〈논 문〉

회전구조물의 진동 해석 및 실험

박정훈* · 유홍희**

(1996년 7월 18일 접수)

Vibration Analysis and Experimental Study for Rotating Structures

Jung Hun Park and Hong Hee Yoo

Key Words: Bending Vibration(굽힘진동), Rotating Structures(회전구조물), Natural Frequency Variation(고유진동수 변화), Experimental Study(실험 연구), Piezo Ceramic Sensor(피에조 세라믹 센서)

Abstract

Comparative study on the analysis and experiment for the vibration of a rotating cantilever structure was made in this paper. Analysis results were obtained by using the modeling method which was developed in the previous work. The cross-section thickness variation due to the sensor attachment was additionally considered. In order to verify the accuracy of the analysis results, experimental results were obtained. The analysis and experimental results were found to be in a good agreement. It was also shown that the aerodynamic and cross-section thickness variation effects significantly influenced the dynamic characteristics of the rotating structure.

1. 서 론

회전구조물에 관한 연구는 구조물의 형태 및 동특성 변화를 기준으로 대체적으로 다음 세가지 분야로 분류할 수 있다. 첫째는 회전하는 축의 동특성과 관련된 내용을 연구하는 로터 동역학 분야이며, 둘째는 컴퓨터나 음향기기에 사용되는 콤팩트 디스크와 같은 환형판 구조물의 동특성을 연구하는 분야, 그리고 세째는 터빈의 깃이나 헬리콥터 회전익과 같은 외팔보형 구조물의 동특성을 연구하는 분야이다. 이들 연구에서 다루는 세 종류의 구조물들은 모두 회전시 동특성의 변화가 현저하게 발생하나, 그 형태는 각각 고유성을 지니고 있다. 본 연구는 이들중 세째 경우인 외팔보형 구조물의 회전시 동특성 변화를 연구의 대상으로 한다.

*한양대학교 대학원 기계설계학과
**회원, 한양대학교 기계설계학과

회전하는 외팔보 형태의 구조물의 진동해석에 관한 연구는 긴 역사와[1] 상당한 분량의 문헌들이[2] 존재함에도 불구하고 최근까지 계속되고 있는데 이러한 사실은 이 분야 연구의 다양성 및 중요성을 간접적으로 증명하고 있다. 현재까지 등장한 연구결과들이 갖는 학문적 고유성으로는 보, 평판 등 구조물의 새로운 형태에[3~5] 관한 것과, 전단 및 단면관성효과, 부착경계면의 탄성효과 등 모델링시 고려된 물리적 효과들에[6~8] 관한 것, 집중질량을(lumped mass) 이용한 방법, 모드방법, 유한요소법, 멱급수방법 등과 같이 적용된 수치해석법에[9~12] 관한 것 ; 그리고 새로운 동적 모델링 유도방법[13,14] 등을 들 수 있다. 해석 분야에 이렇게 많은 연구문헌들이 존재함에 반하여, 회전구조물의 동특성 변화를 직접적으로 증명할 수 있는 실험 분야의 연구문헌으로는 매우 오래된 문헌이나[15] 방법과 절차에 대한 제시없이 결과만을 제시한 논문만이[6] 소수 발견될 뿐이다. 이러한 사실은 이 분야의 실험

이 꽤 까다로우며, 실시된 실험결과들도 대부분 비공개 내부자료로서만 이용되고 있기 때문이라 판단된다. 최근 회전하지 않는 구조물에 대한 진동 및 제어분야에서는 피에조를 비롯한 여러 가지 센서와 구동기들을 이용한 해석 및 실험결과들이 발표되고 있으나[17~19] 구조물의 회전은 실험시 여러 가지 문제점들을 발생시켜 실험이 용이하지 않다.

본 논문에서는 최근 제시된 동적 모델링 방법에[14] 근거하여 회전하는 외팔보의 진동해석결과를 도출하고 이를 실험을 통한 결과와 비교 분석하였다. 실험에서 피에조 세라믹 센서가 보에 부착되어 사용되었으며 해석시에는 회전각속도의 변화뿐만 아니라 센서 부착으로 인한 보의 단면 두께변화도 고려되었다. 본 연구는 회전구조물의 실험과 관련된 절차 및 방법 그리고 실험시 발생할 수 있는 여러 가지 난점들을 규명함과 동시에 해석에서 도출된 결과들을 정량적으로 비교 분석할 수 있는 실험결과들을 도출한다는 연구 목적을 가지고 수행되었다.

2. 해설 모델링

Fig. 1은 각속도의 크기 Ω로 회전하고 있는 축 A와 축중심으로부터 r의 거리에 한쪽단이 고정되어 축과 같이 회전하고 있는 길이 L의 보를 나타내고 있다. 그림에 나타난 보의 재질 및 기하학적 특성을 나타내는 변수들은 다음과 같다. ρ는 보의 단위길이당 질량, E는 영계수, A는 단면적, I_2와 I_3는 보가 회전평면의 바깥과 안쪽방향으로 굽힘을 일으킬 때 작용하는 면외 및 면내 굽힘강성과 관련된 2차 면적모멘트들을 각각 나타낸다.

보의 인장방향과 굽힘방향 운동간의 자이로 연성효과를 무시하고 보가 초기 비틀림이 없다고 가정하면 면내 및 면외방향 굽힘진동 방정식들은 다음과 같이 유도될 수 있다. 이 방정식들을 유도하기 위한 자세한 내용은 참고문헌을[14] 참조할 수 있다.

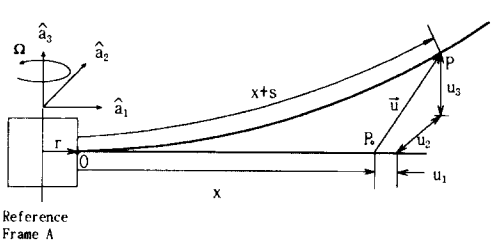


Fig. 1 Deformation of the neutral axis of beam

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij}^{22}\ddot{q}_{2j}+\sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{B2}q_{2j}+\sum_{j=1}^{\mu_2}\Omega_2[-M_{ij}^{22}+rK_{ij}^{GA2}+K_{ij}^{GB2}]q_{2j}=0 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_3} M_{ij}^{33}\ddot{q}_{3j}+\sum_{j=1}^{\mu_3} K_{ij}^{B3}q_{3j}+\sum_{j=1}^{\mu_3}\Omega_2[rK_{ij}^{GA3}+K_{ij}^{GB3}]q_{3j}=0 \quad (2)$$

여기서, q_{2j}와 q_{3j}는 두 굽힘방향 모드좌표들을 나타내며 μ_2와 μ_3는 그 갯수들이다. 식 (1)과 (2)은 각각 면내 및 면외 굽힘진동 방정식들을 나타내며, 방정식 상에서 M_{ij}는 질량행렬, K_{ij}^{B}는 구조강성행렬, 그리고 K_{ij}^{G}는 회전에 의해서 발생하는 기하학적 강성행렬의 요소들을 각각 나타낸다. 이들 행렬요소들은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$M_{ij}^{ab}\triangleq\int_0^L \rho\phi_{ai}(x)\,\phi_{bj}(x)\,dx \quad (3)$$

$$K_{ij}^{B2}\triangleq\int_0^L EI_3(x)\,\phi_{2i,xx}(x)\,\phi_{2j,xx}(x)\,dx \quad (4)$$

$$K_{ij}^{B3}\triangleq\int_0^L EI_2(x)\,\phi_{3i,xx}(x)\,\phi_{3j,xx}(x)\,dx \quad (5)$$

$$K_{ij}^{GAa}\triangleq\int_0^L \rho(L-x)\,\phi_{ai,x}(x)\,\phi_{aj,x}(x)\,dx \quad (6)$$

$$K_{ij}^{GBa}\triangleq\int_0^L \frac{\rho}{2}(L^2-x^2)\,\phi_{ai,x}(x)\,\phi_{aj,x}(x)\,dx \quad (7)$$

식 (4)~식 (7)에서

$$\phi_{ai,x}(x)\triangleq\frac{\partial\phi_{ai}(x)}{\partial x} \quad (8)$$

$$\phi_{ai,xx}(x)\triangleq\frac{\partial^2\phi_{ai}(x)}{\partial x^2} \quad (9)$$

여기서, ϕ_{2j}와 ϕ_{3j}는 두 굽힘방향 모드함수들을 나타낸다.

식 (1)과 (2)의 강성항에서 축반경과 회전각속도의 증가에 의한 영향을 살펴볼 수 있으며, I_2와 I_3가 동일하더라도 면외방향과 면내방향의 전체 강성변화 효과는 서로 다른 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 피에조 세라믹 센서의 부착으로 인한 보의 두께변화에 따른 굽힘강성 I_2와 I_3의 변화를 x의 함수로 취급하여 해석에 반영하였다.

본 연구에서는 식 (1)과 (2)에 유도된 면내 및 면외 굽힘진동 방정식을 이용하여 모드방법으로 해석결과를 도출하였다. 해석에는 각 방향으로 10개의 모드들을 사용하였으며, 이 때 사용된 모드들은 무

회전시의 고유모드 함수들이다.

3. 진동실험

Fig. 2는 보의 회전운동시 면내 및 면외방향 진동특성의 변화를 측정하기 위해 구성된 실험장치 연결그림이다. 보가 고정된 축의 회전운동은 직류모터에 의해 발생하는데, 이 때 서보 드라이버는 컴퓨터에서 회전속도를 지정받으면 모터에 신호를 보내 그 회전속도를 제어한다. 또한 보에서 발생하는 신호는 피에조 세라믹 센서로 감지되고 슬립링과 A/D 변환기를 통해 컴퓨터로 전달되어 신호분석이 이루어진다. 보를 포함한 회전체는 회전시 쏠림을 방지하기 위해서 회전축을 중심으로 대칭으로 설계 제작되었으며, 이 때 보는 회전시 공기의 저항에 의한 영향을 막기 위해서 투명한 프라스틱 상자안에 위치하게 하여 회전축에 조임쇠로 강하게 고정시켰다. 보와 그를 감싸는 상자가 고정된 회전축은 하단에서 커플러를 통해 직류모터로 연결되어 있다. 보의 고유진동수를 측정하기 위해 보의 고정단 근처에는 피에조 세라믹 센서가 부착되어 있는데 고정단에 너무 가까이 센서를 부착하는 것은 경계조건에 관한 생브낭(St. Venant)법칙을 고려할 때 바람직하지 않다. 그러나 너무 떨어지면 인장에 의한 신호가 약하게 발생하므로 약간 떨어뜨려 부착하는 것이 좋다. 회전시 꼬임을 방지하기 위해 센서에 연결된 신호선은 축을 타고 슬립링으로 연결되며 슬립링에서 나온 신호선은 신호처리를 위해 A/D 변환기를 통해 컴퓨터로 연결되었다. 사용된 슬립링은 브러쉬 형태로 구조물의 회전시도 신호선의 꼬임이 없이 추출할 수 있게 만든 것이다. Fig. 3(a)는 센서로부터 신호선이 연결된 대칭형태

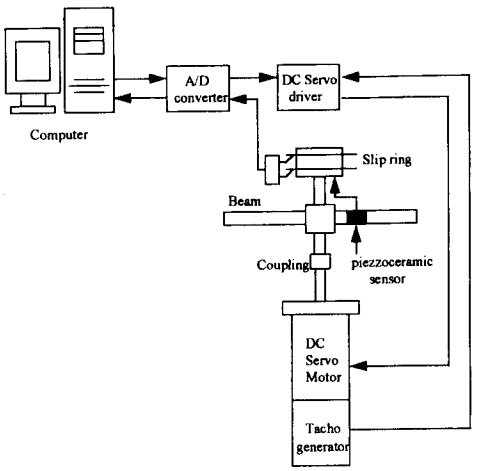
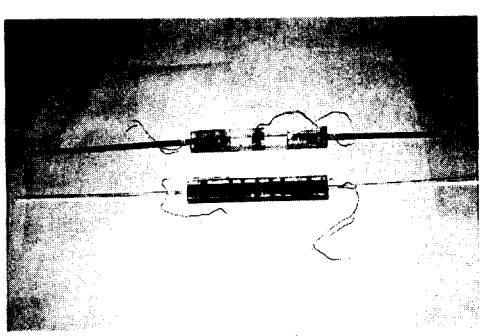


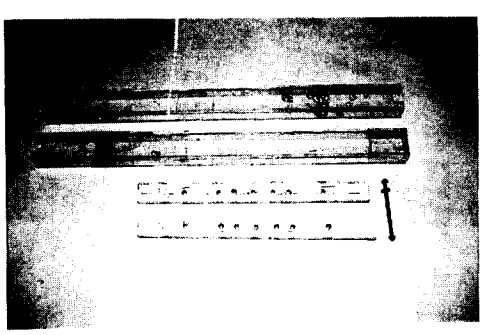
Fig. 2 Configuration of experimental set-up

의 외팔보의 사진을 보여주며, (b)는 회전시 공기저항에 의한 보의 가진을 방지하기 위해 만들어진 상자를 보여준다. Fig. 4(a)는 피에조-세라믹 센서의 모습을 나타내는데 그 크기는 가로와 세로가 동일하게 1 cm이며, Fig. 4(b)는 회전체로부터 신호를 받기위한 슬립링의 모습을 보여준다. Fig. 5(a)는 모터와 축의 커플링이 연결된 모습, 그리고 모터 드라이버를 보여주며, Fig. 5(b)는 회전 구조물과 상단부 슬립링의 모습 그리고 하단부 모터의 서로 연결된 모습을 보여주고 있다. Fig. 6(b)는 실험을 위해 최종 조립되어 고정된 실험장치의 모습을 보여주고 있다.

실험에 사용된 보의 길이는 면내방향 30 cm, 면외방향 20 cm의 것이며 이 때 면외방향실험에 사용된 보의 길이를 작게 한 것은 중력에 의한 정적 처짐이 너무 커져서 둘러싼 상자에 보가 닿지 않게

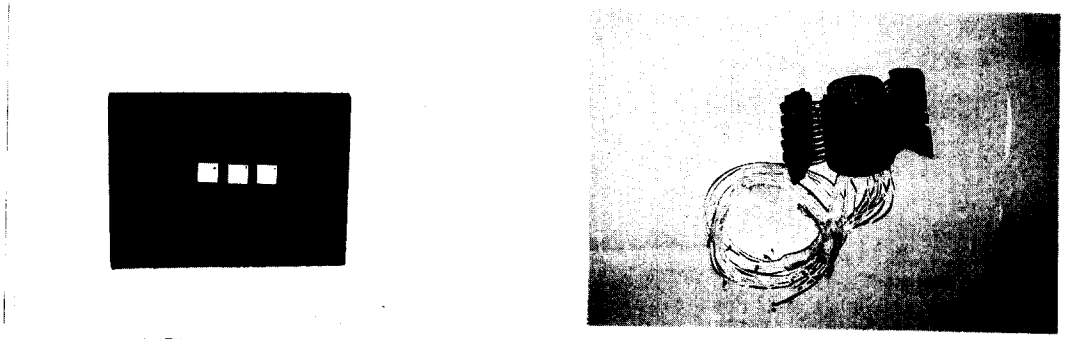


(a) Cantilever beams



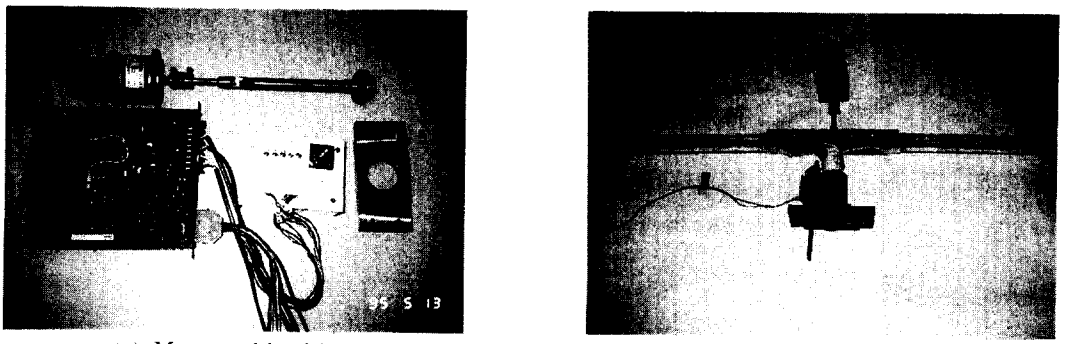
(b) Plastic epoxy boxes

Fig. 3 Cantilever beams and plastic epoxy boxes



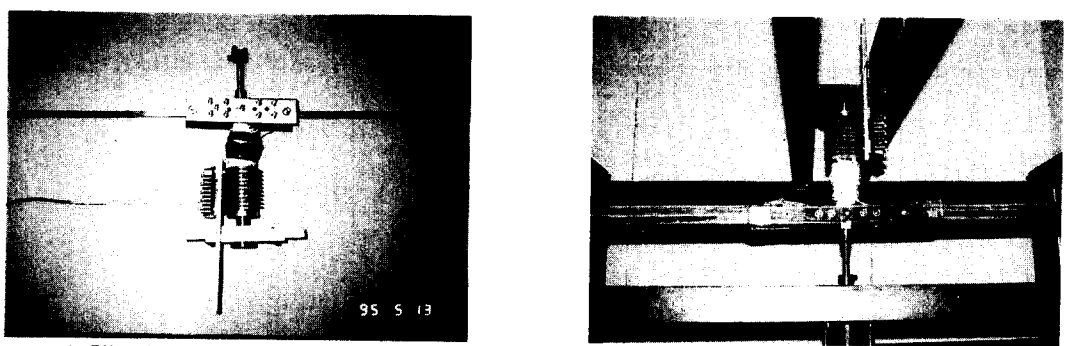
(a) Piezo-ceramic sensors (b) Slip ring assembly

Fig. 4 Piezo sensors and slip-ring assembly



(a) Motor and its driver (b) Assembled system with motor

Fig. 5 Motor, driver, and the assembled system



(a) Slip-ring assembly configuration (b) Total system assembled configuration

Fig. 6 Slip-ring and total system assembly

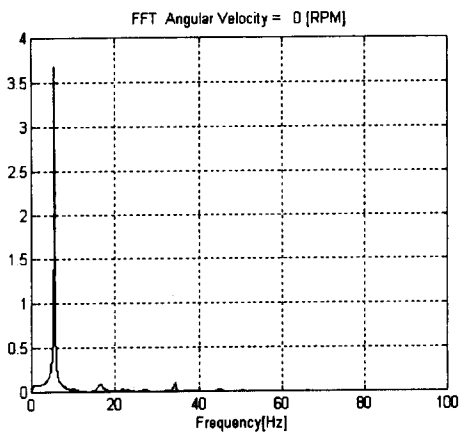
하기 위한 것이다. 두 경우 모두 축의 중심에서 보의 고정단까지 길이는 12 cm이며 보의 폭과 두께는 두 경우 모두 1 cm와 0.06 cm를 사용하였다. 보의 재질은 알루미늄으로 영률 7E10(Pa), 단위길이당 질량 1.626E-2(kg/m)이다. 사용된 피에조 세라믹 센서 재질의 영률은 7E10(Pa), 크기는 길이와 폭이 1 cm, 두께가 0.0265 cm이다. 피에조 세라믹 센서의 부착위치는 고정단으로부터 0.5 cm ~1.5 cm이다. 슬립링은 최대 220 V, 10 A의 제원과 3000 rpm의 회전속도에서 사용될 수 있는 것이며, 직류모터의 용량은 200 W이고 최대 역시 3000 rpm에서 사용될 수 있다. 모터를 제어하는 드라이버의 특성은 속도변화율 0.1퍼센트 이하, 속도제어 범위 1000 : 1, 주파수 15 kHz이며, A/D 변환기는

아날로그 입력 100 ksamples/sec, 디지털출력 8 TTL channel이다.

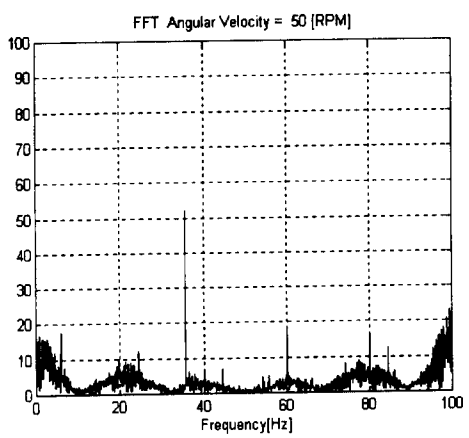
진동실험은 면내굽힘진동과 면외굽힘진동 2가지 경우에 대해 수행되었으며, 50 rpm 간격으로 축의 회전속도를 일정하게 유지시키며, 실험결과들을 추출하였다. 여기서 추출된 신호는 AD 변환기를 거쳐서 컴퓨터에 디지탈화 되어 저장되었고 이 신호는 FFT 알고리듬을 적용하여 주파수영역에서의 전력밀도함수로(power spectral density) 변환하였다.

4. 실험결과 및 해석결과와의 비교

Fig. 7(a)는 보가 회전하지 않을 때의 고유진동수 파우어 스펙트럼을 나타낸다. 보가 회전하지 않을 때는 가진효과가 전혀 없어서 신호가 발생하지 않으므로 보에 적절한 충격을 가하고, 이때의 신호를 측정하였다. 그림에는 6 Hz 부근에 첫 번째 고유진동수가 뚜렷이 나타나 있으나 36 Hz 부근에 나타나야 할 (해석결과로부터 예측) 두 번째 고유진동수는 뚜렷하지가 않다. Fig. 7(b)는 보가 50 rpm으로 회전할 때 측정된 면내굽힘방향 고유진동 스펙트럼을 나타낸다. 첫 번째와 두 번째 고유진동수가 모두 나타나 있으나 첫 번째 고유진동수의 스펙트럼 크기가 주변 외란의 스펙트럼 크기와 비교하여 뚜렷이 구별되지 않으므로 그 위치에 스펙트럼이 나타나야 할 것을 해석결과 등으로부터 어느 정도 미리 예측하지 못하면 고유진동 스펙트럼을

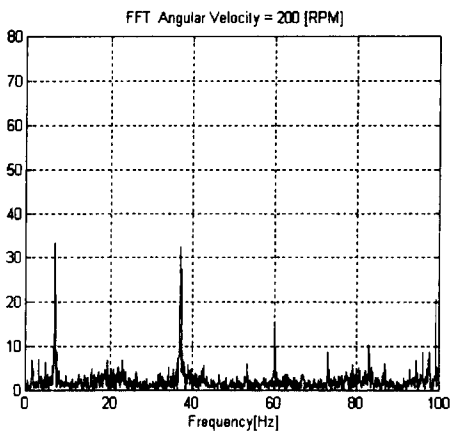


(a) 0 rpm angular velocity

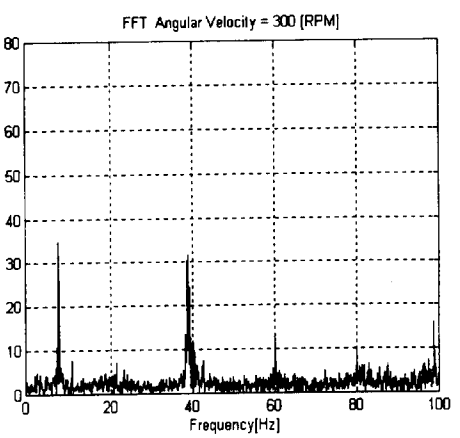


(b) 50 rpm angular velocity

Fig. 7 Chordwise bending vibration in low speed rotation



(a) 200 rpm angular velocity



(b) 300 rpm angular velocity

Fig. 8 Chordwise bending vibration in high speed rotation

Table 1 Theoretical and experimental results for chordwise bending vibration

Angular velocity	Mode	Theoretical result 1	Theoretical result 2	Experimental result	Discrepancy (%)
0 rpm	1st	5.48 Hz	5.73 Hz	5.74 Hz	0.27
	2nd	34.29 Hz	35.29 Hz	****	****
50 rpm	1st	5.53 Hz	5.79 Hz	5.90 Hz	1.88
	2nd	34.29 Hz	35.37 Hz	35.63 Hz	0.74
100 rpm	1st	5.68 Hz	5.93 Hz	6.10 Hz	2.88
	2nd	34.67 Hz	35.63 Hz	35.31 Hz	0.92
150 rpm	1st	5.92 Hz	6.18 Hz	6.40 Hz	3.53
	2nd	35.10 Hz	36.07 Hz	36.50 Hz	1.21
200 rpm	1st	6.24 Hz	6.49 Hz	6.80 Hz	4.80
	2nd	35.73 Hz	36.66 Hz	37.20 Hz	4.80
250 rpm	1st	6.63 Hz	6.88 Hz	7.21 Hz	4.75
	2nd	36.49 Hz	37.42 Hz	37.91 Hz	1.29
300 rpm	1st	7.08 Hz	7.43 Hz	7.60 Hz	3.83
	2nd	37.41 Hz	38.31 Hz	38.90 Hz	1.54
350 rpm	1st	7.55 Hz	7.81 Hz	7.89 Hz	0.10
	2nd	38.48 Hz	39.35 Hz	39.90 Hz	1.38

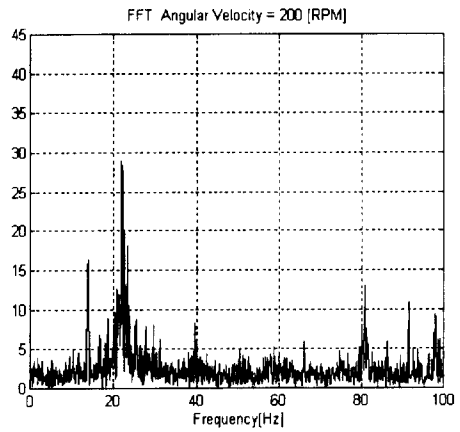
Theoretical result 1 : Without considering thickness variation
Theoretical result 2 : With considering thickness variation

구별하기 어렵다. 이러한 현상은 보가 저속 회전시에 가진력이 작은데서 유래하며, 회전속도가 커지면서 사라지게 된다.

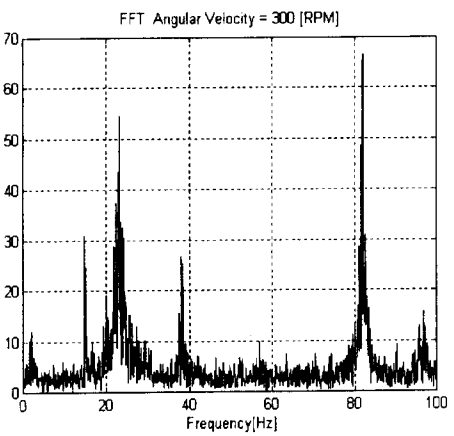
Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)는 200 rpm과 300 rpm으로 회전할 때 측정된 면내굽힘 고유진동 스펙트럼이다. Fig. 7의 경우와는 달리 첫 번째와 두 번째 고유진동 스펙트럼이 모두 뚜렷이 구분되고 있다. 이 그림들에서는 또한 회전속도의 증가에 따른 고유진동수의 증가현상이 잘 관찰될 수 있다. 그러나 세 번째 고유진동수 이상의 고차모드들은 실험에서 그 값들을 구별해 낼 수가 없었다.

Table 1은 면내굽힘 고유진동수의 실험결과를 앞절에서 제시한 이론에 근거하여 구해진 값과 비교하여 정리한 결과이다. 표에는 회전속도 0 rpm으로부터 350 rpm에 이르기까지의 해석 및 실험결과를 50 rpm 간격으로 비교하여 수록하고 있다. 이 표에 나타난 두 개의 이론값들중 첫 번째 것은 피에조 세라믹 센서의 부착에 의한 보의 두께변화를 고려하지 않고 구한 것이고, 두 번째 것은 그 두께변화를 고려하여 구한 것이다. 여기서 관찰할 수 있듯이 센서의 부착에 의한 두께변화를 해석상 고려했을 때의 이론치가 실험값과 잘 일치하는 것을 알 수 있으며 전체적으로 최대 5퍼센트 내외에서 해석에 의한 결과와 실험값들이 일치하고 있는 것을 확인할 수 있었다.

Fig. 9(a)와 (b)는 200 rpm과 300 rpm으로 회전할 때 측정된 면외굽힘방향 고유진동 스펙트럼들이다. 이 그림은 Fig. 8의 경우와 비교할 때 신호/노이즈 비가 훨씬 작은 것을 볼 수가 있다. 즉 노이즈가 신호에 비해 상당한 비율의 크기로 나타나는 것을 관찰할 수 있는 데, 이는 이 회전시스템의 구조상 노이즈가 회전평면의 수직방향으로 (중력방향) 발생하고, 이 방향이 면외굽힘진동시 변형이 잘 일어나는 방향과 일치되기 때문이다. 이에 반하

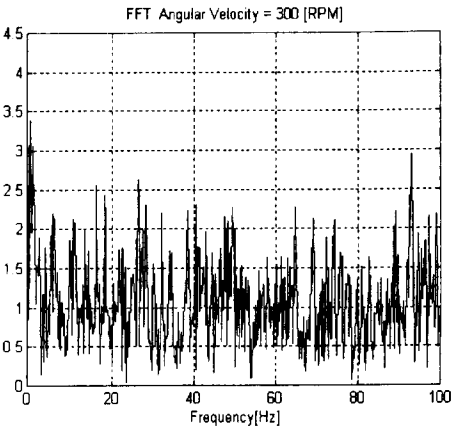


(a) 200 rpm angular velocity

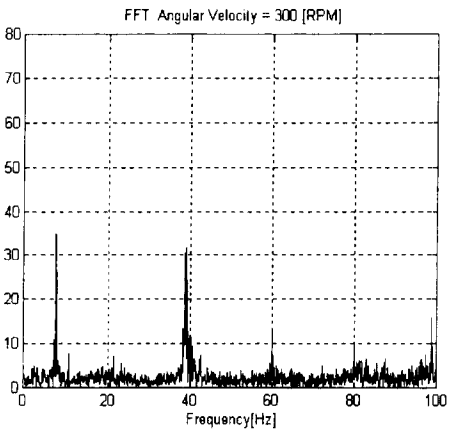


(b) 300 rpm angular velocity

Fig. 9 Flapwise bending vibration in high speed rotation



(a) Without aerodynamic effect



(b) With aerodynamic effect

Fig. 10 The effect of aerodynamic force on power spectrum

여 면내굽힘진동시에는 두 방향이 일치하지 않고 서로 수직이다. Fig. 9에서 두 번째 피크는 보를 감싸고 있는 상자의 진동에 의한 첫 번째 고유진동수로 보의 고유진동수보다 더 크게 신호가 나타나고 있는데 이 역시 회전에 의해 고유진동수값이 증가하는 것을 보여준다.

Table 2는 면외굽힘 고유진동수의 실험결과를 이론값과 비교하여 정리한 결과이다. 면외굽힘 진동실험에는 면내굽힘진동 실험에 비해 더 짧은 보를 사용하였으므로 표에 나타난 고유진동수의 값들이 Table 1에 비해 더 큰 것을 알 수 있다. 이 경우 역시 센서의 부착에 의한 두께변화를 고려한 해석결과가 실험결과와 비교적 잘 일치하는 것을 보여준다. 해석결과와 비교할 때, 면외굽힘진동 실험결과가 면내굽힘진동 실험결과보다 더 작은 오차를 갖는 듯이 관찰되는데, 이는 회전속도를 무차원화하면 (예를 들어 보의 고유진동수로 나누어 주면) 면내굽힘 진동실험시 사용된 무차원 회전속도가 면외굽힘진동의 경우에 비해 더 크기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 10(a)는 300 rpm으로 회전할 때 보를 감싸는 상자를 설치하여 공력효과를 방지한 채 측정된 면내방향 실험결과이고 Fig. 10(b)는 상자를 설치하지 않아 공력의 영향을 제거하지 않았을 때 구한 면내방향 실험결과이다. Fig. 10(b)의 결과는 거의 랜덤노이즈와 유사하게 보이며 동일한 조건에서 공력의 효과를 제거한 Fig. 10(a)와 비교하여 전혀 다른 모습을 보여주고 있다. 이 결과는 공력의 크

Table 2 Theoretical and experimental results for flapwise bending vibration

Angular velocity	Mode	Theoretical result 1	Theoretical result 2	Experimental result	Discrepancy (%)
0 rpm	1st	12.33 Hz	13.17 Hz	1.89 Hz	2.13
	2nd	77.16 Hz	81.15 Hz	****	****
50 rpm	1st	12.36 Hz	13.24 Hz	****	****
	2nd	77.23 Hz	81.19 Hz	****	****
100 rpm	1st	12.54 Hz	13.41 Hz	13.10 Hz	2.35
	2nd	77.37 Hz	81.36 Hz	79.76 Hz	2.01
150 rpm	1st	12.85 Hz	13.66 Hz	13.48 Hz	1.28
	2nd	77.65 Hz	81.61 Hz	80.21 Hz	1.72
200 rpm	1st	13.24 Hz	14.08 Hz	13.91 Hz	1.24
	2nd	78.00 Hz	81.96 Hz	80.70 Hz	1.54
250 rpm	1st	13.73 Hz	14.57 Hz	14.40 Hz	1.20
	2nd	78.49 Hz	82.42 Hz	81.50 Hz	1.11
300 rpm	1st	14.33 Hz	15.13 Hz	14.89 Hz	1.62
	2nd	79.05 Hz	82.98 Hz	81.99 Hz	1.18
350 rpm	1st	14.96 Hz	15.80 Hz	15.41 Hz	2.44
	2nd	79.72 Hz	83.61 Hz	82.31 Hz	1.55

Theoretical result 1 : Without considering thickness variation
Theoretical result 2 : With considering thickness variation

기가 회전구조물의 관성력 및 탄성력에 비해 상당한 크기가 되면 고유진동 스펙트럼이 제대로 구해질 수 없음을 보여주며 따라서 필요에 따라 공력의 영향을 본 실험에서와 같이 제거하고 실험을 수행해야 하는 것을 알 수 있다. 이러한 영향은 그러나 회전체의 크기가 증가하여 그 관성과 강성이 커지면 그 효과가 상대적으로 작아질 수도 있다.

본 실험에 사용된 모터의 최대 회전속도는 3000 rpm이고, 200 W의 일률을 낼 수 있다. 이 제원은 비교적 짧은 시간내에 회전체가 3000 rpm에 이르기 까지 가속시 발생하는 관성력을 이기는데는 충분한 것이나 회전시 보를 감싸는 상자에 가해지는 공력저항으로 인하여 실제의 경우 500 rpm이상에서는 보의 회전이 정지하는 포화현상이 발생하고 더 이상의 회전속도를 발생시킬 수 없었다. 따라서 이러한 실험에서 고속회전을 수행하려면 반드시 공력저항을 감소시킬 대책이나 이를 극복할 수 있는 일률이 높은 모터의 선정이 필요할 것이다.

5. 결 론

본 논문에서는 회전하는 외팔보의 면내방향 및 면외방향 굽힘진동특성을 예측하기 위한 해석 및 실험방법이 제시되었고 이를 통해 정량적 결과가 구해졌다. 해석에서는 특히 피에조-세라믹 센서의 부착에 의한 보의 두께변화 효과가 고려되었으며, 그 결과는 두께변화가 고려되지 않았을 때에 비해 실험결과와 더 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 본 논문에서는 특히 회전구조물의 실험에 관련된 필요한 내용들이 상세히 기술되었으며, 특히 실험시 발생하는 여러 가지 문제점 및 특이점들도 지적되었다. 본 연구에서 사용되어 본 논문에 제시된 실험방법은 앞으로 회전구조물 실험과 관련된 연구를 위한 기초자료로 사용될 수 있을 것이며, 여기

서 구해진 실험결과들은 앞으로 해석의 정확성을 확인하기 위한 좋은 비교검증 자료가 될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 논문의 연구는 1995년도 한국학술진흥재단 자유공모과제 연구조성비(01-E-0937)에 의해 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자께 감사를 드립니다.

참고문헌

(1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," *British A. R. C. Reports and Memoranda No. 766.*

(2) Leissa, A., 1981, "Vibration Aspects of Rotating Turbomachinery Blades," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 34, No. 5, pp. 629~635.

(3) Schilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," *J. of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, 25, pp. 28~30.

(4) Hoa, S., 1979, "Vibration of a rotating beam with Tip Mass," *J. Sound and Vibration*, 67, pp. 369~381.

(5) Dokainish, M. and Rawtani, S., 1971, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Plates," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 3, pp. 233~248.

(6) Stafford, R. O. and Giurgiutiu, 1975, "Semi Analytic Methods for Rotating Timoshenko Beams" *Int. J. of Mechanical Sciences*, Vol. 17, pp. 719~727.

(7) Abbas, B. A., 1985, "Dynamic Analysis of Thick Rotating Blades with Flexible Roots" *The Aeronautical Journal*, 89, pp. 10~16.

(8) Hodges, D. and Dowell, E., 1974, "Nonlinear Equations of Motion for the Elastic Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades," *NASA TN-D-7818.*

(9) Sutherland, R., 1949, "Bending Vibration of a Rotating Blade Vibrating in the Plane of Rotation," *J. of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, pp. 389~394.

(10) Bhat, R., 1986."Transverse Vibrations of a Rotating Uniform Cantilever Beam with Tip Mass as Predicted by Using Beam Characteristic Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method," *J. Sound and Vibration*, 105(2), pp. 199~210.

(11) Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," *J. Sound and Vibration*, 56, pp. 175~185.

(12) Wright, A., Smith C., Thresher, R., and Wang, J., 1982, "Vibration Modes of Centrifugally Stiffened Beams," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 197~202.

(13) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 2, pp. 139~151.

(14) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamic Modeling of Flexible Beams Undergoing Overall Motion" *J. Sound and Vibration*, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.

(15) Simpkinson, S., Eatherton, L. and Millenson, M., 1947, "Effect of Centrifugal Force on the Elastic Curve of a Vibrating Cantilever Beam," *NACA TN. 1204.*

(16) Subrahmanyam, K., Kaza, K., Brown, G. and Lawrence, C., 1987, "Nonlinear Vibration and Stability of Rotating, Pretwisted, Preconed Blades Including Coriolis Effects," *J. Aircraft*, Vol. 24, No. 5, pp. 342~352.

(17) Bailey, T. and Hubbard, J., 1985, "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 2, pp. 605~611.

(18) Baz, A., Iman, K. and McCoy, J., 1990, "Active Vibration Control of Flexible Beams Using Shape Memory Actuators," *J. Sound a nd Vibration*, Vol. 140, No. 3, pp. 437~456.

(19) Choi, S., 1995, "Alleviation of Chattering in Flexible Beam Control via Piezofilm Actuator and Sensors," *AIAA J.*, Vol. 33, No. 3, pp. 564~567.