

〈논 문〉

종방향대류 및 고액밀도차가 고려된 접촉용해에 대한 해석해

유호선* · 홍희기** · 김찬중***

(1996년 11월 29일 접수)

An Analytical Solution for the Close-Contact Melting with Vertical Convection and Solid-Liquid Density Difference

Hoseon Yoo, Hiki Hong and Charn-Jung Kim

Key Words : Close-Contact Melting(접촉용해), Vertical Convection(종방향대류), Solid-Liquid Density Difference(고액밀도차)

Abstract

The steady state close-contact melting phenomenon occurring between a phase change material and an isothermally heated flat plate with relative motion is investigated analytically, in which the effects of vertical convection in the liquid film and solid-liquid density difference are incorporated simultaneously. Not only the scale analysis is conducted to estimate *a priori* qualitative dependence of system variables on characteristic parameters, but also an analytical solution to a set of simplified model equations is obtained to specify the effects under consideration. These two results are consistent with each other, in that the vertical convection affects both the solid descending velocity and the film thickness, and that the density difference alters only the solid descending velocity. While the effect of vertical convection can be characterized conveniently by a newly introduced temperature gradient factor which asymptotically approaches the unity/zero with decreasing/increasing the Stefan number, that of density difference is represented by the liquid-to-solid density ratio. It is shown that the solid descending velocity depends linearly on the density ratio, and that the ratios of solid descending velocity, film thickness and friction coefficient to the conduction solution are proportional to 3/4, 1/4 and -1/4 powers of the temperature gradient factor, respectively. Also, established is the fact that the effect of convection can be legitimately neglected in the analysis for the range of the Stefan number less than 0.1.

기 호 설 명

c : 비열

F_n : 수직력

\tilde{F}_n : 무차원 F_n , $F_n L / (\mu \alpha)$

F_t : 수평력

f : 마찰계수, F_t / F_n

h_{sf} : 용해잠열

k : 열전도율

L : 접촉길이

P : 압력

ΔP : 횡방향압력차

Ste : Stefan 수, $c \Delta T / h_{sf}$

T : 온도

T_m : 융점온도

*회원, 숭실대학교 기계공학과

**회원, 경희대학교 기계공학과

***회원, 한국과학기술연구원 기전연구부
(현재 서울대학교 기계공학과)

ΔT : 가열온도차
 ΔT_x : 횡방향온도차
 U : 상대운동 속도
 \tilde{U} : 무차원 $U, UL/a$
 u : x -방향 속도
 V : 고상하강속도
 \tilde{V} : 무차원 $V, VL/a$
 v : y -방향 속도
 x : 접촉길이방향 좌표
 y : 두께방향 좌표
 z : 변수
 α : 열확산율, $k/(\rho c)$
 δ : 액막두께
 $\tilde{\delta}$: 무차원 $\delta, \delta/L$
 ζ : 가변수
 η : 무차원 $y, y/\delta$
 μ : 점도
 ρ : 밀도
 $\bar{\rho}$: 밀도비, ρ_i/ρ_s
 ψ : 온도구배인자

하첨자

cond : 전도해
 l : 액상
 s : 고상

1. 서 론

접촉응해는 일상생활에서 흔히 발견되는 기본적인 현상이다. 가열판 위에서 버터덩어리를 누르고 문지르며 녹이는 것이나 빙판에서 스케이팅을 하는 것이 전형적인 예로서, 성격은 상이하지만 현상적으로는 접촉응해를 수반한다. 공학적으로는, 밀폐 용기내에 충전된 상변화물질을 이용한 잠열축열, 저용점물질의 표면코팅에 의한 용해윤활(melt lubrication), 발열체의 매설, 포신내부를 고속으로 통과하는 포탄의 탄도이론 등 광범위한 문제와 연관되어 있다.

최근 Bejan⁽¹⁾은, 특히 용해윤활을 강조하면서, 접촉응해 연구에 대하여 포괄적이며 체계적인 고찰을 한 바 있다. 다양한 형상의 가열용기내 용해, 고열체의 상변화물질내 침강, 미끄럼마찰에 의한 용해, 접촉응해 상관관계식의 일반화, 이산적인

(discrete) 접점에서의 용해윤활, 고상내부 열전달의 영향, 구름마찰 용해, 유리상물질의 접촉가열 및 연화, 얼음의 가압용해 등 접촉응해의 거의 전 분야를 섭렵하였다. 여기서 용해윤활을 제외한 고전적 의미의 접촉응해에 대한 이론적 연구를 재고찰할 때, 상변화물질과 가열면사이에 형성되는 얇은 액막내의 열전달은 전도에 의해 지배된다고 가정한 공통점이 발견된다. 이 가정은 접촉응해의 가열조건을 대표하는 Stefan 수가 작은 경우 타당하지만, 그렇지 않은 경우 해석결과에 무시할 수 없는 오차를 초래할 수 있다. 과도적인 초기 접촉응해과정동안 액막내의 유동 및 열전달을 엔탈피방법에 의존하여 정교하게 수치해석한 Hong과 Saito⁽²⁾의 연구가 이점을 뒷받침한다. 구체적으로, $Ste=0.01266$ 에 대한 정상상태 수치해는 전도만을 고려한 해(이하 전도해라 칭함)와 잘 일치함에 비하여, $Ste=1.266$ 에 대한 액막두께 및 용해속도는 전도해보다 상당히 작은 값이 된다. 이들은 상기 치어가 액막내의 대류열전달에 기인한다고 지적하였다.

고액상 사이의 밀도차는, 외벽가열에 의한 용기 내부의 용해시 접촉의 구동력이라는 관점에서는 중요하게 취급되었으나,⁽³⁾ 액막내 유동형태를 변화시키는 인자로서는 간과되었다. 스케일해석(scale analysis)을 이용한 접촉응해 상관관계식의 일반화를 시도한 연구에서 나타난 밀도비와 연관된 불확실성⁽⁴⁾도 사실은 상경계면에서 고액밀도차의 효과들을 배제하였기 때문으로 보인다. 액막내를 유동하는 유체가 상경계면에서 생성됨을 감안할 때, 특히 대류효과가 포함되는 해석에서 밀도차는 보다 현시적인 역할을 하리라 예상된다.

이러한 배경에서 본 연구는 액막내 두께방향 즉 종방향의 대류 및 고액상 사이의 밀도차가 동시에 고려된 정상상태 접촉응해 시스템을 대상으로 해석적인 방법에 의존하여 그 특성을 규명하고자 한다. 윤활문제와의 연계성을 고려하여 상변화물질과 가열평판 사이의 상대운동도 해석에 포함한다. 가용한 자료 및 검증방법을 이용하여 종방향대류가 횡방향대류에 비하여 주도적임을 보이고, 이에 근거하여 단순화된 모델방정식에 대하여 정성적 및 정량적 해석을 수행하기로 한다. 해석결과에서 종방향대류 및 고액밀도차의 영향은 각각 새로이 정의된 온도구배인자 및 밀도비의 항으로 표현된다. 또한 해석과정에서 밀도비와 온도구배인자의 상호의존성을 고찰함으로써 대류 및 밀도차의 독립성 여

부가 확인될 수 있을 것이다. 구체적인 계산결과와 기존의 연구와의 비교를 통하여 종방향대류의 역할을 가시화하고, 접촉융해 조건에 따른 온도구배인자의 변화를 분석하며, 전도해⁽⁵⁾에 대한 본 해석해의 비로써 핵심적인 변수에 대한 종방향대류의 효과를 이론적으로 제시한다.

2. 접촉융해 모델

본 연구에서 해석하고자 하는 대상은, Fig. 1에 개략적으로 도시되었듯이, 융점온도 T_m 상태인 고상의 상변화물질이 외부로부터 또는 중력에 의해 부여된 수직력 F_n 을 받으면서 등은 $T_m + \Delta T$ 로 유지되는 가열평판 위에서 길이 L 에 걸쳐 정상상태로 접촉융해되는 전형적인 현상이다.⁽⁵⁾ 정상상태이므로 상변화물질과 가열평판 사이에 형성되는 액막의 두께 δ 는 불변이며, 액막을 통한 종방향 열전달에 의해 상변화물질이 융해되는 속도와 고상의 하강속도 V 는 일치한다. 융해의 진행에 따라 액막내의 액체는 고상의 하강으로 인하여 횡방향으로 유동하여 상변화물질의 양단에서 압출된다. 여기서 액막두께 δ 및 고상하강속도 V 가 액막내의 압력과 고상에 작용하는 수직력 사이의 관계 및 종방향 열전달률과 융해속도의 관계로부터 결정되어야 할 변수이다. 한편, 가열평판과 상변화물질 사이에 일정한 속도 U 인 횡방향 상대운동이 있는 경우는 윤

활문제와 연관하여 수평력 F_t 가 또다른 변수가 된다. 상변화물질과 고체평판 사이의 상대운동은 하나가 고정되고 다른 하나가 이동하건 양자가 이동하건 관계없이 Fig. 1과 같이 좌표계를 상변화물질의 일단에 고정시킴으로써 같은 방법으로 해석될 수 있다.

가열평판으로부터 열전달에 의해 상변화물질의 밑면이 융해되면 생성된 액체는 상경계면에서 하향 유동으로 출발하여 액막내의 횡방향유동을 구성한다. 질량보존의 관점에서, 융해속도 및 고액밀도차에 비례하는 액체의 생성률과 액막 양단의 유출유량은 일치한다. 기존의 해석^(4,5)에서는 액막내의 대류효과를 무시하고 열전달은 전도만에 의한 것으로 간주하였다. 그러나 서론에서 기술하였듯이 융해속도가 비교적 큰 조건하에서 전도해와 수치해 사이에는 상당한 차이가 있으며 대류가 이 불일치의 원인임도 알려져 있다.⁽²⁾ 또한 밀도차가 큰 경우에도 구체적인 실험결과 등은 발표된 바 없으나 전도해와는 상이할 것으로 유추된다. 따라서 대류와 밀도차가 동시에 존재하는 접촉융해과정을 해석함으로써 이들의 정량적 효과를 파악함은 물론 무시될 수 있는 조건을 확립할 수 있을 것이다.

해석적인 방법으로 상기 시스템의 특성에 접근하기 위하여 다음과 같은 기본가정을 도입하여 단순화하였다.

(1) 선술하였듯이 접촉융해는 정상상태로 진행된다. 융해시작 초기단계 또는 융해조건이 급격한 변화시에는 당연히 비정상거동이 수반되나⁽²⁾ 본 연구와는 별도로 취급되어야 할 문제이다.

(2) 액막두께의 횡방향 변화는 없다. 이는 액막내 횡방향대류의 효과는 종방향대류에 비하여 극히 작다는 의미로서, 타당성에 관해서는 후술하기로 한다.

(3) 상대운동속도 U 는 점성소산에 의한 발열이 무시될 수 있는 크기이다. 이에 따라 얇은 액막내 유동의 관성력 및 압력 P 의 종방향변화는 안전하게 무시될 수 있다.⁽⁶⁾ 만일 속도 U 가 극히 크면 점성소산에 의한 발열이 현저하므로 외부가열에 의한 접촉융해와는 판이한 성질의 문제⁽⁷⁾로 귀결된다.

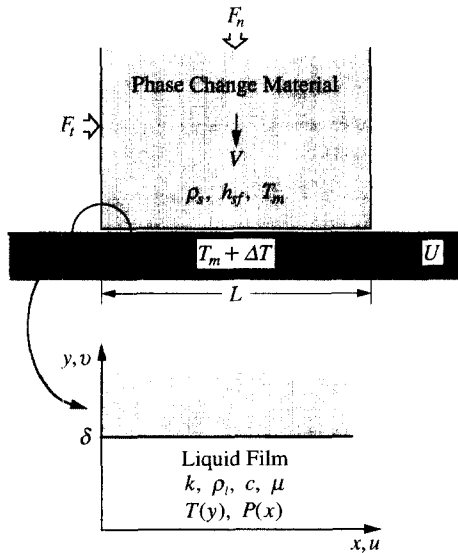


Fig. 1 Schematic of the contact-melting system considered in the present study

3. 해석

3.1 모델방정식

접촉용해 시스템의 변수인 액막두께 δ 및 고상 하강속도 V 는 기본적으로 액막내의 압력과 고상에 작용하는 수직력 사이의 역학적 평형 및 상경계면에서의 에너지 균형

$$F_n = \int_0^L P(x) dx \quad (1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = \rho_s h_s V \quad (2)$$

로부터 연립적으로 결정된다.⁽⁶⁾ 또한 상대속도 U 를 일정하게 유지하기 위한 수평력 F_t 는 액막내 유동이 가열평판에 작용하는 전단력의 역방향이여야 하므로

$$F_t = - \int_0^L \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} dx \quad (3)$$

로 표현된다.

식 (1)~(3)에 나타난 압력, 온도구배, 속도구배는 기본가정에 근거하여 단순화된 액막내의 연속, 운동량 및 에너지 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dP}{dx} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (6)$$

로부터 종속변수 δ 및 V 의 향으로 변환되어야 한다.

3.2 스케일해석

해를 구하기 전에 에너지 방정식의 단순화와 연관된 가정을 검토하고 시스템의 특성을 정성적으로 파악하기 위하여 스케일해석(scale analysis)^(4,5)을 수행하였다.

먼저, 횡방향대류가 포함된 식 (6)의 원형

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7)$$

을 검토하자. 기존의 스케일해석^(4,5)에서는 식 (7)을 구성하는 항의 크기차수(order-of-magnitude)를 각각 $U\Delta T/L$, $V\Delta T/\delta$ 및 $\alpha\Delta T/\delta^2$ 로 산정하고 식 (4)에서

$$U/L \sim V/\delta \quad (8)$$

인 관계를 적용하여

$$U\Delta T/L \sim V\Delta T/\delta \quad (9)$$

와 같이 종·횡방향대류를 같은 크기로 평가하였다. 이에 근거하여 전도에 대한 대류의 크기차수비가 작은 조건 즉 $V\delta/\alpha \ll 1$ 이면 대류의 기여를 무시하고 전도해를 유도하였다. 이 조건을 만족시키는 경우 대류항이 완전히 배제되므로 식 (9)의 관계로 인한 현시적인 문제는 없다. 그러나 대류항이 고려되어야 할 경우 식 (9)는 불필요한 복잡성을 초래할 수 있다. 진술한 Hong과 Saito⁽²⁾의 $V\delta/\alpha \sim \text{Ste} = 1.266$ 인 조건 ($V\delta/\alpha \sim \text{Ste}$ 임은 후술)에 대한 수치해에서 액막두께 δ 는 전도해와 비교하여 작지 않은 차이를 보이거나 횡방향 균일성은 그대로 유지하고(변화폭 0.1% 이내) 있다. 액막두께의 차이가 대류효과만에 기인하였다면, 종방향대류는 접촉용해 특성에 상당한 영향을 미치는 조건하에서도 횡방향대류가 안전하게 무시될 수 있다는 사실은 스케일해석시 식 (9)와는 달리 종·횡방향 특성온도차가 서로 다른 크기로 평가되어야 함을 의미한다. 수치해를 떠나 물리적으로도 종방향온도차는 분명히 ΔT 이나, 같은 y 에서 횡방향온도차는 얇은 액막내 유동이 층류이고 양경계가 등온임을 감안하면 ΔT 보다도 훨씬 작을 것이다. 따라서 $V\delta/\alpha > 1$ 인 조건하에서도 식 (9)라기 보다는 적어도

$$U\Delta T_x/L \ll V\Delta T/\delta \quad (10)$$

이며, 여기서 ΔT_x 는 횡방향온도차의 크기차수이다. 이상의 검토로부터 기본가정 (2)는 충분히 타당하다고 판단된다.

다음으로, 종방향대류 및 고액밀도차가 동시에 고려된 스케일해석을 통하여 접촉용해의 정성적 특성에 접근하기로 한다. 식 (4)와 (5)의 크기차수로부터 각각

$$U/L \sim (\rho_s/\rho_l) V/\delta \quad (11)$$

$$\Delta P/L \sim \mu U/\delta^2 \quad (12)$$

이다. 식 (11)에서 $(\rho_s/\rho_l) V$ 는 밀도차가 고려된 상경계면에서의 유속이다. 식 (11)과 (12)를 식 (1)에 대입하면 다음의 관계를 얻는다.

$$F_n \sim L\Delta P \sim \mu(\rho_s/\rho_l) VL^3/\delta^3 \quad (13)$$

또한 식 (2)에 대응하는 크기차수 관계는

$$k\Delta T/\delta \cdot \psi \sim \rho_s h_{sf} V \quad (14)$$

로 표시될 수 있다. 여기서, 새로이 도입된 ψ 는 열전도에 의한 상경계면의 온도구배 $k\Delta T/\delta$ 가 종방향대류의 영향으로 변화된 정도를 표시하는 무차원수로서 온도구배인자로 칭하며, 그 구체적인 값은 스케일해석에서는 결정될 수 없다. 식 (13) 및 (14)로부터 관심있는 변수인 고상하강속도 V 및 액막두께 δ 의 스케일은 기호설명에 정의된 무차원 변수 및 인자의 항으로 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{V} \sim \bar{\rho} (\text{Ste} \cdot \psi)^{3/4} \bar{F}_n^{1/4} \quad (15)$$

$$\bar{\delta} \sim (\text{Ste} \cdot \psi)^{1/4} \bar{F}_n^{-1/4} \quad (16)$$

스케일해석의 결과에서 정성적으로 다음의 네가지 사실을 고찰할 수 있다. 첫째, 종방향대류는 Ste와 결합된 형태로 V 및 δ 에 공통적으로 영향을 미친다. 둘째, 온도구배인자 ψ 가 밀도비 $\bar{\rho}$ 의 함수가 아니라면, 밀도차는 고상의 하강속도만 변화시킬뿐 액막두께와는 무관하다. 셋째, $\psi=1$ 이고 $\bar{\rho}=1$ 이면 식 (15)와 (16)은 기존의 전도해⁽⁵⁾와 일치한다. 넷째, 서론에서 언급된 밀도비와 연관된 불확실성, 구체적으로 무차원 고상하강속도가 식 (15)와 같이 $\bar{\rho}$ 가 아닌 $\bar{\rho}^{3/4}$ 에 비례하는 상관관계는, 문헌⁽⁴⁾의 스케일해석시 밀도차의 존재를 무시하고 식 (11) 대신 단순히 식 (8)을 사용하면서 비롯된 결과임이 쉽게 확인된다.

3.3 해석해

식 (15)와 (16)으로 표시된 관계에 대응하는 특정한 형태를 결정하기 위하여 식 (1), (2), (4), (5) 및 (6)의 해를 구하기로 한다. 액막내 압력분포 $P(x)$ 를 유도하기 위하여 경계조건

$$u(0) = U ; u(\delta) = 0 \quad (17)$$

을 적용하여 식 (5)의 해를 구하면 다음과 같다.

$$u(x, y) = \frac{\delta^2}{2\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) (\eta^2 - \eta) + U(1 - \eta) \quad (18)$$

여기서 $\eta = y/\delta$ 로 정의되었다. 이 결과와 조건 $v(0) = 0 ; v(\delta) = -(\rho_s/\rho_l)V$ 를 이용하여 식 (4)를 액막두께에 대하여 적분하면

$$\frac{\delta^3}{12\mu} \left(-\frac{d^2P}{dx^2} \right) = \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} \right) V \quad (19)$$

를 얻는다.⁽⁵⁾ 액막 양단에서의 압력은 $P(0) = P(L) = 0$ 이므로 액막내 압력분포는

$$P(x) = 6\mu(\rho_s/\rho_l) V/\delta^3 (Lx - x^2) \quad (20)$$

이며, 결국 식 (1)은 다음의 무차원형태로 정리된다.

$$\bar{F}_n = \bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta}^{-3} \quad (21)$$

액막내 온도분포를 구하기 위해서는 식 (6)에 포함된 종방향속도분포 v 가 알려져야 한다. 식 (18)을 식 (4)에 대입하면

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\delta^2}{2\mu} \left(\frac{d^2P}{dx^2} \right) (\eta^2 - \eta) \quad (22)$$

이며 식 (22)에 식 (19)를 대입한 후 적분하면 v 는 만의 함수로 결정된다.

$$v(y) = (\rho_s/\rho_l) V (2\eta^3 - 3\eta^2) \quad (23)$$

따라서 식 (6)은 상미분방정식으로 귀결되며, 경계조건

$$T(0) = T_m + \Delta T ; T(\delta) = T_m \quad (24)$$

을 적용하여 다음의 해석해를 구할 수 있다.

$$\frac{T - T_m}{\Delta T} = 1 - \frac{\int_0^\eta e^{\bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta} (\zeta^{4/2} - \zeta^3)} d\zeta}{\int_0^1 e^{\bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta} (\zeta^{4/2} - \zeta^3)} d\zeta} \quad (25)$$

식 (25)에 나타난 ζ 는 가변수(dummy variable)이다.

식 (25)로부터 상경계면 ($y = \delta$)에서의 온도구배를 구하여 식 (2)에 대입한 후 식 (14)에서 도입된 온도구배인자 ψ 를 포함하는 형태로 표현하면, 에너지 균형은

$$\bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta} = \text{Ste} \cdot \psi \quad (26)$$

로 무차원화된다. 여기서 ψ 는 다음과 같이 구체적으로 정의될 수 있다.

$$\psi = e^{-\bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta} / 2} / \int_0^1 e^{\bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta} (\zeta^{4/2} - \zeta^3)} d\zeta \quad (27)$$

더욱이 $z = \bar{\rho}^{-1} \bar{V} \bar{\delta}$ 로 표기할 때 식 (27)을 이용하여 식 (26)을 재정리한

$$z \cdot e^{z/2} \int_0^1 e^{z(\zeta^{4/2} - \zeta^3)} d\zeta = \text{Ste} \quad (28)$$

의 해 z 가 결정되면 $\psi = z/\text{Ste}$ 이므로 ψ 는 $\bar{\rho}$ 와 무관하게 Ste만의 함수임을 알 수 있다. 따라서 종방향대류 및 고액밀도차의 영향은 각각 서로 독립적인 온도구배인자 및 밀도비의 항으로 표시될 수 있다. 식 (28)의 해는 좌변이 z 에 대하여 미분가능

한 단조증가함수이므로 Newton-Raphson 방법에 의해 쉽게 구해진다.

최종적으로 식 (21)과 (26)으로부터 고상하강속도 및 액막두께는 각각

$$\tilde{V} = \tilde{\rho} (\text{Ste} \cdot \psi)^{3/4} \tilde{F}_n^{1/4} \quad (29)$$

$$\tilde{\delta} = (\text{Ste} \cdot \psi)^{1/4} \tilde{F}_n^{-1/4} \quad (30)$$

로 결정된다. 식 (29)와 (30)은 ψ 가 정량화되었음을 제외하면 스케일해석의 결과와 잘 부합된다. 이런 의미에서 상세해석의 예비단계로서 단순화된 스케일해석의 유용성을 발견할 수 있다.

한편, 일정한 상대운동속도 U 를 유지하기 위한 수평력 F_t 는 $f = F_t/F_n$ 로 정의되는 마찰계수⁽⁷⁾의 향으로 표시하는 것이 편리하다. 속도분포 식 (18)을 식 (3)에 대입하면 $F_t = \mu UL/\delta$ 이므로 마찰계수 f 는 다음과 같이 결정된다.

$$f = \tilde{U} (\text{Ste} \cdot \psi)^{-1/4} \tilde{F}_n^{-3/4} \quad (31)$$

여기서 f 도 \tilde{V} 및 $\tilde{\delta}$ 와 마찬가지로 $\psi=1$ 이면 전도해^(5,7)와 일치하며, 종방향대류에는 의존하지만 밀도차와는 무관하다.

4. 결과에 대한 고찰

4.1 고액밀도차의 영향

식 (29)~(31)로 표시된 최종결과에서, ψ 는 $\tilde{\rho}$ 와 서로 독립적이므로, 이미 언급하였듯이 밀도차는 고상하강속도를 밀도비 $\tilde{\rho}$ 의 선형함수 형태로 변화시킬 뿐 접촉용해의 다른 특성과는 무관하다. 밀도차의 영향을 보이기 위하여 예로서 $\tilde{\rho} < 1$ 즉 물을 제외한 대부분의 상변화물질과 같이 고상밀도가 액상보다 큰 경우를 고려하자. 액막두께가 불변인 상태에서 상경계면에서 액상체적의 생성물이 고상체적의 용해율보다 크기 때문에 양자가 같은 경우 ($\tilde{\rho}=1$)와 비교하여 액막내의 압력이 증가함으로써 (식 (20) 참조) 고상하강속도는 감소하게 된다.

4.2 온도구배인자

종방향대류의 정량적 효과는 Ste만의 함수인 온도구배인자 ψ 로 표시되므로, 각 변수에 대한 검토에 앞서 $\psi(\text{Ste})$ 의 거동을 고찰하는 것이 의미있는 일이다. 물리적인 관점에서, 열전도만이 존재하면 $\psi=1$ 이지만 종방향대류가 강화됨에 따라 ψ 가 감소

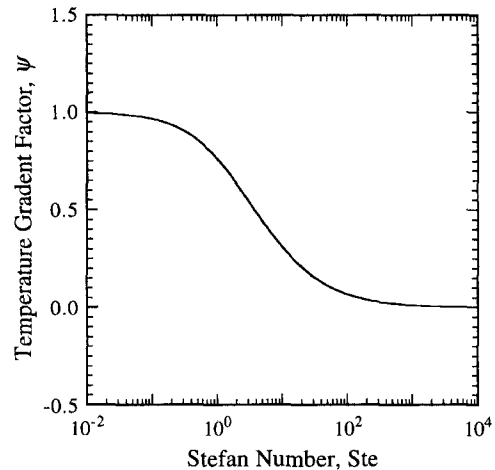


Fig. 2 Asymptotic behaviors of the temperature gradient factor as a function of the Stefan number

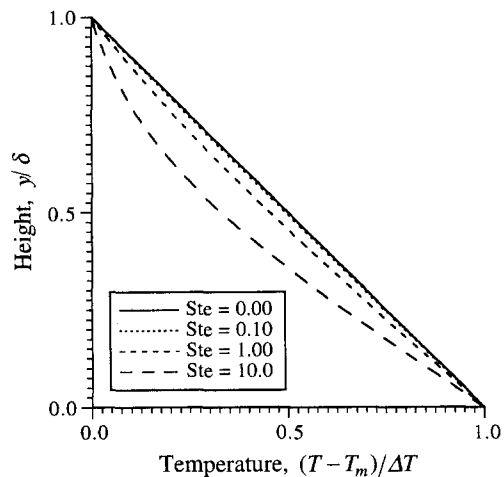


Fig. 3 Temperature profiles across the liquid film at different Stefan numbers

하리라는 사실은 예측가능하다. 구체적으로 식 (28)로부터 계산된 $\psi(\text{Ste})$ 를 Fig. 2에 도시하였다. 사실 일반적인 상변화물질의 물성치 및 접촉용해의 가열조건을 감안할 때 $\text{Ste} > 10$ 인 범위는 거의 무의미하지만 $\psi(\text{Ste})$ 의 극한거동을 보이기 위하여 포함시켰다. 예상대로 Ste이 감소하면 $\psi=1$ 로, 증가하면 $\psi=0$ 으로 점근적으로 접근한다. 이 결과는 액막내의 열전달은 Ste이 작은 조건에서는 열전도에 의해, 반대의 경우 종방향대류에 의해 지배됨을 의미한다. 특히 후자의 경우는 상경계면에서 생성

된 액상의 강한 하향유동으로 인하여 온도구배가 0으로 접근하는데, 이러한 경향은 Ste에 따른 액막내 온도분포 Fig. 3에서 재확인된다. 즉 정상상태 열전도에 의한 선형온도분포는 Ste의 증가에 따라 상경계면 쪽의 온도구배가 감소하는 형태로 비선형화한다. 이런 맥락에서 본 연구의 의의는 열전도와 종방향대류의 크기가 유사한 구간에 적용가능한 해석해를 제시한 점에 있다.

4.3 종방향대류의 영향

전절에서 취급하였듯이 종방향대류의 영향은 Ste에 의해 특성화된다. 여기서는 스케일해석과 연계하여 종방향대류의 크기차수를 평가하고, 가용한 자료와 비교하며, 각 변수에 대한 정량적인 영향을 고찰하기로 한다. 3.2절의 스케일해석에 의하면 열전도에 대한 밀도차가 고려된 종방향대류의 비는 $(\rho_s/\rho_l) V\delta/\alpha$ 인 크기차수를 갖는다. 편리하게도 식 (26)의 좌변과 종방향대류대 전도비의 무차원형태가 일치하기 때문에 종방향대류의 상대적 크기는 $Ste \cdot \psi$ 로 평가될 수 있으며, 접촉응축에서 물리적으로 의미있는 Ste의 범위에 대하여 Fig. 4에 도시되어 있다(여기서 전술한 $V\delta/\alpha \sim Ste$ 임이 확인됨). 당연히 종방향대류는 Ste에 따라 증대되며, $Ste \approx 1.1$ 에서 전도와 같은 크기가 된다. 여기서 Fig. 4의 곡선자체는 이론적으로 엄밀하지만, 종방향대류의 크기에 관한한 스케일해석이 연계되었기 때문에 정성적인 의미만이 부여될 수 있음에 유의하여야 한다.

종방향대류가 고려된 모델의 타당성을 검토하고

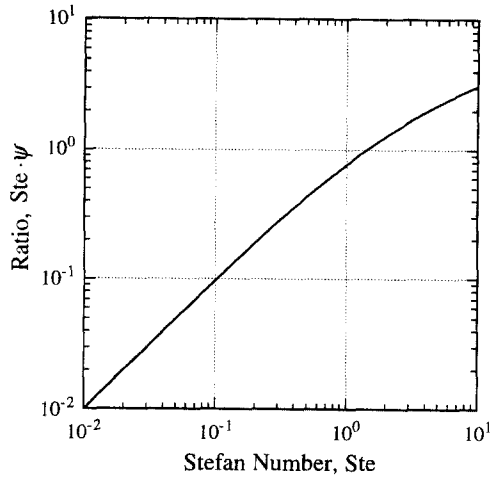


Fig. 4 Variation in the order-of-magnitude ratio of vertical convection to conduction with respect to the Stefan number

해석결과와 유용성을 보이기 위하여 본 연구의 결과와 발표된 자료를 비교하고자 한다. 사실 접촉응축에 대한 수많은 실험적 연구 중에서 본 연구와 기하학적 형상, 응축조건 등 비교를 위한 전제조건을 만족시키는 경우는 Moallemi 등⁽⁸⁾을 제외하면 거의 없다. 그러나 이 실험자료도 열전도가 주도적인 작은 Ste에 국한된 점, 초기과냉에 따른 비정상효과, 응축과정동안 상변화물질의 질량감소로 인한 접촉(수직)력의 변화, 실험적 제약에 의한 액막두께의 미측정 등의 문제로 비교대상으로서는 부적합하다. 다행히 Hong과 Saito⁽²⁾의 연구는 상기 전제조건을 만족하면서 액막내의 대류를 반영한 수치해

Table 1 Comparison of the present results with the available data.⁽²⁾

Conditions	Ste	0.01266	1.266
		\tilde{F}_n	1.643×10^{11}
	$\tilde{\rho}$	1.0	1.0
\tilde{V}	Numerical	23.84	1081
	Present	23.95	1066
	Conduction	24.03	1351
$\tilde{\delta}$	Numerical	5.23×10^{-4}	8.70×10^{-4}
	Present	5.26×10^{-4}	8.66×10^{-4}
	Conduction	5.27×10^{-4}	9.37×10^{-4}
ψ		0.9958	0.7286

석이기 때문에 비교대상으로 선정되었다. 문헌⁽²⁾의 도시된 결과로부터 정량적인 자료의 획득은 곤란하기 때문에, 이미 발표된 두 가지 조건에 대하여 같은 방법으로 정밀하게 재계산된 정상상태에서의 무차원 고상하강속도 \tilde{V} 와 액막두께 $\tilde{\delta}$ 를 Table 1에서 본 연구의 해석해와 비교하였다. 참고로 각 경우에 대한 전도해 및 온도구배인자 ψ 를 함께 수록하였다. 예상대로 $Ste=0.01266$ 인 경우 3개의 해는 완전히 일치하지만, $Ste=1.266$ 인 경우 수치해 및 해석해는 전도해보다 상당히 작다. 즉 Ste 이 큰 조건에서 대류는 무시할 수 없는 영향을 미친다는 사실이 확인된다. 또한 $Ste=1.266$ 인 경우, 전도해에 비하면 미미한 정도지만, 해석해와 수치해 사이에는 약간의 차이가 있다. 이는 횡방향대류와 같이 본 모델에서 배제된 인자의 효과일 수도 있으나, 엔탈피방법에 의한 수치해석시 수반될 수 있는 상경계면에서 온도구배 계산의 불확실성 등 다른 요소에 기인하였을 가능성도 있다. 결과적으로, 해석해와 수치해의 비교적 양호한 일치는 해석 모델 및 방법이 타당함은 물론 실제 액막내 대류는 종방향대류에 의해 주도됨을 의미한다.

각 변수에 대한 종방향대류의 정량적인 영향은 상변화물질, 수직력, 상대운동속도 등 접촉용해 및 유회조건이 동일한 상태에서 가열온도차의 조정에 의한 Ste 의 변화에 대하여 고찰하는 것이 타당하다. 이때 종방향대류의 영향은 식 (29)~(31)과 각각에 대응하는 전도해($\psi=1$) 사이의 비로써 표시될 수 있다. 즉

$$V/V_{\text{cond}} = \psi^{3/4} \quad (32)$$

$$\delta/\delta_{\text{cond}} = \psi^{1/4} \quad (33)$$

$$f/f_{\text{cond}} = \psi^{-1/4} \quad (34)$$

로서 Fig. 5에 Ste 에 따른 변화가 도시되어 있다. 식 (32)~(34) 및 Fig. 2로부터 예상되듯이, 종방향대류가 강화됨에 따라 고상하강속도와 액막두께는 감소, 가열평판과 상변화물질 사이의 마찰은 증가한다. 온도구배인자 ψ 의 점근거동에 따라 대략 $Ste \leq 0.1$ 인 범위에서는 각 변수의 변화가 거의 없으므로 해석식 식 (10)에 비추어 열전도만을 고려하여도 타당한 결과를 얻을 수 있을 것으로 보인다. 그러나 일반적인 상변화물질의 접촉용해에서 가열온도차 ΔT 가 비교적 큰 상태이기는 하지만 실현가능한 조건인 $Ste=1$ 정도에서 이미 종방향대류의 영향은 무시하기 곤란한 크기이다. 이 결과는

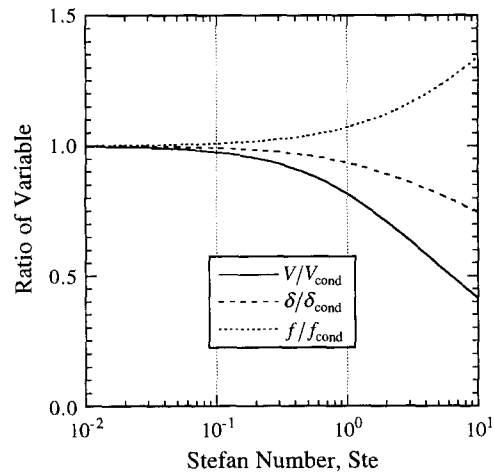


Fig. 5 Effect of vertical convection on the system variables as a function of the Stefan number

Table 1에서 비교된 $Ste=1.266$ 에 대한 수치해에서 고상하강속도 및 액막두께가 전도해에 비하여 과소예측된 가장 핵심적인 이유는 종방향대류를 재확인시켜 준다.

식 (29)~(31)은 해석해로서 적용이 용이하며 전도해를 포괄하고 있음을 감안할 때 향후 정상상태 접촉용해 해석에 있어서 기존의 이론을 대체할 수 있을 것으로 보인다.

5. 결 론

액막내의 종방향대류와 고액밀도차에 초점을 맞추어 상변화물질과 가열평판이 상대운동을 하는 정상상태 접촉용해 시스템에 대하여 해석적 접근을 시도하였다. 정성적인 스케일해석과 정량적인 해석해의 유도를 통하여 도출된 결론은 다음과 같다.

가용한 수치해 및 물리적 관찰에 근거하여 액막내의 대류열전달에서 횡방향대류의 크기차수는 종방향대류에 비하여 무시될 수 있음을 확인하였다. 이에 근거하여 종방향대류와 밀도차가 고려된 스케일해석을 수행한 결과 종방향대류는 새로이 도입된 온도구배인자의 향으로 고상하강속도 및 액막두께에, 고액밀도차는 밀도비의 향으로 고상하강속도에 현시적인 영향을 미친다는 사실이 규명되었다.

종방향대류와 고액밀도차의 영향을 구체화하기 위하여 모델방정식에 대한 해석해를 유도하였다. 해석해가 스케일해석의 기본적인 특성은 유지하면

서 정량화된 형태로만 표현되는 사실로부터 스케일 해석의 유용성을 재확인할 수 있었다. 해석해에서 종방향대류의 영향은 온도구배인자로 특성화되며, 이 인자는 접촉용해의 가열조건을 대표하는 Ste만의 함수로서 Ste의 양극한에서 1과 0으로 점근적으로 접근한다. 물리적으로 의미있는 Ste의 범위에 있어서 전도에 대한 종방향대류의 상대적 크기는 Ste에 따라 증가한다. 정량적으로, 고정된 용해 및 상대운동 조건에서, 밀도차는 고상하강속도만을 밀도비의 선형함수 형태로 변화시킬뿐 다른 변수와는 무관하다. 반면 종방향대류는 핵심적인 변수에 보다 현저한 영향을 미친다. 구체적으로 고상하강속도, 액막두께 및 상대운동 미찰계수는 전도해와 비교하여 각각 온도구배인자의 3/4, 1/4 및 -1/4승에 비례하여 변화한다. 이 결과 및 비교적 큰 Ste에 대한 본 해석해와 수치해 사이의 양호한 일치는 해석해 및 수치해와 전도해 사이의 차이는 주로 종방향대류에 기인하였음을 입증한다. 다만 온도구배인자의 접근거동으로 인하여 $Ste \leq 0.1$ 인 범위에서 대류효과는 안전하게 무시될 수 있을 것으로 보인다.

본 연구에서 확립된 해석해는 적용이 용이하고 기존의 전도해를 포함하는 일반화된 형태이기 때문에 정상상태 접촉용해의 새로운 이론적 기준으로서 기여할 수 있으리라 기대된다.

참고문헌

- (1) Bejan, A., 1994, "Contact Melting Heat Transfer and Lubrication," *Advances in Heat Transfer*, Vol. 24, pp. 1~38.
- (2) Hong, H. and Saito, A., 1993, "Numerical Method for Direct Contact Melting in Transient Process," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2093~2103.
- (3) Bareiss, M. and Beer, H., 1984, "An Analytical Solution of the Heat Transfer Process During Melting of an Unfixed Solid Phase Change Material Inside a Horizontal Tube," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 739~746.
- (4) Bejan, A., 1992, "Single Correlation for Theoretical Contact Melting Results in Various Geometries," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 472~483.
- (5) Bejan, A., 1995, *Convection Heat Transfer*, 2nd ed., Wiley, New York, pp. 434~455.
- (6) Batchelor, G. K., 1967, *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, pp. 219~222.
- (7) Bejan, A., 1989, "The Fundamentals of Sliding Contact Melting and Friction," *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 13~20.
- (8) Moallemi, M. K., Webb, B. W. and Viskanta, R., 1986, "An Experimental and Analytical Study of Close-Contact Melting," *J. Heat Transfer*, Vol. 108, pp. 894~899.

(1) Bejan, A., 1994, "Contact Melting Heat Trans-