

〈논 문〉

적층복합재의 자유단 박리에 대한 모드별 스트레인 에너지해방률의 간이계산법

김택현* · 오택열** · 김인권***

(1996년 5월 16일 접수)

A Simplified Method for Determining Modal Strain Energy Release Rate of Free-Edge Delaminations in Laminated Composite

Taek-Hyun Kim, Taek-Yul Oh and In-Kweon Kim

Key Words : Generalized Quasi-three Dimensional Classical Laminated Plate Theory(GQ3D-CLT : 일반화 준 3차원 고전적층 이론), Free Edge Delamination(자유단 박리), Strain Energy Release Rate(스트레인 에너지해방률), Laminated Composite(적층 복합재)

Abstract

A simplified method for determining the mode components of the strain energy release rate of free-edge delaminations in laminated composite is proposed. The interlaminar stresses are evaluated as an interface moment and interface shear forces that are obtained from the equilibrium equations at the interface between the adjacent layers. Deformation of an edge-delaminated laminate is calculated by using a generalized quasi-three dimensional classical laminated plate theory developed by the authors. The analysis provides closed-form expression for the three components of the strain energy release rate. Comparison of results with a finite element solution using the virtual crack closure technique shows good agreement. In the present study, laminated composite with stacking sequences of $[30/-30/90]_s$ were examined. The simple nature of the method makes it suitable for primary design analysis for the delaminations of laminated composite.

1. 서 론

일축 인장하중을 받는 적층복합재의 자유단(free-edge) 근방에 발생하는 층간응력으로 인하여 Fig. 1과 같은 층간박리(delamination)가 생겨서 결국, 적층판의 강성이나 강도의 저하를 초래하게

된다. 이러한 자유단 층간박리의 발생 및 진전을 정량적으로 평가하기 위해 Rybicki 등⁽¹⁾은 유한요소법을 이용하여 스트레인 에너지해방률을 계산하는 virtual crack closure technique을 제안하였다. 그후, Wang 등⁽²⁾에 의해 이 방법을 이용한 많은 연구가 진전되었다. 한편, O'Brien⁽³⁾은 고전적층이론을 이용하여 자유단 층간박리의 스트레인 에너지해방률을 구하는 방법을 제안하였다.

또한, Aoki 등⁽⁴⁾은 고전적층 이론과 J적분을 조합하여 모드 I의 스트레인 에너지해방률을 구하는

*회원, 조선대학교 기계설계공학과

**회원, 경희대학교 기계공학과

***일본, 九州대학 대학원 항공공학과

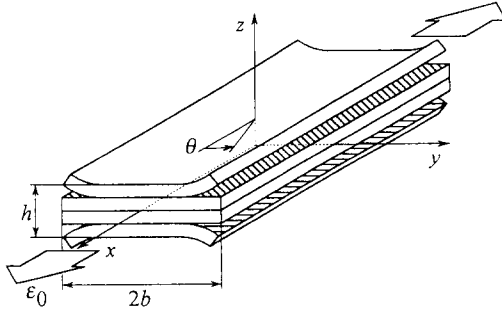


Fig. 1 Laminate with free-edge delaminations and coordinate system

방법을 제안하였고, Armanios 등⁽⁵⁾은 모드 II와 모드 III에 대한 스트레인 에너지해방률을 먼저 구한 다음, 전체 스트레인 에너지해방률과의 차이로부터 모드 I의 값을 구하는 방법을 제안했다. 그리고, Pipes와 Pagano⁽⁶⁾는 자유단 근방에 발생하는 층간박리를 준 3차원 상태로 해석하였다. 그후, Raju와 Kunoo^(7,8)등이 이 방법을 확장해서 스트레인 에너지해방률을 계산하는데 이용하였다.

본 연구에서는 적층복합재가 일축 인장하중을 받는 경우, 고전적층 이론을 확장한 일반화 준 3차원 고전적층 이론(GQ3D-CLT)에 의한 간이계산법을 개발함으로써 각 모드별 스트레인 에너지해방률을 보다 간편하게 계산하려고 한다. 또한, 이번의 간이계산 결과와 virtual crack closure technique을 이용한 일반화 준 3차원 유한요소해석(Generalized Quasi-Three Dimensional Finite Element Method : GQ3D-FEM)에 의한 결과를 비교함으로써 간이계산법의 유용성을 증명하도록 한다.

2. 해 석

2.1 층간응력의 간접적 평가

Fig. 1과 같이 일축 인장하중을 받는 적층복합재의 자유단 층간에는 층간응력 σ_z , τ_{yz} , τ_{xz} 가 발생한다. 일반적으로 이들 층간응력은 자유단에서 특이성을 갖는 것으로 알려져 있다.^(9,10) 본 연구에서는 이들의 층간응력을 직접 구하지 않고, 층간 합응력을 먼저 구해서 이들을 간접적으로 평가하기로 한다. Fig. 2에 나타낸 바와 같이 $z=z_i$ 인 층간에서는 다음과 같이 층간모멘트 $m(z_i)$ 와 층간 전단력 $q_y(z_i)$, $q_x(z_i)$ 가 발생한다.

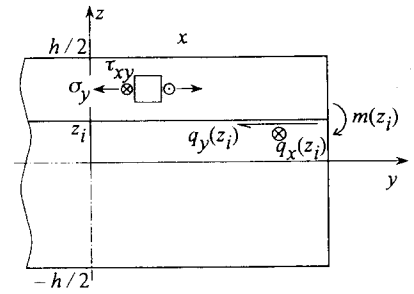


Fig. 2 Definition of interface moment and interface shear forces

$$m(z_i) = \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \sigma_y(z) z dz \quad (1)$$

$$q_y(z_i) = - \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \sigma_y(z) dz \quad (2)$$

$$q_x(z_i) = - \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy}(z) dz \quad (3)$$

층간모멘트 $m(z_i)$ 는 층간의 인장응력 σ_z 에 의하여 발생하며, 층간 전단력 $q_y(z_i)$ 와 $q_x(z_i)$ 는 각층의 전단응력 τ_{yz} , τ_{xz} 에 의해 발생한다.

2.2 일반화 준 3차원 고전적층 이론(GQ3D-CLT)

Fig. 1에서 한쪽 방향으로 매우 긴 적층판이 일정한 인장 스트레인을 받더라도 yz 단면의 재질특성과 형상이 변하지 않는다고 가정하면, 적층판의 스트레인은 모두 y 와 z 만의 함수로 표현되는 일반화 준 3차원 상태로 된다. 또한 적층판의 스트레인이 미소하다고 가정하면 다음과 같이 일반화 준 3차원 상태의 변위식으로 쓸 수 있다.

$$u(x, y, z) = U(y, z) + (C_1 y + C_2 z + C_3) x$$

$$v(x, y, z) = V(y, z) - \frac{C_1}{2} x^2 + \frac{C_4}{2} x z$$

$$w(x, y, z) = W(y, z) - \frac{C_2}{2} x^2 + \frac{C_4}{2} x y \quad (4)$$

단, C_1 과 C_2 는 적층판의 굽힘계수, C_3 는 x 방향의 신연계수, C_4 는 x 축에 관한 비틀림률을 나타내고, $U(y, z)$, $V(y, z)$, $W(y, z)$ 는 각각 yz 평면상의 한점에서 x , y , z 축 방향의 변위성분을 나타낸다.

한편, 고전적층 이론에서 적층판의 스트레인은 다음식으로 주어진다.

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z \chi_x, \quad \epsilon_y = \epsilon_y^0 + z \chi_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z \chi_{xy} \quad (5)$$

여기서,

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$$

이고, 적층판의 곡률 κ_x , κ_y , κ_{xy} 는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

이때, u_0 , v_0 , w_0 는 $z=0$ 인 중앙면의 변위를 나타낸다. 또한, 뒷 식들을 이용하여 k 번째 층의 응력과 스트레인의 관계식을 구하기 위해

$$\varepsilon_x^0 = C_3 + C_{1y}, \quad \varepsilon_y^0 = C_3, \quad \kappa_x = C_2, \quad \kappa_{xy} = C_4 \quad (7)$$

라고 가정하면,

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \begin{pmatrix} C_3 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} C_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} C_2 \\ \kappa_y \\ C_4 \end{pmatrix} \right\} \quad (8)$$

이다. 또한, 자유단 층간박리가 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 yz 단면과 대칭인 곳에 발생한다고 가정하면, 적층판 yz 단면의 1/4영역을 해석하면 된다. 이 영역을 3개의 sublaminate로 분할하면 다음과 같은 구성방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \end{bmatrix}^{(l)} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & C_{11} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & C_{12} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & C_{16} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & E_{11} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & E_{12} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & E_{16} \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & E_{11} & E_{12} & E_{16} & F_{11} \end{bmatrix}^{(l)} \begin{bmatrix} C_3 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ C_2 \\ \kappa_y \\ C_4 \\ C_1 \end{bmatrix}^{(l)} \quad (9)$$

단,

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix}^{(l)} = \int_{z_1^{(l)}}^{z_2^{(l)}} \int_{y_1^{(l)}}^{y_2^{(l)}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k dydz \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix}^{(l)} = \int_{z_1^{(l)}}^{z_2^{(l)}} \int_{y_1^{(l)}}^{y_2^{(l)}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k z dydz \quad (11)$$

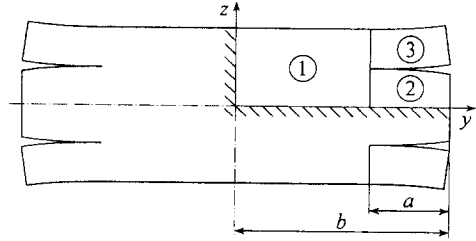


Fig. 3 Sublaminate description

$$T_x^{(l)} = \int_{z_1^{(l)}}^{z_2^{(l)}} \int_{y_1^{(l)}}^{y_2^{(l)}} \sigma_{xx} y dy dz \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}]^{(l)} &= (y_2^{(l)} - y_1^{(l)}) \sum_{k=1}^{N^{(l)}} (\bar{Q}_{ij})_k \\ &[(z_k - z_{k-1}) \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) - \frac{1}{3} (z_k^3 - z_{k-1}^3)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} [C_{ij}, E_{ij}]^{(l)} &= \frac{1}{2} (y_2^{(l)} - y_1^{(l)}) \sum_{k=1}^{N^{(l)}} (\bar{Q}_{ij})_k \\ &[(z_k - z_{k-1}) \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$F_{11}^{(l)} = \frac{1}{3} (y_2^{(l)} - y_1^{(l)}) \sum_{k=1}^{N^{(l)}} (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (15)$$

여기서, $y_1^{(l)}$, $y_2^{(l)}$, $z_1^{(l)}$, $z_2^{(l)}$ 은 yz 평면에서 sublaminate l 의 좌표값이고, $N^{(l)}$ 은 sublaminate l 의 층수이다. Fig. 4에 나타낸 것과 같이 각 sublaminate의 자유단에 가해지는 하중 N_y , N_{xy} 와 모멘트 M_y 는 0이므로 sublaminate l 의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ M_x \\ M_{xy} \\ T_x \end{bmatrix}^{(l)} = \begin{bmatrix} A'_{11} & B'_{11} & B'_{16} & C'_{11} \\ B'_{11} & D'_{11} & D'_{16} & E'_{11} \\ B'_{16} & D'_{16} & D'_{66} & E'_{16} \\ C'_{11} & E'_{11} & E'_{16} & F'_{11} \end{bmatrix}^{(l)} \begin{bmatrix} C_3 \\ C_2 \\ C_4 \\ C_1 \end{bmatrix}^{(l)}$$

$$\text{또한 } \{\tilde{N}\}^{(l)} = [\tilde{H}]^{(l)} \{\tilde{C}\}^{(l)} \quad (16)$$

$$N_y^{(l)} = N_{xy}^{(l)} = M_y^{(l)} = 0 \quad (17)$$

각 sublaminate가 공유하는 점의 변위는 같으

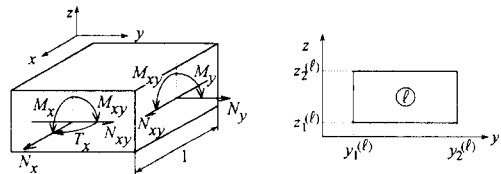


Fig. 4 Resultant forces and moments acting on a laminate with finite width

로, 각 sublaminate의 변형을 나타내는 \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_3 는 같음을 알 수 있다. 또한, 적층판 전체에 가해진 하중과 모멘트는 각 sublaminate의 하중 및 모멘트의 합과 같다. 결국, 적층판 전체의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\{\tilde{N}\}_{LAM} = [\tilde{H}]_{LAM} \{\tilde{C}\}_{LAM} \quad (18)$$

단,

$$\begin{aligned} \{\tilde{N}\}_{LAM} &= \{\tilde{N}\}_1 + \{\tilde{N}\}_2 + \{\tilde{N}\}_3 \\ [\tilde{H}]_{LAM} &= [\tilde{H}]_1 + [\tilde{H}]_2 + [\tilde{H}]_3 \\ \{\tilde{C}\}_{LAM} &= \{\tilde{C}\}_1 = \{\tilde{C}\}_2 = \{\tilde{C}\}_3 \end{aligned} \quad (19)$$

이러한 구성방정식을 풀어서 구해진 sublaminante의 변형을 나타내는 \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_3 를 식 (16)에 대입하면 \tilde{N}_1 , \tilde{N}_2 , \tilde{N}_3 를 구할 수 있다. 또한, 식 (17)을 고려하면 식 (9)으로부터 각 sublaminate의 스트레인 $\varepsilon_y^{(i)}$, $\gamma_y^{(i)}$ 과 곡률 $\chi_y^{(i)}$ 를 계산할 수 있다.

2.3 스트레인 에너지해방률의 간이계산법

적층판의 자유단에 길이 a 인 층간박리가 생길때 각 sublaminate의 스트레인 $\varepsilon_y^{(i)}$, $\gamma_y^{(i)}$ 과 곡률 $\chi_y^{(i)}$ 는 이미 2.2절에서 계산한다. 또한, 길이 a 인 층간박리가 진전됨에 따라 해방되는 적층판의 스트레인 에너지를 모드별로 분리해서 나타내기로 한다. 식 (1)의 층간 모멘트 $m(z_i)$ 가 양(+)이고, $z=z_i$ 층간에 모드 I의 층간박리가 발생할 경우, 박리의 개구각(開口角)은 sublaminate 2와 sublaminate 3의 y 축에 대한 곡률의 차와 박리길이 a 의 곱, $[x_y^{(3)} - x_y^{(2)}]a$ 에 의해 구할 수 있다.

따라서, 길이 a 인 개구형 박리가 발생하는 모드 I의 단위 길이당 스트레인 에너지 $U_I(a)$ 은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_I(a) = \frac{1}{2} m(z_i) [-x_y^{(3)} + x_y^{(2)}] a \quad (20)$$

또한, 식 (2)의 층간 전단력 $q_y(z_i)$ 는 $z=z_i$ 층간에서 모드 II의 전단응력 τ_{yx} 에 의해 발생하는 힘이다. $z=z_i$ 층간에 모드 II의 박리가 발생하는 경우, 박리의 면내 미끄럼변위량은 sublaminate 2와 sublaminate 3의 y 축 방향의 수직 스트레인의 차와 박리길이 a 의 곱, $[\varepsilon_y^{(3)} - \varepsilon_y^{(2)}]a$ 에 의해 구할 수 있다. 따라서, 길이 a 인 면내 전단형 박리가 발생하는 모드 II의 단위길이당 스트레인 에너지 $U_{II}(a)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_{II}(a) = \frac{1}{2} q_y(z_i) [\varepsilon_y^{(3)} - \varepsilon_y^{(2)}] a \quad (21)$$

유사한 방법으로, 식 (3)의 층간 전단력 $q_x(z_i)$ 는 $z=z_i$ 층간에서 모드 III의 전단응력 τ_{yx} 에 의해 발생하는 힘이다. $z=z_i$ 층간에 모드 III의 박리가 발생하는 경우, 박리의 면외 갈라짐 변위량은 sublaminate 2와 sublaminate 3의 면내 전단 스트레인의 차와 박리길이 a 의 곱, $[\gamma_y^{(3)} - \gamma_y^{(2)}]a$ 에 의해 구할 수 있다. 따라서, 길이 a 인 면외 전단형 박리가 발생하는 모드 III의 단위길이당 스트레인 에너지 $U_{III}(a)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_{III}(a) = \frac{1}{2} q_x(z_i) [\gamma_y^{(3)} - \gamma_y^{(2)}] a \quad (22)$$

따라서, 식 (20)~(22)로부터 층간박리가 a 일 때 모드 I, 모드 II, 모드 III의 스트레인 에너지해방률을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_I(a) &= \frac{U_I(a)}{a} = \frac{1}{2} m(z_i) [-x_y^{(3)} + x_y^{(2)}] \\ G_{II}(a) &= \frac{U_{II}(a)}{a} = \frac{1}{2} q_y(z_i) [\varepsilon_y^{(3)} - \varepsilon_y^{(2)}] \\ G_{III}(a) &= \frac{U_{III}(a)}{a} = \frac{1}{2} q_x(z_i) [\gamma_y^{(3)} - \gamma_y^{(2)}] \end{aligned} \quad (23)$$

2.2 일반화 준 3차원 유한요소법(GQ3D-FEM)

일반화 준 3차원 상태의 변위식을 나타내면 다음과 같다.

$$\{u\} = [N_{yz} \ N_x] \left\{ \begin{array}{c} q \\ C \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$[N_x] = \begin{bmatrix} -xy & xy & x & 0 \\ \frac{1}{2}x^2 & 0 & 0 & -xz \\ 0 & -\frac{1}{2}x^2 & 0 & xy \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서, $U = \{u \ v \ w\}^T$, N_{yz} 는 yz 단면에서의 보간(interpolate) 매트릭스, q 는 $x=0$ 인 단면에서의 절점변위벡터, $C = \{C^1 \ C^2 \ C^3 \ C^4\}^T$ 이다. 스트레인이 미소하다고 가정하면 3차원 스트레인벡터 ε 은 다음과 같다.

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} = [B] \left\{ \begin{array}{c} q \\ C \end{array} \right\} \quad (26)$$

윗식에서 L 은 미분연산자, $[B] = [L][N_{yz} \ N_x]$ 이다. ε 을 초기스트레인 ε_i 와 탄성스트레인 ε_e 로 분

리하면 3차원 응력벡터 σ 는 다음과 같다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon_e\} = [D][B] \left\{ \begin{matrix} q \\ C \end{matrix} \right\} - [D]\{\epsilon_i\} \quad (27)$$

단, $[D]$ 는 응력-스트레인 매트릭스이다. 이때 x 방향으로 단위길이를 갖는 적층판 V 를 생각하기로 한다. 적층판 V 에 가상일의 원리를 적용하면 다음 식으로 된다.

$$\int_V \sigma^T \delta \epsilon dv = \int_V f_v^T \delta u dv + \int_S f_s^T \delta u ds \quad (28)$$

단, f_v 는 V 에 작용하는 체적력에 의한 외부하중 벡터, f_s 는 V 에 작용하는 표면력에 의한 외부 하중벡터이다. 체적력이 없다고 가정하여 식 (28)을 정리하면 다음 식으로 된다.

$$[K] \left\{ \begin{matrix} q \\ C \end{matrix} \right\} = \{P_a\} + \{P_i\} \quad (29)$$

단, K 는 강성매트릭스, P_a 는 하중벡터, P_i 는 초기 스트레인에 대한 항이며, 각각 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$[K] = \iint [B]^T [D] [B] dy dz \quad (30)$$

$$\{P_a\} = \{T_y \ M_x \ N_x \ M_{xy}\}^T \quad (31)$$

$$\{P_i\} = \iint [B]^T [D] \{\epsilon_i\} dy dz \quad (32)$$

N_x 는 인장하중, T_x 와 M_x 는 굽힘모멘트, M_{xy} 는 비틀림모멘트이며, 각각 Fig. 4와 같이 나타낼 수 있다. 식 (29)에서 적층판에 가해지는 하중과 모멘트가 주어지면 q 와 C 를 구할 수 있다. 또한, q 와 C 를 식 (24)에 대입하면 적층판의 3차원 변위장을 구할 수 있다. 일반화 준 3차원 유한요소법으로 스트레인 에너지해방률을 계산할 때는 모드 I, II, III의 성분을 쉽게 구할 수 있는 virtual crack closure technique을 이용한다. virtual crack closure technique에서는 Fig. 5에 나타낸 바와 같이 층간박리를 가상적으로 Δa 만큼 전진시킨 전과 후의 해석결과를 토대로 균열선단에서의 스트레인 에

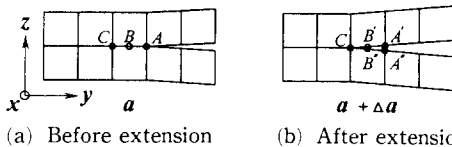


Fig. 1 Virtual crack closure technique used to calculate strain energy release rates

너지해방률을 계산한다. 이때 스트레인 에너지해방률 G 는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$G = \frac{1}{2\Delta a} \{ X_A(u_{A'} - u_{A''}) + Y_A(v_{A'} - v_{A''}) + Z_A(w_{A'} - w_{A''}) + X_B(u_{B'} - u_{B''}) + Y_B(v_{B'} - v_{B''}) + Z_B(w_{B'} - w_{B''}) \} \quad (33)$$

단, X_A 는 층간박리가 진전하기 전의 절점 A 의 x 방향 절점력, $u_{A'}$ 은 박리가 진전한 후의 절점 A' 의 x 방향 절점변위를 나타내며, 다른 기호들도 같은 요령으로 표시하였다. 따라서 모드 I, II, III에 대한 스트레인 에너지해방률 G_I, G_{II}, G_{III} 는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} \{ Z_A(w_{A'} - w_{A''}) + Z_B(w_{B'} - w_{B''}) \} \quad (34)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} \{ Y_A(v_{A'} - v_{A''}) + Y_B(v_{B'} - v_{B''}) \} \quad (35)$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta a} \{ X_A(u_{A'} - u_{A''}) + X_B(u_{B'} - u_{B''}) \} \quad (36)$$

2.5 해석한 문제와 모델

Fig. 6에 나타낸 바와 같이 간단한 적층구성 [30/-30/90]_s로 만들어진 적층복합재를 해석대상으로 하였다. 적층복합재가 일축 인장하중을 받는 경우, 고전적층 이론을 확장한 일반화 준 3차원 고전적층 이론에 의한 간이계산법으로 층간박리의 모드별 스트레인 에너지해방률을 계산하였다. 이와 같이 계산된 층간박리의 모드별 스트레인 에너지

Table 1 Material properties and geometry of the laminte

E_L	=138.6 GPa
E_T	=10.07 GPa
G_{LT}	=4.117 GPa
G_{TT}	=3.873 GPa
ν_{LT}	=0.3200
ν_{TT}	=0.3000
b (Semi-width)	=15 mm
h (Laminate thickness)	$6h_0 = 0.84$ mm
h_0 (Ply thickness)	=0.014 mm

L denotes the fiber direction and T denotes the transverse direction

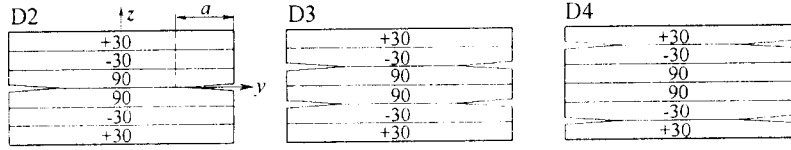


Fig. 6 Geometry and coordinate system of laminated composite

해방률을 virtual crack closure technique을 이용한 일반화 준 3차원 유한요소법에 의한 결과와 비교하였다. 적층판은 중립면에 대해 대칭이고, z축에 대해 회전대칭이므로 1/4영역을 해석하였다. 일반화 준 3차원 상태의 변위식 (4)에서 C_1 과 C_2 는 적층판의 굽힘계수, C_3 는 신연계수, C_4 는 x축에 대한 비틀림률로서 $C_1=C_2=C_4=0$, $C_3=\epsilon_0=0.001$ 이다.

자유단 층간박리는 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 yz단면에 대칭인 위치에서 발생한다고 가정한다. 이때 간이계산법으로 스트레인 에너지해방률을 계산하려면 대칭성을 이용하여 적층판 yz단면의 1/4영역을 해석하면 된다. 그리고, CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastics)의 한 방향 강화재 탄성계수는 실험을 통해 얻어진 Table 1의 데이터를 이용하였다.

3. 해석결과 및 고찰

Fig. 7은 각 적층판의 층간박리 균열선단에서의 스트레인 에너지해방률을 각 모드별로 층간박리의 전진길이에 따라 표시한 것이다. 그림에서 종축은 스트레인 에너지해방률 G 를 인장 스트레인 ϵ_0 의 제곱으로 나누어 정규화한 값이며, 횡축은 층간박리길이 a 를 나타낸다. 스트레인 에너지해방률의 급격한 변화를 나타내는 곳 $0 < a < 2$ 및 $13 < a < 15$ (mm)에서는 적층판 단층두께의 1/4~1/2로 계산하면 그 정도가 좋다고 하는 Raju 등⁽⁷⁾의 이론을 토대로 해서 본 연구에서는 적층판 단층두께 0.14 mm의 약 36%에 해당하는 0.05 mm로 계산하고, 스트레인 에너지해방률이 수렴하는 곳 $2 < a < 13$ (mm)에서는 0.1 mm로 계산하였다. Fig. 7에 나타낸 바와 같이 $[+30/-30/90]_s$ 인 대칭 층간박리를 갖는 적층판 D2, D3, D4에서는 층간박리의 길이 a 가 증가함에 따라 스트레인 에너지해방률이 일정 값에 수렴하였다. 따라서 일정값에 수렴하고 있는 값을 각 층간의 모드별로 비교하면 Fig. 8과 같이 나타낼 수 있다.

다시 말해서 Fig. 8은 GQ3D-CLT에 의한 간이계산법으로 계산된 각 모드별 스트레인 에너지해방률과 일반화 준 3차원 유한요소법에 의한 스트레인 에너지해방률의 결과를 비교한 것이다. Fig. 8의 종축은 적층판 yz 단면의 1/4영역의 판두께방향의 z축과 일치한다. 횡축은 스트레인 에너지해방률 G_I , G_{II} , G_{III} 값을 인장스트레인 ϵ_0 의 제곱으로 나누어 정규화한 값이며, 각각의 층간에 그린 히스토

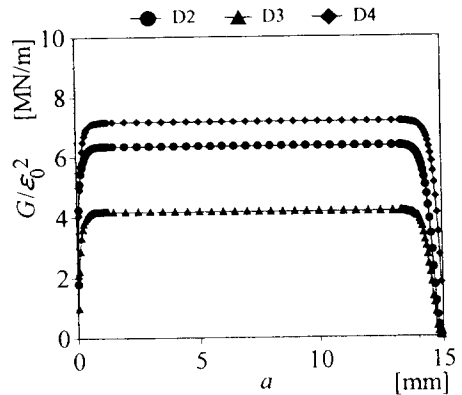


Fig. 7 Total strain energy release rates at each laminate of $[+30/-30/90]_s$.

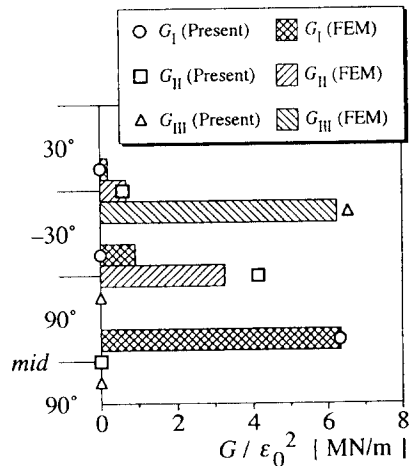


Fig. 8 Strain energy release rates at each interface of $[+30/-30/90]_s$.

그럼은 그 층간에서 발생하는 층간박리의 모드별 스트레인 에너지해방률로서 3종류의 해칭으로 모드 I, 모드 II, 모드 III을 표시하였다. 즉, 30/-30의 층간에 발생하는 층간박리의 경우에는 G_{IIcr} 의 값이, -30/90의 층간에 발생하는 층간박리의 경우에는 G_{Icr} 의 값이, 90/90의 층간에 발생하는 층간박리의 경우에는 G_{Icr} 의 값에 의해 가장 큰 영향을 받는 것으로 나타났다.

4. 결 론

적층복합재가 일축 인장하중을 받는 경우, 간이계산법에 의한 계산결과로서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 일축 인장을 받는 적층복합재에 발생하는 자유단 층간박리에 대해 모드 I, 모드 II, 모드 III의 스트레인 에너지해방률의 계산결과를 나타냈으며, G_I , G_{II} , G_{III} 의 관계식은 매우 간결한 형태로 나타낼 수 있었다.

(2) 준 등방성 적층판의 자유단 층간박리에 대해서 간이계산법으로 계산한 G_I , G_{II} 의 최대치는 일반화 준 3차원 유한요소해석의 결과와 잘 일치하였으나, -30/90인 적층구조의 경우 G_{II} 값은 만족스럽지 못했다.

본 간이계산법은 항공기나 경량화 시스템에 사용되어지는 적층복합재의 층간박리 문제를 기초단계에서 검토할 때 유용한 자료로 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

본 논문은 1994년 조선대학교 교비학술연구비 지원금을 받아 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

(1) Rybicki, E. F., Schmueser, D. W. and Fox, J., 1977, "An Energy Release Rate Approach for Stable Crack Growth in the Free-Edge Delamination Problem," *Journal of Composite*

Materials, Vol. 11, pp. 470~487.

- (2) Wang, A. S. D., Slomiana, M. and Bucinell, R. B., 1985, "Delamination Crack Growth in Composite Laminates," *Delamination and Debonding of Materials, ASTM STP 876*, pp. 135~167.
- (3) O'Brien, T. K., 1982, "Characterization of Delamination Onset and Growth in a Composite Laminate," *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, pp. 140~167.
- (4) Aoki, T. and Kondo, K., 1989, "A Simplified Method of Calculating Mode I Component of Delamination Energy Release Rate," *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 15, No. 4, pp. 166~173.
- (5) Armanios, E. A. and Rehfield, L. W., 1989, "Sublaminar Analysis of Interlaminar Fracture in Composites: Patr I-Analytical Model," *Journal of Composites Technology & Research*, Vol. 11, No. 4, pp. 135~146.
- (6) Pipes, R. B. and Pagano, N. J., 1970, "Interlaminar Stresses in Composite Laminates under Uniform Axial Extension," *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, pp. 538~548.
- (7) Raju, I. S., Crews, J. H. and Aminpour, M. A., 1988, "Convergence of Strain Energy Release Rate Components for Edge-Delaminated Composite Laminates," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 30, No. 3, pp. 383~396.
- (8) Kunoo, K., Uda, N., Ono, K. and Onohara, K., 1992, "Generalized Quasi-Three Dimensional Analysis of Composite Laminates with Unsymmetrically Located Free-Edge Delaminations," *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 41, pp. 137~146.
- (9) Halpin, J. C., 1984, *Primer on Composite Materials : Analysis*, TECHNOMIC Publishing Co., Inc., pp. 90~98.
- (10) Reddy, J. N. and Miravete, A., 1995, *Practical Analysis of Composite Laminates*, CRC Press, Inc., pp. 51~73.