효과 등에 의한 주파수 종속 특성을 가진다. 이런 동특성을 고려하면 식 (7b)는 다음의 식 (9)처럼 수정되어 진다.

$$[-\mathbf{M}_c\omega^2 + j\omega(\mathbf{G}_c + G_A(j\omega)G_D(j\omega)\mathbf{C}_c) + G_A(j\omega)\mathbf{K}_c + \mathbf{K}_{qc}]\mathbf{P}(j\omega) + [j\omega(G_A(j\omega)G_D(j\omega)\mathbf{C}_d) + G_A(j\omega)\mathbf{K}_d + \mathbf{K}_{qd}]\hat{\mathbf{P}}(j\omega) = \mathbf{G}(j\omega) \quad (9)$$

여기서,

$$H_A(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{V(j\omega)} = K_A G_A(j\omega) \quad \text{with } G_A(j\omega)|_{\omega=0} = 1, G_D(j\omega)|_{\omega=0} = 1 \quad (10)$$

이다. 앞의 식 (10)에서 $G_A(j\omega)$ 와 $G_D(j\omega)$ 는 각각 전력증폭기의 주파수 응답특성과 미분제어기에서 고주파 잡음제거를 위한 저대역 통과 필터의 주파수 응답특성을 나타내며, K_A 는 전력증폭기의 이득을 나타낸다. 그리고 $H_A(j\omega)$ 는 전력증폭기의 주파수 응답함수이며, $I(j\omega)$ 와 $V(j\omega)$ 는 각각 전력증폭기의 출력전류 $i(t)$ 와 입력전압 $v(t)$ 의 푸리에 변환을 나타낸다.

Fig. 2는 외부 측정잡음 $n(t)$ 를 가진 두개의 복소입력과 하나의 복소출력 모델을 표현한 것으로, 입력 $g(t)$ 와 $\bar{g}(t)$ 사이에 상관관계(coherence)가

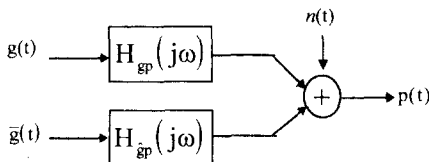


Fig. 2 Two-complex input/single-complex output model

적다면, AMB 시스템에 관련된 dFRFs는 식 (11)과 같이 추정할 수 있다. (5,7,9,11)

$$H_{gp}(j\omega) = \frac{S_{\bar{g}p}(j\omega)}{S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)} \frac{1 - \frac{S_{gp}(j\omega)S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)}{S_{gp}(j\omega)S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)}}{1 - \gamma_{\bar{g}\bar{g}}^2(j\omega)} \quad (11a)$$

$$H_{\bar{g}p}(j\omega) = \frac{S_{\bar{g}p}(j\omega)}{S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)} \frac{1 - \frac{S_{gp}(j\omega)S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)}{S_{\bar{g}p}(j\omega)S_{\bar{g}\bar{g}}(j\omega)}}{1 - \gamma_{\bar{g}\bar{g}}^2(j\omega)} \quad (11b)$$

여기서, $S_{ik}(j\omega)$, $i, k = p, g, \bar{g}$ 는 각각 $p(t)$, $g(t)$, $\bar{g}(t)$ 들의 방향성 자기 또는 상관 스펙트럼 밀도함수(directional auto and cross-spectral density functions : dPSDs and dCSDs)이고, $\gamma_{\bar{g}\bar{g}}^2(j\omega)$ 는 복소입력 $g(t)$ 와 $\bar{g}(t)$ 사이의 방향성 상관 함수(directional coherence function : dCOH)로서 다음 식 (12)와 같이 정의된다.

$$\gamma_{ik}^2(j\omega) = \frac{|S_{ik}(j\omega)|^2}{S_{ii}(j\omega)S_{kk}(j\omega)}, \quad i, k = p, g, \bar{g} \quad (12)$$

3. 실험장치 및 실험방법

Fig. 3은 전자기력을 측정할 수 있도록 압전형 하중계를 내장한 AMB 시스템으로 하나의 Host PC와 DSP Board에 의해 시스템을 안정화하는 제어와 운전중 매개변수 규명을 동시에 수행할 수 있다. Fig. 4는 AMB 시스템의 제어와 운전중 매개변수 규명을 위한 개략도를 나타낸다. 4축 AMB 시스템이 디지털 제어되는 동안 DSP에 의하여 네개의 축변위, 두개의 전자기력 및 전류신호가 12 bit A/D 변환기에 의하여 10 kHz율로 이산화되고,

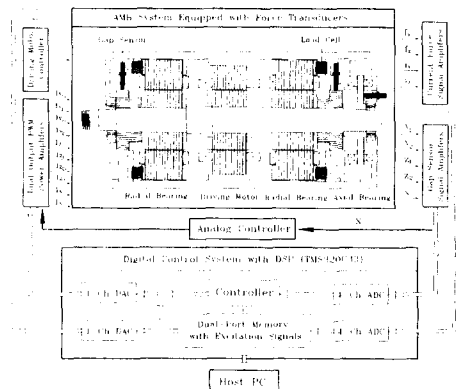


Fig. 3 Schematic diagram of AMB system

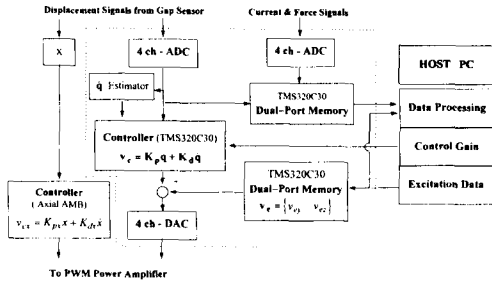


Fig. 4 Schematic diagram for the control and in-situ identification of AMB system

두개의 가진신호를 가진 제어출력이 4 Channel의 12 bit A/D 변환기를 통하여 두개의 반경방향 베어링에 전달된다. Table 1은 강제 회전체의 사양을 나타내며, Table 2에는 이론적으로 계산된 베어링 매개변수가 요약되어 있다. 그리고 시스템 매개변수 규명을 위한 실험은 다음의 두 단계로 수행된다. 먼저 AMB 시스템의 전류 및 위치 강성을 추정하기 위해 Host PC에서 생성된 정현파가 DSP Board를 통하여 전력증폭기의 입력단에 인가

되어 회전축을 가진다. 이 때 시스템에 장착된 센서에 의하여 전자기력, 축변위 그리고 전류가 측정되어 신호처리를 위하여 DSP의 이중기억장치에 저장된다. 다음으로 전력증폭기의 매개변수와 반경방향 자기베어링의 상당 강성 및 감쇠계수를 추정하기 위하여 회전체가 7,200 rpm으로 회전하는 상태에서 Host PC에서 생성된 주파수범위 0 Hz ~ 1000 Hz 사이의 서로 독립적인 랜덤잡음을 전력증폭기의 입력단에 인가하여 수직인 두 방향으로 회전체를 가진하는 복소모드시험을 한다. 이 때 발생된 축변위와 전력증폭기의 출력전류는 DSP의 이중기억장치에 저장되고, 이것들은 주전산기에서 신호처리되어 전력 증폭기의 FRF인 $H_A(j\omega)$ 와 강제 회전체 계의 dFRF인 $H_{gp}(j\omega)$ 와 $H_{\hat{g}p}(j\omega)$ 구하는데 이용된다.

4. AMB 시스템의 매개변수 규명

시스템 매개변수 규명기법은 주로 FRF나 강제 응답추정을 이용하는 것이 제안되어져 왔다. FRF

Table 1 Specifications of rigid rotor AMB

Rotor				Bearings				
Parameters	Values			Parameters	Values			
Mass(m)	9.661 kg			Shape factor (c & α)	0.92			
Diametrical mass moment of inertia (J_d)	0.1089 kg-m ²			Error correction factor (ϵ)	0.90			
Polar mass moment of inertia (J_p)	0.00726 kg-m ²			Sensor gain (K_s)	5000 V/m			
Location of brg #1 (b_1)	0.101 m			Coil turns (N)	160			
Location of brg #2 (b_2)	0.071 m			Effective pole face area (A)	1000 mm ²			
				Nominal air gap (g_0)	0.49 mm			
Bias current (A)								
Bearing #1		$I_{1,2}=2.4, 2.2$		Bearing #2		$I_{1,2}=2.48, 2.2$		
Proportional gain				Derivative gain ($\times 1000$)				
	y_1	y_2	z_1	z_2	y_1	y_1	z_1	z_2
y_1	4.131	0	0	0	3.541	0	0	0
y_2	0	4.077	0	0	0	4.083	0	0
z_1	0	0	4.131	0	0	0	3.541	0
z_2	0	0	0	4.077	0	0	0	4.083

Table 2 Bearing parameters

Stiffness (N/m)		
Parameters	Initial guesses	Estimated values
$k_{11} + K_1$	1.0543E6	9.917E5-j1.527E3
k_{12}	0	-5.118E4+j2.848E3
k_{21}	0	-1.817E4+j4.345E3
$k_{22} + K_2$	1.1075E6	9.86E5-j2.379E4
$\Delta k_{11} + \Delta K_1$	-1.2098E4	-7.394E3+j5.38E4
Δk_{12}	0	2.736E3+j1.35E4
Δk_{21}	0	-1.711E4-j1.406E3
$\Delta k_{22} + \Delta K$	1.2275E4	1.5695E4-j6.984E3
Damping (N · s/m)		
Parameters	Initial guesses	Estimated values
c_{11}	1853	1888-j2.539
c_{12}	0	53.28+j19.89
c_{21}	0	33.04-j23.54
c_{22}	2260	2213+j15.39
Δc_{11}	-11.23	-106.4-j37.21
Δc_{12}	0	34.62-j37.21
Δc_{21}	0	-14.13-j17.35
Δc_{22}	12.19	65.0-j17.35
Current stiffness (N/A)		
Parameters	Computed values	Estimated values
K_{ly1}	256	244
K_{ly2}	260	261
K_{lz1}	256	247
K_{lzg}	260	258

측정을 기본으로 한 방법은⁽¹²⁻¹⁴⁾모드 매개변수의 직교성을 이용하는 것과 FRF로부터 시스템의 매개변수를 직접 규명하는 두가지 방법이 있다. 직접 매개변수 규명방법은 심하게 중복되어 있는 모드나 아주 근접한 모드의 규명에 적당하기 때문에 본 연구에서는 직접 매개변수 규명방법을 이용한다.

Fig. 5는 PWM 전력증폭기를 포함하는 전체 AMB 시스템의 매개변수 규명을 위한 절차를 나

타내고 있다. 전자기 베어링의 전류 및 위치 강성은 정현파 가진 시험동안 측정된 전자기력, 전류 그리고 변위신호를 이용하여 식 (2)로부터 추정된다. 한편 전력증폭기의 매개변수 규명을 위하여 최소화할 목적함수를 다음의 식 (13)으로 정의한다.

$$E_A = \sum_{i=1}^{NA} |H_A(j\omega_i) - \hat{H}_A(j\omega_i)|^2 \quad (13)$$

여기서, $\hat{H}_A(j\omega_i)$ 는 전력증폭기의 가진 입력전압

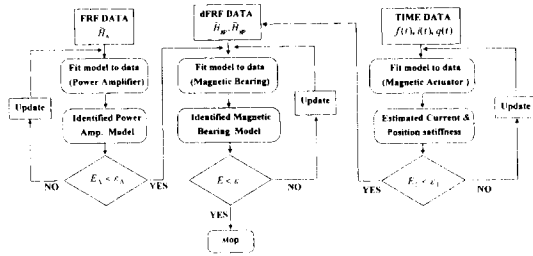


Fig. 5 Procedure for the parameter identification of magnetic bearings with the estimated power amplifier units and magnetic actuator

과 출력전류로부터 추정된 FRF이며, n_A 는 이산주파수 ω_i 의 수를 나타낸다. 식 (13)의 비선형 회귀 문제는 주파수 영역이 10 Hz~400 Hz이고, 이산주파수 갯수 $n_A=800$ 인 FRF data를 Hooke-Jeeves Pattern Search Method⁽¹⁵⁾를 이용하여 푼다. 그리고 시스템 매개변수 규명을 위해 정의된 dFRF는 실제에서 가능하지 않는 가진력의 측정이 요구되므로 식 (14)의 관계를 이용하여 가진력을 추정한다.

$$\mathbf{F}_e(j\omega) = \mathbf{H}_A(j\omega) \mathbf{K}_I \mathbf{V}_e(j\omega) \quad (14)$$

여기서, $\mathbf{F}_e(j\omega)$ 와 $\mathbf{V}_e(j\omega)$ 는 각각 가진력 $\mathbf{f}_e(t)$ 와 가진 전압 $\mathbf{v}_e(t)$ 의 푸리에 변환이다. 그리고 최소화해야 할 목적함수는 다음 식 (15)와 같이 정의된다.

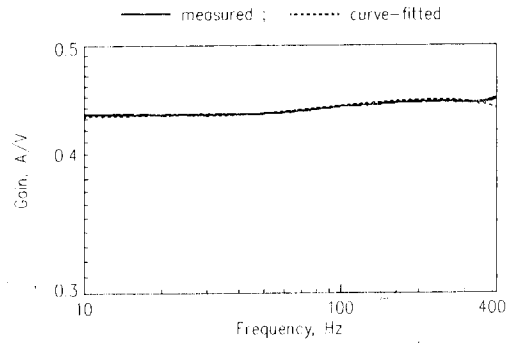
$$E = \sum_{i=1}^{n_B} \sum_r \sum_s |G_A(j\omega_i) \mathbf{H}_{rs}(j\omega_i) - \hat{\mathbf{H}}_{rs}(j\omega_i)|^2$$

$$; \mathbf{r} = \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2 ; \mathbf{s} = \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \hat{\mathbf{p}}_1, \hat{\mathbf{p}}_2 \quad (15)$$

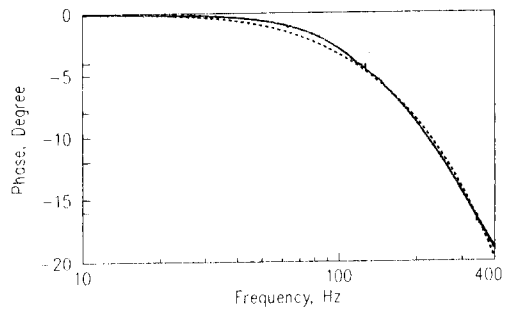
여기서, $\hat{\mathbf{H}}(j\omega)$ 은 측정된 입력과 출력으로부터 추정된 dFRM이고, n_B 는 등간격의 이산주파수 ω_i 의 갯수이며, $G_A(j\omega)$ 는 이미 앞 단계에서 구해졌다.⁽⁵⁾ 위의 비선형 회귀문제 (15)는 Table 2에서 주어진 값을 초기값으로 하여 Hooke-Jeeves Pattern Search Method에 의하여 푼다. 회귀과정에서 dFRF의 데이터수 n_B 는 572개이고, 불연속주파수 ω_i 는 시스템의 전방모드와 후방모드를 포함하는 -150 Hz와 150 Hz 사이의 주파수 영역이다.

5. 결과 및 토의

가진주파수가 80, 90 그리고 100 Hz인 정현파 가진실험으로부터 추정된 전류 및 위치 강성은 다음의 식 (16)과 같다.



(a)



(b)

Fig. 6 (a) Magnitude and (b) Phase of FRF of PWM power amplifier unit

$$\tilde{\mathbf{K}}_I = \text{diag}[243.7 \ 246.6 \ 260.8 \ 257.9] \text{ N/A}$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{qc} = - \begin{bmatrix} 976700 & 0 \\ 0 & 1054500 \end{bmatrix} \text{ N/m}$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{qd} = - \begin{bmatrix} -5916 & 0 \\ 0 & 5735 \end{bmatrix} \text{ N/m} \quad (16)$$

Fig. 6은 PWM 전력증폭기의 추정 및 커브피팅된 (curve-fitted) FRF의 Bode 선도를 나타낸다. 이 시스템에 사용된 네개의 전력증폭기의 동특성은 동일하다고 가정하였으며, 식 (13)을 이용하여 추정된 FRF는 식 (17)과 같다.

$$\tilde{\mathbf{H}}_A(j\omega) = \frac{0.427(1+j0.001718\omega)}{(1+j0.001589\omega)(1+j0.000167\omega)}$$

$$= 0.427 \tilde{G}_A(j\omega) \text{ A/V} \quad (17)$$

그리고 회전체, 제어기 그리고 전력증폭기에 관련된 값들은 다음의 식 (18)로 주어진다.

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} 5.311 & -1.339 \\ -1.339 & 7.026 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_c = -j0.00726\Omega \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_v(j\omega) = \frac{1}{1 + j0.000053\omega} \quad (18)$$

식 (16), (17) 그리고 (18)과 Table 2에 주어진 초기값으로 식 (15)을 최소화하면 다음의 행렬이 구해진다.

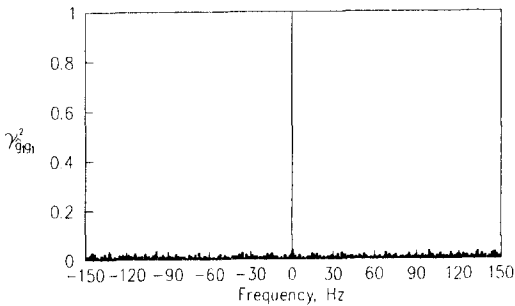
$$\tilde{C}_c = \begin{bmatrix} 1888 - j2.539 & 53.28 + j19.89 \\ 33.04 - j23.54 & 2213 + j15.39 \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{sec/m}$$

$$\tilde{C}_d = \begin{bmatrix} -106.4 - j37.21 & 34.62 - j22.65 \\ -14.13 - j17.35 & 65.0 - j17.35 \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{sec/m}$$

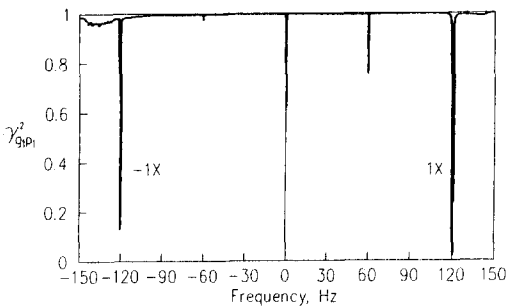
$$\tilde{K}_c = \begin{bmatrix} 1968400 - j15270 & 51180 + j2848 \\ -18170 - j4345 & 2040500 + j23790 \end{bmatrix} \text{ N/m}$$

$$\tilde{K}_d = \begin{bmatrix} -13310 - j53800 & 2736 + j13510 \\ -17110 + j14060 & 21430 - j6984 \end{bmatrix} \text{ N/m}$$

위 표현에서 ~는 추정된 행렬을 나타내고, 추정된 베어링 매개변수는 Table 2에 요약되어 있다. Fig. 7은 베어링 #1에서의 dCOHs인 γ_{g_1, g_1}^2 와 γ_{g_1, p_1}^2 로서 복소입력신호 $g_1(t)$ 와 $\bar{g}_1(t)$ 사이에 상관관계가 거의 없음을 의미하며, 또한 $p_1(t)$ 과 $g_1(t)$ 는 회전체의 회전주파수와 기기의 잡음이 지배적인 몇개의 이산주파를 제외하고는 거의 잡음이 없음을 의미한다. Fig. 8과 Fig. 9는 측정된 데이터로부터 추정한

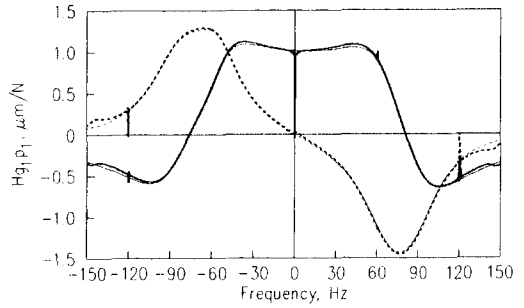


(a) γ_{g_1, g_1}^2

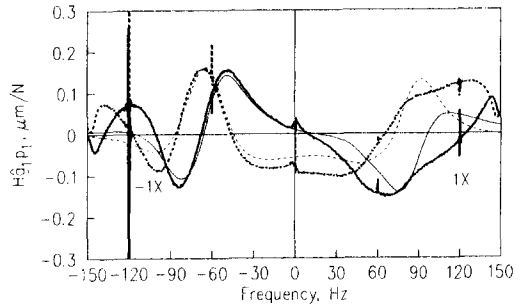


(b) γ_{g_1, p_1}^2

Fig. 7 Directional coherence function

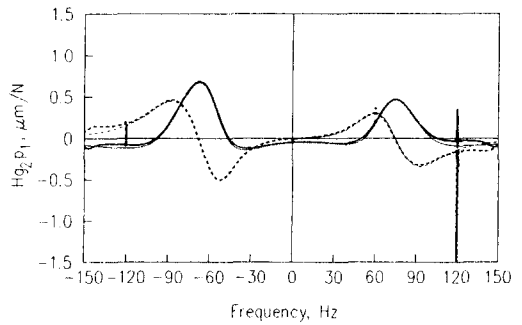


(a) H_{g_1, p_1}

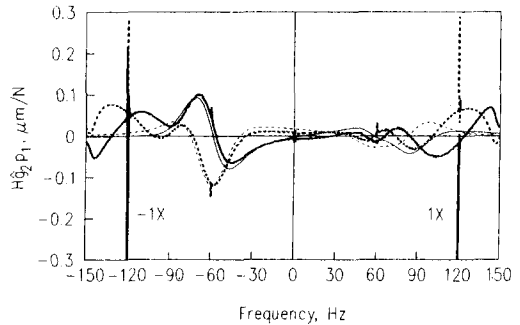


(b) H_{g_1, p_1}

Fig. 8 Co-quad plot



(a) H_{g_2, p_1}



(b) H_{g_2, p_1}

Fig. 9 Co-quad plot

Table 3 Identified modal parameters of the rigid rotor AMB system ; $\Omega=7200$ rpm

Mode	Modal damping	Modal frequency, rpm/Hz
First backward mode	0.387	-3014/50.24
First forward mode	0.371	3469/57.82
Second backward mode	0.436	-4248/-70.8
Second forward mode	0.467	4311/71.85

dFRF와 이 dFRF를 이용한 매개변수 규명방법에 의해 커브피팅된 dFRF의 Co-quad plot을 나타낸 것이고, Fig. 10은 측정된 데이터로부터 추정된 FRF와 이 FRF를 이용한 매개변수 규명방법에 의해 커브피팅된 FRF의 Co-quad plot을 나타낸 것이다. Fig. 8과 Fig. 9에서는 측정된 데이터로부터 측정된 dFRF와 커브피팅된 dFRF가 거의 일치하나, Fig. 10에서는 측정된 데이터로부터 추정된 FRF와 커브피팅된 FRF가 상당한 편차를 보이므로 제안된 매개변수 규명방법이 기존의 FRF보다 우수함을 알 수 있다. 그리고 Fig. 8과 Fig. 9에서

역 dFRF의 최대값이 정 dFRF의 최대값의 1/8 정도이므로 시험에 사용된 능동 자기베어링 시스템은 약간의 비등방성을 가지고 있음을 알 수 있고, 기존의 FRF와는 달리 dFRF는 전방향모드는 양의 주파수 영역으로 후방향모드는 음의 주파수 영역으로 분리한다. 그리고 Table 3은 AMB 시스템의 고유주파수와 감쇠계수를 나타내고 있다.

6. 결 론

한쌍의 자기베어링에 의해 발생하는 전자기력을 측정할 수 있도록 두벌의 압전형 하중계를 장착한 능동 자기베어링 시스템을 개발하였다. 자기베어링을 시스템 제어를 위한 작동기로서 뿐만 아니라 가진기로서 사용하므로써 운전중 4축 AMB 시스템의 운전중 매개변수 규명을 수행하며, 이 때 시스템의 물리적 물성치는 복소모드시험으로부터 얻은 dFRF로부터 규명된다. 또한 전자석에 의해 발생하는 전자기력과 회전체의 축변위, 그리고 전력증폭기의 전류를 측정하므로써 자기베어링의 전류 및 위치 강성, 전력증폭기의 매개변수 및 동적특성을 효과적으로 추정하였다. 실험의 결과는 dFRF가 베어링 매개변수 규명에 효과적으로 이용될 수 있음을 보여준다.

후 기

한국과학재단의 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Dhar, D. and Barrett, L.E., 1993, "Design of Magnetic Bearings for Rotor Systems with Harmonic Excitations," *Transaction of ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 115, pp.

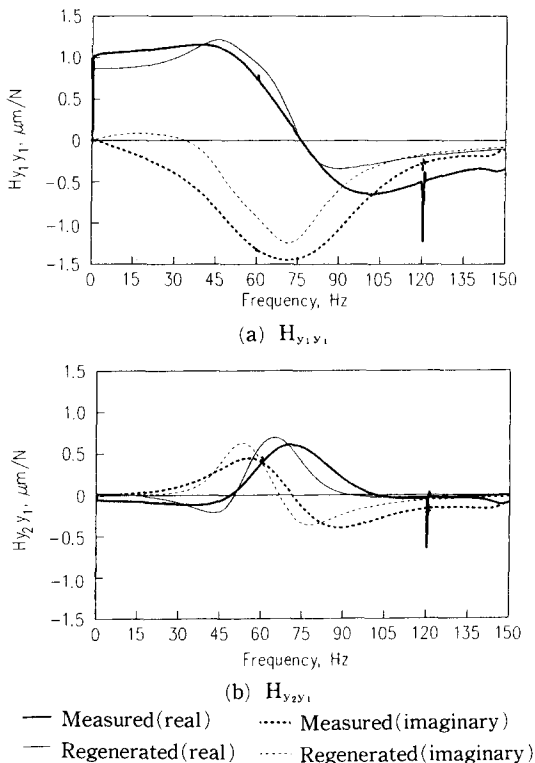


Fig. 10 Co-quad plot

- 359~366.
- (2) Gähler, C. and Herzog, R., 1994, "Identification of Magnetic Bearing Systems," *Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings*, ETH Zurich, pp. 293~298.
 - (3) Hisatani, M., 1988, "Identification and Optimization of Active Magnetic Bearing Systems Using Measured Nyquist Diagrams," *Proceedings of the First International Symposium on Magnetic Bearings*, ETH Zurich, pp. 273~280.
 - (4) Lee, C.W., 1993, *Vibration Analysis of Rotors*, Kluwer Academic Publishers.
 - (5) Lee, C.W., Ha, Y.H., Joh, C.Y. and Kim, C.S., 1996, "In-situ Identification of Active Magnetic Bearing System Using Directional Frequency Response Functions," *Transaction of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 118, No. 3, pp. 586~592.
 - (6) Joh, Y. D. and Lee, C. W., 1993, "Excitation Methods and Modal Parameter Identification in Complex Modal Testing for Rotating Machinery," *Int'l J. Analysis & Experimental Modal Analysis*. Vol. 8, No. 3, pp. 178~203.
 - (7) Lee, C.W. and Joh, C.Y., 1994, "Development in the Use of the dFRFs for the Diagnosis of Anisotropy and Asymmetry in Rotating Machinery: Theory," *Mech. Sys. and Signal Processing*, Vol. 8, pp. 665~678.
 - (8) 하영호, 이종원, 1995, "능동 자기베어링 시스템의 운전중 모드시험과 매개변수 규명," 대한기계학회, 동력학 및 제어부문 학술대회 논문집, pp. 5~10.
 - (9) Lee, C.W. Lee, Ha, Y.H. and Kim, C.S., 1994, "Identification of Active Magnetic Bearing System Using Magnetic Force Measurement," *Proceedings of Fourth International Symposium on Magnetic Bearings*, ETH, Zurich, Switzerland, August 23-26, pp. 305~309.
 - (10) Lee, C.W. and Kim, J.S., 1992, "Modal Testing and Suboptimal Vibration Control of Flexible Rotor Bearing System by Using A Magnetic Bearing," *Transaction of ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control*, Vol. 114, 244~252.
 - (11) Bendat, J.S. and Piersol, A.G., 1986, *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York.
 - (12) Burrows, C.R. and Sahinkaya, M.N., 1982, "Frequency-domain Estimation of Linearized Oil-film Coefficients," *Transaction of ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control*, Vol. 104, pp. 210~215.
 - (13) Lee, H.G. and Dobson, B.J., 1992, "The Direct Measurement of Structural Mass, Stiffness and Damping Properties," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 145(1), pp. 61~81.
 - (14) Stanway, R., 1984, "Journal Bearing Identification under Operating Conditions," *Transaction of ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control*, Vol. 106, pp. 178~182.
 - (15) Bazaraa, M.S., Seral, H.D.I and Shetty, C. M., 1993, *Nonlinear Programming Theory and Algorithms, Second Edition*, John Wiley & Sons, Inc.