

〈논 문〉

소성가공을 위한 연성파괴조건에의 재고찰

박종진* · 이영석**

(1996년 3월 29일 접수)

A Review of Ductile Fracture Criteria for Forming Processes

Jong Jin Park and Young Seok Lee

Key Words : Ductile Fracture(연성파괴), Fracture Criterion(파괴조건), Void Growth Model(기공성장모델), Cockroft-Latham Criterion(커크로프트와 래섬의 조건)

Abstract

In metalforming, ductile fracture criteria have been used for the purpose of predicting fracture occurrence in the stage of process design prior to manufacturing. In the present investigation, some of popular criteria are reviewed to find the most suitable one among them. As a result, it is found that the modified Cockroft and Latham criterion is better than others. The reasons are: it agrees with Roy's and McClintock's void growth models, it is more general than Oyane's and Kuhn's criteria, and it predicts fractures in compression as well as in tension well. However, it is also found that the criterion is incapable of predicting fractures in torsion.

1. 서 론

소성가공중에 발생하는 금속재료의 파괴는 대개 비피로적인 연성파괴로서, 디스크 압축이나 평판 압연시에 발생하는 표면파괴와 압축이나 인발시에 발생하는 내부파괴가 있다. 제품에 이러한 파괴가 발생하면 거의 불량으로 처리되므로 공정설계단계에서 파괴를 미리 예측하여 예방하고자 하는 연구가 많이 수행되어 왔다. 이러한 파괴는 소재에 가해지는 변형이 소재의 변형한계를 초과하게 될 경우에 발생하는데, 변형한계는 고온에 비해 상온에서 훨씬 작게 나타나므로 냉간가공중 파괴가 많이 발생하게 된다. 이러한 변형한계는 공정의 종류, 금형과 소재사이 접촉면의 마찰, 소재의 유동응력 등에 의하여 복잡하게 변화하므로 일반적인 형태로 나타내기가 어렵다.⁽¹⁻³⁾

본 연구에서는 지금까지 제안된 냉간에서의 연성 파괴조건들중 대표적인 다섯 개를 선택하여 재고찰하여 보았다. 기존의 연구를 요약하면 다음과 같다. McClintock은 타원기둥모양의 기공이 규칙적으로 배열되어 있는 평면변형 기공성장모델을 가정하고 해석하여 연성파괴조건을 제안하였다.⁽⁴⁾ Roy 등은 실제현상에 가장 근접한 삼차원 기공성장모델을 가정하여 해석하였다.⁽⁵⁾ Cockroft 등은 소성변형일이 임계치에 도달하면 파괴가 발생한다는 소성 변형에너지 개념에 근거하여 연성파괴조건을 제안하였다.⁽⁶⁾ Oh 등은 McClintock의 기공성장개념에 근거하여 수정 Cockroft-Latham 파괴조건을 제안하였다.^(7,8) Park 등은 표면파괴의 경우 Oyane 파괴조건⁽¹⁰⁾과 수정 Cockroft-Latham 파괴조건⁽⁶⁾이 유사함을 알아내었다.⁽⁹⁾ 그리고 Osakada 등은 정수압 환경에서의 비틀림파괴를 연구하였다.⁽¹¹⁻¹³⁾

이러한 연구들은 기공성장모델, 변형에너지 개념, 실험적 관찰, 직관적 판단 등에 의한 것으로 각기 다른 형태로 나타나고 있다. 따라서 본 연구

*회원, 홍익대학교 기계공학과

**홍익대학교 기계공학과

에서는 이들을 재고찰해 봄으로써, 그 중 가장 유용한 조건과 상호관계를 알아내고자 하였다. 본 연구에서 수행한 연구내용을 요약하면 다음과 같다.⁽¹⁾ 기공성장개념을 재고찰하기 위하여 평면변형조건 하에서 Roy의 모델과 McClintock의 모델을 비교하였다. (2) McClintock의 파괴조건과 Oyane의 파괴조건이 수정 Cockroft-Latham의 파괴조건으로 유도될 수 있는지를 검토하였다. (3) 표면파괴에 기본을 둔 Kuhn⁽¹⁴⁾의 파괴조건이 수정 Cockroft-Latham의 파괴조건으로 유도되는지를 검토하였다. (4) 이상의 연구에서 수정 Cockroft-Latham 파괴조건이 가장 우수한 것으로 판명되어, 이 조건을 인장파괴에 적용하여 보았다. (5) 수정 Cockroft-Latham의 파괴조건을 Osakada의 비틀실험결과에 적용하여 보았다.

2. 연성파괴조건

여러 연구자들은 소재에 이미 존재하고 있는 기공이 성장하여 균열 또는 파괴로 발전한다는 기공성장모델을 제안하였다. 그 중 McClintock⁽⁴⁾은 장축과 단축방향으로 변형하는 타원단면을 갖는 원통형 기공이 규칙적으로 배열되어있는 모델을 설정하고, 평면변형조건 하에서 기공성장에 대한 해를 유도하였다. 타원의 장단축방향과 주응력방향이 일치한다는 가정하에 유도한 근사해는 아래와 같다.

$$\log_e\left(\frac{R}{R_0}\right) = \frac{\sqrt{3}\bar{\epsilon}}{2(1-n)} \sinh\left[\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}\right] + \left(\frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{2}\right) \quad (1)$$

여기서, R_0 와 R 는 각각 변형전후 기공의 평균반경, σ_a 와 σ_b 는 장단축방향의 주응력성분, $\bar{\sigma}$ 와 $\bar{\epsilon}$ 는 유효응력과 유효변형률이다. 유효응력은 $\bar{\sigma} = k(\bar{\epsilon})^n$ 의 형태로 표현하였고, 기공이 성장하여 셀(cell) 벽에 닿게 되면 파괴가 일어난다고 가정하였다. 이 모델의 유한요소해석에 의하면 기공들이 형성되고 성장하기 쉬운 곳이 전단띠임을 암시하고 있는데, 실제에도 큰 기공사이에서 전단띠가 발생하고 성장하여 결합하면서 파괴로 발전된다는 사실과 일치한다. 식 (1)에 이러한 전단띠개념을 적용하면 파괴조건은 아래와 같이 유도될 수 있다.

$$\int_0^{\epsilon'} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}(1-n)} \sinh\left[\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}\right] \right.$$

$$\left. + \frac{\sigma_b - \sigma_a}{\bar{\sigma}} \right\} d\bar{\epsilon} = K \quad (2)$$

여기서, K 는 재료상수이다. 따라서 McClintock의 파괴조건은 식 (2)로 표현할 수 있지만, 상당히 복잡한 형태를 띠고 있다.

Roy 등⁽⁶⁾은 구형기공이 규칙적으로 배열되어 있는 삼차원 모델을 가정하였다. 그리고 기공이 최대인장 주응력방향으로 성장한다는 가정하에 다음과 같은 해를 구하였다.

$$A = R_0 \exp(D \bar{\epsilon}) \left\{ 2 \exp\left(\frac{3}{2} \bar{\epsilon}\right) - 1 \right\}^{\frac{2}{3}} \quad (3)$$

$$B = R_0 \exp(D \bar{\epsilon}) \left\{ 2 \exp\left(\frac{3}{2} \bar{\epsilon}\right) - 1 \right\}^{-\frac{1}{3}} \quad (4)$$

여기서, A 와 B 는 각각 최대 주응력방향과 최소 주응력방향의 기공반경이다. 그리고 D 는 다음과 같이 정의된다.

$$D = 0.56 \sinh\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) \quad (5)$$

여기서, σ_m 은 응력성분중 정수압응력(또는 평균응력)을 나타낸다.

Cockroft 등⁽⁶⁾은 소성변형에너지 개념에 의하여 아래와 같은 연성파괴조건을 제안하였다.

$$\int_0^{\epsilon'} \sigma^* d\bar{\epsilon} = C_0 \quad (6)$$

여기서, σ^* 는 최대 인장주응력, $\bar{\epsilon}$ 는 유효변형률 그리고 C_0 는 재료상수이다. 이 조건은 파괴가 변형과 인장응력에 의존함을 의미하고 있다. 즉, 인장응력이 없다면 $\sigma^* = 0$ 이 되므로 파괴는 발생하지 않는다는 것이다.

기공성장개념에 의하면 기공크기가 임계치에 도달하면 파괴가 발생한다고 본다. 이에 의거하여 Oh^(7,8) 등은 σ^* 를 $\bar{\sigma}$ 로 나누어 식 (6)을 다음과 같이 무차원화시켰다.

$$\int_0^{\epsilon'} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} = C \quad (7)$$

이 식을 수정 Cockroft-Latham의 파괴조건이라 한다.

Oyane 등⁽¹⁰⁾은 기공의 상대밀도가 임계치에 도달하면 파괴가 발생한다는 가정으로부터 다음과 같은 파괴조건을 제안되었다.

$$\int_0^{\epsilon'} \left(a_0 + \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) d\bar{\epsilon} = C' \quad (8)$$

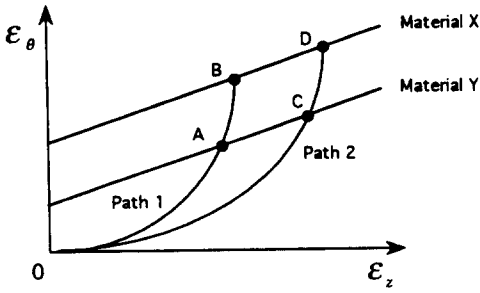


Fig. 1 Strain paths and fracture loci observed at the equatorial surface in cylinder compression; o stands for a fracture point

여기서, a_0 와 C' 은 재료상수이고, σ_m 은 정수압 응력이다.

여러가지 연성파괴중 가장 규칙성있게 나타나는 현상은 원통형 시편의 압축시 원주면 중앙에 발생하는 표면파괴이다. Lee등⁽¹⁴⁾은 이로부터 Fig. 1과 같은 변형률 경로선도를 사용하여 파괴조건을 도식적으로 제한하였다. 동일한 소재에 대하여 여러가지 변형률경로를 이 선도에 도시하고 파괴점들을 연결하면 기울기가 0.5인 직선으로 나타난다. 이 직선을 Kuhn의 파괴조건(또는 파괴케적)이라고 한다. Oh 등⁽¹⁵⁾은 이 파괴조건이 알루미늄재료의 압축과 압연에서도 타당하게 적용된다는 사실을 검증하였다. 원통형 시편의 압축시 Kuhn의 파괴조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_\theta = -\frac{1}{2}\epsilon_z + a \quad (9)$$

여기서, ϵ_θ 는 원주방향 변형률, ϵ_z 는 축방향 변형률 그리고 a 는 재료상수로서 변형률 경로선도에 서 파괴케적의 ϵ_θ 축 절편값으로 나타난다.

3. 파괴조건의 비교

3.1 기공성장모델의 비교

Roy의 삼차원 기공성장모델의 해⁽⁶⁾를 평면변형에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{R}{R_0} = \exp\left\{\frac{14}{25}(\bar{\epsilon}) \sinh\left(\frac{3}{3} \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}\right)\right\} \cdot \frac{\exp\left(\frac{3}{2} \bar{\epsilon}\right)}{\left\{2 \exp\left(\frac{3}{2} \bar{\epsilon}\right) - 1\right\}^{\frac{1}{3}}} \quad (10)$$

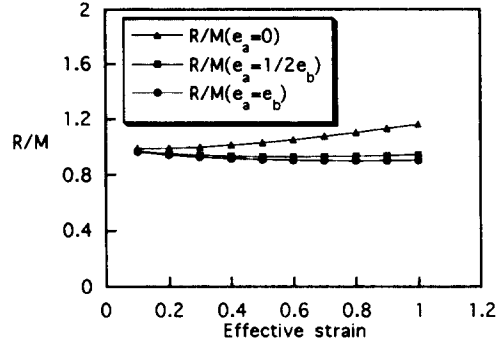


Fig. 2 Variation of R/M for effective strain; R and M stand for R/R_0 ratios by Roy's model and by McClintock's model, respectively

반면에 McClintock의 해⁽⁴⁾는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{R}{R_0} = \exp\left\{\frac{\sqrt{3} \bar{\epsilon}}{2(1-n)} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}\right)\right\} \cdot \exp\left(\frac{\epsilon_a + \epsilon_b}{2}\right) \quad (11)$$

여기서, $\epsilon_a=0$, $\epsilon_a=\frac{1}{2}\epsilon_b$, $\epsilon_a=\epsilon_b$ 의 세가지 변형률 경로에 대하여 $\frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}=1$ 과 $n=0.2$ 인 조건하에서 식 (12)와 식 (13)을 비교하여 보았다. Fig. 2에 도시되어 있듯이 두 식은 유효변형률의 증가에 따라 약간의 차이를 보이나 거의 동일한 값을 나타내고 있다. 이 사실은 McClintock 모델이 실제의 파괴현상에 가장 근접한 모델인 Roy 모델과 유사하다는 중요한 의미를 가지고 있다.

Oh^(7,8) 등은 식 (2)가 식 (7)로 단순화될 수 있다는 사실을 발견하였다. 즉, $-1 \leq \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}} \leq 1$ 이라는 가정하에서 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{2}{\sqrt{3}(1-n)} \sinh\left\{\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}}\right\} \approx \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\bar{\sigma}} \quad (12)$$

여기서 $\sigma_b > \sigma_a$ 이라고 가정하고, 식 (12)를 식 (2)에 대입하면 다음과 같이 유도된다.

$$\int_0^{\bar{\epsilon}} 2\left(\frac{\sigma_b}{\bar{\sigma}}\right) d\bar{\epsilon} = K \quad (13)$$

여기서, σ_b 를 σ^* 로 치환하면, 식 (7)과 식 (13)은 동일하다는 사실을 알 수 있고, 이 두 파괴조건의 재료상수사이에는 $K=2C$ 관계가 있음을 알 수 있다. 따라서 수정 Cockroft-Latham 파괴조건은 Roy와 McClintock의 기공성장모델에서 이론적인

배경을 찾을 수 있음을 알 수 있다.

3.2 표면파괴에 대한 연성파괴조건적 적용

원통형 소재의 압축시 소재와 금형사이의 접촉면에 마찰이 없다면 변형은 균일하게 발생되고 응력 성분중 축방향 압축응력만 존재하므로 파괴는 발생하지 않는다. 반면에 마찰이 있으면 원주면에 배럴링이 발생하고, 축방향 인장응력이 유발되어 파괴가 발생하게 된다. 원통형 및 링 시편의 압축실험에 따르면 배럴링이 일어난 지점에서 축방향응력이 인장일 경우는 수직파괴가 발생되고 압축일 경우는 전단파괴가 발생된다는 사실을 발견하였다.⁽²⁾ 본 연구에서는 원통형 시편의 압축시 발생하는 표면파괴에 대하여 Cockcroft-Latham, 수정 Cockcroft-Latham, Oyane, Kuhn의 파괴조건들을 비교하였다.

원통형 시편의 압축시 원주면 표면에 발생하는 응력성분들은 Levy-Mises식으로부터 다음과 같이 유도될 수 있다.⁽²⁾

$$\sigma_\theta = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \frac{2+\alpha}{\sqrt{1+\alpha+\alpha^2}} \quad (14)$$

$$\sigma_z = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \frac{1+2\alpha}{\sqrt{1+\alpha+\alpha^2}} \quad (15)$$

여기서, $\alpha = \frac{d\epsilon_z}{d\epsilon_\theta}$ 로 정의되고, 이것은 변형률 경로로부터 구할 수 있다. 그리고 유효변형률 증분은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1+\alpha+\alpha^2} d\epsilon_\theta \quad (16)$$

$\alpha=0$ 인 변형률 경로에 대하여 이 식들을 적용하면 응력성분과 유효변형률을 구할 수 있다. 정의에 의하여 $\sigma^* = \sigma_\theta$ 이고, 파괴계적으로부터 $\epsilon^f_\theta = a$ 를 알 수 있다. 이러한 관계를 식 (6)에 대입하면 재료상수 C_0 와 a 사이에는 다음의 관계가 있음을 알 수 된다.

$$C_0 = \frac{4}{3} K \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^n \frac{a^{n+1}}{n+1} \quad (17)$$

같은 방법을 통하여 $\alpha = -\frac{2}{3}$ 와 $\alpha = -\frac{1}{2}$ 인 변형률 경로로부터 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$C_0 = \frac{4}{3} K \left(\sqrt{\frac{7}{3}} \right)^n \frac{a^{n+1}}{n+1} \quad (18)$$

$$C_0 = \frac{4}{3} K \left(\frac{4}{3} \right)^n \frac{a^{n+1}}{n+1} \quad (19)$$

식 (17), 식 (18), 식 (19)는 지수항만 다를 뿐 그외에는 동일하다. Table 1에 나와있듯이 세가지 n 값에 대한 이 지수항의 크기는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 따라서 Cockcroft-Latham 파괴조건은 Kuhn 파괴조건에 비해 일반적인 표현이라고 볼 수 있다.

식 (7)에 나와있는 수정 Cockcroft-Latham 조건의 재료상수 C 와 a 사이의 관계를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C &= \int_0^{\epsilon^f_\theta} \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} d\epsilon_\theta \right) \\ &= \int_0^{\epsilon^f_\theta} \frac{4}{3} d\epsilon_\theta \\ &= \frac{4}{3} \epsilon^f_\theta \\ &= \frac{4}{3} a \end{aligned} \quad (20)$$

이 관계는 변형률 경로에 무관하게 일정하므로 상수 C 는 재료상수로서의 성질을 정확히 만족시킨다. 따라서 수정 Cockcroft-Latham식이 Cockcroft-Latham식보다 Kuhn 파괴조건이 보다 더 일반적인 표현임을 알 수 있다.

Oyane의 파괴조건은 두개의 상수 a_0 와 C' 를 포함하고 있다. 이 조건에 원통형 시편 원주면의 응력성분식들을 이용하여 정수압응력을 구하고, 이를 대입하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\int_0^{\epsilon^f_\theta} \left(a_0 + \frac{1+\alpha}{\sqrt{3}\sqrt{1+\alpha+\alpha^2}} \right) d\bar{\epsilon} = C' \quad (21)$$

Table 1 Values of the ()ⁿ term in Eqs. (17) ~ (19) for different n values

Work hardening coeff.	Strain path	$\alpha=0$	$\alpha=-\frac{1}{2}$	$\alpha=-\frac{2}{3}$
	n=0.1		1.01	1.03
n=0.2		1.03	1.06	1.09
n=0.3		1.04	1.09	1.14

이 식에 $\alpha=0$ 인 변형률 경로에 대한 식들을 대입하면 다음의 관계를 구할 수 있다.

$$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a_0 + \frac{2}{3}\right) = \frac{C'}{a} \quad (22)$$

또 $\alpha = -\frac{2}{3}$ 인 변형률 경로에서는 $d\bar{\epsilon} = \frac{\sqrt{84}}{9}d\epsilon_\theta$ 와 $\epsilon'_\theta = \frac{3a}{2}$ 가 되므로 이들을 식 (21)에 대입하면 다음의 관계를 구할 수 있다.

$$\left(\frac{\sqrt{84}}{6}a_0 + \frac{\sqrt{84}}{6\sqrt{21}}\right) = \frac{C'}{a} \quad (23)$$

식 (22)와 식 (23)으로부터 a_0 와 C' 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a_0 = 0.894, \quad C' = 1.699a \quad (24)$$

동일한 방법으로 $\alpha=0$ 과 $\alpha = -\frac{1}{2}$ 인 변형률 경로에 대한 관계식들을 식 (21)에 대입하여 a_0 와 C' 를 구하면 다음과 같다.

$$a_0 = 1.244, \quad C' = 2.103a \quad (25)$$

식 (24)와 식 (25)에서 보여지듯이 a_0 와 C' 은 변형률 경로에 따라 변화되므로 재료상수로 정의될 수 없다. 임의의 변형률 경로에 대하여도 이 사실을 확인 할 수 있다. 그러나 만약 a_0 를 공정변수로 가정한다면 Oyane의 파괴조건은 Kuhn의 파괴조건의 다른 표현이라는 사실을 알 수 있다. 이를 증명하기 위하여 Oyane의 파괴조건을 다음과 같이 분리시켰다.

$$\int_0^{\epsilon_f} a_0 d\bar{\epsilon} + \int_0^{\epsilon_f} \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} = C' \quad (26)$$

윗 식에 변형률 경로 α 의 함수로 표현된 정수압 응력과 유효변형률 증분을 대입하고, $\alpha = \frac{d\epsilon_z}{d\epsilon_\theta}$ 를 좌변의 둘째항에만 대입하여 보면 다음과 같이 유도된다.

$$\int_0^{\epsilon'_f} \frac{2a_0}{\sqrt{3}} \sqrt{1+\alpha+\alpha^2} d\epsilon_\theta + \int_0^{\epsilon'_f} \frac{2}{3} (d\epsilon_\theta + d\epsilon_z) = C' \quad (27)$$

식 (27)의 좌변 첫항에 $\alpha=0$ 을 대입하여 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\epsilon'_f = -\frac{2/3}{\left(\frac{2a_0}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3}\right)} \epsilon'_z + \frac{C'}{\left(\frac{2a_0}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3}\right)} \quad (28)$$

식 (28)은 Kuhn의 파괴조건식 $\epsilon'_f = -\frac{1}{2}\epsilon'_z + a$ 와 형태가 동일하므로 계수와 상수를 등치시켜 다음을 구할 수 있다.

$$a_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad C' = \frac{4}{3}a \quad (29)$$

동일한 방법으로 $\alpha = -\frac{1}{2}$ 인 변형률 경로에 대하여 a_0 와 C' 을 구하면 다음과 같다.

$$a_0 = \frac{2}{3}, \quad C' = \frac{4}{3}a \quad (30)$$

식 (29)와 식 (30)에서 a_0 는 변형률 경로에 따라 변화하지만 $C' = \frac{4}{3}a$ 인 관계는 일정하게 유지됨을 알 수 있다. 따라서 Oyane의 파괴조건에서 a_0 는 공정변수이며, C' 은 재료상수로서 식 (20)에 의하여 수정 Cockcroft-Latham식의 상수 C 와 동일함을 알 수 있다. 이러한 사실로부터 Oyane식은 공정에 따라 a_0 를 조절해야 하는 Kuhn식의 다른 표현이고, 따라서 수정 Cockcroft-Latham 파괴조건이 가장 일반적인 표현이라는 사실을 알 수 있다.

4. 비틀파괴에 대한 수정 Cockcroft-Latham 파괴조건에 대한 적용

수정 Cockcroft-Latham의 파괴조건을 비틀에 적용하기 위하여 Osakada 등이 수행한 실험결과⁽¹¹⁻¹³⁾를 이용하였다. Osakada 등은 여러 가지 재료에

Table 2 Strength coefficients, workhardening coefficients, and tensile fracture strains for various materials obtained from Ref.⁽¹¹⁻¹³⁾

Material	Flow stress constant (k)	Work hardening coeff. (n)	Fracture strain in tension
CH1	534 MPa	0.30	1.65
S20C	747 MPa	0.19	0.47
S25C	786 MPa	0.27	0.95
S50C	1205 MPa	0.37	0.40

대한 실험을 통하여 인장파괴와 비틀림파괴를 구하였다. 본 연구에서는 비틀림파괴실험결과로부터 재료의 유동응력을 구하고, 이를 이용하여 인장파괴실험결과로부터 수정 Cockroft-Latham 파괴조건 상수 C 를 구한다. 그리고 이 상수가 비틀림파괴에도 적용되는지를 알아보았다. Table 2에 이렇게 구한 유동응력과 인장파괴변형률들이 나와 있다. 수정 Cockroft-Latham 파괴조건을 비틀림파괴에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 C &= \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} \\
 &= \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} d\bar{\epsilon} \\
 &= \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{1}{\sqrt{3}} d\bar{\epsilon} \\
 &= \frac{\bar{\epsilon}_f}{\sqrt{3}} \tag{31}
 \end{aligned}$$

여기서, $\bar{\epsilon}_f$ 는 비틀림파괴변형률이고, 상수 C 는 $\bar{\epsilon}_f$ 의 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 임을 알 수 있다. 또한 이 조건을 인장파괴에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 C &= \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} \\
 &= \int_0^{\bar{\epsilon}_{UTS}} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} + \int_{\bar{\epsilon}_{UTS}}^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} \\
 &= \bar{\epsilon}_{UTS} + \int_{\bar{\epsilon}_{UTS}}^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\sigma^*}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon} \tag{32}
 \end{aligned}$$

여기서, $\bar{\epsilon}_{UTS}$ 는 넥킹발생시의 유효변형률이다.

Osakada의 비틀림실험결과로부터 유동응력을 $\bar{\sigma} = k \bar{\epsilon}^n$ 형태로 표현하고, $n = \bar{\epsilon}_{UTS}$ 의 관계를 적용하여 넥킹시작변형률 n 을 구한다. 식 (32)의 상수 C 는 Bridgman의 해⁽⁹⁾를 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$C = \bar{\epsilon}_f + \int_{\bar{\epsilon}_{UTS}}^{\bar{\epsilon}_f} \ln\left(1 + \frac{r}{2R}\right) d\bar{\epsilon} \tag{33}$$

여기서, r 은 넥의 반지름이고, R 은 넥의 곡률 반지름이다. Bridgman은 넥킹부의 형상은 재료와 압력에 무관하다는 사실을 발견하고, r/R 과 유효변형률의 관계를 도식적으로 나타내었는데, 본 연구에서는 이 관계를 다음과 같이 수식화하였다.

$$\frac{r}{R} = -0.148 + 0.979 \bar{\epsilon} - 0.112 \bar{\epsilon}^2 \tag{34}$$

식 (34)는 유효변형률이 넥킹시작변형률보다 크

Table 3 Comparison of torsional fracture strains from the modified Cockroft and Latham criterion with those from experiment

Material	Experiment	Calculation
CH1	2.87	3.51
S20C	1.12	0.88
S25C	1.10	1.85
S50C	1.08	0.70

고 파괴변형률보다 작은 범위에서만 유효하다. 이 식을 식 (33)에 대입하여 각 재료의 수정 Cockroft-Latham 상수 C 를 구하고, 이 상수를 식 (31)에 대입하여 비틀림파괴변형률을 구하였다.

Table 3에 비틀림실험결과와 비교되어 있듯이 CH1의 경우에는 22.4%, S20C의 경우에는 -21.3%, S25C의 경우에는 68.2%, S50C의 경우에는 -35.5%의 큰 오차를 나타내고 있다. 따라서 수정 Cockroft-Latham 파괴조건은 비틀림파괴에 적용되기 어렵다고 결론지을 수 있다.

5. 인장파괴에 대한 수정 Cockroft-Latham 파괴조건 적용

본 연구에서는 알루미늄재료의 인장파괴에 수정 Cockroft-Latham 파괴조건을 적용하여 보았다.

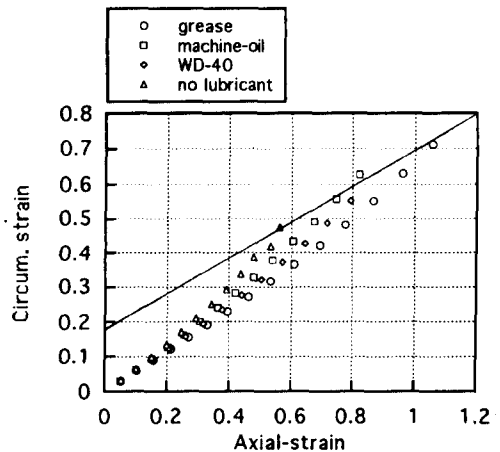


Fig. 3 Strain paths and fracture locus at the equatorial surface obtained from aluminum cylinder compression test; o stands for a fracture point

위에서 언급하였듯이 수정 Cockroft-Latham식의 C 와 Kuhn식의 a 사이에는 $C = \frac{4}{3}a$ 인 관계가 있다. 따라서 압축실험으로 재료상수 a 를 구하면, 수정 Cockroft-Latham식을 사용할 수 있게 된다. 여러 마찰조건에서 알루미늄 원통형 시편의 압축실험을 수행하여 원주면에 파괴가 발생할 때까지 변형률경로를 추적하였다. Fig. 3에 도시되어 있듯이 여러 변형률경로와 파괴궤적으로부터 a 는 0.18이고, 따라서 C 는 0.24임을 알 수 있다. 그리고 동질의 재료에 대하여 인장실험을 수행하였다. 인장실험에는 Fig. 4에 도시되어있는 세가지 시편을 사용하였다. A형과 B형은 표점거리 중앙에 노치가 직선적으로 뚜렷하고, C형은 곡선적으로 매우 완만하다. 이 시편들은 공통적으로 표점거리는 40 mm, 평행부 길이는 50 mm, 평행부 지름은 15 mm를 가지고 있다. 그리고 최소 지름은 각각 A형은 14.25 mm, B형은 12.75 mm 그리고 C형은 14.5 mm이다. 인장시 이 부분의 응력과 변형률을 구하고, 수정 Cockroft-Latham식을 계산하기 위하여 강소성 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석에서는 축

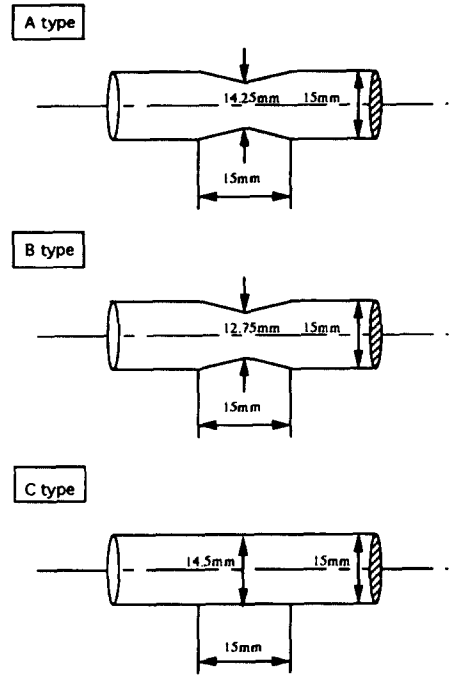


Fig. 4 Three types of tension test specimens

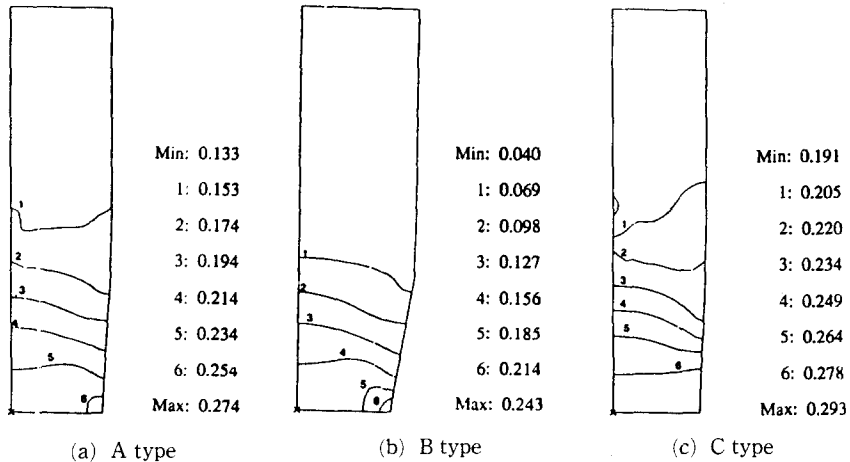


Fig. 5 Contours of the modified Cockroft-Latham criterion values predicted by FEM at the fracture diameter in tension

Table 4 Values of the modified Cockroft and Latham criterion at the fracture in tension for aluminum

Specimen	Diameter at fracture (mm)	Modified Cockroft-Latham criterion value
A type	12.62	0.27
B type	11.74	0.24
C type	12.65	0.27

대칭변형이므로 시편단면의 1/4만 사용하였으며, 실험에서 측정된 파괴직경에 도달할 때까지 해석을 수행하였다. Table 4에 나와있듯이 해석으로 구한 수정 Cockroft-Latham식의 값이 모두 상수 C의 값인 0.24보다 약간 크게 나타내고 있다. 하지만 파괴지름이 파단시작지름보다 작고, 강소성 유한소범은 파괴전파시 재료의 분리현상을 다루지 못하는 점을 고려한다면 해석에서 구한 값이 당연히 크게 나오게 된다. 따라서 정확한 해석을 파단시작지름까지 적용한다면 이 식의 값은 0.24에 근접할 것으로 예측된다. 참고로 C형은 최소 지름부분이 매우 완만하므로 유한요소해석 외에도 식 (33)과 식 (34)를 적용하여 구할 수 있는데, 이 방법으로 구한 이 식의 값은 0.265이다. 따라서 수정 Cockroft-Latham 파괴조건은 인장파괴에 적용될 수 있다고 할 수 있다. Fig. 5는 해석에서 구한 파괴직경에서의 수정 Cockroft-Latham식 값의 분포를 나타내고 있다.

6. 결 론

소성가공시 소재가 가공한계이상으로 변형을 받으면 파괴가 발생하게 된다. 이러한 파괴는 공정설계단계에서 미리 예측하고 금형과 공정의 수정을 통하여 예방하여야 한다. 이러한 파괴는 대부분 연성파괴로써 이를 예측하기 위해서는 연성파괴조건이 필요하다. 본 연구에서는 많은 연성파괴조건들 중에 몇가지를 선택하여 검토하여 보았다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 평면변형조건 하에서 Roy와 McClintock의 기공성장모델의 해가 유사함을 알았다. Roy의 모델은 실제현상에 가장 가까운 삼차원 구형모델로써, 이러한 유사함은 McClintock의 해로부터 유도될 수 있는 수정 Cockroft-Latham 파괴조건이 이론적 배경을 보강하는 의미가 있다. 그리고 수정 Cockroft-Latham 파괴조건은 Kuhn의 파괴조건과 동일하고, 두 조건의 재료상수사이에는 일정한 관계가 있음이 증명되었다. 또한 Oyane 파괴조건의 두 상수중 하나는 공정변수이어야 하고, 이 조건은 수정 Cockroft-Latham 파괴조건과 특별한 경우로 나타난다는 사실을 증명하였다.

(2) 수정 Cockroft-Latham 파괴조건이 알루미늄의 인장파괴에 잘 적용된다는 사실을 알 수 있었다. 이를 위하여 압축실험을 통하여 재료상수 C를

결정하고, 동일재료의 인장파괴실험을 통하여 인장 파괴변형률을 측정하였다. 인장변형을 강소성 유한소범으로, 또한 Bridgman의 해를 사용하여 계산한 결과 수정 Cockroft-Latham 파괴조건은 인장파괴예측에 잘 적용되었다.

(3) Osakada의 비틀실험결과에 적용시켜 본 결과 수정 Cockroft-Latham식은 큰 오차를 나타냈다. 즉, 이 식은 비틀파괴에는 적용되지 않음을 알 수 있었다.

이와 같은 사실로부터 수정 Cockroft-Latham이 파괴조건이 본 연구에서 비교한 여러가지 파괴조건 중 가장 효율적이라고 결론지을 수 있다. 하지만 일반적인 응력상태에 광범위하게 적용할 수 있기 위해서는 수정 Cockroft-Latham식의 재수정이 필요하다라는 사실을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 1995년 교육부 기계공학분야 연구지원과제(ME95-E 24)에 의하여 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Latham, D. J. and Cockroft, M. G., Feb, 1966, "The Effect of Stress System on the Workability of Metals," *NEL Report* No. 213.
- (2) Kobayashi, S., 1970, "Deformation Characteristics and Ductile Fracture of 1040 Steel in Simple Upsetting of Solid Cylinders and Rings," *Trans. ASME, J. of Engineering for Industry*, Vol. 92, pp. 391~399.
- (3) Shah, J. J. and Kuhn, H. A., 1986, "An Empirical Formula for Workability Limits in Cold Upsetting and Bolt Heading," *J. Applied Metalworking*, Vol. 4, No. 3, pp. 255~261.
- (4) McClintock, F.A., 1968, "A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes," *Trans. ASME, J. of Applied Mechanics*, pp. 363~371.
- (5) Le Roy, G., Embury, J. D., Edward, G. and Ashby, M. F., 1981, "A Model of Ductile Fracture Based on the Nucleation and Growth of Voids," *Acta Metall.*, Vol. 29, pp. 1509~1522.
- (6) Cockroft, M. G. and Latham, D. J., 1966, "A

- Simple Criterion of Fracture for Ductile Metals," *NEL Report* No. 240.
- (7) Oh, S. I., Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1979, "Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion and Drawing-Part 1," *Trans. ASME J. of Engineering for Industry*, Vol. 101, pp. 23~35.
- (8) Oh, S. I., Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1979, "Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion and Drawing-Part 2," *Trans. ASME J. of Engineering for Industry*, Vol. 101, pp. 36~44.
- (9) Park, J. J., Tabata, T. and Kobayashi, S., 1981, "Internal Cracking in Symmetrically Opposed Extrusion," *Annals of CIRP*, Vol. 30, pp. 175~177.
- (10) Oyane, M. and Tabata, T., 1973, "Ductile Fracture of Porous Materials," *J. Japan Soc. for Tech. of Plasticity*, Vol. 14, pp. 439~444.
- (11) Osakada, K., Watadani, A. and Sekiuchi, H., 1977, "Ductile Fracture of Carbon Steel under Cold Metal Forming Condition; 1st Report," *Bulletin of the JSME*, Vol. 20, No. 150, pp. 1557~1565.
- (12) Osakada, K., Watadani, A. and Sekiuchi, H., 1978, "Ductile Fracture of Carbon Steel under Cold Metal Forming Condition; 2nd Report," *Bulletin of the JSME*, Vol. 21, No. 158, pp. 1236~1243.
- (13) Osakada, K., Koshijima, J. and Sekiuchi, H., 1979, "Ductile Fracture of Carbon Steel under Cold Metal Forming Condition; 3rd Report," *Bulletin of the JSME*, Vol. 24, No. 189, pp. 534~539.
- (14) Lee, P. W. and Kuhn, H. A., 1973, "Fracture in Cold Upset Forging-A Criterion and Mode," *Metallurgical Transaction*, Vol. 4, pp. 969~974.
- (15) Oh, S. I. and Kobayashi, S., 1976, "Workability of Aluminum Alloy 7075-T6 in Upsetting and Rolling," *Trans. ASME J. of Engineering for Industry*, pp. 800~806.