

(논 문)

비등방 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 회전 덕트유동의 수치해석

명 현 국*

(1996년 11월 25일 접수)

Numerical Analysis of Rotating Channel Flow with an Anisotropic $k-\epsilon$ Turbulence Model

Hyon Kook Myong

Key Words : Rotating Channel Flow(회전 덕트유동), Anisotropic $k-\epsilon$ Turbulence Model(비등방 $k-\epsilon$ 난류모델), Rotating Effect(회전효과), Prediction(예측), Reynolds Stresses(레이놀즈응력)

Abstract

An anisotropic $k-\epsilon$ turbulence model for predicting the rotating flows is proposed with the simple inclusion of a new parameter dealing with the extra straining effects in the ϵ -equation. This model is employed to compute the effects of Coriolis forces on fully-developed flow in a rotating channel. The predicted results indicate that the present model captures fairly well the striking rotational-induced effects on the Reynolds stresses and the mean flow distributions, including the argumentation of turbulent transport on the unstable side (pressure surface) of the channel and its damping on the stable side (suction surface).

1. 서 론

터보기계에서의 회전익(rotor blade), 헬리콥터 회전익 및 원심 임펠러 관로에서의 유동 등 회전하는 덕트 및 관로 내에서의 난류 전단유동은 공학적인 유체역학 문제에서 만나는 복잡한 유동 중의 하나로, 이러한 회전체 주위에서의 난류유동은 일반적으로 3차원성 및 Coriolis 힘에 의해 생기는 이차적인 변형률(extra strain rate)의 영향을 동시에 받으므로 비회전 난류유동과는 상당히 다른 난류구조를 가지게 된다. 이와 같이 공학적으로 중요한 회전 덕트유동에서는 이 두 영향이 동시에 존재하고 있으나, 난류모델의 검증 및 회전효과를 연구하는 경우에는 이 두 영향을 분리하여 각각을 독립시

키는 것이 바람직하다. 회전 덕트유동 중에서도 회전하는 두 평행 평판 사이에서 완전히 발달된 유동(Fig.1 참조)은 Coriolis 힘에 의해 생기는 이차적인 변형률의 영향만을 받고 있으며, 단순한 기하학적 형상 때문에, 이러한 목적에 매우 적절하여 현재까지 많은 실험적, 해석적 연구가 수행되어져 왔다.⁽¹⁻⁸⁾ 즉, 회전 덕트유동에서의 난류구조에 대한 Coriolis 힘의 효과는 Johnston 등⁽¹⁾에 의해 실험적으로 상세히 연구되었다. 이들은 평균 속도분포 및 수소 기포법에 의한 가시화를 통해 회전에 따른 난류구조의 변화를 연구하였다. 그 후, Kim⁽²⁾은 LES (Large Eddy Simulation)를 사용하여 평균 속도분포 및 각각의 난류(또는 레이놀즈)응력 분포 등 회전효과에 따른 난류구조를 상세히 제시하였다. 또한, 최근에는 Kristoffersen 등⁽³⁾에 의해 DNS 결과가 제시되어, 회전 덕트유동에서의 회전 효과에 따른 난류구조에 관해 보다 상세하고 신뢰

*회원, 국민대학교 기계자동차공학부

성 있는 데이터가 얻어졌다.

한편, 유동예측에 널리 사용되고 있는 표준 난류 모델은 모델 자체가 단순하면서도 예측성능이 우수하고 텐서 불변성조건(tensor invariant condition)을 만족하고 있어서 현재 상용 CFD 코드에 도입되어 널리 사용되고 있다. 그러나, 잘 알려진 바와 같이 이 표준 모델은 회전이나 곡률에 의한 이차적인 변형률효과를 충분히 반영하지 못하고 있으므로, 회전유동에서의 난류구조에 대한 Coriolis 힘의 효과는 Coriolis 힘에 의한 회전효과를 고려한 수정 난류모델,⁽⁴⁾ 대수응력모델^(5,6) 및 레이놀즈응력모델^(7,8) 등을 사용해서 연구되어 왔다. 이들 해석적인 연구결과들을 살펴보면 전반적으로 고차 모델인 경우가 레이놀즈(또는 난류)응력항의 비등방성 등 회전유동의 난류구조에 대해 보다 상세한 예측결과를 보여주고 있으나, 평균속도에 대한 예측성능면에서는 수정 모델과 같은 저차 모델과 큰 차이를 나타내고 있지 않다. 그러나, 수정 모델에서 회전 효과 등을 고려하기 위해 경험적으로 채택하고 있는 함수 형태는 거의 공통적으로 Richardson 수의 변수 형태를 사용하고 있으나, 이 변수는 텐서 불변성조건을 만족하고 있지 못하기 때문에 일반성의 면에서 볼 때 적절하지 못하다.⁽⁹⁾ 또한, 레이놀즈응력모델의 각각의 레이놀즈응력항에 대한 예측결과는 최근의 DNS 결과를 전반적으로는 반영시키고 있으나, 불안정한 벽면 부근에서 주유동 방향의 레이놀즈응력을 비회전 유동의 경우보다 다소 작게 예측하는 등 몇 가지 면에서는 DNS 결과와 상반된 예측성능을 보여주고 있다.

최근 표준 $k-\epsilon$ 모델이 고차 모델에 비해 크게 문제가 되고 있는 레이놀즈응력항의 비등방성 문제를 해결할 수 있는 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델이 제안되었다.⁽¹⁰⁻¹¹⁾ 이 비등방 모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델 중의 레이놀즈응력항을 속도구배에 대한 선형 형태에서 비선형 형태로 바꾼 것으로 경제성 및 수치 안정성 면에서는 표준 $k-\epsilon$ 모델과 별로 차이를 보이지 않으면서도, 고차 모델과 같이 레이놀즈응력항의 비등방성 등 유동의 난류구조에 대해 보다 상세한 예측을 할 수 있다. 그러나, 현재까지 비등방 모델이 회전유동 예측에 사용되지 않고 있다. 이것은 표준 $k-\epsilon$ 모델을 기본으로하여 제안된 비등방 모델은 Fig. 1에 보인 회전 덕트유동의 경우 후술하는 바와 같이 표준 모델과 똑같은 문제점을 가지고 있어 회전유동을 적절히 예측할 수 없기 때문으로 판단

된다. 따라서, 공학적으로 매우 중요한 회전유동의 예측성능을 향상시키기 위해서 일반성을 가지면서 회전에 의한 이차적인 변형률 효과 및 레이놀즈 응력항의 비등방성을 적절히 반영시킬 수 있도록 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델을 개량할 필요가 있다.

본 연구에서는 이러한 배경하에 회전유동 예측성능을 향상시킬 수 있는 비등방 난류모델을 제안하고자 한다. 이를 위해서 최근에 명⁽⁹⁾에 의해 제안된 이차적인 변형률효과를 나타내는 새로운 변수를 기존의 비등방 난류모델에 도입하여 회전효과에 의한 이차적인 변형률 효과 및 레이놀즈응력항의 비등방성을 적절히 나타낼 수 있는 일반성을 가진 비등방 난류모델을 구축한다. 또한, 이 비등방 난류모델을 검증하기 위해 전술한 바와 같이 Coriolis 힘에 의해 생기는 이차적인 변형률의 영향만을 받는 유동장($x-y$ 평면)에 수직인 방향으로 각회전 Ω 로 회전하는 단순한 회전 덕트유동(Fig. 1)에 적용하여 레이놀즈응력항의 비등방성 등 회전유동의 난류구조에 대해 보다 상세한 예측성능 특성을 파악하고자 한다. 참고로, 회전유동인 경우 벽합수를 사용하지 않는 저레이놀즈형 레이놀즈응력모델⁽⁶⁾이 최근에 보고되어 있으나, 본 연구에서는 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델을 구축하는 입장에서 벽합수를 사용하는 고레이놀즈수형 모델을 제안하고, 저레이놀즈수형 모델은 향후의 연구과제로 한다.

2. 수학적 모델 및 수치해석 방법

본 연구에서는 현재까지 제안된 비등방 $k-\epsilon$ 모델 중 Myong-Kasagi⁽¹¹⁾에 의해 제안된 모델을 바탕으로 회전유동 예측성능을 향상시킬 수 있는 비등방 모델을 제안하고자 한다. 이 모델을 고레이놀즈수형으로 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ & - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$+ \frac{k}{\epsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_{\beta} \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (3)$$

$$\nu_t = C_{\mu} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (5a)$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \quad (5b)$$

$$S_{3ij} = \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (5c)$$

$$C_{\mu} = 0.09, \quad \sigma_k = 1.4, \quad \sigma_{\epsilon} = 1.3, \quad C_{\epsilon 1} = 1.4, \\ C_{\epsilon 2} = 1.8, \quad C_2 = 0.45, \quad C_3 = -0.15 \quad (6)$$

참고로 식 (3)의 우변 세번째항은 k -방정식의 생산항 및 소산항 사이의 상호관계로부터 얻어진 속도구배에 대한 비선형항으로 각 레이놀즈응력의 비등방성을 나타내며, 이 항을 제외시키면 일반적인 표준 k - ϵ 모델과 똑같이 된다. 또한 이 세번째 비선형항은 좌표계에 의존하지 않는 텐서 불변성조건을 만족하므로 일반성을 가지고 있다. 따라서, 이 비등방 모델은 복잡한 3차원 유동장에도 용이하게 적용될 수 있으며, 현재 2차원 경계층 및 채널 유동,⁽¹¹⁾ 사각형덕트 내에서 2차 유동을 발생시키면서 발달하는 복잡한 3차원 유동⁽¹²⁾ 등에 적용되어 좋은 결과를 얻고 있다. 또한, 본 모델은 식 (6)에서 보는 바와 같이 표준 k - ϵ 모델과는 모델상수가 다소 다르나, 본 모델의 결과가 본 연구에서 다루고 있는 회전 덕트유동 및 박리유동 등에 적용한 결과 더 좋은 예측결과를 제시하고 있는 것으로 확인되었다.^(13, 14)

한편, Fig. 1과 같이 유동장(x - y 평면)에 수직인 방향으로 각회전 Ω 로 회전하는 완전히 발달된 단순한 회전 덕트유동에 대한 평균 운동량방정식은 회전좌표계에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dP^*}{dx} + \frac{d}{dy} \left(\nu \frac{dU}{dy} - \overline{uv} \right) \quad (7)$$

여기서 $P^* = (P + \Omega^2 x_j x_j / 2)$ 는 환산정압(reduced static pressure)으로 dP^*/dx 는 일정한 값을 가지며, 이 값은 평판 사이의 질량유량에 의해 정해진다. 또한, U 는 유동방향의 평균속도이고, u 와 v 는 각각 유동방향 (x 방향)과 법선방향 (y 방향)의 속도 변동성분을 나타낸다. 따라서, 식 (7)의 평균 운동량방정식은 비회전 유동에 대한 식과 외형상 똑같게 되나, 레이놀즈 전단응력 $-\overline{uv}$ 는 시

스템의 회전 영향을 크게 받게 된다. 이 회전유동은 두 개의 무차원 변수, 레이놀즈수 $Re = U_m D / \nu$ 및 로스비수 $Ro = \Omega D / U_m$ 에 의존한다. 여기서, U_m 은 주유동 속도의 평균을 의미한다.

식 (7)에 나타나는 레이놀즈 전단응력 $-\overline{uv}$ 를 위의 비등방 모델을 사용해서 구할 경우, 식 (3)으로부터

$$-\overline{uv} = \nu_t \frac{dU}{dy} \quad (8)$$

로 된다. 식 (7)과 식 (8)은 표준 k - ϵ 모델과 똑같은 형태를 가지고 있으므로, 잘 알려진 바와 같이 위의 비등방 k - ϵ 모델도 표준 모델과 같이 결과적으로 회전효과를 적절히 반영시키고 있지 않음을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 표준 k - ϵ 모델에 회전이나 곡률효과를 반영시킨 수정 k - ϵ 모델들을 참고해서 회전유동 예측성능을 향상시킬 수 있도록 비등방 k - ϵ 모델을 개선하고자 한다.

현재까지 제안된 표준 k - ϵ 난류모델에 회전이나 곡률효과 등을 반영시킨 수정모델들은 다음과 같이 크게 세 가지로 분류될 수 있다. 첫째는, Launder 등⁽¹⁵⁾과 같이 난류에너지 소산율방정식의 모델상수를 수정하여 결과적으로 길이 스케일을 바꾸는 방법으로, Launder 등은 식 (2)에 나타나는 모델상수 $C_{\epsilon 2}$ 를 이차적인 변형을 효과를 나타내는 변수로서 난류에너지를 포함한 에디(eddy)의 시간 스케일에 기초한 난류구배 Richardson수를 사용해서 선형함수 형태로 수정하였다. 둘째는, Lezhziner-Rodi⁽¹⁶⁾와 같이 식 (4)의 난류(또는 와)점성계수에 나타나는 C_{μ} 를 수정하는 방법으로, 이들은 대수응력모델로부터 출발하여 이차적인 변형을 효과를 나타내는 변수로서 유선곡률좌표계로 표현한 난류구배 Richardson 수를 사용하였다. 셋째는, Park-Chung⁽¹⁷⁾와 같이 난류에너지방정식과 소산율방정식의 난류확산항 중의 난류프란틀수 σ_k 및 σ_{ϵ} 을 수정하는 방법으로, 이들은 Lezhziner-Rodi와 같이 이차적인 변형을 효과를 나타내는 변수로서 유선곡률좌표계에 의존하는 난류구배 Richardson수를 사용하였으며, 또한 식 (2)의 소산항에 나타나는 모델상수 $C_{\epsilon 2}$ 도 비슷한 방법으로 수정하였다. 이상 살펴본 바와 같이 기존의 수정 k - ϵ 모델들에서 채택하고 있는 수정함수는 모두 이차적인 변형효과를 나타내는 변수로서 실험적 및 해석적 연구에 널리 사용되고 있는 Richardson 수라는 변수의 함수

형태로서 나타내어지고 있다. 그러나, 이 변수들은 일반적으로 좌표계에 의존하지 않는 조건인 텐서 불변성조건을 만족하고 있지 못하며, 특히 유선곡률좌표계에 의존하기 때문에 3차원으로의 확장이 어렵다. 또한 이 변수들은 각종 이차적인 변형율이 복합적으로 영향을 미치는 경우에는 일반적으로 적용하기가 어렵기 때문에, 결과적으로 이들 수정항수를 채택하고 있는 수정모델들은 일반성의 면에서 볼 때 적절하지 못하다.⁽⁹⁾

최근 명⁽⁹⁾은 평균 변형률과 평균 와도가 단순 전단유동에서와 같이 주된 변형률이 하나뿐인 경우에는 같은 진동수(또는 시간 스케일)를 가지나, 복잡한 유동에서는 추가적인 속도구배 및 회전, 곡률 등에 의해 야기되는 이차적인 변형률로 인해 상대적으로 다른 진동수를 가지게 되는 특성을 고려하여, 회전효과와 같은 이차적인 변형률 효과가 평균 변형률과 평균 와도의 상대적인 크기에 의해 행하여 진다는 가정하에서 아래와 같이 평균 변형률과 평균 와도의 제곱의 차를 난류의 특성 시간 스케일 (k/ϵ)의 제곱으로 나눈 것으로 정의되는 새로운 형태의 변수 M_{rt} 를 제안하였다.

$$M_{rt} = \frac{k^2}{\epsilon^2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (9)$$

여기서, S_{ij} 및 Ω_{ij} 는 평균 변형률과 평균 와도 텐서로 각각 다음 식으로 정의된다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (10a)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (10b)$$

식 (9)의 새로운 변수 M_{rt} 는 단순한 함수 형태를 취하면서도, 이차적인 변형률 효과가 없는 단순 전단유동에서는 0의 값을 가지고, 또한 텐서 불변성조건을 만족하고 있다. 따라서, 이 변수는 기존 변수인 Richardson 수가 가지고 있는 문제점을 해결하고 있다. 이 새로운 변수 M_{rt} 를 본 연구에서 다루고자 하는 단순 회전유동에 적용하면 회전좌표계에서 다음과 같이 표현된다

$$M_{rt} = -2\Omega \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \Omega \right) \quad (11)$$

참고로 식 (11)은 관성좌표계와 회전좌표계 사이에 성립하는 변환 관계식⁽⁵⁾

$$U_{i,j} \rightarrow U_{i,j} + \epsilon_{ijk}\Omega_k \quad (12)$$

을 사용하면 식 (9)로부터 용이하게 구해지며, 식 (12)에서 ϵ_{ijk} 는 permutation 텐서이다. 또한 식 (11)로 표현되는 새로운 변수 M_{rt} 의 결과식은 기존 변수인 Richardson 수와 매우 유사하며, 회전유동, 선회유동, 박리 및 재부착 유동 등 공학적으로 중요한 복잡한 유동에 대해서 이 새로운 변수가 기존 변수들 대신에 사용될 수 있는 가능성이 매우 높음이 입증되었다.^(9, 13, 14)

본 연구에서는 이상의 연구결과와 균질회전유동 (homogeneous rotating flow)에서 난류가 감소되는 실험적 사실을 반영시키기 위해서는 난류에너지 소산율방정식에 회전효과를 반영시킬 수 있는 항을 포함시켜야 한다는 Bardina 등⁽¹⁸⁾의 제안을 토대로, 기존 비등방 모델을 크게 변형시키지 않으면서도 일반성을 가지며 회전유동 예측성을 향상시킬 수 있는 비등방 $k-\epsilon$ 모델을 구축하기 위해, 식 (2)에 나타난 난류에너지 소산율방정식을 Launder 등⁽¹⁵⁾과 유사한 방법으로 모델상수 C_{e2} 를 이차적인 변형률효과를 나타내는 일반성을 가진 새로운 변수의 선형함수 형태로 다음과 같이 수정한다.

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{e1} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ & - C_{e2} (1 - C_c M_{rt}) \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (2a)$$

본 연구에서는 $C_c=0.2$ 를 사용하기로 한다. 결과적으로, 본 연구에서 제안하는 비등방 $k-\epsilon$ 모델은 기존의 비등방 $k-\epsilon$ 모델의 난류에너지 소산율 방정식에 회전효과를 직접적으로 반영시킨 것으로, 이 효과에 의해 속도 및 난류응력 등 회전유동의 난류구조가 바뀌어 진다고 가정한 것이다. 이 가정의 타당성은 기존 모델이 회전유동을 적절히 예측하지 못하고 있는 데 반해, 본 연구에서 제시한 모델은 회전유동을 적절히 예측할 수 있음을 다음 절에서 Fig.1에 나타난 단순한 회전 덕트유동에 실제 적용시켜 입증하고자 한다.

본 연구에서 다루고자 하는 유동에서 각각의 레이놀즈응력은 식 (3)에 의해 대수적으로 구해질 수 있으므로, 수치계산을 위해서는 평균속도 U , 난류에너지 k 및 난류에너지 소산율 ϵ 에 대한 서로 연관된 세 개의 방정식, 즉 식 (7)과 식 (1) 및 식 (2) 또는 식 (2a)를 풀면 된다. 해를 구하는 방법은 TDMA를 이용한 유한체적법에 기초하였으며, 덕트의 양쪽면에 대한 경계조건은 벽함수를 사용하여 벽으로부터의 첫번째 격자점이 완전한 난

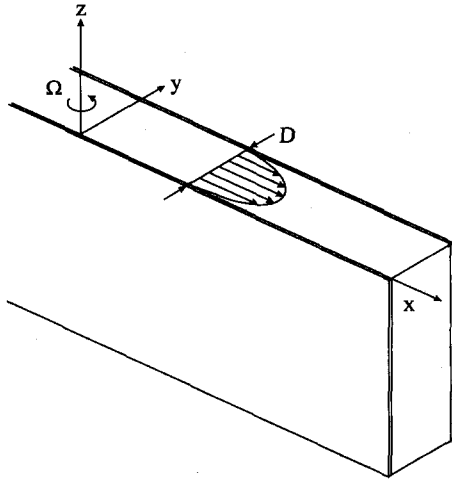
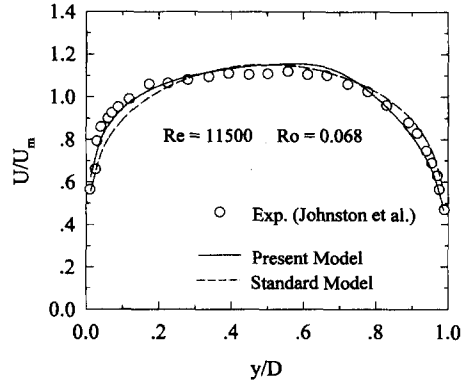


Fig. 1 Flow configuration

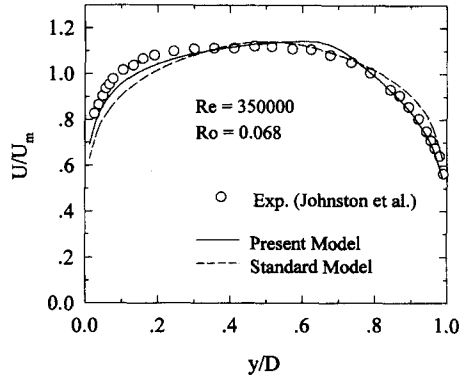
류영역에 있도록 하였다. 격자수는 y 방향으로 30~50점을 취하고, 종속변수(특히 U 와 ϵ)의 구배가 심한 양쪽 벽면 근처에 격자점을 집중시켰다.

3. 결과 및 고찰

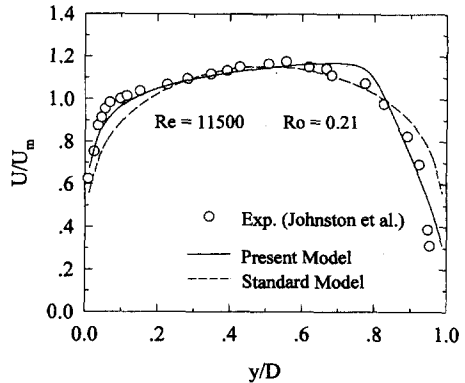
Fig. 2는 두 가지 레이놀즈수 및 로스비수에 대해 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델로부터 계산된 평균 속도 분포를 실험결과⁽¹⁾와 비교한 것이다. 예상한 바와 같이 기존의 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델(이하 표준모델)은 표준 $k-\epsilon$ 난류모델과 같이 비회전 유동에서의 똑같은 대칭적 속도분포를 예측하고 있어서 Coriolis 힘에 의한 회전효과를 전혀 나타내지 못하고 있다. 반면, 본 연구에서 제시한 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델(이하 본 모델)은 Coriolis 힘에 의한 회전효과로 인해서 비회전 유동에 비해 불안정한 벽면(압력면) 근방에서 초기에 급격한 기울기를 가지나, 벽에서 떨어진 중심 영역에서는 보다 평평한 속도분포를 가지며, 최대 속도를 가지는 위치가 중심에서 안정한 벽면(흡입면) 쪽으로 이동되는 실험적 사실을 잘 나타내고 있다. 또한, 회전율이 증가함에 따라 속도가 더욱 심한 비대칭 분포를 가지는 실험적 사실도 잘 예측하고 있다. 이와 같은 실험적 사실은 비록 저레이놀즈수($Re=6000$) 및 작은 로스비수($Ro=0.05$)에서 계산되어 정량적인 비교는 곤란하나 최근의 DNS 결과⁽³⁾와도 일치하고 있다. 참고로, 본 연구에서와 같이 벽함수를 사용해서 예측한 레이놀즈응력모델의 결과⁽⁷⁾는 본 비등방



(a) $Re=11500, Ro=0.068$



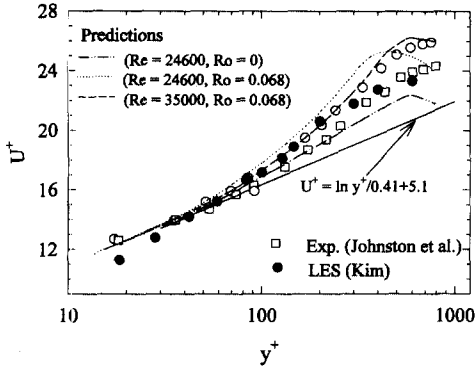
(b) $Re=35000, Ro=0.068$



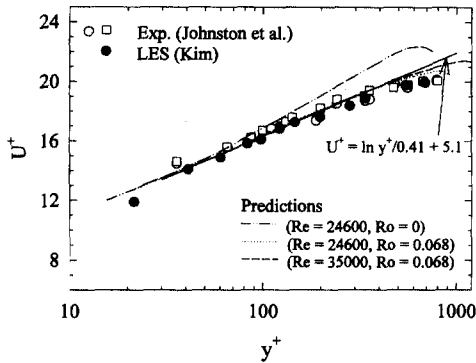
(c) $Re=11500, Ro=0.21$

Fig. 2 Mean velocity distributions across the rotating channel

모델의 결과에 비해 불안정한 벽면 근방에서 실험 결과와 다소 낮고, 중심면에서는 보다 급격한 기울기를 가지고 있어, 속도분포 예측면에서는 본 비등



(a) Stable (suction) side of the channel



(b) Unstable (pressure) side of the channel

Fig. 3 Mean velocity distribution in wall-law coordinates

방 모델의 예측결과가 더 뛰어난 것이 입증되었다. 그러나, 최근에 저레이놀즈수형 레이놀즈응력모델을 사용해서 예측한 결과⁽⁶⁾는 비교적 DNS의 결과와 잘 일치하고 있다.

Fig. 3은 본 모델을 사용하여 계산한 속도분포를 벽좌표계로 나타낸 것이다. 참고로 비슷한 레이놀즈수 및 로스비수에서의 실험⁽¹⁾ 및 LES⁽²⁾ 결과를 그림에 같이 나타냈다. 예측결과는 회전효과에 의해 안정한 면에서는 비회전 유동($Ro=0$ 인 경우)에 비해 후류(wake)성분이 증가되나, 불안정한 면에서는 완전히 없어지는 실험 및 LES 결과를 비교적 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 또한, 본 연구에서는 벽함수를 사용하고 있으나, Fig. 2와 Fig. 3의 예측결과로부터 주의하여 사용한다면 회전유동인 경우에도 벽함수를 사용해서 타당한 결과가 얻어지는 것을 알 수 있다.

본 모델에 의해 예측된 난류에너지 및 난류에너

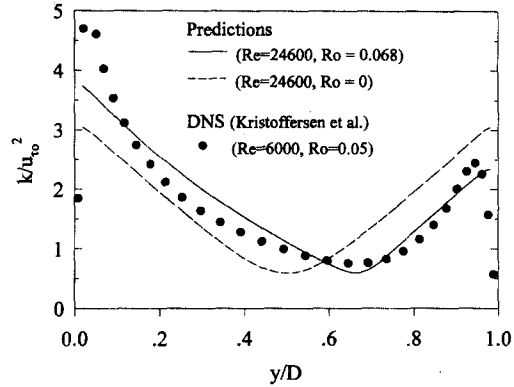


Fig. 4 Turbulent kinetic energy profile in channel flow

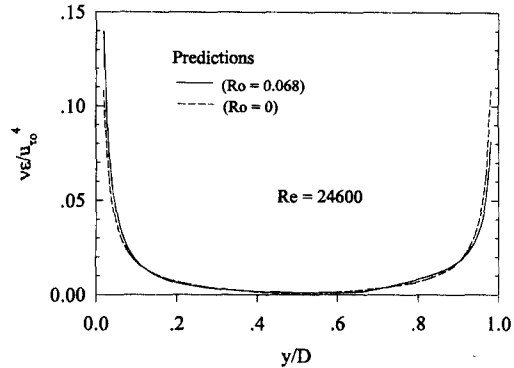


Fig. 5 Predicted profile of turbulent energy dissipation rate across the channel

지 소산율 분포를 똑같은 레이놀즈수에서 얻어지는 비회전 유동에서의 마찰속도 u_{ro} 로 무차원화시켜 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 나타낸다. 참고로 현재 회전효과에 따른 각각의 레이놀즈응력을 포함한 난류량에 대해 가장 신뢰성 있는 데이터로서 최근 Kristoffersen 등에 의한 DNS 결과⁽³⁾가 보고되었기 때문에 Fig. 4에 제시하였다. 표준 모델이 그림의 비회전 유동과 똑같은 결과를 예측하는 데 반해, 식 (2a)와 같이 회전효과를 난류에너지 소산율방정식에 포함시킨 본 모델은 회전유동인 경우 난류에너지 및 난류에너지 소산율이 비회전 유동인 경우에 비해 회전효과로 인하여 불안정한 벽면 부근에서는 증가하고 안정한 벽면 부근에서는 감소되며, 최소 값을 가지는 위치가 중심에서 안정한 벽면쪽으로 이동되고 있다. 이러한 예측결과는 그림 상에는 직접 나타내지 않았으나, 레이놀즈응력모델의 예측결과^(7, 8)와도 정성적으로 잘 일치하고 있

다. 또한 본 모델의 예측결과는 그림에 나타난 DNS의 결과가 저레이놀즈수($Re=6000$) 및 낮은 로수비수($Ro=0.05$)에서 계산된 점(일례로 DNS에서 $Re_r = u_r D / 2\nu \approx 194$ 로 벽함수를 적용할 영역이 $y/D > 0.1 \sim 0.15$ 로 된다)을 고려하면 상당히 잘 일치하고 있다고 판단할 수 있다.

Fig. 6에는 본 모델에 의해 예측된 레이놀즈 전단응력 분포를 DNS 결과와 함께 제시한다. 이 결과는 식 (8)로부터 얻어진 값으로, 본 연구에서 다루고 있는 단순 회전유동인 경우 이 전단응력만이 난류생성항에 나타난다. 따라서, 표준 모델은 비회전 유동인 경우와 마찬가지로 회전효과를 전혀 예측할 수 없다. 그러나, 본 모델은 식 형태는 표준 모델과 같으나, 전술한 바와 같이 회전효과를 난류에너지 소산율방정식에 포함시켰기 때문에, 그림에서 보는 바와 같이 불안정한 벽면 부근에서 비회전 유동의 경우에 비해 전단응력이 증가하고, 반대로 안정한 벽면 부근에서는 감소하며, 전단응력이 제로로 되는 위치가 안정한 벽면 쪽으로 이동되고 있다. 이러한 본 모델의 결과는 DNS의 결과와도 정성적으로 잘 일치하고 있다. 다만, 본 모델의 예측결과는 안정한 면쪽에서 DNS 결과보다 다소 높은 값을 예측하고 있는데, 이러한 경향은 저레이놀즈수형 레이놀즈응력모델의 결과⁽⁶⁾에서도 나타나고 있다. 또한 전술한 바와 같이 DNS 결과가 저레이놀즈수 및 낮은 로수비수에서 계산된 것을 고려하면 본 모델의 예측결과는 정량적으로도 잘 일치한다고 판단할 수 있다.

각각의 방향에 대한 레이놀즈응력 분포에 대한 예측결과를 Fig. 7에 보인다. 그림에서 u' , v' 및 w' 는 각각의 방향에 대한 레이놀즈응력의 r. m. s.

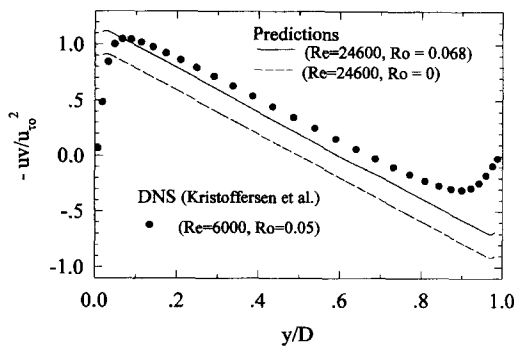


Fig. 6 Reynolds shear stress distribution across the channel

값을 나타내며, 똑같은 레이놀즈수에서의 비회전 유동인 경우의 마찰속도 u_{τ_0} 로 무차원화되어 있다. 본 모델에서 이들 수직 레이놀즈응력의 값들은 식 (3)으로부터 다음과 같은 대수식에 의해 구해진다.

$$\begin{aligned} \overline{u^2} (\equiv u'^2) = & \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}\nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left[(2C_1 - C_3) \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \right. \\ & \left. - (4C_1 - C_2 - 2C_3) \Omega \frac{dU}{dy} + (C_1 \right. \\ & \left. - C_2 + C_3) \Omega^2 \right] \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \overline{v^2} (\equiv v'^2) = & \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}\nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left[(2C_3 - C_1) \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \right. \\ & \left. - (4C_3 - C_2 - 2C_1) \Omega \frac{dU}{dy} + (C_1 - C_2 \right. \\ & \left. + C_3) \Omega^2 \right] \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} \overline{w^2} (\equiv w'^2) = & \frac{2}{3}k - \frac{1}{3}\nu_t \frac{k}{\varepsilon} \left[(C_1 + C_3) \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \right. \\ & \left. + 2(C_2 - C_1 - C_3) \Omega \frac{dU}{dy} + 2(C_1 \right. \\ & \left. - C_2 + C_3) \Omega^2 \right] \end{aligned} \quad (3c)$$

결과를 보면 비회전 유동인 경우에 비해 불안정한 벽면 부근에서 모든 방향의 레이놀즈응력은 회전효과로 인하여 증대되고 안정한 벽면 부근에서는 반대로 감소하고 있다. 또한, 본 모델은 모든 방향에 대한 레이놀즈응력의 최소값이 안정한 벽면쪽으로 이동되며, 주유동 방향의 레이놀즈응력에 비해 다른 두 방향의 레이놀즈응력의 최소값 위치가 더욱 안정한 벽면 쪽에 나타나게 예측하고 있다. 본 모델의 이러한 예측결과는 DNS 결과⁽⁹⁾와 정성적으로 매우 잘 일치하고 있으며, 이 결과가 전술한 바와 같이 저레이놀즈수 및 작은 로수비수에서 계산된 것을 고려하면 정량적으로도 잘 재현하고 있다고 판단할 수 있다. 한편, Launder 등⁽⁷⁾은 고레이놀즈수형 레이놀즈응력모델을 사용하여 불안정한 벽면 부근에서 v' 의 증가가 u' 의 감소와 함께 나타나며, 안정한 벽면쪽에서는 u' 의 미소 증가와 함께 v' 가 감소하는 예측결과를 보고하고 있다. 또한 그들의 예측결과는 주유동 방향의 최소값 위치가 비회전 유동인 경우와 같이 거의 중앙에 위치하고 있다. 그러나, 저레이놀즈수형 레이놀즈응력모델의 결과⁽⁶⁾는 DNS의 결과를 상당히 잘 재현하고 있다고 보고되어 있다.

한편, Fig. 7에 나타난 본 모델의 예측결과는 비회전 유동과는 달리 비교적 작은 회전을, 즉 $Ro=$

0.068에서도 벽면에 수직인 방향의 레이놀즈응력이 주유동 방향의 레이놀즈응력보다 큰 영역이 존재하는 것을 보여주고 있는 데, 이 사실은 LES 결과⁽²⁾에서도 보고되고 있으며, 그림에 나타낸 DNS 결과⁽³⁾로부터도 예상할 수 있다. 이 사실을 보다 명확히 입증하기 위해서 Fig. 8에 $Ro=0.21$ 로 회전율이 비교적 큰 경우의 예측결과를 보인다. 예상한 바와 같이 벽면에 수직인 방향의 레이놀즈응력이 주유동 방향의 레이놀즈응력보다 큰 영역이 상당히 넓은 영역에 걸쳐 존재하는 것을 보여주고 있다. 반면, 레이놀즈응력모델은 회전율이 작은 경우에는 이러한 사실을 재현하지 못하나, 회전율이 큰 경우에는 Fig. 8의 본 모델 결과와 비슷한 예측결과를 보인다.^(7, 8) Launder 등⁽⁷⁾은 이러한 원인으로 레이놀즈응력모델이 비회전 유동인 경우에도 중심 부근에서 너무 강한 난류응력의 비등방성을 예측하기 때문이라고 보고하고 있다. 이상의 결과로부터 본 비등방 모델은 회전유동에서의 난류구조를 상당히 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

마지막으로, Fig. 9는 본 모델을 사용하여 벽면 마찰력에 대한 회전효과를 예측한 결과를 나타낸 것으로, 똑같은 레이놀즈수에서의 비회전 유동인 경우의 마찰속도로 무차원화되어 있다. Fig. 6의 레이놀즈 전단응력 결과로부터 예상한 바와 같이 표준 모델이 벽면 마찰력에 대한 회전효과를 전혀 예측하지 못하는 데 반해, 본 모델은 작은 로스비수에서도 안정한 면과 불안정한 면에서의 벽면 마찰력에 상당한 차이를 나타내는 실험적 사실을 정성적으로도 정량적으로도 잘 예측하고 있다. 또한, 그림상에 나타낸 DNS의 결과는 실험결과 및 본 모델의 예측결과와 정성적으로는 일치하나, 정량적으로는 상당히 큰 벽면 마찰력의 차이를 보이고 있다. 이 원인으로 Launder 등⁽⁸⁾은 DNS 결과가 다른 레이놀즈수에서의 비회전 유동인 경우의 마찰속도로 무차원화된 점과 실험 결과보다 상당히 작은 레이놀즈수에서 계산되어 레이놀즈수 영향이 있는 점을 지적하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 회전효과에 의한 이차적인 변형률 효과 및 레이놀즈응력항의 비등방성을 적절히 나타낼 수 있는 일반성을 가진 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델을 제안하였다. 이 모델은 기존의 비등방 $k-\epsilon$ 모델의

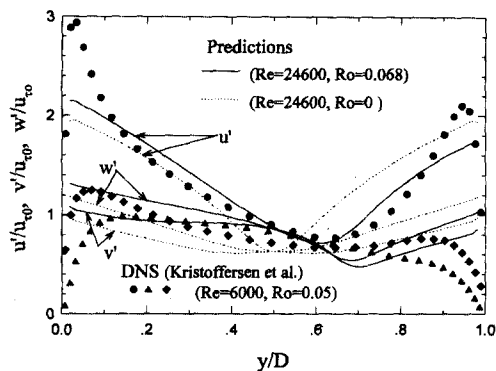


Fig. 7 Rms velocity fluctuations across the channel

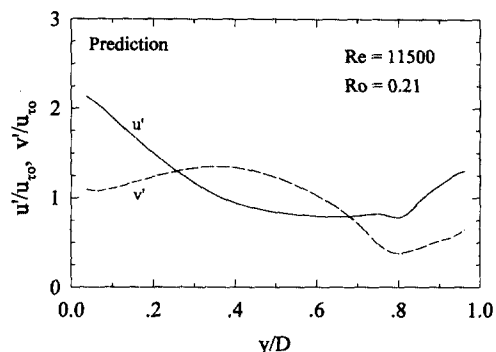


Fig. 8 Predicted profiles of rms velocity fluctuations for $Ro=0.21$

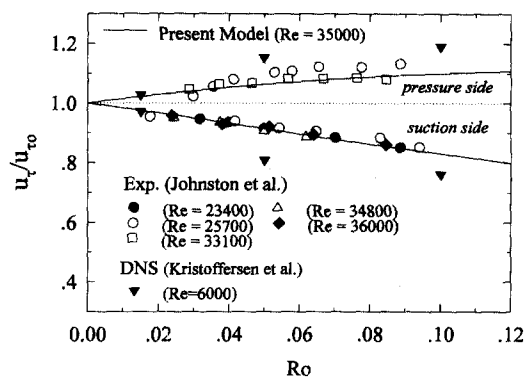


Fig. 9 Effect of rotation on wall friction on the channel walls

ϵ -방정식에 이차적인 변형률 효과를 나타내는 새로운 변수의 함수 형태를 도입한 것으로, 경제성 및 수치 안정성면에서 표준 $k-\epsilon$ 모델과 별로 차이를 나타내지 않으면서도, 고차 모델과 같이 레이놀즈응력항의 비등방성 등 유동의 난류구조에 대해

보다 상세한 예측을 할 수 있다.

또한, 이 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델을 검증하기 위해 Coriolis 힘에 의해 생기는 이차적인 변형률의 영향만을 받는 유동장에 수직한 방향으로 각회전 Ω 로 회전하는 단순한 회전 덕트유동에 적용하여 레이놀즈응력항의 비등방성 등 회전유동의 난류구조에 대해 상세한 예측성능 특성을 파악하였다. 본 연구결과, 본 비등방 $k-\epsilon$ 난류모델이 회전덕트의 불안정한 면에서의 난류 전달량의 증가 및 안정한 면에서의 감소를 포함해, 레이놀즈응력 및 평균 유동분포에 대한 회전효과를 상당히 잘 예측하고 있음이 입증되었다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학: ME95-B-01)에 의해 연구되었으며, 이에 감사를 포함한다.

참고문헌

- (1) Johnston, J. P., Halleen, R. M. and Lezius, D. K., 1972, "Effects of Spanwise Rotation on the Structure of Two-Dimensional Fully Developed Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 56, Part 3, pp. 533~557.
- (2) Kim, J., 1983, *Proc. 4th Turbulent Shear Flows Symposium*, Karlsruhe, Germany, Paper no. pp. 6~14.
- (3) Kristoffersen, R., Nilsen, P. J. and Andersson, H. I., 1990, "Validation of Reynolds Stress Closures for Rotating Channel Flows by Means of Direct Numerical Simulations," *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Rodi and Ganic, Editors, Elsevier Science Publ. Co., pp. 55~64.
- (4) Howard, J. H. G., Patankar, S. V. and Boryduik, R. M., 1980, "Flow Prediction in Rotating Ducts Using Coriolis-Modified Turbulence Models," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 102, pp. 456~461.
- (5) Lakshminarayana, B., 1986, Turbulence Modeling for Complex Shear Flows, *AIAA J.*, Vol. 24, No. 12, pp. 456~461.
- (6) Warfield, M. J. and Lakshminarayana, B., 1987, "Computation of Rotating Turbulent Flow with an Algebraic Reynolds Stress Model," *AIAA J.*, Vol. 25, No. 7, pp. 957~964.
- (7) Launder, B. E., Tselepidakis, D. P. and Younis, B. A., 1987, "A Second-Moment Closure Study of Rotating Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 183, pp. 63~75.
- (8) Launder, B. E. and Tselepidakis, D. P., 1994, "Application of a New Second-moment Closure to Turbulent Channel Flow Rotating in Orthogonal Mode," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 1, pp. 2~10.
- (9) 명현국, "이차적인 변형률 효과를 나타내는 새로운 변수의 제안, 1994, "대한기계학회논문집, 제18권 제1호, pp. 184~192.
- (10) Speziale, C. G., 1987, "On Nonlinear $k-l$ and $k-\epsilon$ Models of Turbulence", *J. Fluid Mech.*, Vol. 178, pp. 459~475.
- (11) Myong, H. K. and Kasagi, N., 1990, "Prediction of Anisotropy of the Near-Wall Turbulence with an Anisotropic Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Turbulence Model," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 112, pp. 521~524.
- (12) Myong, H. K. and Kobayashi, T., 1991, Prediction of Three-Dimensional Developing Turbulent Flows in a Square Duct with an Anisotropic Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 113, No. 4, pp. 608~615.
- (13) Myong, H. K., 1995, "Turbulence Model having Generality for the Prediction of Complex Shear Flows," *Advances in Turbulence Research-1995*, pp. 241~258, Postech, Pohang, Korea, March 27-29.
- (14) 명현국, 1994, "수정 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 회전덕트 유동의 수치예측," 대한기계학회 춘계 학술대회 논문집(II), pp. 286~289.
- (15) Launder, B. E., Priddin, C. H. and Sharma, B. L., 1977, "The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 99, pp. 231~239.
- (16) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1981, "Calcu-

- lation of Annular and Twin Parallel Jets using Various Discretization Schemes and Turbulence Model Variations," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 352~360.
- (17) Park, S. W. and Chung, M. K., 1989, "Curvature-Dependent Two-Equation Model for Prediction of Turbulent Recirculating Flows," *AIAA J.*, Vol. 27, No. 3, pp. 340~344.
- (18) Bardina, J., Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C., 1983, Improved Turbulence Models based on Large-Eddy- Simulation of Homogeneous, Incompressible, Turbulent Flows, *Mech. Eng. Dep. Rep.* TF-19, Stanford University.