

〈논 문〉

2단 평행기구 로봇 암의 실시간 순방향 기구학 해석

이민기* · 박근우**

(1996년 5월 16일 접수)

Real-Time Direct Kinematics of a Double Parallel Robot Arm

Min Ki, Lee and Kun Woo, Park

Key Words : Double Parallel Mechanism (2단 평행기구), Direct Kinematics (순방향 기구학 해석), Inverse Kinematics (역방향 기구학 해석), Geometric Constraint (기하학적 구속조건), Link Train (링크연결), Active and Passive Joint (구동 및 피동 조인트)

Abstract

The determination of the direct kinematics of the parallel mechanism is a difficult problem but has to be solved for any practical use. This paper presents the efficient formulation of the direct kinematics for double parallel robot arm. The robot arm consists of two parallel mechanism, which generate positional and orientational motions, respectively. These motions are decoupled by a passive central axis which is composed of four revolute joints and one prismatic joint. For a set of given lengths of linear actuators, the direct kinematics will find the joint displacements of the central axis from geometric constraints in each parallel mechanism. Then the joint displacements will be converted into the position and the orientation of the end effector of the robot arm. The proposed formulation is decoupled and compacted so that it will be implemented as a real-time direct kinematics. With the proposed formulation, we analyze the motion of the double parallel robot and show its characteristics. Specially, we investigate the workspace in terms of positional space as well as orientational space.

1. 서 론

2단 평행기구 로봇 암의 역방향 기구학 해석⁽¹⁾과 동특성 해석⁽²⁾에 의해서 실제 로봇 시스템이 설계·제작되었다. 본 논문에서는 상기 로봇의 순방향 기구학 해석을 실시함으로써 구동 및 응용 프로그램에 적용하고자 한다.

평행기구 로봇은 여러 개의 링크가 베이스와 플랫폼 사이에 폐루프(close loop)를 이루면서 연결

되어 있다. 순방향 해석은 링크의 길이에 따른 로봇의 위치(position)와 방위(orientation)를 구하는 것인데 케루프때문에 복잡한 방정식이 유도되어 해석에 어려움이 많다. 그러나 역방향 기구학 해석은 간단하므로 이 특성을 이용하여 로봇의 위치를 예측하고 그 위치에 따른 예측길이와 실제길이를 비교 반복함으로써 실제 위치를 찾아내는 수치해석 방법이 제안되었다.⁽³⁾ 이 방법은 계산량이 많이 필요하므로 평행기구의 기하학적 구속식을 유도하고 근을 구하는 방법이 제시되었으나^(4,5) 복잡한 고차의 비선형식이 유도되므로 실시간 계산은 불가능하다. 실시간처리를 위해 Merlet⁽⁶⁾는 위치를 방위의

*회원, 창원대학교 제어계측공학과

**창원대학교 대학원 제어계측공학과

변수로 나타냄으로써 근의 수를 반으로 줄였으나 수렴영역이 작다.

여분의 외부 센서를 피동조인트에 설치하여 운동을 측정하고 이 값을 구속식에 대입함으로써 계산량을 줄이는 방법이 제시되었다.⁽⁷⁾ 이 방법은 센서의 추가 설치뿐 아니라 링크와 간섭으로 작업공간이 줄어드는 단점이 있으므로 최소한의 센서를 설치하고 로봇의 위치와 자세를 분리해서 해석하는 방법 등이 제시되고 있다.⁽⁸⁻¹⁰⁾ 특히, Zanganeh⁽¹⁰⁾는 근을 구속식의 고유값으로 구하고 병렬치리관 구현함으로써 실시간제어가 가능하도록 했다.

본 논문은 센서를 추가 설치하지 않고 2단 평행기구의 기구적 특징을 이용하여 순방향 해석을 위치와 방위로 분리한다. 즉, 첫째 단의 평행기구에서는 3-링크의 길이변화에 따른 위치를 분석하고, 둘째 단의 평행기구에서는 2-링크의 길이에 따른 방위를 분석한다. 이를 위해 유도된 식은 각 단의 기하학적 구속조건을 나타내는 것으로 근의 수가 3개 또는 2개 밖에 없어 쉽게 구해진다. 또한, 실시간 연산을 위해 단순화된 로봇 암의 구속식으로부터 근에 가까운 초기값을 직접 구하고 뉴턴방법으로 실제 근을 구한다.

본 논문에서는 해석에 의해 실제 제작된 로봇 시스템을 소개한다. 또한, 순방향 해석을 이용하여 로봇 암의 위치 및 방위를 분석하고 각 조인트의 운동을 해석하며 실제 작업이 가능한 작업공간을 제시한다. 특히, 작업평면에서 가장각도를 생성할 수 있는 오리엔테이션의 작업공간을 분석한다.

2. 로봇 암의 모델링

2단 평행기구 로봇 암은 Fig. 1과 같이 2개의 평행기구와 중앙축으로 이루어져 있다. 첫째 단에는 leg_i (i=1, 2, 3)가 Base-1의 B_i으로부터 Platform-1의 P_i까지 유니버설조인트에 의해서 각각 연결되어 있다. 점 B_i와 P_i는 베이스와 플랫폼의 중앙으로부터 $\|\vec{O_0B_i}\| = r_{B_i}$, $\|\vec{O_3P_i}\| = r_{P_i}$ 이며, 120°의 등간격으로 위치한다. 둘째 단에는 leg_i (i=4, 5)가 Base-2의 B_i에서부터 Platform-2의 P_i까지 연결되며, $\|\vec{O_2B_i}\| = r_{B_2}$, $\|\vec{O_5P_i}\| = r_{P_2}$ 이고, 기준선과 ζ_1 과 ζ_2 의 각도를 이룬다.

각 평행기구의 운동은 leg_i의 길이 조절로 제어된다. leg_i의 링크프레임은 Fig. 2과 같이 U₁₁ - n₁₁ - PR₁₂ - n₁₂ - U₁₃의 기구로 되어있는데 유니버설조

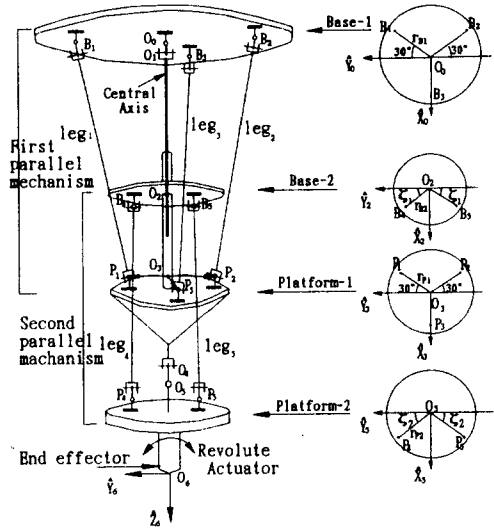


Fig. 1 Double parallel manipulator

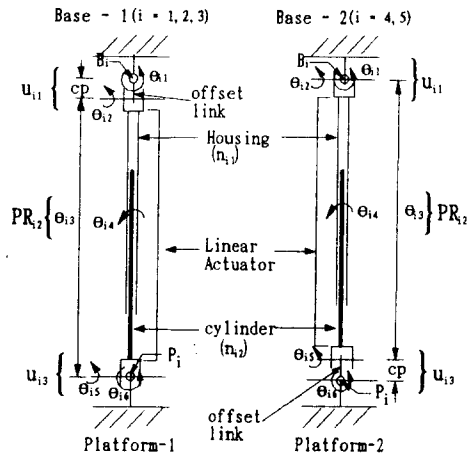


Fig. 2 Linear actuators and joints of Leg_i

인트인 U₁₁이 리니어 액추에이터 (linear actuator i, LA_i)의 하우징 (n₁₁)에 2-자유도 (θ₁, θ₂)를 제공하고, 미끄럼 및 회전조인트인 PR₁₂가 실린더 (n₁₂)에 2-자유도 (θ₃, θ₄)를, 그리고 U₁₃의 2-자유도 (θ₅, θ₆)가 추가되어 전체 6-자유도의 다관절 기구가 된다. 유니버설조인트의 운동범위를 넓히기 위해 첫째 단의 상위조인트 (U₁₁, i=1, 2, 3)와 둘째 단의 하위조인트 (U₁₃, i=4, 5)에 편심링크 (offset-link)가 삽입된다.

각 다리의 링크프레임은 여 자유도가 생성되는 특이점 (Singularity)을 피하기 위해 조인트의 회전 방향을 서로 수직으로 설치한다.⁽³⁾ θ₁ (i=1, ..., 5)의

회전방향은 각 단에서 동일하며, 밑에 조인트 θ_2 의 방향과 수직을 이룬다. 같은 방법으로 θ_6 ($i=1, \dots, 5$)의 회전방향은 각 단에서 서로 동일하며 위의 조인트 θ_5 의 방향과 수직을 이룬다.

중앙축은 Fig. 3과 같이 피동조인트로 이루어져 있으며, 스플라인 샤프트(spline shaft)와 보스(boss)의 미끄럼운동(θ_3)을 위한 조인트 P_2 가 있고 상·하단에 회전운동 (θ_1, θ_2)와 (θ_4, θ_5)를 위한 유니버설조인트 U_1 과 U_3 가 설치되어 있다. U_1 의 회전운동(θ_1, θ_2)과 P_2 의 거리(θ_3)는 첫째 단의 leg i ($i=1, 2, 3$)에 의해서 조절되면서 Platform-1을 임의 공간에 위치시킨다. 또한, 보스의 하단에 설치된 U_3 의 회전운동(θ_4, θ_5)은 leg i ($i=4, 5$)에 의해서 조절되면서 Platform-2의 방위운동을 생성한다. Platform-2에 롤(roll)운동(θ_6)을 위한 회전조인트 R_4 를 첨가할 경우 중앙축은 5개의 회전조인트와 1개의 직선조인트를 갖는 6자유도의 다관절 로봇으로 생각할 수 있다. 그러나 중앙축의 회전 및 직선조인트는 피동으로 각 평행기구에 설치되어 있는 leg i 의 길이와 기하학적 구속조건에 의해서 결정된다.

Fig. 1과 같이 점 O_0 에 기준 좌표인 {0}를 부여하고, 점 O_2 에 좌표 {2}를 부여한다. P_1, P_2, P_3 가 이루는 면과 중앙축이 만나는 점 O_3 에 좌표 {3}를 부여하고, 점 O_5 에 좌표 {5}, 엔드 이펙터(end effector)의 끝점 O_6 에 좌표 {6}를 부여한다.

중앙축의 조인트변수로 O_6 에 부여된 좌표 {6}의 위치와 방위를 구하면

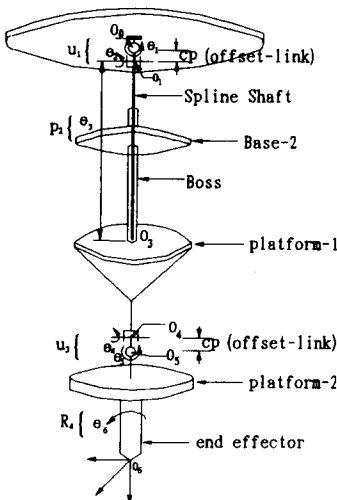


Fig. 3 Central axis

$${}^0\overline{O_0O_6}^*, {}^0R_6 = Kin_center(\theta_1, \dots, \theta_6) \quad (1)$$

이다. 여기서, ${}^0\overline{O_0O_6}^*$ 는 좌표 {0}에 대한 {6}의 위치 벡터이고, 0R_6 는 3×3의 회전행렬로 좌표 {0}에 대한 좌표 {6}의 방위를 나타낸다.

$Kin_center(\cdot)$ 은 중앙축의 순방향 해석으로 다관절 로봇의 순방향 기구학 해석과 동일하다. 같은 방법으로 각 플랫폼의 위치와 방위를 나타낼 수 있다. 즉, θ_i 로 좌표 {3}와 좌표 {5}의 위치와 방위를 좌표 {0}와 좌표 {2}에 대해서 각각 구하면

$${}^0\overline{O_0O_3}^*, {}^0R_3 = Kin_center(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (2)$$

$${}^2\overline{O_2O_5}^*, {}^2R_5 = Kin_center(\theta_4, \theta_5) \quad (3)$$

이다. 여기서, 왼쪽 상위첨자는 벡터와 회전행렬을 나타내는 좌표이다. 평행기구의 순방향 해석은 위식에 포함된 θ_i 를 각 단의 기하학적 구속조건을 이용하여 리니어 액추에이터의 길이로 나타내는 것이다. 첫째 단의 경우 $O_0O_3P_1B_1, O_0O_3P_2B_2, O_0O_3P_3B_3$ 의 3-루프가 서로 운동을 구속하면서 참여하고, 둘째 단의 경우 $O_2O_5P_4B_4, O_2O_5P_5B_5$ 의 2-루프가 참여한다. 각 단의 운동이 분리되므로 구속식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_i = first_const_i(\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (4)$$

$$\theta_i = second_const_i(\theta_{43}, \theta_{53}) \quad (i=4, 5) \quad (5)$$

여기서, $first_const_i$ 와 $second_const_i$ 는 첫째 단과 둘째 단의 기하학적 구속조건을 나타내는 방정식이다. 2단 평행기구는 구속조건이 식 (4)과 (5)로 분리되어 스투어트 플랫폼(Stewart Platform)과 달리 6개의 리니어 액추에이터가 모두 포함되지 않으므로 연립방정식의 차수가 낮고 식이 간단하다.

외부 센서를 중앙축의 조인트에 설치하여 측정할 경우 순방향 해석은 식 (1)에 의해서 직접 구할 수 있다. 위치와 방위를 분리하기 위해 외부센서를 이용하는 경우⁽⁹⁾ 불필요한 피동조인트를 여분으로 설치해야 하나 2단 평행기구에서는 중앙축의 피동조인트가 여분자유도를 구속하기 위한 필요한 조인트⁽²⁾로 분리가 가능하다.

3. 기하학적 구속조건

여분의 센서를 설치하지 않고 구속식 (4)와 (5)을 유도함으로써 리니어 액추에이터의 길이에 따라 중앙축의 조인트변수를 직접 구한다.

3.1 첫째 단의 구속조건식

첫째 단의 Base-1에 설치된 U_{11} 의 위치벡터,

${}^0\overline{O_0B_i}$ ($i=1, 2, 3$)는

$${}^0\overline{O_0B_1} = \left\{ -\frac{1}{2}r_{B1}, \frac{\sqrt{3}}{2}r_{B1}, 0 \right\}$$

$${}^0\overline{O_0B_2} = \left\{ -\frac{1}{2}r_{B1}, -\frac{\sqrt{3}}{2}r_{B1}, 0 \right\}$$

$${}^0\overline{O_0B_3} = \{r_{B1}, 0, 0\}$$

이고, Platform-1에 설치된 U_{13} 의 위치벡터, ${}^0\overline{O_3P_i}$ ($i=1, 2, 3$)는

$${}^3\overline{O_3P_1} = \left\{ -\frac{1}{2}r_{P1}, \frac{\sqrt{3}}{2}r_{P1}, 0 \right\}$$

$${}^3\overline{O_3P_2} = \left\{ -\frac{1}{2}r_{P1}, -\frac{\sqrt{3}}{2}r_{P1}, 0 \right\}$$

$${}^3\overline{O_3P_3} = \{r_{P1}, 0, 0\}$$

이다. 식 (2)에 의해서

$${}^0\overline{O_0O_3} = \{ \theta_3 s \theta_2, -s \theta_1 (cp + \theta_3 c \theta_2), c \theta_1 (cp + \theta_3 c \theta_2) \} \quad (6)$$

이고, ${}^i\overline{B_iP_i}$ ($i=1, 2, 3$)을 i -링크트레인의 조인트변수로 나타내면

$${}^i\overline{B_iP_i} = \{ \theta_{i3} s \theta_{i2}, -s \theta_{i1} (cp + \theta_{i3} c \theta_{i2}), c \theta_{i1} (cp + \theta_{i3} c \theta_{i2}) \} \quad (7)$$

이다. 여기서, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$, $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ 이다. ${}^0\overline{O_0O_3}$ 가 Platform-1의 중앙에 위치하고 B_i 와 P_i 가 같은 반경으로 120° 의 등 간격으로 각각 위치하므로 아래와 같은 관계를 갖는다.

$${}^0\overline{O_0O_3} = 1/3 \sum_{i=1}^3 {}^0\overline{B_iP_i} \quad (8)$$

위의 식에 포함된 9개의 미지수 ($\theta_i, \theta_{i1}, \theta_{i2}$)를 풀기 위해서는 2개의 구속조건이 더 필요하다. 이들은 루프의 구속조건에 의해서 구해지는데 루프 $O_0O_3P_1B_1$ 와 $O_0O_3P_2B_2$ 의 관계에 의해서 ${}^0\overline{P_1P_2}$ 의 위치벡터는

$$\begin{aligned} {}^0\overline{P_1P_2} &= ({}^0\overline{O_0B_2} + {}^0\overline{B_2P_2}) - ({}^0\overline{O_0B_1} + {}^0\overline{B_1P_1}) \\ &= {}^0R_3 ({}^3\overline{O_3P_2} - {}^3\overline{O_3P_1}) \end{aligned} \quad (9)$$

이고 루프 $O_0O_3P_2B_2$ 와 $O_0O_3P_3B_3$ 의 관계에 의해서 ${}^0\overline{P_2P_3}$ 의 위치벡터는

$$\begin{aligned} {}^0\overline{P_2P_3} &= ({}^0\overline{O_0B_3} + {}^0\overline{B_3P_3}) - ({}^0\overline{O_0B_2} + {}^0\overline{B_2P_2}) \\ &= {}^0R_3 ({}^3\overline{O_3P_3} - {}^3\overline{O_3P_2}) \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 위 벡터들을 간단히 나타내기 위해 아래와

같은 변수를 정의한다.

$$cb_i = \theta_{i3} c \theta_{i2}, sb_i = \theta_{i3} s \theta_{i2}$$

$$ss_i = (cp + cb_i) s \theta_{i1}, cc_i = (cp + cb_i) c \theta_{i1}$$

정의된 변수로 구속식 (8)~(10)에 포함된 벡터들을 다시 나타내고, 각 벡터의 x-성분에 포함되어 있는 sb_i , y-성분에 포함되어 있는 ss_i , z-성분에 포함되어 있는 cc_i 를 θ_i 로 아래와 같이 나타낸다.

$$sb_1 = ((3r_{B1} - 3c\theta_2 r_{P1})/6 + \theta_3 s \theta_2)$$

$$sb_2 = sb_1$$

$$sb_3 = (- (3r_{B1} - 3c\theta_2 r_{P1})/3 + \theta_3 s \theta_2)$$

$$ss_1 = ((\sqrt{3}r_{B1} - \sqrt{3}c\theta_1 r_{P1} + 2cps\theta_1 + 2\theta_3 c\theta_2 s\theta_1 + r_{P1}s\theta_1 s\theta_2)/2)$$

$$ss_2 = ((-\sqrt{3}r_{B1}) + \sqrt{3}c\theta_1 r_{P1} + 2cps\theta_1 + 2\theta_3 c\theta_2 s\theta_1 + r_{P1}s\theta_1 s\theta_2)/2)$$

$$ss_3 = (s\theta_1 (cp + \theta_3 c\theta_2 - r_{P1}s\theta_2))$$

$$cc_1 = ((2cpc\theta_1 + 2c\theta_1 c\theta_2 \theta_3 + \sqrt{3}r_{P1}s\theta_1 + r_{P1}c\theta_1 s\theta_2)/2)$$

$$cc_2 = ((2cpc\theta_1 + 2c\theta_1 c\theta_2 \theta_3 - \sqrt{3}r_{P1}s\theta_1 + r_{P1}c\theta_1 s\theta_2)/2)$$

$$cc_3 = (c\theta_1 (cp + \theta_3 c\theta_2 - r_{P1}s\theta_2))$$

위 변수들은 정의에 의해서 $(cp + cb_i)^2 = ss_i^2 + cc_i^2$ 이므로

$$cb_i = \pm \sqrt{ss_i^2 + cc_i^2} - cp \quad (11)$$

이다. 여기서, cb_i 는 두개의 근을 가지나 $-90^\circ < \theta_{i2} < 90^\circ$ 이므로 양의 제곱근만 취하고, $cb_i^2 + sb_i^2 = \theta_{i3}^2$ 이므로 아래와 같은 첫째 단의 구속식이 유도된다.

$$f_i = sb_i^2 + cb_i^2 - \theta_{i3}^2 = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (12)$$

위 식은 3차 연립방정식으로 θ_{i3} 가 주어질 때 3개의 미지수 θ_i 를 찾을 수 있다. 스튜어트 플랫폼에서는 최대 12개의 근이 존재하나⁽⁶⁾ 위의 구속식에서는 양의 제곱근만 취함으로써 한 개의 근만 존재하게 된다.

3.2 둘째 단의 구속식

둘째 단에 설치되어 있는 LA_i ($i=4,5$)에 의해서 Platform-2가 회전하는데 이는 일반 평행기구에서 2-다리를 회전축으로 고정하고 나머지 4-다리의 길이를 조절하여 플랫폼을 회전하는 평행구면리스트(parallel spherical wrist)의 구동방식과 동일하다.⁽¹¹⁾ 이 기구에는 4-다리가 회전운동에 관여하므로 미지수를 구하는 구속식이 최대 24-까까지

증대되는 결과를 가져오나⁽¹⁰⁾ 2단 평행기구에서는 중앙축이 회전축이 되고 2-다리단 회전 운동에 관여하므로 구속식은 2차 연립방정식으로 유도된다. Base-2의 점 O_2 에서 B_1 까지의 벡터는

$${}^2\overline{O_2B_4} = \{r_{B2} s\zeta_1, r_{B2} c\zeta_1, 0\}$$

$${}^2\overline{O_2B_5} = \{r_{B2} s\zeta_1, -r_{B2} c\zeta_1, 0\}$$

이고, Platform-2의 점 O_5 에서 P_1 까지 벡터는

$${}^5\overline{O_5P_4} = \{r_{P2} s\zeta_2, r_{P2} c\zeta_2, 0\}$$

$${}^5\overline{O_5P_5} = \{r_{P2} s\zeta_2, -r_{P2} c\zeta_2, 0\}$$

이다. $l_2 = |\overline{O_2O_5}|$ 일때 벡터, 식 (3)에서 구한 ${}^2\overline{O_2O_5}$ 를 좌표 [5]으로 환산하면

$$\begin{aligned} {}^5\overline{O_5O_2} &= -{}^5R_2 {}^2\overline{O_2O_5} \\ &= \{l_2 s\theta_4, -s\theta_4(cp + l_2 c\theta_4), \\ &\quad + c\theta_4(cp + l_2 c\theta_4)\} \end{aligned} \quad (13)$$

이다. ${}^5\overline{P_iB_i}$ ($i=4, 5$)을 i -링크프레임의 조인트변수로 나타내면

$$\begin{aligned} {}^5\overline{P_iB_i} &= \{\theta_{i3} s\theta_{i6}, -s\theta_{i5}(cp + \theta_{i3} s\theta_{i6}), \\ &\quad -c\theta_{i5}(cp + \theta_{i3} c\theta_{i6})\} \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 그런데 둘째 단의 페루프 $O_2O_5P_4B_4$ 와 $O_2O_5P_5B_5$ 에서

$${}^5\overline{P_iB_i} = {}^5\overline{O_5O_2} + {}^5R_2 {}^2\overline{O_2B_i} - {}^5\overline{O_5P_i} \quad (i=4, 5) \quad (15)$$

이므로 ${}^5\overline{O_5O_2}$ 에 식 (13)을 대입함으로써 둘째 단의 구속조건을 나타내는 6차 연립방정식이 유도된다. 차수를 줄이기 위해 θ_{i5} 와 θ_{i6} 를 θ_4 와 θ_5 로 소거하면 아래와 같다.

$$s\theta_{45} = \frac{l_2 s\theta_4 - r_{P2} c\zeta_2 + r_{B2} c\theta_4 s\zeta_1}{\theta_{43}}$$

$$\begin{aligned} s\theta_{46} &= -((-cps\theta_5) - l_2 c\theta_4 s\theta_5 + r_{B2} c\theta_5 c\zeta_1 \\ &\quad - r_{P2} c\zeta_2 + r_{B2} s\theta_4 s\theta_5 s\zeta_1) / cp + \theta_{43} c\theta_{45} \end{aligned}$$

$$s\theta_{55} = -\frac{(l_2 s\theta_4) + r_{P2} c\zeta_2 - r_{B2} c\theta_4 s\zeta_1}{\theta_{53}}$$

$$\begin{aligned} s\theta_{56} &= -((-cps\theta_5) + l_2 c\theta_4 s\theta_5 + r_{B2} c\theta_5 c\zeta_1 \\ &\quad - r_{P2} c\zeta_2 - r_{B2} s\theta_4 s\theta_5 s\zeta_1) / -cp - \theta_{53} c\theta_{55} \end{aligned}$$

위 식으로부터 $c(\cdot)$ 값을 구하면, $c\theta_{ij} = \pm\sqrt{1 - s\theta_{ij}^2}$ 이나 $-90^\circ < \theta_{ij}$ ($j=5, 6$) $< 90^\circ$ 이므로 양의 제곱근만 취한다. 위에서 구한 $s\theta_{ij}$ 와 $c\theta_{ij}$ 를 ${}^5\overline{P_iB_i}$ 의 z -성분에 대입하면 둘째 단의 구속식은

$$f_i = ({}^5\overline{P_iB_i})_{z-comp} - ({}^5\overline{O_5O_2} + {}^5R_2 {}^2\overline{O_2B_i})_{z-comp} = 0 \quad (i=4, 5) \quad (16)$$

이다. 위 식은 θ_{i3} 가 주어질 때 θ_i 를 구하는 2차 연립 방정식이다. 둘째 단도 유일하게 한개의 근만 가지므로 본 연구에서 유도되는 알고리즘은 다중근을 분리 선택할 필요가 없다.

위의 유도과정에서 유니버설조인트에 삽입된 편심 링크는 기구학 해석에 큰 장애가 된다. 편심 링크가 없으면 상하 조인트 사이의 거리 벡터가 일직선으로 구속식이 간단해지나 두 벡터의 조합으로 되어 평행기구에서 제시한 순방향 해석방법^(3,6)을 사용할 수 없는 경우가 많다. 해석을 단순화시키기 위해 편심링크를 없애는 것도 고려해 볼 수 있으나 상하 링크의 간섭으로 20° 이상 회전이 불가능하다. 유니버설조인트 대신에 사용하는 볼 소켓조인트도 $20 \sim 30^\circ$ 로 크지 않으며 기구적으로 취약하다. 그러므로 평행기구의 운동공간을 넓히기 위해 회전범위가 큰 조인트에 대해서 심도있게 연구되어야 한다.

4. 순방향 기구해석의 알고리즘

각 단의 구속조건은 3차 또는 2차 연립방정식으로 유도되었다. 유도된 식은 제곱근과 삼각함수가 포함된 비선형으로 앞에서 제안했던 식 (4), (5)와 같은 형태로 변형이 불가능하다. 그러므로 로봇 암을 단순화하여 구속식을 제안한 형태로 변형한 후 근을 구하고, 이 값을 초기값으로 대입하여 실제 구속식의 근을 뉴턴방법으로 구한다.

단순화된 로봇 암을 $cp=0, r_{P1}=0, r_{B2}=0$ 으로 가정하면 첫째 단 및 둘째 단의 구속식은

$$\begin{aligned} f_1^0 &= \theta_3^2 + \frac{r_{B1} \theta_3 s\theta_1 c\theta_2}{\sqrt{3}} + \frac{r_{B1} \theta_3 s\theta_2}{3} + \frac{r_{B1}^2}{9} - \theta_{13}^2 \\ f_2^0 &= \theta_3^2 - \frac{r_{B1} \theta_3 s\theta_1 c\theta_2}{\sqrt{3}} + \frac{r_{B1} \theta_3 s\theta_2}{3} + \frac{r_{B1}^2}{9} - \theta_{23}^2 \\ f_3^0 &= \theta_3^2 - \frac{2r_{B1} \theta_3 s\theta_2}{3} + \frac{r_{B1}^2}{9} - \theta_{33}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} f_4^0 &= 2l_2 r_{P2} c\theta_4 s\theta_5 c\zeta_2 - 2l_2 r_{P2} s\theta_4 c\zeta_2 + l_2^2 \\ &\quad + r_{P2}^2 + r_{P2}^2 c^2 \zeta_2 - \theta_{43}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_5^0 &= -2l_2 r_{P2} c\theta_4 s\theta_5 c\zeta_2 - 2l_2 r_{P2} s\theta_4 c\zeta_2 \\ &\quad + l_2^2 + r_{P2}^2 + r_{P2}^2 c^2 \zeta_2 - \theta_{53}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

으로 변형된다. 설계변수와 θ_{i3} 가 포함된 벡터

$$Y_1 = \left[\theta_{13}^2 - \frac{r_{B1}^2}{9}, \theta_{23}^2 - \frac{r_{B1}^2}{9}, \theta_{33}^2 - \frac{r_{B1}^2}{9} \right]^T$$

$$Y_2 = [\theta_{43}^2 - l_2^2 - r_{P2}^2 c 2 \zeta_2, \theta_{53}^2 - l_2^2 - r_{P2}^2 c 2 \zeta_2]^T$$

을 정의하고 미지수 θ_i 가 포함된 벡터

$$X_1 = [\theta_3^2, \theta_3 s \theta_1 c \theta_2, \theta_3 s \theta_2]^T$$

$$X_2 = [c \theta_4 s \theta_5, s \theta_4]^T$$

을 정의하면 식 (17)과 (18)은

$$Y_1 = D_1 X_1 \quad (19)$$

$$Y_2 = D_2 X_2 \quad (20)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서, D_i 는

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{r_{B1}}{\sqrt{3}} & \frac{r_{B1}}{3} \\ 1 & -\frac{r_{B1}}{\sqrt{3}} & \frac{r_{B1}}{3} \\ 1 & 0 & -\frac{2}{3} r_{B1} \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 2l_2 r_{P2} c \zeta_2 & -2l_2 r_{P2} c \zeta_2 \\ -2l_2 r_{P2} c \zeta_2 & -2l_2 r_{P2} c \zeta_2 \end{bmatrix}$$

으로 설계변수에 의해서 고정되며 항상 역행렬이 존재하므로 $X_p = D_p^{-1} Y_p$ ($p=1,2$) 이고, θ_i^0 를 θ_{i3} 으로 나타내면

$$\begin{aligned} \theta_3^0 &= \sqrt{\frac{\theta_{13}^2 + \theta_{23}^2 + \theta_{33}^2 - \frac{3}{r_{B1}^2}}{3}} \\ s \theta_2^0 &= \sqrt{\frac{(B + (3\theta_3^2)/B - (3\theta_{33}^2)/B)/2/\sqrt{3}}{\theta_3}} \\ s \theta_1^0 &= -(-\theta_{13}^2 + \theta_{23}^2)/2B/\theta_3 c \theta_2 \\ s \theta_5^0 &= \frac{-\theta_{43}^2 - \theta_{53}^2 + 2l_2^2 + 2r_{P2}^2 + 2r_{P2}^2 c 2 \zeta_2}{4l_2 r_{P2} c \zeta_2} \\ s \theta_4^0 &= \frac{(\theta_{43}^2 - \theta_{53}^2) c \theta_5}{4l_2 r_{P2} c \zeta_2 - l_2 r_{P2} s \theta_5^2 c \zeta_2} \quad (\text{where } B = r_{B1}/\sqrt{3}) \end{aligned} \quad (21)$$

이다. 여기서, $c \theta_i^0 = +\sqrt{1 - s \theta_i^{02}}$ 으로 구속식과 같이 항상 양의 제곱근만 취한다. θ_i^0 의 값은 실제 값에 근사하므로 뉴턴연산법의 초기값으로 사용한다. 구속식 (12)와 (16)를

$$F_1 = [f_1, f_2, f_3]^T, \quad F_2 = [f_4, f_5]^T$$

벡터로 정의하고, θ_i 의 조합을

$$X_1 = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T, \quad X_2 = [\theta_4, \theta_5]^T$$

벡터로 정의할 때 각 단의 뉴턴의 반복 연산식은 아래와 같이 나타낸다.

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \left[\frac{\partial F_i(X_i^k)}{\partial X_i} \right]^{-1} F_i(X_i^k) \quad (i=1,2) \quad (22)$$

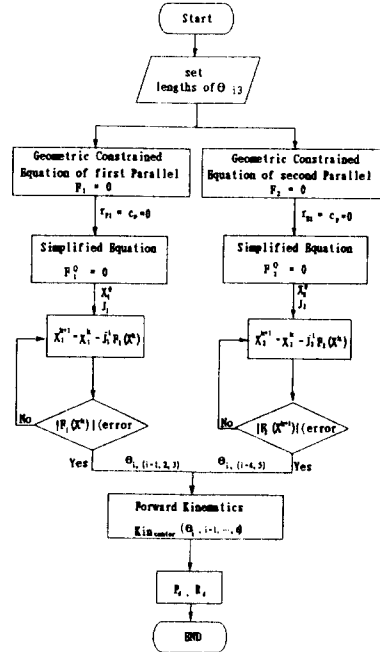


Fig. 4 Process of direct kinematics

여기서, $J_i^{-1} = [\partial F_i(X_i^k)/\partial X_i]$ 은 역 자코비안행렬로 많은 계산을 요한다. 그러나 $X_1^0 = [\theta_1^0, \theta_2^0, \theta_3^0]^T$ 와 $X_2^0 = [\theta_4^0, \theta_5^0]^T$ 을 초기값으로 사용하면 이들이 근에 가까우므로 $[\partial F_i(X_i^k)/\partial X_i]^{-1}$ 을 수렴하는 동안 일정하다고 가정할 수 있다.⁽⁶⁾ 이 가정으로 위 식은

$$X_i^{k+1} = X_i^k - J_i^{-1} F_i(X_i^k) \quad (i=1,2) \quad (23)$$

으로 되며, 수렴하는 동안 J_i^{-1} 을 계산할 필요가 없다. 위 식에 의해서 근의 오차가 값 10^{-3} 이내가 되었을 때 계산을 완료하고, 수렴된 값을 식 (1)에 대입함으로써 리니어 액추에이터의 길이에 따른 엔드 이펙터의 위치와 방위를 구한다. 이를 흐름도로 나타내면 Fig. 4와 같다.

5. 계산시간

순방향 기구학 해석의 계산시간을 측정한다. 로봇의 설계치수를 $r_{B1}=250$, $r_{P1}=80$, $r_{B2}=80$, $r_{P2}=150$, $cp=20$ 으로 하고 Table 1과 같이 리니어 액추에이터의 길이가 주어질 때 각 경우의 실제 위치/방위, 중앙축 조인트 변수, 초기값 등이 Table 2에 나타나 있다. 결과에서 보듯이 식 (21)에서 구한 초기값은 실제와 아주 근사함을 알 수 있다. 본

Table 1 Lengths of linear actuators

Test number	θ_{13}	θ_{23}	θ_{33}	θ_{43}	θ_{53}
1	855	783	910	630	720
2	764	1121	821	792	685
3	1087	925	1002	810	635
4	1100	810	770	800	815

연구에서는 다음 세가지 경우에 대해서 Pentium-75 PC로 계산하여 시간(m-sec)를 비교한다.

방법 1:- 임의 초기값을 이용하여 근을 구하는 경우,

방법 2:- 식 (21)에 의해서 구해진 초기값을 이용하여 근을 구하는 경우,

방법 3:- 방법 2의 자코비안을 고정하고 근을 구하는 경우.

Table 3는 계산시간의 결과를 보여주는데 모두 7 m-sec이내로 실시간처리가 가능하며 수렴 영역도 넓다. 방법 1의 경우 초기값에 따라 수렴 속도가 다른데 대부분 첫째 단에서는 8번, 둘째 단에서 6번 연산후 근에 접근했다. 그러나 고정 자코비안을 사용할 경우 수렴영역이 좁아 임의의 초기 값으로는 모두 발산한다. 방법 2에서 초기값을 구하는 계산은 0.2 m-sec으로 반복식에 비해서 아주 작고 실제 근에 근사하므로 계산시간도 짧다. 계산 횟수는 초기값이 항상 근사하므로 동일한데 첫째 단에서 4번, 둘째 단에서 3번 연산후 근에 수렴한다.

Table 3 Computational time (m-sec)

Test number method	1	2	3	4
1	5.6	6.4	5.8	7.4
2	3.55	3.34	3.36	4.55
3	1.75	1.94	1.56	2.15

자코비안을 매번 계산하므로 방법 3에 비해서 계산량은 많으나 모든 작업영역에서 수렴하는 가장 안전한 방법이다. 방법 3은 자코비안을 계산하지 않으므로 계산시간은 방법 2의 1/2에 불과했다. 그러나 작업공간의 가장자리에서는 발산하는데 이는 단 순화된 구속식이 이 곳에서 실제 구속식과 차이가 크기 때문이다. 이런 영역은 작업공간의 가장 자리로 극히 일부분에 불과하므로 이때는 방법 2를 사용함으로써 그 영역을 보완해야 한다.

6. 해석결과

순방향 기구학 해석을 이용하여 리니어 액추에이터의 운동에 따른 로봇의 위치/방위, 작업공간, 조인트의 운동범위 등을 분석한다. 리니어 액추에이터의 운동범위는 각 단에서 $754 \text{ mm} \leq \theta_{i3} (i=1,2,3) \leq 1128 \text{ mm}$, $620 \text{ mm} \leq \theta_{i3} (i=4, 5) \leq 820 \text{ mm}$ 이며 중앙축은 $852 \text{ mm} \leq \theta_3 \leq 1278 \text{ mm}$ 으로 실제 로봇 시스템은 Fig. 5와 같이 설계·제작되었다.

Table 2 Real and estimated values

Test number	1	2	3	4
Real Pos/Ort (x,y,z) (yaw, pitch)	(-212, -115, 1161.1) (-17.0, 9.0)	(390.6, 1130, 574) (-33.7, 8.2)	(-4, -624, 1168) (68, -6.3)	(493, -915, 684) (44.8, -29.2)
Real central variables ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) (θ_4, θ_5)	(9.8, -14.4, 987.9) (-26.6, 24.5)	(-66, 20, 1046.8) (31.7, -10.5)	(22.3, 1, 1146) (45.3, -9.9)	(54.6, 30, 1038) (-8.5, -59.7)
Estimation central variables ($\theta_1^e, \theta_2^e, \theta_3^e$) (θ_4^e, θ_5^e)	(10.0, -14.8, 967.9) (-27.6, 30.0)	(-72, 21.9, 1035) (31.6, -5.5)	(22.7, 1, 1130) (45.1, -5.9)	(59, 31, 1025) (-12.5, -60.5)

Table 4에서 첫째 단과 둘째 단의 조인트운동에 대해서 분석한다. θ_{14} 는 실린더와 하우징 사이의 회전운동으로 간섭에 직접 관여하지

않으므로 분석에서 제외된다. Table에서 보듯이, 리니어 액추에이터의 최단 또는 최장 길이의 조합으로 된 형상에서 조인트의 간섭이 가장 크게 일어난다. 첫째 단의 경우 상단 조인트가 70° 이상 회전해야 최장·단 거리 운동에 지장이 없다. 그러므로 두 링크사이에 편심링크를 삽입함으로써 운동범위를 충분히 확보해야 한다. 둘째 단의 경우는 하단조인트에서 큰 운동이 일어나므로 편심링크를 삽입하고 나머지 링크는 15° 내외로 일반 유니버설 조인트로 운동이 가능하다. 조인트의 운동범위가 충분히 확보될지라도 기구상 생성될 수 없는 특정 형상이 존재한다. 예를 들어 $\theta_{13}=754, \theta_{23}=754, \theta_{33}=1128$ 의 경우 θ_2 가 90° 이상으로 존재할 수 없는 형상이다. 그러므로 리니어 액추에이터의 길이만으로 로봇의 운동을 제한하는 것은 불합리하며 조인

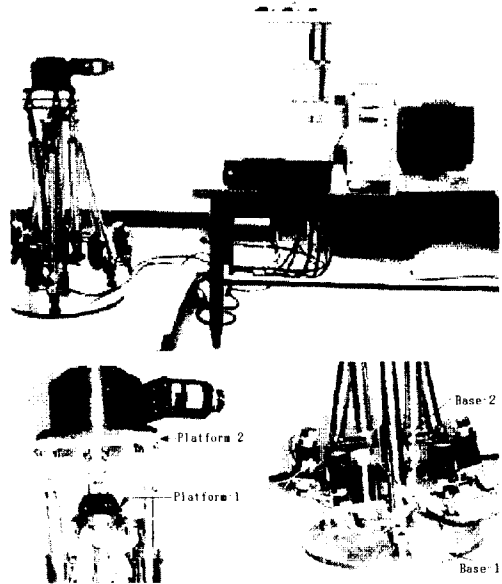


Fig. 5 Double parallel robot system
(Constructed in changwon national university)

Table 4 Analysis of joint motion

Joint motion of $A_i(i=1, 2, 3)$

No	θ_{13}	θ_{23}	θ_{33}	$(\theta_{11,12,15,16})$	$(\theta_{21,22,25,26})$	$(\theta_{31,32,35,36})$
1	754	754	754	11.0, 6.5, -11.0, -6.5	-11.0, 6.5, 11.0, -6.5	0, -13.0, 0, 13.0
2	1128	1128	1128	7.4, 4.4, -7.4, -4.3	7.4, 4.4, -7.4, -4.3	0, -8.6, 0, 8.7
3	754	1128	1128	73.5, -20.9, 0.5, -8.8	-73.5, -20.9, -0.5, -8.8	-74.0, -36.7, 0, 7.0
4	1128	754	1128	27.4, 74.6, -7.0, 0.7	74.8, -32.28, -0.7, 2.6	74.0, -36.7, 0, 7.0
5	1128	1128	754	27.4, 74.6, -7.0, 0.7	-27.4, 74.6, 7.0, 0.7	0.78.7, 0, -1.8

Joint motion of $A_i(i=4, 5)$

No	θ_{43}	θ_{53}	$(\theta_{41,42,45,46})$	$(\theta_{51,52,55,56})$
1	620	620	3.8, 7.3, -5.5, -7.0	-2.9, 5.5, -68.9, -5.3
2	820	620	28.8, 5.5, 68.9, -5.3	-3.8, 7.3, 75.5, -7.0
3	620	820	-2.7, 1.7, 5.9, 62.9	2.7, 1.7, -5.9, 62.9
4	820	820	-1.9, -0.7, 16.4, -79.4	1.91, -0.7, -10.4, -79.4

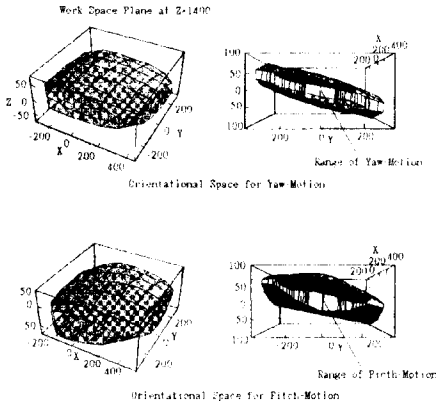


Fig. 6 Positional Workspace

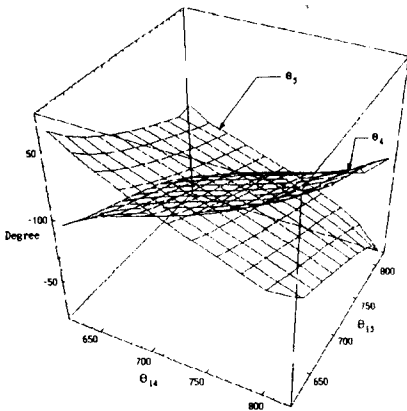


Fig. 7 Joint variables of central axis

트 운동, 작업공간 등을 고려한 제한조건이 제시되어야 한다. 편심링크가 삽입된 조인트의 운동 범위를 60°로 제한하고 각 리니어 액추에이터의 길이에 따라 작업공간을 분석한다. 분석방법은 θ_{13} 의 길이를 최단에서부터 최장 거리까지 10 mm씩 증가시키면서 로봇의 위치/방위를 구한다.

Fig. 6은 위치를 생성하는 첫째 단의 작업공간과 그 단면을 나타낸다. 작업공간은 각 단면에서 대칭을 이루며 상하 500 mm 이동이 가능하고 운동 직경은 1,000 mm이다. 평행기구의 특성상 운동공간은 반원 모양으로 윗 부분은 링크 길이의 제한때문에 작업반경이 커지고 아랫 부분은 작아진다.

둘째 단에 의해서 오리엔테이션운동이 생성되는데 $\theta_{13}(i=4, 5)$ 에 의한 중앙축의 조인트변수 θ_4 와 θ_5 는 Fig. 7과 같다. 운동 범위는 $-60^\circ < \theta_i (i=4, 5) < 60^\circ$ 으로 중앙축의 θ_4 와 θ_5 가 이루는 각도에 더해져서 가공각도를 이루게 된다. Fig. 8은 작업 평면

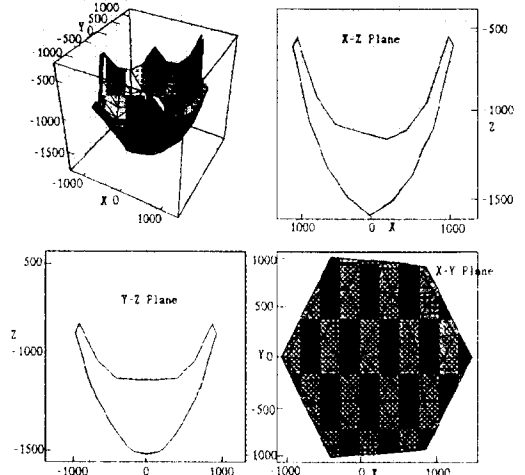


Fig. 8 Orientational workspace

상의 가공각도인 요, 피치를 나타낸다. 작업공간의 중앙에서는 가공각도가 120°이상으로 문제가 없으나 가장 자리에서 20~30°로 험격히 작아짐을 알 수 있다. 특히 각도공간이 있을지라도 작업평면의 윗 방향보다 아랫방향의 상대각도가 줄어든다. 가공기계는 아래에 설치되므로 줄어든 아랫방향의 각도로 가공각도를 생성할 수 없는 경우가 많이 나타난다. 이는 다관절과 상이한 점으로 평행기구에서는 작업공간 분석에서 위치뿐만 아니라 방위에 대한 분석이 더 심도있게 이루어져야 한다.

7. 결론

본 논문은 2단 평행기구 로봇의 순방향 기구학 해석을 위한 알고리즘을 개발했다. 일반적으로 평행기구의 기하학적 구속조건은 복잡하므로 구속식을 유도하지 않고 수치해석 방법으로 실시했으나 본 논문에서는 외부 센서의 추가없이 위치 구동부와 방의 구동부를 분리하여 구속식을 유도했다. 또한, 로봇 암의 기구를 단순화시킴으로써 수치해석 없이 직접 근을 구하고 이를 실제 구속식의 근을 구하는 초기값으로 사용했다. 근접한 초기값으로 근의 접근시 발산을 방지하고 일정한 차오비안 행렬을 사용함으로써 소요되는 계산시간은 3 m-sec에 불과했다. 구속식을 분리하고 분리된 식으로부터 근을 직접 구하는 방법은 지금까지 발표된 평행기구의 순방향 기구학 해석으로는 독특한 방법으로 사려된다. 또한, 평행기구의 구속식은 여러 개의

근을 가지고 이를 분리 선택해야 하는 어려움이 있으나 본 연구의 구속식은 유일하게 하나의 근만 존재하므로 순방향 알고리즘이 간단하며 실시간 처리가 가능했다.

순방향 해석을 통해서 작업공간을 분석했다. 일반적으로 평행기구에서는 위치공간만 분석하는데 비해 본 논문은 기체가공각도의 생성여부를 검토하기 위해 각 작업평면상의 방위에 대해서 분석했다. 분석결과 작업공간의 중앙에서는 문제가 없으나 가장자리에서는 아랫방향의 운동각도가 줄어들어 작업을 할 수 없는 경우가 많았다. 이 결과로 평행기구의 작업공간에 관한 문제점이 많이 도출되었다. 향후 이를 해결하기 위한 다양한 종류의 평행기구 로봇 암에 관한 연구가 이루어져야 한다.

참고문헌

- (1) 이민기, 1995, "기계 가공작업을 위한 강성이 큰 2단 평행기구 로봇 암 설계," 대한기계학회 논문집, 제19권, 제1호, pp. 22~37.
- (2) 이민기, 1995, "2단 평행기구 로봇 암의 동특성 해석," 대한기계학회논문집, 제19권, 제11호, pp. 2912~2926.
- (3) Sugimoto, K., 1987, "Kinematic and Dynamic Analysis of Parallel Manipulators by Means of Motor Algebra," *ASME J. of Mech., Trans., and Auto. in Design*. Vol. 109, pp. 3~7.
- (4) Innocent, C. and Parenti-Castelli, V., 1990, "Direct Position Analysis of the Stewart Platform Mechanism," *Mechanism Machine Theory*, Vol. 25, No. 6, pp. 611~621.
- (5) Raghavan, M., 1991, "The Stewart Platform of General Geometry has 40 Configurations," in *Advances in Design Automation*, G.A.Gabriele. Ed., ASME Press, New York, pp. 397~402.
- (6) Merlet, J.P., 1993, "Direct Kinematics of Parallel Manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Auto.*, Vol. 9, No. 6, pp. 842~846.
- (7) Cheok, K.C., Overholt, J.L and Beck, R. R, "Exact Methods for Determining the Kinematics of a Stewart Platform Using Additional Displacement Sensors," *J.Rob. Syst.*, Vol. 10, No. 5, pp. 689~707.
- (8) Jin, Y., 1994, "Exact Solution for the Forward Kinematics of the General Stewart Platform Using Two Additional Displacement Sensors," *Proc. ASME Biennial Mech. Conf., Minneapolis*, pp. 491~495.
- (9) Baron, L. and Angeles, J., 1994, "The decoupling of the direct kinematics of parallel manipulators using redundant sensors." *Proc IEEE Int. Conf. Rob. Autom.*, SanDiego, pp. 974~979.
- (10) Zanganeh, K.E. and Angeles, J., 1995, "Real-Time Direct Kinematics of General Six-Degree of Freedom Parallel Manipulators with Minimum-Sensor Data," *J. of Robotic Systems*, Vol 12, No 12, pp. 833~844.
- (11) Innocenti, C. and Parenti-Castelli, V., 1993, "Echelon form Solution of Direct Kinematics for the General Fully Parallel Spherical Wrist," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 28, No. 4, 553~561.