

<논 문>

## 예혼합화염 영역에서 확산화염의 불안정성에 관한 연구

이 수 룡\* · 김 종 수\*\*

(1997년 3월 13일 접수)

### Diffusion-Flame Instability in the Premixed-Flame Regime

Su-Ryong Lee and Jong-Soo Kim

**Key Words :** Diffusion Flame(확산화염), Stability(안정성), Extinction(소멸), Pulsation(맥동), Cellular Instability(셀모양 불안정성)

#### Abstract

The diffusional-thermal instability of diffusion flames in the premixed-flame regime is studied in a constant-density two-dimensional counterflow diffusion-flame configuration, to investigate the instability mechanism by which periodic wrinkling, travelling or pulsating of the reaction sheet can occur. Attention is focused on flames with small departures of the Lewis number from unity and with small values of the stoichiometric mixture fraction, so that the premixed-flame regime can be employed for activation-energy asymptotics. Cellular patterns will occur near quasisteady extinction when the Lewis number of the more completely consumed reactant is less than a critical value ( $\approx 0.7$ ). Parametric studies for the instability onset conditions show that flames with smaller values of the Lewis number and stoichiometric mixture fraction and with larger values of the Zel'dovich number tend to be more unstable. For Lewis number greater than unity, near-extinction flames are found to exhibit either travelling instability or pulsating instability.

기 호 설 명	
$A_F$	: 연료측 혼합분율값
$a$	: 스트레이너인자
$B$	: 충돌빈자인자
$c_p$	: 정압비열
$D$	: 물질확산계수
$D_T$	: 열확산계수
$Da$	: Damköhler 수
$E$	: 활성화에너지
$f$	: 정규화인자
$G$	: Green 함수, 식 (21)
$H$	: 종엔탈피
$H_1$	: 과잉엔탈피
$\bar{H}_1, \hat{H}_1$	: 정상상태, 섭동 과잉엔탈피
$k$	: 가로방향의 무차원파동수
$L, L_p$	: Lewis 수, 임계 Lewis 수
$\ell$	: 축약 Lewis 수, 식 (6)
$m$	: 열손실인자, 식 (24)
$Q$	: 열발생률
$q$	: 열발생인자
$R$	: 기체상수
$T$	: 온도
$T_b$	: $T_b(1+q)$
$t$	: 무차원시간
$v$	: 속도
$x, y, z$	: 무차원 공간좌표

\*회원, 서울산업대학교 자동차공학과

\*\*한국과학기술연구원 환경연구센터

- $Y$  : 질량분율
- $\bar{Y}, \bar{Y}'$  : 정상상태, 섭동 질량분율
- $y_r$  : 화염면위치
- $\bar{y}_r, \bar{y}_r'$  : 정상상태, 섭동 화염면위치
- $Z$  : 혼합분율
- $\bar{Z}, \bar{Z}'$  : 정상상태, 혼합분율

그리스문자

- $\alpha$  : 열팽창인자,  $=q/1+q$
- $\beta$  : Zel'dovich 수
- $\epsilon$  : 작은 섭동매개변수
- $\eta$  : 화염면에 설정된 무차원좌표
- $\theta$  : 무차원온도
- $\Lambda$  : 축약 Damköhler 수, 식 (26)
- $\xi$  : 확장변수, 식 (22)
- $\rho$  : 밀도
- $\sigma$  : 섭동의 무차원 증가율
- $\omega$  : 화학반응률

하첨자

- $c$  : 임계조건
- $E$  : 소염조건
- $F$  : 연료
- $O$  : 산화제
- $r$  : 화염면

1. 서 론

층류화염의 고유 불안정성 (intrinsic instability) 은 난류화염으로의 전이과정과 관련하여 불안정성을 야기시키는 메카니즘을 규명하기 위하여 많은 연구가 수행되었다. 예혼합화염의 경우, 부족화합종의 물질확산이 열확산보다 클 때 셀모양의 불안정성 (cellular instability) 이 나타나며 이러한 물질확산-열전도 불안정성 (diffusional-thermal instability) 은 Sivashinsky<sup>(1)</sup>에 의해 이론적으로 규명되었다. 또한 부족화합종의 물질확산이 열확산에 비해 작을 경우에는 화염전파속도가 맥동하는 불안정성 (pulsating instability) 이 나타난다.<sup>(2)</sup> 이러한 영향에 대한 연구는 주로 예혼합화염에 국한 되어 있고 확산화염에 관한 연구는 불과 몇편의 실험에 관한 연구만이 발표되었으나,<sup>(3-5)</sup> 최근 Kim 등에 의해 확산화염에 대한 물질확산-열전도 불안정성에

관한 이론적인 해석이 발표되었다.<sup>(6,7)</sup> Kim 등<sup>(6)</sup>은 일차원 확산화염을 모델로하여 일단계 총체 화학반응에 대한 활성화에너지 점근법을 이용하여 불안정성에 관한 연구를 하였고, Lewis 수가 작을 때 소염근처에서 물질확산-열전도의 영향에 의해 가로방향으로 강한 화염대와 국소 소염대가 번갈아 나타나는 줄무늬 모양 (striped pattern) 의 불안정성이 나타남을 보여주었다.

일반적으로 연소해석에서 활성화에너지는 매우 큰 값을 가지므로 화학반응이 최대온도 부근에 국한 된다. 이때 반응지역의 두께는 기하학적인 특성 길이에 비해 매우 작으며, 시스템의 열에너지 (thermal energy) 에 대한 총체 활성화에너지 (overall activation energy) 의 비로서 정의된 Zel'dovich 수  $\beta$ 를 큰 매개변수로 하여 활성화에너지 점근법 (activation energy asymptotics) 을 이용하여 화염 해석을 할 수 있다. 확산화염은 이러한 큰 매개변수  $\beta$ 에 따라 예혼합화염 영역 (premixed-flame regime) 및 확산화염 영역 (diffusion-flame regime) 등 두 가지 영역으로 나눌 수 있다.<sup>(8)</sup> 즉 확산화염 영역은 반응지역에서 연료와 산화제의 농도가  $\beta^{-1}$ 의 차수로서 두 반응물 모두 상당히 적은 양만이 존재한다. 반면에 예혼합화염 영역은 반응지역에서 하나의 반응물의 농도가  $\beta^{-1}$  차수 (order) 정도로 적고 다른 반응물의 농도는 차수 1로서 비교적 많이 존재하는 경우이며, 혼합분율에 대한 기본 화염

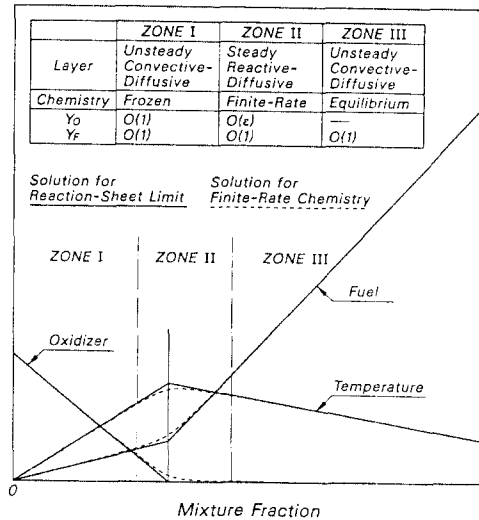


Fig. 1 Schematic diagram of the diffusion-flame structure in the premixed-flame regime in terms of the mixture fraction coordinate

구조를 도시하면 Fig. 1과 같다. 만약 경계온도가 단일화염보다 낮을 경우, 확산화염 영역은 모든 혼합분율(mixture fraction)의 화학양론값(stoichiometric value)에 대해 존재할 수 있지만, 예혼합화염 영역이 존재하기 위해서는 혼합분율의 화학양론값이 0 이나 1에 근접해야 한다. 일반적으로 수소-공기 또는 탄화수소-공기등과 같은 확산화염에서 혼합분율의 화학양론값은 0.1보다 작기 때문에 예혼합화염 영역이 무리없이 적용될 수 있다.

Kim 등<sup>(6,7)</sup>에 의해 최근에 발표된 확산화염의 불안정성에 관한 이론적인 연구는 확산화염 영역에 국한된 것이다. 그러나 앞에서 언급한 바와 같이 확산화염의 영역과 예혼합화염의 영역은 화염구조가 서로 다르기 때문에 불안정성의 거동 또한 서로 다를 수 있다. 확산화염 영역에서는 반응물들의 농도가 반응지역에서 적어야 하기 때문에 반응지역의 거동이 화학양론면(stoichiometric surface) 주위의 비교적 작은 범위내로 국한된다. 따라서 불안정성은 화염의 주름의 형태로 나타나지 않고 반응강도의 강약으로 나타나 평행면을 따라 줄무늬형태로 계속 나타난다. 반면에 예혼합화염 영역에서는 항상 반응물중 하나가 반응지역에 많이 존재하므로 부족한 반응물의 유입률(influx rate)과 균형을 이루도록 반응지역이 스스로 조절되어 화염면이 주기적으로 주름(periodic wrinkling)을 갖게 된다. 따라서 예혼합화염의 해석과 비슷하지만 예혼합화염과는 화염구조가 다르고 경계조건이 서로 상이하므로 불안정성의 거동은 예혼합화염과는 다를 것으로 예상된다.

본 연구에서는 대항류 유동장을 모델로 하여 확산화염의 예혼합영역에 대한 물질확산-열전도 불안정성에 관한 연구를 하였다. 본 연구의 해석은 혼합분율의 화학양론값이 매우 작은 경우에만 해석을 하였으나, 화학양론값이 1에 근접할 경우에도 똑같이 적용할 수 있다.

## 2. 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서는 연소해석에 널리 사용되고 있는 이차원 대항류 유동장을 모델로 채택하였으며, Fig. 2에 도시하였다. 유동장은  $(v_x, v_y, v_z) = (a\bar{x}, -a\bar{y}, 0)$ 로 주어지며 여기에서  $a$ 는  $dv_x/dx$ 로 정의된 스트레이인율 인자(star-in-rate parameter)이다. 공간좌표 및 시간은 혼합층의 특성길이

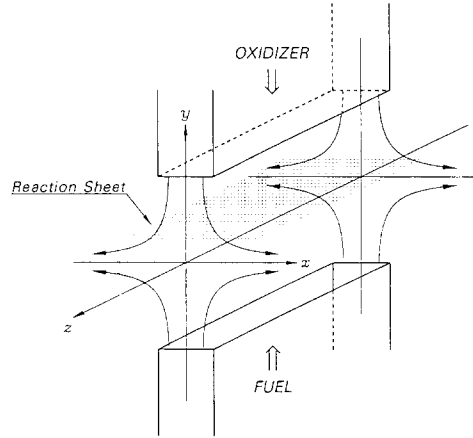


Fig. 2 Schematic diagram of the two dimensional counterflow diffusion flame

$\sqrt{2D_T/a}$ 와 특성시간  $2/a$ 로 무차원화하여 다음과 같이 정의되었다.

$$(x, y, z) \equiv \sqrt{\frac{a}{2D_T}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}), t \equiv \frac{aT}{2} \quad (1)$$

본연구에서는, 확산화염의 불안정성에 관한 정량적인 특성을 정확하게 예측하기 보다는 물질확산-열전도에 의한 불안정성이 존재하는가에 초점을 맞추었기 때문에, 이론해석을 단순화하기 위하여 여러 가지 가정을 도입하였다. 연료와 산화제의 물질확산계수는, 가능한한 편중확산(preferential diffusion)효과의 영향을 배제하기 위하여, 동일하다고 가정하였고  $D$ 로 표시하였으며, 시스템의 열확산계수는  $D_T$ 로 하였다. 온도는 소모되는 산화제의 질량 당 열발생률  $Q$ 와 정압비열  $c_p$ 로서 정의된 특성 온도  $QY_{O_0}/c_p$ 로 무차원화하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\theta \equiv \frac{c_p(T - T_0)}{QY_{O_0}} = \frac{T - T_0}{qT_0} \quad (2)$$

여기에서  $T$ 는 온도,  $T_0$ 는 산화제측의 온도,  $q$ 는  $q \equiv QY_{O_0}/(c_p T_0)$ 로 정의된 열발생인자이다. 또한 물질확산 및 열전도에 의한 불안정성 효과를 확인하기 위하여  $q \ll 1$ 로 가정하여, 열적팽창을 무시하였고, 밀도  $\rho$ 와 확산계수  $D$ 와  $D_T$ 를 전체 유동장에 대하여 일정하다고 하였다. 물질확산에 대한 열확산의 비  $D_T/D$ 로 정의되는 Lewis 수는  $L$ 로 표시하고 일정하다고 가정하였다. 화학반응은 연료 및 산화제의 농도에 대하여 일차반응인 일단계 총체화학반응

$$\omega = \rho B Y_o Y_F \exp(-E/RT) \quad (3)$$

으로 가정하였고, 이때  $B$ 는 충돌빈도인자,  $E$ 는 활성화에너지 그리고  $R$ 은 단위질량당 기체상수 이다. 화염의 구조해석에서 필요한 큰 전개매개변수 (large expansion parameter)로서 다음과 같이 정의된 Zel'dovich 수

$$\beta \equiv \frac{E q}{RT_o(1+q)^2} = \frac{E Q Y_{o0}}{R c_p T_o^2} \quad (4)$$

를 사용하였고, 여기에서  $T_b = T_o(1+q)$ 이다. 따라서 Zel'dovich 수에 대하여 반응률을 다시 표시하면

$$\omega = \rho B Y_o Y_F \exp(-E/RT_b) \times \exp\left[\frac{\beta(\theta-1)}{1+\alpha(\theta-1)}\right] \quad (5)$$

와 같고,  $\alpha$ 는  $\alpha \equiv q/(1+q) = (T_b - T_o)/T_o$ 로 정의된 열팽창인자이며 전술한 바와 같이 매우 작은 값으로 가정하였다.

본해석에서는 Lewis 수가 1에 근접하는 특별한 극한(distinguished limit)의 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 그리고 Lewis 수가 1로부터 벗어나는 정도를 보여주는 축약 Lewis 수(reduced Lewis number)  $\ell$ 을 다음과 같이 정의 하였다.

$$\ell = \beta(L-1) \quad (6)$$

이러한 가정하에서, 이차원 대향류 유동장에 대한 화학종 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Y_o}{\partial y^2} + 2y \frac{\partial Y_o}{\partial y} + \frac{\partial^2 Y_o}{\partial z^2} - \frac{\partial Y_o}{\partial t} = Da Y_o Y_F \exp\left[\frac{\beta(\theta-1)}{1+\alpha(\theta-1)}\right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} + 2y \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} + 2y \frac{\partial H_1}{\partial y} + \frac{\partial^2 H_1}{\partial z^2} - \frac{\partial H_1}{\partial t} = 2y \frac{\partial Y_o}{\partial y} - \frac{\partial Y_o}{\partial t} \quad (9)$$

여기에서  $Da$ 는 Damköhler 수이며,  $Da \equiv (2B/a) \exp(-E/RT_o)$ 로 정의되었다. 위의 지배방정식에서 혼합분율(mixture fraction)  $Z$ 와 총엔탈피(total enthalpy)  $H$ 는 다음과 같다.

$$Z = Y_F - Y_o$$

$$H = \theta + Y_o/L = H_o + \frac{\ell}{\beta} H_1 + \dots \quad (10)$$

산화제의 질량분율  $Y_o$ 의 분포를 알면,  $Z$ 와  $H$ 로

부터 질량분율 및 온도 분포를 구할 수 있다.  $H_o$ 에 대한 보존방정식은  $H_o$ 가  $Z$ 에 대해 선형함수로 표현될 수 있기 때문에 생략하였다. 산화제 및 연료 측의 경계온도를 같다고 가정하면, 위의 지배방정식에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$Y_o \rightarrow 1, Z \rightarrow -1, H_o \rightarrow 1,$$

$$H_1 \rightarrow 1 \text{ as } y \rightarrow \infty$$

$$Y_o \rightarrow 0, Z \rightarrow A_F, H_o \rightarrow 0,$$

$$H_1 \rightarrow 0 \text{ as } y \rightarrow -\infty \quad (11)$$

$H_o$ 가  $Z$ 에 대해 선형함수이므로 경계조건을 적용하면

$$H_o = \frac{A_F - Z}{1 + A_F} \quad (12)$$

이고, 여기에서  $A_F$ 의 값은 적어도  $\beta$ 의 차수(order)를 가진다고 가정하면 화학양론혼합분율(stoichiometric mixture fraction)  $(1+A_F)^{-1}$ 은  $\beta^{-1}$ 의 차수를 가지게 되어 예혼합화염 영역의 경우에 해당된다. 일반적으로 대부분의 탄화수소-공기의 화염의 경우 당량혼합분율은  $\beta^{-1}$  정도의 차수를 갖는다.

### 3. 해석방법

활성화에너지가 매우 큰 경우, 화학반응은 최대 온도 부근에 국한되므로 먼저 부한화학반응물을 고려하여 화염면 극한으로부터 반응지역을 계산한다. 유산화학반응물의 효과는 Zel'dovich 수를 큰 매개변수로 하는 활성화에너지 점근법을 사용하여 고려한다. 각 화염위치에 대하여 그에 해당되는 Damköhler 수를 외부화염면해(outer reaction-sheet solution)와 내부반응지역해(inner reaction-sheet solution)의 접합조건으로 부터 구할 수 있다.  $B$ ,  $E$  및  $q$  등 시스템의 물리화학적 인자(physico-chemical parameter)들이 주어지면, Damköhler 수의 정의로 부터 스트레인을 인자인  $a$ 를 구할 수 있다.

화염의 불안정성을 해석하기 위하여, 화염면 위치  $y_r$ 을 정상상태의 화염면위치  $\bar{y}_r$ 로부터 섭동(perturbation)시킨다. 선형불안정성(linear instability)에만 초점을 맞추기 위하여 화염면 위치를 다음과 같이 조화함수 형태로 전개하였다.

$$y_r = \bar{y}_r + \varepsilon \bar{y}_r \exp(ikz + \sigma t) \quad (13)$$

여기에서  $\varepsilon$ 은 선형안정성해석과 관련된 작은 섭

동매개변수 (small perturbation parameter) 이며,  $k$  는 가로방향 (transverse direction) 의 무차원 파동수 (wave number),  $\sigma$  는 가해진 섭동의 무차원 증가율 (nondimensional growth rate) 이다. 만약  $\sigma$  의 실수부분이 양수이면 화염면의 섭동은 시간에 따라 증가하게 되고 결국 불안정성이 나타나게 된다. 화염면의 위치가 시간 및 가로축에 대한 함수이므로 해석상의 간편함을 위하여, 다음과 같이 화염면에 설정된 좌표를 도입하였다.

$$\eta = y - y_r = y - \bar{y}_r - \varepsilon \bar{y}_r \exp(ikz + \sigma t) \quad (14)$$

화염면에서 섭동이 있는 경우, 각 변수에 대해 역시 조화함수 형태로 전개하였다.

$$\begin{aligned} Y_o &= \bar{Y}_o(\eta) + \varepsilon \bar{Y}_o(\eta) \bar{y} \exp(ikz + \sigma t) \\ Z &= \bar{Z}(\eta) + \varepsilon \bar{Z}(\eta) \bar{y}_r \exp(ikz + \sigma t) \\ H_1 &= \bar{H}_1(\eta) + \varepsilon \bar{H}_1(\eta) \bar{y}_r \exp(ikz + \sigma t) \end{aligned} \quad (15)$$

위의 식을 지배방정식에 대입하고 각 차수 (order) 에 따라 항을 모아서 다시 쓰면, 선행차수 (leading order) 와  $\varepsilon$  차수는 정상상태와 섭동된 상태의 지배방정식과 경계조건을 각각 얻을 수 있다. 이때 증가율  $\sigma$  와 “ $\sim$ ” 를 갖는 양들은 복소수값을 가질 수 있으나, 안정성의 해석에 필요한 것은 복소수값의 실수부분에 있다.

#### 4. 정상상태 평면화염의 해석

무한히 큰 Zel'dovich 수의 경우, 화염면의 위치는  $\bar{y}_r$  이며, 정상상태에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(\bar{Y}_o) &= \mathcal{O}(\bar{Z}) = 0 \\ V(\bar{H}_1) &= 2(\eta + \bar{y}_r) \frac{d\bar{Y}_o}{d\eta} \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서 연산자 (operator)  $\mathcal{O}$  는 다음과 같이 정의되었다.

$$\mathcal{O} \equiv \frac{d^2}{d\eta^2} + 2(\eta + \bar{y}_r) \frac{d}{d\eta} \quad (17)$$

경계조건은 앞의 식 (11) 과 같다.

무한 화학반응물을 고려할 경우 화염면을 통하여 산화제의 누출이 없으므로 산화제의 질량분율에 대해 화염면 극한의 해는

$$\bar{Y}_o = \begin{cases} 1 - \frac{\text{erfc}(\eta + \bar{y}_r)}{\text{erfc}(\bar{y}_r)} & \text{for } \eta > 0 \\ 0 & \text{for } \eta < 0 \end{cases} \quad (18)$$

이다. 그러나 화학반응물이 유한할 경우 화염면을 통하여 산화제가  $\beta^{-1}$  차수 정도의 누출이 존재할 수 있다. 무한 화학반응물을 고려한 해는

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= -1 + \frac{A_F + 1}{2} \text{erfc}(\eta + \bar{y}_r) \\ \bar{H}_1 &= 1 - \frac{1}{2} \text{erfc}(\eta + \bar{y}_r) \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} 2(\xi + \bar{y}_r) \frac{d\bar{Y}_o}{d\xi} G(\eta; \xi) d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

이며, 여기에서  $G(\eta; \xi)$  는 Green 함수로서

$$\frac{d^2 G}{d\eta^2} + 2(\eta + \bar{y}_r) \frac{dG}{d\eta} = -\delta(\eta - \xi) \quad (20)$$

를 만족하며,  $\eta \rightarrow \pm\infty$  에서 동차경계조건 (homogeneous boundary condition) 을 갖는다.

Green 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G(\eta; \xi) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{4} e^{(\xi + \bar{y}_r)^2} [2 - \text{erfc}(\xi + \bar{y}_r)] \text{erfc}(\eta + \bar{y}_r) & \text{for } \eta > \xi, \\ \frac{\sqrt{\pi}}{4} e^{(\eta + \bar{y}_r)^2} \text{erfc}(\xi + \bar{y}_r) [2 - \text{erfc}(\eta + \bar{y}_r)] & \text{for } \eta < \xi. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

유한한  $\beta$  값에 대하여  $Da = Da(\bar{y}_r; \beta)$  의 관계식을 얻기 위하여, 유한화학반응물을 고려하여 반응지역의 구조를 해석한다. 반응지역이 매우 좁기 때문에 이를 확장하기 위하여 적절한 확장변수

$$\bar{Y}_o = \beta^{-1} \varphi(\xi) + \dots, \quad \xi = \beta f \eta \quad (22)$$

를 도입한다. 이때,  $f$  는 정규화인자 (normalizing factor) 로서  $f \equiv (d\bar{Y}_o/d\eta) |_{\eta=0} = (2/\sqrt{\pi}) e^{-\bar{y}_r^2} / \text{erfc}(\bar{y}_r)$  이며 반응물의 소모율을 나타낸다.  $\bar{Z}$  와  $\bar{H}$  의 연계함수로부터 반응지역에서 연료 및 온도의 분포를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_F &= \bar{Z}_r + O(\beta^{-1}) \\ \theta &= \bar{H}_{0,r} + \frac{\ell}{\beta} \bar{H}_{1,r} - \beta^{-1} (\varphi + m\xi) + O(\beta^{-2}) \end{aligned} \quad (23)$$

여기에서 열손실 인자  $m$  은 화염면에서 산화제의 유입율에 대한 후류로의 열손실률의 비로서 다음과 같이 정의된다.

$$m \equiv \frac{1}{f} \frac{d\bar{H}_0}{d\eta} |_{\eta=0} = \frac{1}{2} \text{erfc}(\bar{y}_r) = \frac{1 + \bar{Z}_r}{1 + A_F} \quad (24)$$

이때  $(1 + A_F)$  가  $\beta$  의 차수를 갖고 있으므로  $m$  의 차수는  $\beta^{-1}$  이다.

위의 내부전개식들을 식 (7) 에 대입하면, 내부 반응지역에 대한 지배방정식은

$$2 \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} = \Lambda \varphi \exp(-\varphi)$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} \rightarrow 0 \text{ as } \xi \rightarrow -\infty, \quad \frac{d\varphi}{d\xi} \rightarrow 1 \text{ as } \xi \rightarrow \infty,$$

(25)

와 같고, 경계조건은 외부 비반응지역의 기율기와 접합조건(matching condition)으로부터 얻을 수 있다. 위의 식에서  $\Lambda$ 는 축약 Damköhler 수(reduced Damköhler number)로서 다음과 같다.

$$\Lambda \equiv \frac{2Da\bar{Z}_r}{\beta^2 f^2} \exp\left[-\frac{\beta}{1+A_F}(1+\bar{Z}_r) + \ell\bar{H}_{1,r}\right]$$

(26)

$\Lambda$ 는 위의 내부 지배방정식의 고유값(eigenvalue)이며, 위의 지배방정식을 에너지적분(energy integral)하여 값을 구하면  $\Lambda=1$ 이다. 식 (26)의 관계식에서 소멸조건(extinction condition)을 결정할 수 있다. Fig. 3에  $A_F=12$ ,  $\beta=12$  일 때 여러 가지 축약 Lewis 수  $\ell$ 에 따른 소멸조건을 도시하였다. Lewis 수가 작은 화염일수록, 즉  $\ell$ 이 클수록 소멸 Damköhler 수는 작아져서 그 결과 점점 강한 화염이 됨을 알 수 있다. 만약 비도인자 B가 주어지면 Damköhler 수의 정의에 의해 소멸 스트레인율(extinction strain rate)을 구할 수 있다.

### 5. 불안정성 해석

화염에 가해진 매우 작은 섭동의 시간에 따른 거동을 살펴봄으로써 화염의 불안정성을 알 수 있다. 화염에 가해진 섭동은 선형해석에 국한하므로 식 (15)와 같이 조화함수 형태로 주어지며 이를 지배방정식에 대입하여 정리하면 산화제, 혼합분을 빛 엔탈피의 교란(disturbance)에 대한 미분방정식들은

$$\Phi(\bar{Y}_0) - (\sigma + k^2)\bar{Y}_0 + (\sigma + k^2 + 2)\frac{d\bar{Y}_0}{d\eta} = 0$$

$$\Phi(\bar{Z}) - (\sigma + k^2)\bar{Z} + (\sigma + k^2 + 2)\frac{d\bar{Z}}{d\eta} = 0$$

$$\Phi(\bar{H}_1) - (\sigma + k^2)\bar{H}_1 + (\sigma + k^2 + 2)\frac{d\bar{H}_1}{d\eta}$$

$$= 2(\eta + \bar{y}_r)\frac{d\bar{Y}_0}{d\eta} - \sigma\bar{Y}_0 + (\sigma + 2)\frac{d\bar{Y}_0}{d\eta} \quad (27)$$

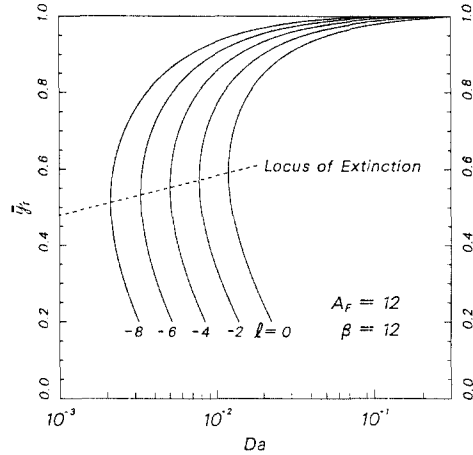


Fig. 3 Variations of the reaction-sheet location with Damköhler number for various values of the reduced Lewis number  $\ell$

이며  $\eta = \pm\infty$ 에서 동차경계조건을 갖는다.

위의 방정식에서 증가율  $\sigma$ 를 구하기 위해서는 유한화학반응물과 관계된 부가적 점프조건(jump condition)이 필요하다. 화염에 가해진 교란의 시간 및 파장(wavelength) 척도(scale)는 외부 대류-확산지역의 척도와 거의 같은 차수를 갖는다. 그러나 내부 반응-확산지역은 특성두께가 외부 대류-확산지역보다  $\beta^{-1}$  차수만큼 작으므로 특성시간이 외부 대류-확산지역의 시간보다  $\beta^{-2}$  차수만큼 작게 된다. 그러므로 반응지역은 주어진 교란에 대하여 언제나 준정상상태의 평면화염으로 유지하게 된다. 따라서 앞에서 해석한 정상상태의 반응지역 해석은 계속 유효하며, 정상상태의 해인 식 (26)을 주어진 교란량에 대하여 선형화함으로서 다음과 같은 점프조건을 얻을 수 있다.

$$\frac{2}{f} \frac{d\bar{Y}_0}{d\eta} \Big|_{\eta=0^+} + \left[ \frac{\beta}{1+A_F} - \frac{1}{\bar{Z}_r} \right] \bar{Z}_r + \ell\bar{H}_{1,r} = 0$$

(28)

위의 지배방정식 (27)과 점프조건 (28)을 사격법(shooting method)을 이용하여 수치적으로 적분하였다.

### 6. 결과 및 검토

#### 6.1 셀모양의 불안정성(L < 1)

Lewis 수가 1보다 작을 때 증가율  $\sigma$ 는 실수값으로 존재한다. 화염의 한계안정조건(marginal stability condition)은 파동수  $k$ 과 증가율  $\sigma$ 의 관

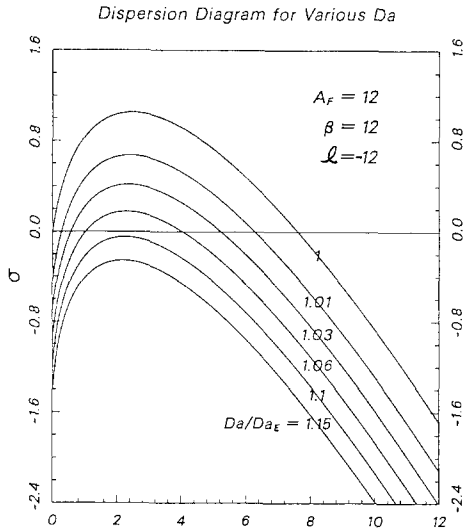


Fig. 4 Dispersion relation for various values of Damköhler number with  $l = -12$ ,  $\beta = 12$  and  $A_F = 12$

계, 즉 분산관계(dispersion relation)로 부터 알 수 있으며, 여러 Damköhler 수에 대하여  $l = -12$  인 경우 Fig. 4에 도시하였다. Damköhler 수가 클 경우 모든 파동수에 대하여  $\sigma < 0$ 으로써 화염은 항상 안정한 반면에, Damköhler 수가 감소하여  $Da/Da_E = 1.1$  근처에서는  $\sigma > 0$ 인 영역이 처음 존재하여 화염이 불안정하게 된다. Damköhler 수가 더 감소하여 화염이 소멸조건(extinction condition)으로 접근함에 따라 불안정할 수 있는 파장의 영역은 점점 커지고 결국 소멸조건에서 평면교란(planar disturbance) ( $k=0$ )조차 불안정하게 된다.

소멸조건 근처의 불안정성은 산화제의 유입물과 반응물간의 변화에 대한 균형으로 설명할 수 있다. 예혼합영역에서 확산화염이 불안정하게 되면 화염면의 위치가 평균 화염면  $\bar{y}_r$ 으로부터  $\epsilon \bar{y}_r$  만큼 떨어져 셀모양으로 주름지게 된다. 이때 화염의 위치가  $\epsilon \bar{y}_r$  만큼 양의 값으로 변하면, 산화제의 유입물은  $f^{-1}(d\bar{Y}_0/dn)|_{y=0}$  만큼 증가한다. 주름진 화염면을 유지하기 위해서는 화염면의 위치변화에 따른 산화제 유입물의 증가율과 반응물의 증가율이 최소한 균형을 이루어야 한다. 만약 반응물의 증가율이 작으면 산화제의 유입물과 균형을 이루기 위해 화염면은 다시  $\bar{y}_r$ 로 환원되어 안정된 평면화염이 된다. 식 (28)의 점프조건은 산화제의 유입물의

변화와 반응물 변화의 균형을 나타내는 식으로써  $\bar{Z}_r/\bar{Z}_r$ 는 반응지역내의 연료농도의 변화율을 나타내고  $[-\beta \bar{Z}_r/(1+A_F) - 1\bar{H}_{1,r}]$ 는 Arrhenius 지수항의 변화율을 나타낸다. 이때 두 항의 합이 반응물의 변화율이다. Damköhler 수가 클 경우에는 연료농도  $\bar{Z}_r$ 이 작으므로 연료농도의 변화율인  $\bar{Z}_r/\bar{Z}_r$ 가 매우 큰 음수이므로 Arrhenius 지수항을 초과한다. 결과적으로 반응물의 변화율이 작아지므로 화학반응면은 원위치로 되돌아 오게되고 화염은 모든 파장에 대하여 안정하게 된다. 그러나 Damköhler 수가 감소함에 따라 연료농도인  $\bar{Z}_r$ 이 증가하고 결과적으로 연료농도의 변화율인  $\bar{Z}_r/\bar{Z}_r$ 가 점점 작은 음수가 되며 잉여엔탈피인  $\bar{H}_{1,r}$ 도 증가하게 된다. 이때 만약 축약 Lewis 수가 충분한 음수를 갖게 되면 화학반응물의 변화가 산화제 유입물의 변화를 초과하여 화염이 불안정하게 된다. 축약 Lewis 수  $l$ 이 더 큰 음수를 갖게 됨에 따라 Arrhenius 지수항이 증폭되고 화염의 불안정성은 관측하기 쉽게 된다. 특히 평면교란의 경우, 소멸조건에서 산화제 유입량과 반응물의 변화가 서로 균형을 이루므로 소멸조건이 한계안정(marginally stable)이 된다.

셀 모양의 불안정성이 일어날 때 Fig. 4에서와 같이 증가율이 최대인 파장이 존재하며, 이 파장은 실험에서 관찰된 가로방향의 셀 크기(cell size)를 예측하는데 이용될 수 있다. Fig. 4에서 증가율이 최대인 파장은 Damköhler 수가 변화하여도 차수가  $O(1)$  정도에서 일정하므로,  $2\pi$ 와 특성혼합층 두께를 곱하면 가로방향 셀 크기를 추측할 수 있다. 일반 탄화수소 화염의 소멸조건으로부터  $D_T = 1\text{cm}^2/\text{sec}$ 와  $a_E = 200/\text{sec}$ 로 선택하면, 셀의 크기는 약  $0.6\text{cm}$ 로 계산된다. Ishizuka와 Tsuji<sup>(4)</sup>는 Tsuji 버너를 이용하여 층류산화염의 소멸근처에서 셀모양의 불안정성을 관찰하였으며 그 셀의 크기는 약  $1\text{cm}$  정도라고 발표하였는데 이는 본 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 Wolfhard-Parker 버너에서 실험한 Chen 등<sup>(5)</sup>의 결과와도 잘 일치한다.

화염의 불안정성에서 Lewis 수의 영향을 살펴보기 위하여, 소멸조건일 때 축약 Lewis 수에 대하여 분산관계를 Fig. 5에 도시하였다. 모든 곡선은 평면교란에 대한 한계안정을 나타낸다.  $l=0$  일 때, 즉 Lewis 수가 1 일 때, 분산방정식은  $\sigma + k^2 = 0$ 와 같이 간단한 식으로 표현되고 증가율  $\sigma$ 는 항

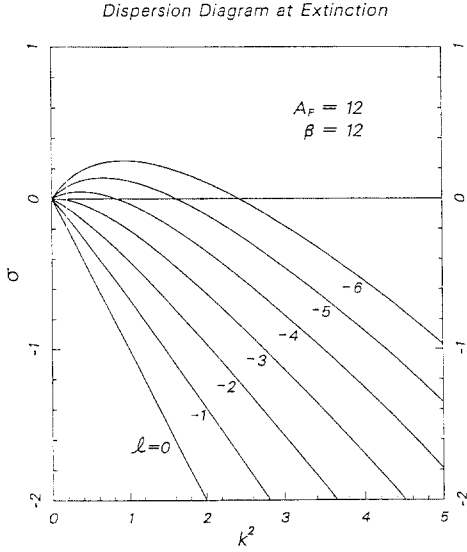


Fig. 5 Dispersion relation of cellular instability for various values of  $l$  with  $\beta = 12$  and  $A_F = 12$

상 음수이기 때문에 소멸될 때까지 안정된 화염으로 유지된다.  $l$ 이 큰 음수를 갖게됨에 따라 기울기  $d\sigma/dk^2|_{k=0}$ 는 점점 증가하여  $l = -3$  근처에서 0이 되고 증가율  $\sigma$ 가 양수를 갖기 시작하게 되는 임계 축약 Lewis 수  $l_c$ 가 존재한다. 따라서  $l < l_c$ 에서는 소멸되기 전에 셀 모양의 불안정성이 나타나게 된다.  $l$ 의 값이 더 큰 음수를 갖게되면 불안정한 파동수의 범위가 점점 늘어난다.

임계 Lewis 수  $l_c$ 에서  $\sigma$ 의  $k^2$ 에 대한 기울기가 0인 것에 착안하여 임계값을 정확하게 구하기 위하여  $k^2$ 을 작은 매개변수로하여 증가율과 여러 변수들을 다음과 같이 전개하였다.

$$\sigma = \bar{\sigma}k^2, \quad \tilde{Y}_0 = \frac{\partial \tilde{Y}_0}{\partial \bar{y}_r} + \tilde{Y}_0 k^2 \quad (29)$$

$$\tilde{Z} = \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \bar{y}_r} + \tilde{Z} k^2, \quad \tilde{H}_1 = \frac{\partial \tilde{H}_1}{\partial \bar{y}_r} + \tilde{H}_1 k^2$$

여기에서

$$\tilde{Y}_0|_{k=0} = \frac{\partial \tilde{Y}_0}{\partial \bar{y}_r}, \quad \tilde{Z}|_{k=0} = \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \bar{y}_r}, \quad \tilde{H}_1|_{k=0} = \frac{\partial \tilde{H}_1}{\partial \bar{y}_r} \quad (30)$$

이다. 위의 전개식을 식 (27)에 대입하면

$$\Phi(\tilde{Y}_0) - (\bar{\sigma} + 1) \left( \frac{\partial \tilde{Y}_0}{\partial \bar{y}_r} - \frac{d\tilde{Y}_0}{d\eta} \right) = 0,$$

$$\Phi(\tilde{H}_1) - (\bar{\sigma} + 1) \left( \frac{\partial \tilde{H}_1}{\partial \bar{y}_r} - \frac{d\tilde{H}_1}{d\eta} \right)$$

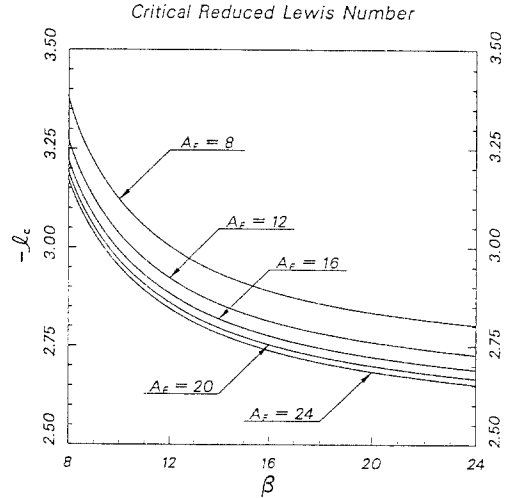


Fig. 6 Variations of the critical reduced Lewis number  $l_c$  with  $\beta$  and  $A_F$

$$= 2(\eta + \bar{y}_r) \frac{d\tilde{Y}_0}{d\eta} - \bar{\sigma} \left( \frac{\partial \tilde{Y}_0}{\partial \bar{y}_r} - \frac{d\tilde{Y}_0}{d\eta} \right) \quad (31)$$

와 같고  $\eta = \pm \infty$ 에서 동차경계조건을 갖는다. 점프조건은 식 (28)로부터  $\tilde{Z}_r = 0$ 이므로 다음과 같다.

$$\frac{2}{f} \frac{d\tilde{Y}_0}{d\eta} \Big|_{\eta=0^+} + l \tilde{H}_{1,r} = 0 \quad (32)$$

만약  $\bar{\sigma} > 0$ 이면 소멸되기전에 불안정성이 나타나므로,  $\bar{\sigma} = 0$ 에 해당하는 축약 Lewis 수가 임계 축약 Lewis 수  $l_c$ 가 된다. 따라서 본 연구에서는  $l_c$ 의 값을 구하기 위해 식 (31)에서  $\bar{\sigma} = 0$ 으로 두고 고유값으로써  $l = l_c$ 를 구하였다.

Fig. 6에 여러 가지  $A_F$ 에 대하여  $l_c$ 를  $\beta$ 의 함수로 도시하였다. 위에서 언급한 바와 같이  $l_c$ 의 값은 불안정성에 대한 인디케이터(indicator)로서  $l_c$ 의 값이 크면 클수록 불안정성이 쉽게 일어난다.  $\beta$ 가 증가함에 따라 임계 Lewis 수가 감소되는 것을 알 수 있는데, 이는 반응물에 대한 감도(sensitivity)가 클수록 불안정성이 쉽게 일어날 수 있음을 보여준다. 연료층 경계의 연료농도  $A_F$ 에 대해서도 똑같은 경향을 보여주고 있다. Fig. 1의 화염구조에서 보는 바와 같이  $A_F$ 가 증가하면 산화제 유입량이 매우 커서, 화염위치변화에 따른 산화제 유입량의 변화가 크기 때문에 안정화효과가 줄어들게 되어 결국 쉽게 불안정하게 된다. Buckmaster와 Ludford는 예혼합화염에 대하여 불안정



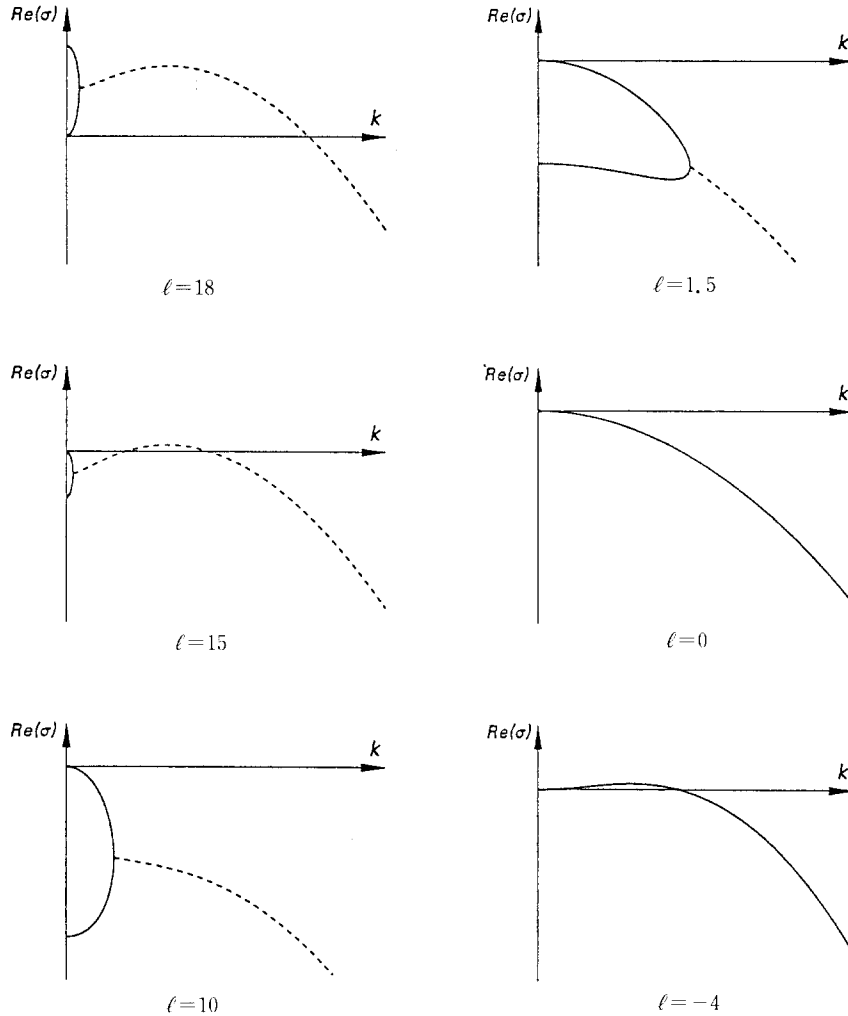


Fig. 7 Various characteristics of dispersion relation for various values of  $l$

성 해석을 하였는데, 단열화염(adiabatic flame)일 때 임계 축약 Lewis 수가  $l_c = -2$ 이고,<sup>(9)</sup> 비단열화염(nonadiabatic flame)의 소염에서는  $l_c = 0$ 이었다.<sup>(2)</sup> 그러나 본 연구의 결과는 Fig. 6에서와 같이 임계 축약 Lewis 수가  $l_c = -2$ 보다 작음을 보여주고 있다. 따라서 예혼합화염과 비교해 볼 때, 예혼합화염 영역의 확산화염이 불안정성에 대하여 더 강함(robust)을 알 수 있다. 본 연구의 결과로부터 임계 Lewis 수  $L_c$ 를 계산해 보면, 충분히 큰  $A_F$  값에 대하여  $\beta$ 를 10으로 두면  $l_c \approx -3$ 이므로  $L_c = 0.7$ 이고 Chen 등<sup>(5)</sup>의 실험결과( $\approx 0.8$ )와 잘 일치한다.

## 6.2 맥동불안정성 ( $L > 1$ )

Lewis 수가 1보다 크면 증가율  $\sigma$ 가 복소수 값을 갖게되고  $\text{Im}(\sigma) \neq 0$  이므로 임계 Lewis 수 이상에서는 셀모양의 불안정성이 아니라 맥동불안정성(pulsating instability)을 갖게된다. 또한 Joulin과 Clavin<sup>(2)</sup>은 예혼합화염에서 열손실을 받을 경우 단열화염에서의 임계 Lewis 수 보다 작은 Lewis 수에서 맥동불안정성이 발생할 수 있음을 보여주었다. 따라서 본 연구에서는 예혼합화염 영역에서 확산화염의 맥동불안정성에 관하여 연구하였다.

Fig. 7은 여러 축약 Lewis 수를 갖는 화염들의 소염조건에서 분산관계를 도시하고 있다. 실선은 증가율의 실수값 그리고 점선은 복소수에 대한 실

수부분을 나타낸다. 앞에서 언급한 바와 같이  $\ell$ 이 0 또는 음수이면 증가율  $\sigma$ 는 실수이다. 그러나  $\ell$ 이 양수가 됨에 따라 분산관계의 실수줄기(real branch)는 오직 한정된 파동수에만 존재하고 실수줄기의 전환점(turning point)에서 복소줄기(complex branch)가 분기된다. 양수  $\ell$ 의 범위에서 복소줄기가 분기되나 증가율의 실수부분이 여전히 음수이므로 화염이 안정한 상태로 유지되며 맥동불안정성을 관찰할 수 없다. 그러나  $\ell$ 의 값이 증가함에 따라 맥동불안정성의 경향이 강화되어  $\ell=15$ 에서는 유한한 값을 갖는 파동수에서 복소줄기 불안정성이 시작된다. 더욱이  $\ell=18$ 에 이르면 실수줄기도 불안정하여 파동수가 0에서부터(즉 평면교란으로부터) 유한한 범위까지 화염의 불안정성을 보여주고 있다.

여러 Damköhler 수에 대하여  $\ell=18$ 인 경우 파동수  $k$ 와 증가율  $\sigma$ 의 분산관계를 Fig. 8에 도시하였다. Damköhler 수가 클 경우, 증가율의 실수부분의 값은 음수로서 모든 파동수에 대하여 항상 안정된다. Damköhler 수가 감소하여 소염 Damköhler 수에 근접하면  $Re(\sigma) > 0$ 이 되는 파동수가 존재하여 불안정성이 나타나게 된다. 이때  $Im(\sigma) \neq 0$ 이므로 가로방향의 위상속도(phase velocity)를 가지게 되어 화염면의 고정된 위치에서는 셀모양이 이동하는 듯한 이동불안정성(travelling instability) 형태를 띠게 된다. Damköhler 수가 더욱 감소하

여 소염 Damköhler 수와 같아지면 평면교란에 대하여  $\sigma$ 는 양의 실수값과 0 을 갖게되고 Fig. 7에서 보는바와 같이 실수줄기전체와 유한한 범위의 복소수줄기가 불안정하게 된다. 이러한 모양의 분산관계를 나타내는 불안정성을 Joulin 과 Clavin<sup>(2)</sup>은 맥동불안정성이라고 명명하였다. 또한 Joulin 과 Sivashinsky<sup>(11)</sup>는 이와같은 모양의 분산관계를 갖는 화염의 비선형 안정성을 해석하여 화염전파속도가 맥동하여 화염전체의 모양이 앞뒤로 맥동한다는 것을 보여주었다. 그러므로 본 연구에서도 화염이 확산화염일지라도 이와같은 분산관계를 갖는 불안정성을 맥동불안정성이라고 한다.

맥동불안정성에서 Lewis 수의 영향을 파악하기 위하여 축약 Lewis 수에 대하여 소염조건에서의 분산관계를 Fig. 9에 도시하였다. 맥동 불안정성이 나타나는 임계 Lewis 수  $L_p$ 를 계산하면,  $\beta=12$  일 때  $\ell_p=15$  이므로  $L_p=2.25$  로서 분자량이 큰 기체에서 맥동불안정성이 나타날 수 있다고 발표한 Jouin 과 Clavin<sup>(2)</sup>의 결과와 잘 일치한다.

### 7. 결 론

이차원 대향류유동장을 모델로 하여 확산화염의 에혼합화염영역에서 물질확산 열전도 불안정성에 관하여 연구하였다. 활성화에너지 점근법을 이용하여 교란이 없는 정상상태의 화염의 구조해석을 하

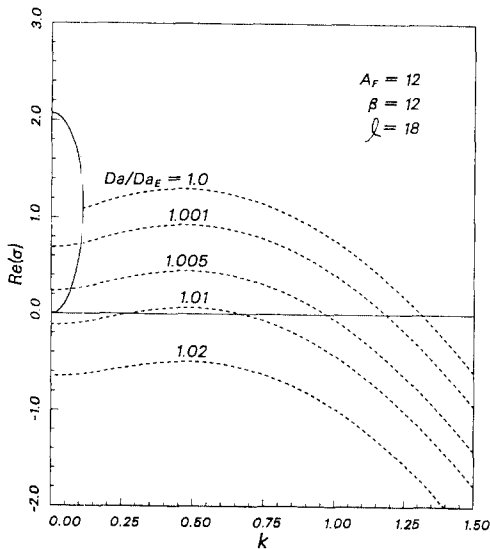


Fig. 8 Dispersion relation for various values of Damköhler number with  $l=18$ ,  $\beta=12$  and  $A_F=12$

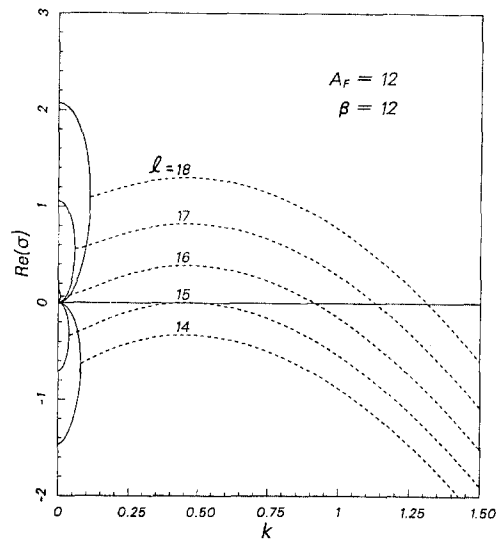


Fig. 9 Dispersion relation of pulsating instability for various values of  $l$  with  $\beta=12$  and  $A_F=12$

였고, 미소교란에 대한 선형안정해석을 통하여 한계안정조건을 구하였다.

Lewis 수가 1보다 작은 화염에서는 소염조건 근처에서 주 유동 스트레인의 방향으로 화염면이 수직지는 셀모양의 불안정성이 발생한다. 이러한 불안정성은 Lewis 수 및 화학양론혼합비율이 작을수록 혹은 Zel'dovich 수가 클수록 쉽게 발생한다. 불안정성 모드 중 증가율이 최대인 파동수로부터 셀크기를 구하였으며 그 크기는 실험값과 유사하였다. 셀 모양의 불안정성이 나타나는 임계 Lewis 수는 약 0.7 로서 이보다 작은 Lewis 수에서는 소염전에 불안정성이 나타난다. 실제 연소시스템에서 이러한 형태의 불안정성은 스트레치가 큰 수소-공기화염에서 나타날 수 있다. 또한 소염전에 셀 모양의 불안정성이 생기면 화염면적이 증가하여 국소 스칼라소산율(local scalar dissipation rate)을 감소시키게 되어 Damköhler 수가 증가하는 결과가 된다. 따라서 셀모양의 불안정성이 발생함으로써 난류확산화염의 화염소(flamelet)는 정상상태의 소염조건에서도 소염되지 않고 유지될 수 있을 것으로 예상된다. 이것을 검증하기 위해서는 Joulin과 Sivashinsky<sup>(12)</sup>가 예혼합화염에서 적용하였던 비선형 안정성해석과 유사한 이론적 또는 수치적 비선형 안정성해석이 확산화염에도 필요하다.

Lewis 수가 1보다 충분히 클 경우에는 소염조건 근처에서 셀모양이 화염면을 따라 위상속도를 갖고 이동하는 이동불안정성이나 화염면 전체가 앞뒤로 맥동하는 맥동불안정성이 예측되었다. 특히 화염면을 따라 위상속도를 가지는 맥동형태의 불안정성이 나타난다. Kirkby와 Schmitz<sup>(10)</sup>는 일차원-대류 확산화염에서 비정상상태 수치해석을 수행하였는데, Lewis 수가 1보다 큰 경우 화염은 정상상태의 소염조건 전에서 불안정하게 되고, 시간이 감에 따라 불안정한 맥동모드의 진폭이 증가하여 결국 소염됨을 보여주었다. 향후에는 본 연구의 안정성해석에 입각하여 Kirkby와 Schmitz의 수치해석 결과를 비선형 안정성 관점에서 설명하고자 한다.

## 후 기

이 연구는 1996학년도 서울산업대학교 교내 학술연구비 및 한국과학기술연구원(Grant. No. 2N15900)의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Sivashinsky, G. I., 1977, "Diffusional-Thermal Theory of Cellular Flames," *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 15, pp. 137~146.
- (2) Joulin, G. and Clavin, P., 1979, "Linear Stability Analysis of Nonadiabatic Flames: Diffusional-Thermal Model," *Combust. Flame*, Vol. 35, pp. 139~153.
- (3) Dongworth M. R. and Melvin, A., 1976, "The Transition to Instability in a Steady Hydrogen-Oxygen Diffusion Flame," *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 14, pp. 177~182.
- (4) Ishizuka, S. and Tsuji, H., 1981, "An Experimental Study of Effect of Inert Gases on Extinction of Laminar Diffusion Flames", *18th Symp. (Int'l) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, pp. 695~703.
- (5) Chen, R., Mitchell, G. B. and Ronney, P. D., 1992, "Diffusive-Thermal Instability and Flame Extinction in Nonpremixed Combustion", *24th Symp. (int'l) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, pp. 213~221.
- (6) Kim, J. S., Williams, F. A. and Ronney, P. D., 1996, "Diffusional-Thermal Instability of a Diffusion Flames, *J. of Fluid Mech.* Vol. 327, pp. 273~301.
- (7) Kim, J. S., 1997, "Linear Analysis of Diffusional-Thermal Instability in Diffusion Flames with Lewis Numbers Close to Unity," *Combustion Theory and Modeling*, Vol. 1, pp. 13~40.
- (8) Liñán, A., 1974, "The Asymptotic Structure of Counterflow Diffusion Flame for Large Activation Energies", *Acta Astronautica*, Vol. 1, pp. 1007~1039.
- (9) Buckmaster, J. D. and Ludford, G. S. S., 1982, *Theory of Laminar Flames*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 38~57.
- (10) Kirkby, L. L. and Schmitz, R. A., 1966, "An Analytical Study of the Stability of a Laminar Diffusion Flame," *Combust. Flame*, Vol. 10, pp. 205~220.
- (11) Joulin, G. and Sivashinsky, G. I., 1987, "Insta-

bility-Induced Quenching of Plane Non-Adiabatic  
Flames," *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 55, pp.  
83~88.

(12) Joulin, G. and Sivashinsky, G. I., 1983, "On the

Dynamics of Nearly-Extinguished Non-adiabatic  
Cellular Flames," *Combust. Sci. Technol.*, Vol.  
31, pp. 75~90.