

< 논 문 >

## 압전 Ceramics 평판의 비대칭열부하와 대칭열부하에 의한 과도 압전열탄성 해석에 관한 연구

김경석\* · 최정석\*\* · 양승필\*\*\* · 김용욱\*\*\*\*

(1996년 4월 29일 접수)

### Transient Piezothermoelasticity of a Piezo Ceramic Plate Subjected to Antisymmetric Thermal Load and Symmetric Thermal Load

K. S. Kim, J. S. Choi, S. P. Yang and Y. W. Kim

**Key Words :** Piezoelastic Material(압전재료), Transient Diezothermoelasticity(압전열탄성),  
Antisymmetric Thermal Load(비대칭열부하), Crystal Class(결정족)

#### Abstract

Piezoelectric materials have recently attracted considerable attention because of their potential use in intelligent structural systems. In this paper, we treat a transient piezothermoelastic problem in a hexagonal plate of crystal class 6 mm subjected to antisymmetric heating temperature. We analyze this problem by use of the potential function method. Numerical calculations are carried out for a cadmium selenide solid, and the results are presented graphically in comparison with those derived from the similar problem in a cadmium selenide plate subjected to symmetric heating temperature for a symmetry transient problem.

#### 1. 서 론

최근 압전재료는 지능재료 중의 하나로 주목받고 있다. 알고 있는 바와 같이 이 압전재료에 외력이 작용하여 응력이 발생하면 재료 내부에 전위차를 발생시키며(압전효과), 역으로 전위차를 주면 재료 내부에 응력이 발생한다(역압전효과). 이러한 전기장과 탄성장의 연성효과를 응용하면 압전재료를 지능재료로 이용할 수 있다. 예를 들면 압전효과는 Sensor(감지기), 역압전효과는 미소변위 Actuator(작동기구)로의 응용을 생각할 수 있다. 압전재료의 등온탄성 문제에 대한 연구는 Toupin,<sup>(12)</sup>

Zhou,<sup>(3,4)</sup> Sosa<sup>(5,6)</sup> 및 Wang<sup>(7)</sup>에 의해 연구되었다. 또한 압전재료의 열탄성문제에 대해서는 Tiersten<sup>(8)</sup>과 Chandrasekharaiah<sup>(9)</sup>가 각각 기초식을 유도하고 있다. Tauchert<sup>(10)</sup>는 압전재료가 접착된 층상복합재료의 정상 열탄성문제의 해석을 하였다. 또한 Ashida<sup>(11,12)</sup> 등은 3종류의 Potential 함수를 이용한 3차원 압전열탄성 문제의 일반해를 제안하고 있다. 또한 그 일반해를 적용하여 Choi<sup>(13)</sup> 등은 무한 압전평판에 대칭가열온도가 작용하는 경우의 3차원 비정상 열응력 문제를 해석하고 있다.

압전재료에 일반적으로 매질가열이 작용하는 경우 열탄성 문제의 해는 대칭가열이 작용하는 경우에 대한 해와 비대칭가열이 작용하는 경우에 대한 해를 중첩하여 유도할 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 비대칭인 부하가 작용하는 압전평판의 과도 문제를 Ashida 등<sup>(11)</sup>이 제안한 Potential 함수법을

\*회원, 조선대학교 기계설계공학과

\*\*일본, 정강대학 공학부 전자공학연구과

\*\*\*회원, 동아전문대학 금형설계학과

\*\*\*\*아시아자동차(주)

적용하여 해석했다. 여기에서 압전재료로는 Cadmium Selenide(CdSe)를 예로 수치계산을 하고 압전평판 내에 발생하는 온도, 탄성변위, 응력, 전위차, 전계의 세기 및 전속밀도 분포의 시간적 경과를 대칭인 매질가열이 작용하는 경우 압전평판 내에 발생하는 것들과 비교, 검토하였다.

## 2. 기초 방정식

결정축 6mm에 속하는 압전재료의 3차원 비정상 열탄성 문제를 고찰해 보자.

탄성장의 구성식은

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= C_{11}\epsilon_{xx} + C_{12}\epsilon_{yy} + C_{13}\epsilon_{zz} - c_1 E_z - \beta_1 T \\ \sigma_{yy} &= C_{12}\epsilon_{xx} + C_{11}\epsilon_{yy} + C_{13}\epsilon_{zz} - c_1 E_z - \beta_1 T \\ \sigma_{zz} &= C_{13}\epsilon_{xx} + C_{13}\epsilon_{yy} + C_{33}\epsilon_{zz} - c_3 E_z - \beta_3 T \\ \sigma_{yz} &= C_{44}\epsilon_{yz} - c_4 E_y \\ \sigma_{zx} &= C_{44}\epsilon_{zx} - c_4 E_x \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})\epsilon_{xy}\end{aligned}\quad (1)$$

로 나타낼 수 있다.

여기에서  $\sigma_{ij}$ 는 응력,  $\epsilon_{ij}$ 는 Strain,  $E_i$ 는 절계의 세기,  $C_{ij}$ 는 탄성계수,  $\beta_i$ 는 열응력계수,  $c_i$ 는 압전계수,  $T$ 는 온도변화로서 다음의 Fourier 열전도 방정식에 의해 지배된다.

$$\Delta_1 T + \lambda^2 T_{,zz} = \frac{T_{,t}}{k} \quad (2)$$

$$\text{단, } \Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad T_{,t} = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \lambda^2 = \frac{\lambda_z}{\lambda_x}$$

또한  $\lambda_i$ 는 열전도율,  $k$ 는 열확산율,  $t$ 는 시간이다. 또한 Strain(변형도)은 탄성변위  $u_i$ 에 의해

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= u_{x,x} \\ \epsilon_{yy} &= u_{y,y} \\ \epsilon_{zz} &= u_{z,z} \\ \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2}(u_{z,x} + u_{x,z}) \\ \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2}(u_{z,y} + u_{y,z}) \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x})\end{aligned}\quad (3)$$

진기장의 구성식은

$$\begin{aligned}D_x &= e_4 \epsilon_{zx} + \eta_1 E_x \\ D_y &= e_4 \epsilon_{zy} + \eta_1 E_y\end{aligned}$$

$$D_z = c_1 \epsilon_{xx} + c_1 \epsilon_{yy} + c_1 \epsilon_{zz} + \eta_3 E_z + p_3 T \quad (4)$$

로 주어진다.

여기에서  $D_i$ 는 전기변위,  $\eta_i$ 는 유전율,  $p_3$ 는 초전율이다. 또한 전계의 세기는 전위  $\Phi$ 에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_x = -\Phi_{,x}, \quad E_y = -\Phi_{,y}, \quad E_z = -\Phi_{,z} \quad (5)$$

영역 내에 전하가 존재하지 않는 경우 전속밀도의 연속조건식은

$$D_{x,x} + D_{y,y} + D_{z,z} = 0 \quad (6)$$

으로 나타낼 수 있다.

3차원 압전열탄성 문제는 Ashida 등<sup>(11)</sup>에 의해 제안된 Potential 함수법을 이용하여 해석할 수 있다. 이 Potential 함수법에 의하면 탄성변위와 전위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_x = (\phi_1 + \phi_2 + \sum_{i=1}^3 l_i \varphi_i)_{,x} + \omega_{,y}$$

$$u_y = (\phi_1 + \phi_2 + \sum_{i=1}^3 l_i \varphi_i)_{,y} - \omega_{,x}$$

$$u_z = (k_1 \phi_1 + j \phi_2 + \sum_{i=1}^3 m_i \varphi_i)_{,z} \quad (7)$$

$$\Phi = \chi + \sum_{i=1}^3 n_i \varphi_{i,z} \quad (8)$$

여기에서 압전열탄성 변위 Potential 함수  $\phi_1$ 과  $\phi_2$  압전 Potential 함수  $\chi$ 는 다음의 편미분방정식에 의해 지배된다.

$$\begin{aligned}\left(\Delta_1 + \mu_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\Delta_1 + \mu_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\Delta_1 + \mu_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi_1 \\ = d_2 \Delta_1 \Delta_1 T + d_1 \Delta_1 T_{,zz} + d_0 T_{,zzzz}\end{aligned}\quad (9)$$

$$\phi_{2,zz} = \frac{1}{\xi_1} (\Delta_1 \phi_1 + \nu_1 \phi_{1,zz} - \delta_1 T) \quad (10)$$

$$\chi_{,z} = \frac{1}{\xi_2} (\Delta_1 \phi_2 + \nu_2 \phi_{2,zz} - \delta_2 T) \quad (11)$$

또한 압전탄성 변위 Potential 함수  $\varphi_i$ 와  $\omega$ 는

$$\Delta_1 \varphi + \mu_i \varphi_{i,zz} = 0 \quad (i=1\sim 3) \quad (12)$$

$$\Delta_1 \omega + \nu_0 \omega_{,zz} = 0 \quad (13)$$

에 의해 지배된다. 단, 식 (7)~(11)에 있어서 계수는 다음과 같다.

$$l_i = 1 + \frac{(\nu_1 - \mu_i)}{\xi_1}$$

$$m_i = k_1 + j \frac{(\nu_1 - \mu_i)}{\xi_1}$$

$$n_i = \frac{(\nu_i - \mu_i)(\nu_2 - \mu_2)}{\xi_1 \xi_2} \quad (i=1 \sim 3)$$

또한  $\nu_i (i=1, 2)$  및  $\mu_i (i=1 \sim 3)$ 는 다음 방정식의 근이다.

$$c_{11} \left( c_{44} + \frac{e_3^2}{\eta_1} \right) \nu^2 + \left[ c_{13}^2 + 2c_{13}c_{44} - c_{11}c_{33} + \frac{(c_{13} + c_{34})(e_1 + e_4)e_4 - c_{11}c_3c_4 - c_{34}e_4^2}{\eta_1} \right] \nu + c_{44} \left( c_{33} + \frac{e_3e_4}{\eta_1} \right) = 0 \quad (14)$$

$$\mu^3 - (\nu_1 + \nu_2 + \eta - a_2\xi_2)\mu^2 + [\nu_1\nu_2 + \eta(\nu_1 + \nu_2) - (\nu_1a_2 + b_2)\xi_2 - a_1\xi_1\xi_2]\mu - \eta\nu_1\nu_2 + \nu_1b_2\xi_2 + b_1\xi_1\xi_2 = 0 \quad (15)$$

그리고

$$a_1 = \frac{e_1 + (1+k_1)e_4}{\eta_1}$$

$$a_2 = \frac{e_1 + (1+j)e_4}{\eta_1}$$

$$b_1 = \frac{k_1e_3}{\eta_1}$$

$$b_2 = \frac{je_3}{\eta_1}$$

$$k_1 = \frac{c_{11}\nu_1 - c_{44}}{c_{13} + c_{44}}$$

$$k_2 = \frac{c_{11}\nu_2 - c_{44}}{c_{13} + c_{44}}$$

$$j = k_1 - \frac{k_1\nu_2c_{11}}{c_{44}} + \frac{c_{11}(e_3 - e_4)}{(e_1 + e_4)(c_{44} + e_4^2/\eta_1)}$$

$$\eta = \frac{\eta_3}{\eta_1}$$

$$\xi_1 = (c_{13} + c_{44}) \left[ \frac{k_2\nu_1}{c_{44}} - \frac{e_3 - \eta e_4}{(e_1 + e_4)(c_{44} + e_4^2/\eta_1)} \right]$$

$$\xi_2 = \frac{e_1 + e_4}{c_{11}}$$

$$\nu_0 = 2 \frac{c_{44}}{c_{11} - c_{12}}$$

$$\delta_2 = \frac{(e_1 + e_4) [k_1\nu_2(c_{44} + e_4^2/\eta_1)\beta_1 - c_{44}(\beta_3 - \beta_0c_4/\eta_1)]}{c_{11} [k_1\nu_2(c_{44} + e_4^2/\eta_1)(e_1 + e_4) - c_{44}(e_3 - \eta c_4)]}$$

$$\delta_1 = \frac{\beta_1}{c_{11}} - \delta_2$$

$$d_2 = \delta_1$$

$$d_1 = \nu_2\delta_1 + \xi_1\delta_2 + \eta\delta_1 - a_2\xi_2\delta_1$$

$$d_0 = \eta(\nu_2\delta_1 + \xi_1\delta_2) - b_2\xi_2\delta_1 + \frac{\xi_1\xi_2\beta_3}{\eta_1}$$

### 3. 압전 Seramics의 3차원 비정상 열응력 해석

#### 3.1 온도장의 해석

먼저 온도가 0에서 일정한 상태하에 있는 결정축 6 mm의 압전 Ceramics 평판을 생각해 보자. 판두께는  $2b$ 로 한다. 이때 초기조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t=0 \text{에서 } T=0 \quad (16)$$

이 평판 윗표면에  $x$ 방향으로 비대칭이며,  $y$ 방향으로 대칭인 매질가열이 작용하고, 아래 표면은 열확산을 받는 것으로 가정한다. 이때 열의 경계조건은

$$z=b \text{에서 } T_{,z} + h_1 T = h_1 T_1 f(x, y) \quad (17)$$

$$z=-b \text{에서 } -T_{,z} + h_2 T = 0 \quad (18)$$

로 나타낼 수 있다.

여기에서  $h_i$ 는 상대 열전달률,  $T_1$ 은 일정한 온도, 또한  $f(x, y)$ 는 매질가열 분포의 상태를 나타내는 함수이며

$$\begin{aligned} f(x, y) &= -f(-x, y) = f(x, -y) \\ &= -f(-x, -y) \end{aligned} \quad (19)$$

이라 가정한다.

초기조건 (16) 하에서 시간변수에 대한 Laplace 변환을 도입하면, 경계조건 (17)과 (18)를 만족하는 열전도 방정식 (2)의 해는 쉽게 유도할 수 있으며 온도는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T &= \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + \sum_{n=1}^\infty C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + \alpha^2 + \beta^2)t} \right\} d\alpha d\beta \quad (20) \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned} [A, B] &= 4 \frac{\lambda}{\pi^2} h_1 f \left[ \left( \gamma \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b + \lambda h_2 \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left( \gamma \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b + \lambda h_2 \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \right] / \\ &\quad \left[ \left( \gamma \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b + \lambda \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left( \gamma \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b + \lambda h_2 \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \gamma \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b + \lambda h_2 \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \\
 & \times \left( \gamma \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b + \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b \right) \\
 \gamma^2 & = \alpha^2 + \beta^2 \\
 \bar{f} & = \int_0^\infty \int_0^\infty f(x, y) \sin \alpha x \cos \beta y dx dy \\
 \lambda & = \sqrt{\lambda_z / \lambda_x} \\
 C_n & = 2\lambda \left[ (A\gamma - BF_n S_n) \sinh \frac{\gamma}{\lambda} b \cos \frac{S_n}{\lambda} b \right. \\
 & \quad \left. + (AS_n + BF_n \gamma) \cosh \frac{\gamma}{\lambda} b \sin \frac{S_n}{\lambda} b \right] / \\
 & \quad \left[ (1 + F_n^2) b + (1 - F_n^2) \right. \\
 & \quad \left. \cdot \frac{\lambda}{S_n} \sin \frac{S_n}{\gamma} b \cos \frac{S_n}{b} \right] (S_n^2 + \alpha^2 + \beta^2) \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$F_n = \frac{\frac{S_n}{\lambda} \sin \frac{S_n}{\lambda} b - h_1 \cos \frac{S_n}{\lambda} b}{\frac{S_n}{\lambda} \cos \frac{S_n}{\lambda} b + h_1 \sin \frac{S_n}{\lambda} b} \quad (22)$$

또한  $S_n$ 은 다음의 초월 방정식을 만족하는 제  $n$ 번째의 정근이다.

$$\tan 2 \left( \frac{S_n}{b} \right) = \frac{(h_1 + h_2) S_n \lambda}{S_n^2 - h_1 h_2 \lambda^2} \quad (23)$$

### 3.2 탄성장과 전장의 해석

평판에 외력이 작용하지 않는 경우, 역학적 경계 조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \pm b \text{에서 } \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0 \quad (24)$$

또한 압전평판의 상하표면에 표면전하가 작용하지 않는 경우, 전기적 경계조건은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$z = \pm b \text{에서 } D_z = 0 \quad (25)$$

식 (20)을 식 (9)에 대입하면 제1 압전열탄성 변위 Potential 함수는

$$\begin{aligned}
 \phi_1 & = \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ Q_1 \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{1n} C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + \alpha^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (26)
 \end{aligned}$$

로 나타낼 수 있다. 마찬가지로 식 (10)과 (11)에 의해 제2 압전열탄성 변위 Potential 함수와 압전 Potential 함수는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \phi_2 & = \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ Q_2 \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{2n} C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + \alpha^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \chi & = \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ Q_3 \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{3n} C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + \alpha^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (28)
 \end{aligned}$$

여기에서

$$Q_1 = \frac{\lambda^2 (\lambda^4 d_2 - \lambda^2 d_1 + d_0)}{(\mu_1 - \lambda^2) (\mu_2 - \lambda^2) (\mu_3 - \lambda^2) \gamma^2}$$

$$Q_2 = \frac{(\nu_1 - \lambda^2) Q_1 \gamma^2 - \delta_1 \lambda^2}{\xi_1 \gamma^2}$$

$$Q_3 = \frac{(\nu_2 - \lambda^2) Q_2 \gamma^2 - \delta_2 \lambda^2}{\xi_2 \lambda \gamma}$$

$$R_{1n} = \frac{\lambda^2 (\lambda^4 \gamma^4 d_2 + \lambda^2 \gamma^2 S_n^2 d_1 + S_n^4 d_0)}{(S_n^2 \mu_1 + \gamma^2 \lambda^2) (S_n^2 \mu_2 + \gamma^2 \lambda^2) (S_n^2 \mu_3 + \gamma^2 \lambda^2)}$$

$$R_{2n} = \frac{(S_n^2 \nu_1 + \gamma^2 \lambda^2) R_{1n} - \delta_1 \lambda^2}{\xi_1 S_n^2}$$

$$R_{3n} = - \frac{(S_n^2 \nu_2 - \gamma^2 \lambda^2) R_{2n} - \delta_2 \lambda^2}{\xi_2 S_n}$$

식 (12)과 (13)를 만족하는 압전탄성 변위 Potential 함수  $\varphi_i (i=1 \sim 3)$ 과 에 있어서 본 문제에 적당한 함수로 다음식을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 \varphi_i & = \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right. \\
 & \quad \left. + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) dad\beta \quad (i=1 \sim 3) \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega & = \int_0^\infty \int_0^\infty \cos \alpha x \sin \beta y \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\nu_0}} z \right. \\
 & \quad \left. + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\nu_0}} z \right) dad\beta \quad (30)
 \end{aligned}$$

여기에서  $G_i$ 와  $H_i (i=1 \sim 3)$  및  $E$ 와  $F$ 는 경계조건 으로부터 결정되는 미정계수이다.

식 (26), (27), (29) 및 (30)을 식 (7)에 대입하면 탄성변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u_x & = - \int_0^\infty \int_0^\infty a \cos \alpha x \cos \beta y \left\{ (Q_1 + Q_2) \right. \\
 & \quad \left. \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{i=1}^3 l_i \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\beta}{\alpha} \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
 & + \sum_{n=1}^3 (R_{1n} + R_{2n}) C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_y = & - \int_0^\infty \int_0^\infty \beta \sin \alpha x \sin \beta y \left\{ (Q_1 + Q_2) \right. \\
 & \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
 & + \sum_{i=1}^3 l_i \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
 & - \frac{\alpha}{\beta} \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
 & + \sum_{n=1}^3 (R_{1n} + R_{2n}) C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_z = & \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ (k_1 Q_1 \right. \\
 & + j Q_2) \frac{\gamma}{\lambda} \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
 & + \sum_{i=1}^3 m_i \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
 & - \sum_{n=1}^3 (k_1 R_{1n} + j R_{2n}) C_n \frac{S_n}{\lambda} \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. + F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (33)
 \end{aligned}$$

식 (11), (12)을 식 (8)에 대입하면 전위는

$$\begin{aligned}
 \phi = & \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ Q_3 \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \left. \right) + \sum_{i=1}^3 \frac{n_i \gamma}{\sqrt{\mu_i}} \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right. \\
 & + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \left. \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{3n} C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. - F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (34)
 \end{aligned}$$

로 나타내진다.

식 (34)를 식 (5)에 대입하면 전체의 세기가 유도된다.

$$\begin{aligned}
 E_x = & \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha \cos \alpha x \cos \beta y \left\{ Q_3 \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \left. \right) + \sum_{i=1}^3 \frac{n_i \gamma}{\sqrt{\mu_i}} \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right. \\
 & + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \left. \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{3n} C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. - F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} \quad (35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_y = & \int_0^\infty \int_0^\infty \beta \sin \alpha x \sin \beta y \left\{ Q_3 \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \left. \right) + \sum_{i=1}^3 \frac{n_i \gamma}{\sqrt{\mu_i}} \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right. \\
 & + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \left. \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{3n} C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. - F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_z = & \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \sin \beta y \left\{ Q_3 \frac{\gamma}{\lambda} \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right. \right. \\
 & + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \left. \right) + \sum_{i=1}^3 \frac{n_i \gamma^2}{\sqrt{\mu_i}} \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right. \\
 & + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \left. \right) + \sum_{n=1}^\infty R_{3n} C_n \frac{S_n}{\lambda} \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
 & \left. - F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (37)
 \end{aligned}$$

식 (31) ~ (33)를 식 (3)에 대입하면 Strain을 구할 수 있다. 또한 이 Strain과 식 (20) 및 식 (35) ~ (37)을 식 (1)에 대입하면 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} = & \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left\{ \left[ - (Q_1 + Q_2) (c_{11} a^2 + \right. \right. \\
 & c_{12} \beta^2) + (Q_1 k + Q_2 j) \frac{c_{13} \gamma^2}{\lambda^2} + Q_3 \frac{e_1 \gamma}{\lambda} - \beta_1 \left. \right] \\
 & \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
 & + \{ - a \beta (c_{11} - c_{12}) \} \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right. \\
 & + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \left. \right) + \sum_{i=1}^3 \left\{ - l_i (c_{11} a^2 \right. \\
 & + c_{12} \beta^2) + m_i \frac{c_{13} \gamma^2}{\mu_i} + n_i \frac{e_1 \gamma^2}{\mu_i} \left. \right\} \\
 & \times \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
 & + \sum_{n=1}^\infty \left\{ - (R_{1n} + R_{2n}) (c_{11} a^2 + c_{12} \beta^2) \right. \\
 & - (R_{1n} k_1 + R_{2n} j) \frac{S_n^2 c_{13}}{\lambda^2} + R_{3n} \frac{S_n e_1}{\lambda} \beta_1 \left. \right\} C_n \\
 & \times \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} \} dad\beta \quad (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{yy} = & \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \\
 & \left\{ \left[ - (Q_1 + Q_2) (c_{12} a^2 + c_{11} \beta^2) \right. \right. \\
 & \left. \left. + (Q_1 k_1 + Q_2 j) \frac{c_{13} \gamma^2}{\lambda^2} + Q_3 \frac{e_1 \gamma}{\lambda} - \beta_1 \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
& + \{ -a\beta (c_{12} - c_{11}) \} \\
& \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ -l_i (c_{12} a^2 + c_{11} \beta^2) + m_i \frac{c_{13} \gamma^2}{\mu_i} \right. \\
& + n_i \frac{c_1 \gamma^2}{\mu_i} \left. \right\} \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - (R_{1n} + R_{2n}) (c_{12} a^2 + c_{11} \beta^2) \right. \\
& - (R_{1n} k_1 + R_{2n} j) \frac{S_n^2 c_{13}}{\lambda^2} + R_{3n} \frac{S_n c_1}{\lambda} \\
& \left. - \beta_1 \right\} C_n \times \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
& \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz} = & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sin ax \cos \beta y \left\{ \left[ - (Q_1 + Q_2) c_{13} \gamma^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + (Q_1 k_1 + Q_2 j) \frac{c_{33} \gamma^2}{\lambda^2} + Q_3 \frac{c_3 \gamma}{\lambda} - \beta_3 \right] \right. \\
& \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ \left( -l_i c_{13} + m_i \frac{c_{33}}{\mu_i} + n_i \frac{c_3}{\mu_i} \right) \gamma^2 \right. \\
& \left. \times \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \right. \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - (R_{1n} + R_{2n}) c_{13} \gamma^2 \right. \\
& \left. - (R_{1n} k_1 + R_{2n} j) \frac{S_n^2 c_{33}}{\lambda^2} \right. \\
& \left. + R_{3n} \frac{S_n c_3}{\lambda} - \beta_3 \right\} C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
& \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (40)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz} = & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} a \cos ax \cos \beta y \\
& \left\{ \left[ (1+k_1) Q_1 + (1+j) Q_2 \right] c_{44} \frac{\gamma}{\lambda} + Q_3 e_4 \right. \\
& \times \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ (l_i + m_i) c_{44} + n_i e_4 \right\} \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} \\
& \times \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
& + c_{44} \frac{\alpha \gamma}{\beta \sqrt{v_0}} \left( E \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ - (1+k_1) R_{1n} + (1+j) R_{2n} \right] c_{44} \frac{S_n}{\lambda} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. + R_{3n} e_4 \right\} \times C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
& \left. + F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{yz} = & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \beta \cos ax \cos \beta y \\
& \left\{ - \left[ (1+k_1) Q_1 + (1+j) Q_2 \right] c_{44} \frac{\gamma}{\lambda} + Q_3 e_4 \right. \\
& \times \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ (l_i + m_i) c_{44} + n_i e_4 \right\} \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} \\
& \times \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
& + c_{44} \frac{\beta \gamma}{\alpha \sqrt{v_0}} \left( E \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ (1+k_1) R_{1n} + (1+j) R_{2n} \right] c_{44} \frac{S_n}{\lambda} \right. \\
& \left. - R_{3n} e_4 \right\} \times C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
& \left. + F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xy} = & (c_{11} - c_{12}) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} a \beta \cos ax \sin \beta y \\
& \left\{ (Q_1 + Q_2) \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \right. \\
& + \sum_{i=1}^3 l_i \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
& + \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2a\beta} \left( E \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} (R_{1n} + R_{2n}) C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right. \\
& \left. + F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \} dad\beta \quad (43)
\end{aligned}$$

마찬가지로 식 (4)에 의해 전속밀도를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
D_x = & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} a \cos ax \cos \beta y \\
& \left\{ \left[ (1+k_1) Q_1 + (1+j) Q_2 \right] e_4 \frac{\gamma}{\lambda} - Q_3 \eta_1 \right. \\
& \times \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ (l_i + m_i) e_4 - n_i \eta_1 \right\} \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} \\
& \times \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) \\
& + \frac{\beta \gamma}{\alpha \sqrt{v_0}} e_4 \left( E \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ - (1+k_1) R_{1n} + (1+j) \right.
\end{aligned}$$

$$R_{2n})e_4 \frac{S_n}{\lambda} - R_{3n}\eta_1 \left] \times C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z - F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (44)$$

$$D_y = \int_0^\infty \int_0^\infty \beta \sin \alpha x \sin \beta y \left\{ \left[ -(1+k_1)Q_1 + (1+j)Q_2 \right] e_4 \frac{\gamma}{\lambda} - Q_3 \eta_1 \right\} \times \left( A \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) + \sum_{i=1}^3 \left\{ -(l_i + m_i) e_4 + n_i \eta_1 \right\} \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} \times \left( G_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) + \frac{\alpha \gamma}{\beta \sqrt{v_0}} e_4 \left( E \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z + F \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{v_0}} z \right) + \sum_{n=1}^\infty \left[ \left\{ (1+k_1)R_{1n} + (1+j)R_{2n} \right\} e_4 \frac{S_n}{\lambda} + R_{3n}\eta_1 \right] \times C_n \left( \sin \frac{S_n}{\lambda} z - F_n \cos \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (45)$$

$$D_z = \int_0^\infty \int_0^\infty \sin \alpha x \cos \beta y \left[ -(Q_1 + Q_2) e_1 \gamma^2 + (Q_1 k_1 + Q_2 j) \frac{e_3 \gamma^2}{\lambda^2} - Q_3 \frac{\eta_3 \gamma}{\lambda} + \rho_3 \right] \times \left( A \cosh \frac{\gamma}{\lambda} z + B \sinh \frac{\gamma}{\lambda} z \right) + \sum_{i=1}^3 \left( -l_i e_1 + m_i \frac{e_3}{\mu_i} - n_i \frac{\eta_3}{\mu_i} \right) \gamma^2 \times \left( G_i \cosh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z + H_i \sinh \frac{\gamma}{\sqrt{\mu_i}} z \right) + \sum_{n=1}^\infty \left\{ -(R_{1n} + R_{2n}) e_1 \gamma^2 - (R_{1n} k_1 + R_{2n} j) \frac{e_3 S_n}{\lambda^2} - R_{3n} \frac{\eta_3 S_n}{\lambda} + \rho_3 \right\} \times C_n \left( \cos \frac{S_n}{\lambda} z - F_n \sin \frac{S_n}{\lambda} z \right) e^{-k(S_n^2 + a^2 + \beta^2)t} \right\} dad\beta \quad (46)$$

식 (40) ~ (42)을 식 (24)에, 그리고 식 (46)을 식 (25)에 대입하면 8개의 미정계수  $G_i$ 와  $H_i$  ( $i=1\sim 3$ ) 및  $E$ 와  $F$ 에 관한 연립 8차방정식을 유도할 수 있으며, 이 연립 8차방정식의 해를 구하는 것에 의해 간단히 전체 미정계수를 결정할 수 있다.

#### 4. 수치 계산

수치계산에 있어서 편의상 다음식으로 주어진 무

차원량을 도입한다.

$$\bar{x} = \frac{x}{b}, \quad \bar{y} = \frac{y}{b}, \quad \bar{z} = \frac{z}{b}$$

$$\bar{t} = \frac{kt}{b^2}, \quad B_i = bh_i, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_1}$$

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{b\alpha_x T_1}, \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\alpha_x Y_x T_1}$$

$$\bar{\Phi} = \frac{|d_i| \Phi}{b\alpha_x T_1}, \quad \bar{E}_i = \frac{|d_i| E_i}{\alpha_x T_1}$$

$$\bar{D}_i = \frac{D_i}{|d_i| \alpha_x Y_x T_1}$$

여기에서  $Y_x$ 는  $x$ 방향 종탄성계수,  $\alpha_x$ 는  $x$ 방향 선 팽창률, 또한  $d_i$ 는 압전율이다.

결정축 6 mm<sup>(14)</sup>에 속하는 Cadmium Selenide (CdSe)을 대상으로 계산을 했다. 그 재료정수는 다음과 같다.

- $c_{11} = 74.1$  GPa
- $c_{12} = 45.2$  GPa
- $c_{13} = 39.3$  GPa
- $c_{33} = 83.6$  GPa
- $c_{44} = 13.2$  GPa
- $\beta_1 = 0.621$  MPaK<sup>-1</sup>
- $\beta_3 = 0.551$  MPaK<sup>-1</sup>
- $e_1 = -0.160$  Cm<sup>-2</sup>
- $e_3 = 0.347$  Cm<sup>-2</sup>
- $e_4 = -0.138$  Cm<sup>-2</sup>
- $\eta_1 = 82.6 \times 10^{-12}$  C<sup>2</sup>N<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>
- $\eta_3 = 90.3 \times 10^{-12}$  C<sup>2</sup>N<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>
- $d_1 = -3.92 \times 10^{-12}$  CN<sup>-1</sup>
- $\rho_3 = -2.94 \times 10^{-6}$  CK<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>
- $Y_x = 42.8$  GPa
- $\alpha_x = 4.4 \times 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>

단, Cadmium Selenide (CdSe)의 열전도율은 문헌에 나타나 있지 않으므로 다음과 같이 가정했다.

$$\lambda^2 = \lambda_z / \lambda_x = 1.5$$

또한 평판의 상부표면에 작용하는 가열 온도분포를 다음과 같이 가정했다.

$$f(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{x} \quad 0 < |\bar{x}| < 1, \quad |\bar{y}| \leq 1$$

$$0 \quad |\bar{x}| > 1, \quad |\bar{y}| \leq 1$$

더우기 BO수는  $B_1 = 1.0$ ,  $B_2 = 0.1$ 로 했다.

Figs. 1~16에는 평판 표면상의  $\bar{y}=0$ 에 대한 온도, 탄성변위, 응력, 전위차, 전계의 세기 및 전속 밀도의  $\bar{x}$ 방향분포를 나타내고 있다.

Figs. 1, 2에는 온도분포의 시간적 경과를 나타내고 있다. 온도는 시간의 경과에 따라 높아지며, 정상상태에서 최고가 됨을 나타내고 있다. 또한 비대칭인 경우, 평판의 상부표면이  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭으로 가열되었기 때문에 가열면에 대한 온도분포는  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭이 되며,  $\bar{x}=0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다. 대칭형인 경우에는 열원에서 극치를 나타내고 있다.

Figs. 3~5에는 탄성변위 분포를 나타내고 있다. Figs. 3, 4에서 비대칭인 온도분포인 경우 가열면에 대한  $\bar{u}_x$ 는  $\bar{x}$ 방향에 대해 대칭인 분포이며, 시간의 경과에 따라 높아지고 있다. 그러나 대칭인 온도분포인 경우에는 비대칭인 분포를 나타내고 있다. 또한 Fig. 5에서 비대칭인 온도분포인 경우,

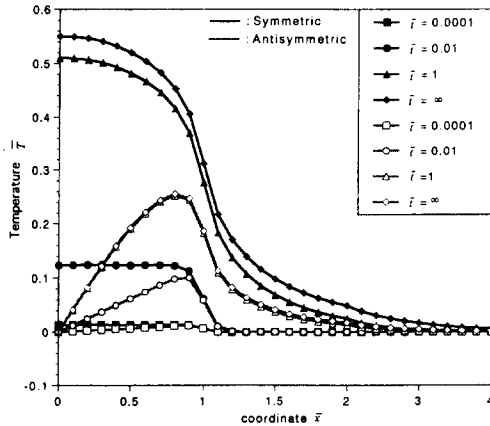


Fig. 1 Temperature distribution on the top surface of the plate

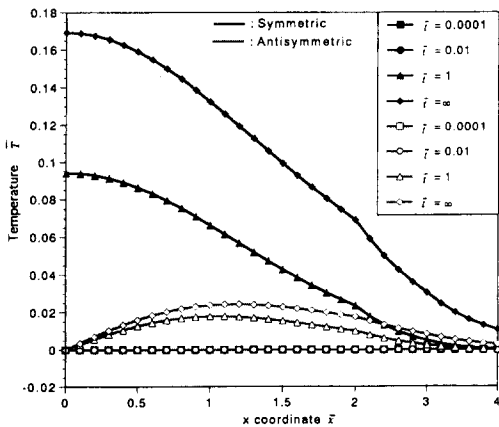


Fig. 2 Temperature distribution on the bottom surface of the plate

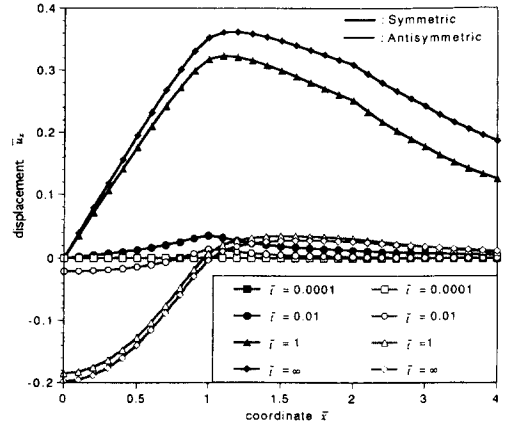


Fig. 3 Displacement distribution  $\bar{u}_x$  on the top surface of plate

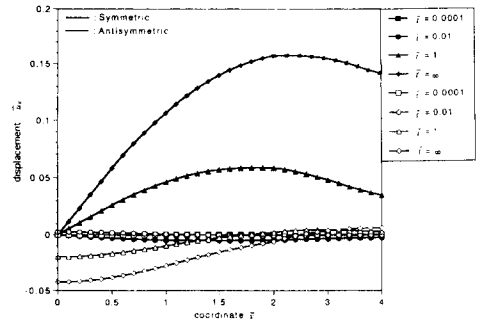


Fig. 4 Displacement distribution  $\bar{u}_x$  on the bottom surface of plate

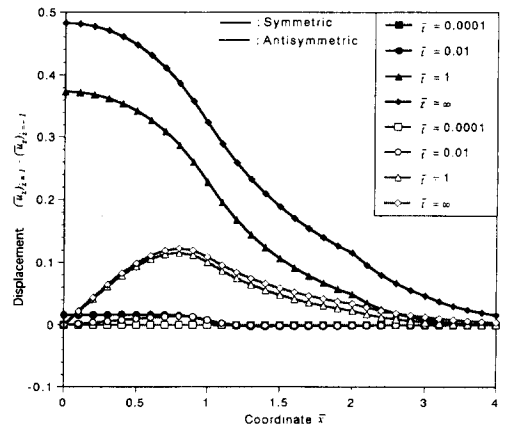


Fig. 5 Transverse elastic displacement difference between the top and bottom surfaces of the plate



관두께 변화는  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭이며,  $\bar{x}=0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다. 대칭인 온도분포인 경우에는  $\bar{x}$ 방향에 대해 대칭이며, 열원 부근에서 극치를 나타내고 있다.

Fig. 6에는 평판 표면 사이의 전위차 분포, Fig. 7~10에는 전계의 세기 분포를 각각 나타내고 있다. 이들 그림에서 보면 전위차, 전계의 세기는 시간의 경과에 따라 커지며, 정상상태에서 최고가 된다.

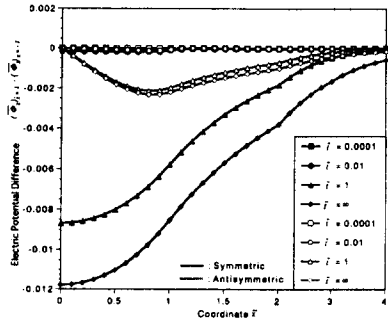


Fig. 6 Electric potential difference between the top and bottom surfaces of the plate

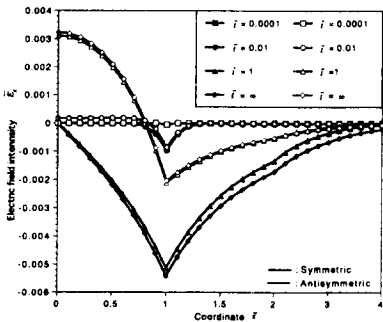


Fig. 7 Electric field intensity  $\bar{E}_x$  on the top surface of the plate

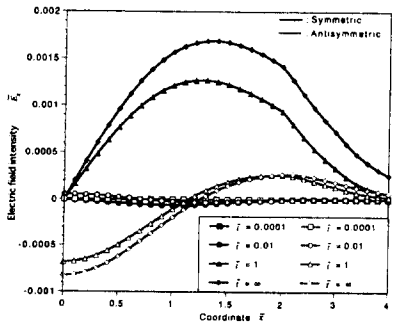


Fig. 8 Electric field intensity  $\bar{E}_x$  on the bottom surface of the plate

다. 전위차와 전계의 세기  $\bar{E}_x$ 는 비대칭인 온도분포인 경우  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭인 분포이며,  $\bar{x}=0.8\sim 0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다. 대칭인 온도분포인 경우에는 열원 부근에서 최대치를 갖는다. 전위차와 전계의 세기  $\bar{E}_z$ 는 비대칭인 온도분포인 경우  $\bar{x}$ 방향에 대해 대칭인 분포이며,  $\bar{x}=0.8\sim 0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다. 한편 전계의 세기  $\bar{E}_z$ 는  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭 분포를 이루고 있다.

Figs. 11~14에는 응력분포를 나타냈다. 이들 그림에서  $\bar{\sigma}_{xx}$ 와  $\bar{\sigma}_{yy}$ 는 비대칭인 온도분포인 경우,  $\bar{x}$ 방향에 대해 비대칭인 분포가 되며,  $\bar{x}=0.7\sim 0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다.  $\bar{\sigma}_{xx}$ 의 절대치는 초기상태에서 시간의 경과에 따라 커지며,  $\bar{t}=0.01$  부근에서 최대가 되고, 그 후에는 작아져서 정상상태에 이르게 된다. 이에 대해  $\bar{\sigma}_{yy}$ 의 절대치는 시간의 경과에 따라 커지며, 정상상태에서 최대가 된다. 이에 대해 대칭 온도분포를 작용시킨 경우에는 시간의 경과에 따라 커지며, 정상상태에서 최대가 된다. 또한 최대치는 열원의 중앙 부근이

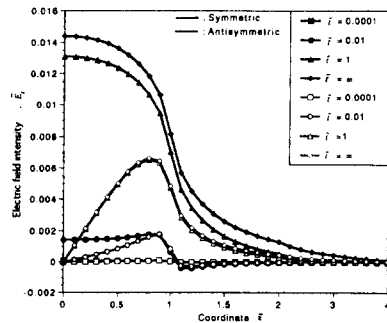


Fig. 9 Electric field intensity  $\bar{E}_z$  on the top surface of the plate

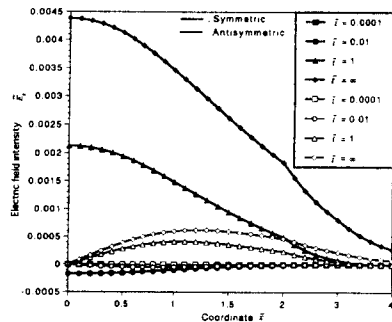


Fig. 10 Electric field intensity  $\bar{E}_z$  on the bottom surface of the plate

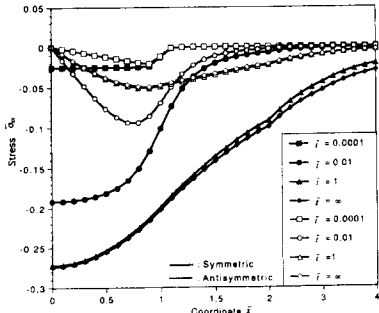


Fig. 11 Thermal stress  $\bar{\sigma}_{xx}$  on the top surface of the plate

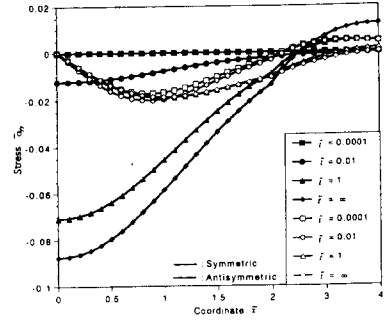


Fig. 14 Thermal stress  $\bar{\sigma}_{yy}$  on the bottom surface of the plate

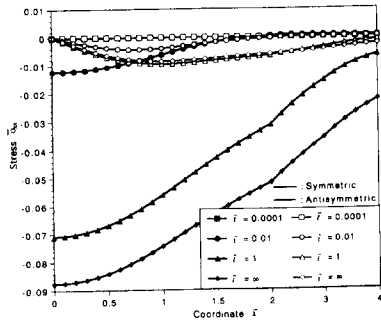


Fig. 12 Thermal stress  $\bar{\sigma}_{xx}$  on the bottom surface of the plate

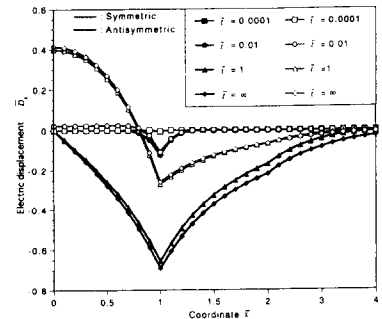


Fig. 15 Electric displacement  $\bar{D}_x$  on the top surface of the plate

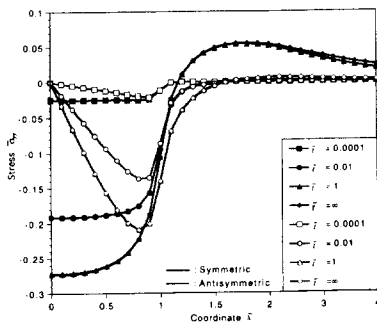


Fig. 13 Thermal stress  $\bar{\sigma}_{yy}$  on the top surface of the plate

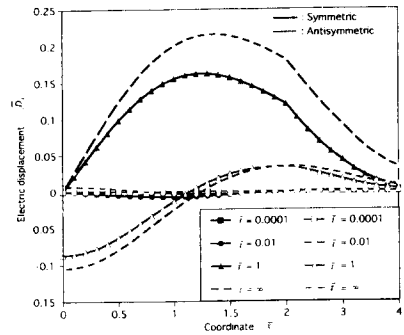


Fig. 16 Electric displacement  $\bar{D}_x$  on the bottom surface of the plate

다. 이 경우 비대칭 온도분포를 작용시킨 경우 정상 상태에서 최대응력이 발생하므로 주의를 요할 필요가 있다고 사료된다.

Figs. 15, 16에는 전속밀도 분포를 나타내고 있다. 전속밀도는 시간의 경과에 따라 커지며, 정상 상태에서 최대가 된다. 전속밀도  $\bar{D}_x$ 는  $\bar{x}$ 방향에 대해 대칭인 분포가 된다.

## 5. 결 론

$\bar{x}$ 방향으로 대칭과 비대칭인 분포의 가열을 받은 압전평판의 열응력 문제를 해석하고, 어떤 특정의 조건에 대한 수치계산을 했을 때, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 비대칭인 가열을 받는 경우, 압전 열탄성분체는 2개의 압전열탄성 변위 Potential 함수  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ , 1개의 압전 Potential 함수  $\chi$  및 4개의 압전 탄성변위 Potential 함수  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 와  $\omega$ 를 적용하여 해석할 수 있었다.

(2) 평판의 가열면에 있어서  $\bar{x}$ 방향 응력은 대칭인 분포의 가열을 받는 경우에는 시간에 따라 커지며, 정상상태에서 최대치를 갖는다. 그러나 비대칭인 분포의 가열을 받는 경우에는 비정상상태  $\bar{t} = 0.01$  부근에서 최대가 된다.

(3) 평판의 표면에 있어서 온도, 탄성변위,  $\bar{y}$ 방향 응력, 전계의 세기 및 전속밀도는 정상상태에서 최대가 된다.

(4) 평판의 표면에 있어서 비대칭인 분포의 가열을 받는 경우, 온도, 관두계의 변화, 응력, 전위차 및  $\bar{z}$ 방향의 전계의 세기는  $\bar{x}$ 방향으로 비대칭인 분포가 되며,  $\bar{x} = 0.7 \sim 0.9$  부근에서 극치를 나타내고 있다. 한편,  $\bar{x}$ 방향의 탄성변위와 전계의 세기는  $\bar{x}$ 방향에 대해 대칭형이 된다.

### 후 기

본 논문은 1995년도 조선대학교 교내 학술연구비 및 우수연구센터의 지원을 받아 연구되었습니다.

### 참고문헌

- (1) Toupin, R. A., 1956, "The Elastic Dielectric," *Journal of National Mechanics and Analysis*, Vol. 5, pp. 849~915.
- (2) Toupin, R. A., 1963, "A Dynamiccal Theory of Elastic Dielectrics," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 1, pp. 101~126.
- (3) Zhou, S. A., Hsieh, P. K. and G. A., 1986, "Electric and Elastic Multipole Defects in Finite Piezoelectric Media," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 12, pp. 1411~1422.
- (4) Zhou, S. A., Hsieh, R. K. T., 1988, "Theoretical Model of Eddy Current Nondestructive Test for Electromagnetoelastic Materials," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 26, pp. 13~26.
- (5) Sosa, H., 1991, "Plane Problems in Piezoelectric Media with Defects," *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 28, pp. 491~505.
- (6) Sosa, H. A. and Pak, Y. E., 1990, "Three-Dimensional Eigenfunction Analysis of a Piezoelectric Material," *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 29, pp. 1~15.
- (7) Tiersten, H. F., 1971, "On the Nonlinear Equations of Thermoelasticity," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 9, pp. 587~604.
- (8) Wang, B., 1992, "Three-dimensional Analysis of an Ellipsoidal Inclusion in a Piezoelectric Material," *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 29, pp. 293~308.
- (9) Chandrasekharaiah, D. S., 1988, "A Generalized Linear Thermoelasticity Theory for Piezoelectric Media," *Acta Mechanica*, Vol. 71, pp. 39~49.
- (10) Tauchert, T. R., 1992, "Piezothermoelastic Behavior of a Laminated Plate," *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 15, pp. 25~37.
- (11) Ashida, F., Tauchert, T. R. and Noda, N., 1994, "A General Solution Technique for Piezothermoelasticity of Hexagonal Solids of Class 6 mm in Cartesian Coordinates," *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 74, pp. 87~95.
- (12) Asida, F., Tauchert, T. R. and Noda, N., 1993, "Response of a Piezothermoelastic Plate of Crystal Class 6 mm Subject to Axisymmetric Heating," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 31, No. 3, pp. 373~384.
- (13) Choi, J., Ashida, F. and Noda, N., 1995, "Transient Piezothermoelasticity of a Hexagonal Plate of Class 6 mm Arch," *Appl. Mechanics*, Vol. 65, pp. 24~37.
- (14) Berlincourt, D., Jaffe, H. and Shiozawa, L. R., 1963, "Eletroelastic Properties of the Sulfides Selenides and Tellurides of Zinc Cadminum," *Physical Review*, Vol. 129, pp. 1009~1017.