

< 논 문 >

직사각형 덕트에서 전단율에 의존적인 열전도율을 갖는 비뉴턴 유체의 열전달 향상에 관한 수치적 연구

김병석* · 신세현** · 손창현**

(1997년 1월 29일 접수)

Numerical Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Shear-Rate Dependent Thermal Conductivity

B. S. Kim, C. H. Sohn and S. Shin

Key Words : Shear Rate-Dependence(전단율 의존성), Thermal Conductivity(열전도율), Non-Newtonian Fluid(비뉴턴 유체), Heat Transfer Enhancement(열전달 향상)

Abstract

The present study investigates the effect of the shear rate-dependent thermal conductivity of non-newtonian fluids on the heat transfer enhancement in a 2:1 rectangular duct flow. An axially-constant heat flux and a peripherally-constant temperature boundary conditions(H1) was adopted for a top-wall-heated configuration. The present numerical results of Nusselt numbers for SRDC(Separan) show heat transfer enhancement over those of SRIC. The Nusselt numbers increased linearly as Reynolds numbers increased. The heat transfer enhancement is due to an increased thermal conductivity near the wall, which is attributed to the shear rate-dependence.

기 호 설 명

C : 비열
 D_h : 덕트의 수력 직경
 f : 마찰 계수
 k : 열전도율
 Nu : 누셀트 수
 P : 무차원 압력
 Pr : 프란틀 수
 q'' : 열유속
 Re : 레이놀즈 수
 T : 무차원 온도
 u : 무차원 유동 방향 속도
 x : 무차원 유동 방향 거리

그리스문자

α : 각도
 $\dot{\gamma}$: 전단율
 η : 점도
 ρ : 밀도
 하첨자
 0 : 정지 유동장
 avg : 평균
 b : 유체평균
 c : 임계
 w : 벽

1. 서 론

*회원, 경북대학교 대학원 기계공학부

**회원, 경북대학교 기계공학부

직사각형 덕트내의 열전달 특성중 Hartnett⁽¹⁾ 등의 연구 결과에 의하면 Separan 수용액(AP-273)

과 Carbopol 수용액 등의 비뉴턴 유체 (non-newtonian fluids)를 사용하였을 때 열전달 성능이 물에 비해서 약 100% 이상이 향상되는 것으로 알려져 있다. Shin⁽²⁾ 등은 이와 같은 열전달 향상의 주원인이 Hartnett등이 주장하는 이차 유동 (secondary flow)에 의한 원인보다 고온 부근에서의 점도 감소로 인한 속도 증가에 의해 열전달 향상을 보여 주었다.

한편, 기존의 연구들이 열전도율 (thermal conductivity) 측정을 유체가 정지된 상태에서 수행하였고 전단율에 상관없는 일정한 값으로 가정하였으나, 최근의 실험 결과들은^(3~5) 열전도율이 전단율의 함수임을 보여주고 있다. Sohn과 Chen⁽⁶⁾은 폴리에틸렌 (polyethylene) 미립자를 이용한 현탁액의 열전도율을 이중 원형관의 Couette 유동 상태에서 측정하였는데, 미립자 크기를 특성 길이로 하는 Peclet 수의 함수로 된 모델을 에너지 식에 삽입하여 온도장이 발달중인 구역과 잘 발달된 구역에 대하여 각각 열전달 계수를 구하였다. 그 결과, 전단율에 독립적인 열전도율과 전단율에 의존적인 벽 열전도율의 비에 따라 누셀트 수가 최고 250%까지 증가하는 것으로 보고하였다. 최근 Lee⁽⁷⁾는 Separan 수용액과 CMC 수용액에 대한 열전도율을 측정하여 열전도율이 전단율에 따라 선형적으로 크게 변화함을 보고하였다. 이러한 연구 결과를 바탕으로 최근 Shin⁽⁸⁾은 열전도율이 전단율에 따라 선형적으로 변화하는 경우, 원형 덕트내의 비뉴턴 유체의 열전달 향상에 미치는 영향에 관하여 이론적으로 해석하여 누셀트 수의 증가함을 보여 주었다.

본 논문의 목적은 최근까지 고려되지 않았던 열전도율이 전단율의 함수인 경우 공학적 응용이 많은 2:1 직사각형 덕트에서의 비뉴턴 유체의 열전달 특성에 미치는 영향을 수치해석적으로 연구하고자 한다.

2. 지배방정식

Fig. 1은 본 연구의 문제를 묘사한 개략도이다. 수력학적 경계조건으로는 직사각형 덕트 입구에서는 완전 발달된 유동이 적용되고, 또한 출구에서도 유동 방향으로의 $\partial u/\partial x$ 값을 영으로하여 완전히 발달된 유동조건을 주었으며, 모든 벽면에서는 비활조건 (no-slip condition)을 적용하였다. 열경계조건으로는 덕트의 입구에서 균일한 유체온도 T_0 가

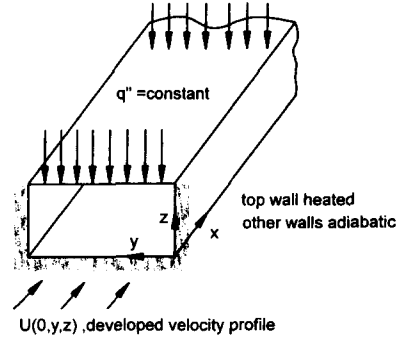


Fig. 1 Hydrodynamic and thermal boundary conditions

주어지고 출구에서는 $\partial^2 T/\partial x^2 = 0$ 를 적용하였다. 그리고, 직사각형 덕트의 상부 벽 (top wall)은 덕트의 축 방향으로 일정한 열유속 (heat flux)으로 주고, 덕트 둘레 방향으로 일정한 온도 분포를 갖는 H1 경계 조건을 가하였고, 나머지 벽면들은 단열 (adiabatic)되어 있는 경우에 대하여 해석하였다. 덕트의 상부벽에만 열을 가하여 주기 때문에 부력에 의한 이차 유동은 무시할 수 있다.

본 연구에서는 수치계산을 위한 다음과 같은 가정을 도입하였다.

1. 유체의 유동 형태는 3차원 정상상태, 비압축성, 층류 유동이다.
2. 점도와 열전도율은 전단율의 함수이고, 나머지 물성치는 일정한 값을 가진다.
3. 점성일손실 (viscous dissipation)은 작은 Brinkman 수의 조건하에 무시할 정도로 작다.

점도가 전단율의 함수이고 열전도율이 전단율의 함수이므로 지배 방정식을 무차원 변수형태로 나타내면 다음과 같다.

연속 방정식 :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\frac{\partial(\rho u_j u_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\eta (\dot{\gamma}) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

에너지방정식 :

$$\frac{\partial(\rho C_p T u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{PrRe} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(k (\dot{\gamma}) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3)$$

여기서 무차원 변수는 다음과 같이 정의된다.

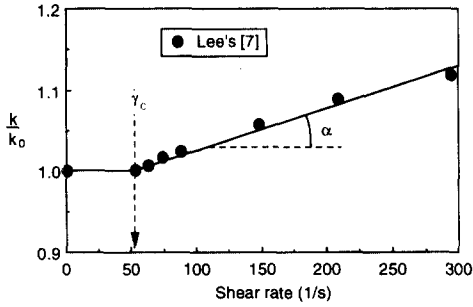


Fig. 2 Thermal conductivity v.s. shear-rate for Separan 1000wppm

$$x = \frac{\bar{x}}{D_h}$$

$$u = \frac{\bar{u}}{V_{avg}}, P = \frac{\bar{P} - \bar{P}_{ref}}{\rho_{ref} V_{avg}^2}, \rho = \frac{\bar{\rho}}{\rho_{ref}}$$

$$\eta = \frac{\bar{\eta}}{\eta_{ref}}, Re = \frac{\bar{\rho} V_{avg} D_h}{\eta_{ref}}$$

$$T = \frac{\bar{T} - \bar{T}_i}{\bar{q}'' D_h / \bar{k}_{ref}}, Pr = \frac{\bar{C}_p \eta_{ref}}{\bar{k}_{ref}}, k = \frac{\bar{k}}{\bar{k}_{ref}}$$

그리고 무차원 전단율은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\gamma} = \left[2 \left(\frac{\partial u_h}{\partial x_h} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

2.1 전단율에 의존적인 열전도율 모델

지배 방정식의 에너지 방정식에 적용된 비뉴턴 유체의 열전도율은 최근 실험에 의하면 전단율과 매우 밀접한 관계가 있음이 보고되었다. 이에 관한 모델중 본 연구는 Lee⁽⁷⁾의 실험치를 이용하여 근사하였고, 이를 Fig. 2에 나타내었다. 이를 수식으로 나타내면 식 (5)와 같이 된다.

$$k = k_0 \quad (\dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c)$$

$$k = k_0 + (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_c) \tan \alpha \quad (\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c) \quad (5)$$

여기서, k_0 는 임계전단율($\dot{\gamma}_c$)에서의 열전도율을 나타내고, α 는 전단율 대 열전도율의 기울기이다. 임계전단율 이하에서는 일정한 열전도율을 사용하고, 그 이상에서는 전단율의 함수인 열전도율을 사용한다. 이 때, 임계전단율은 작동유체에 따라 다르며, 본 논문에서는 Lee⁽⁷⁾의 Separan용액에 대한 실험치를 이용하여 계산하였다.

3. 계산 격자 및 수치 기법

본 연구의 수치 계산에 앞서 어떠한 격자(grid)

수가 적합한지를 검증해 보았다. 일정한 격자로 격자수를 늘려 가면서 물성치가 일정한 뉴턴성 유체의 2:1 직사각형 덕트유동에 대해 마찰 계수와 레이놀즈 수의 곱인 fRe 의 값을 계산하여 엄밀해(exact solution)와 비교하여 Fig. 3에 나타내었다. 41×41 격자수 이상에서 fRe 값이 점근적으로 격자수의 증가에 상관없이 거의 동일한 값을 나타내고 있다. 따라서 본 연구의 모든 수치 계산은 덕트의 한 단면에서 41×41 격자수를 사용하였다. 2:1 직사각형 덕트유동에서의 fRe 의 엄밀해 값은 15.54806이고, Shah and London⁽⁹⁾의 값은 15.55733, 그리고, 본 연구에서는 41×41 격자수로 계산된 값은 15.58368이었다. 유동 방향으로는 41개의 격자수를 생성시켜 계산을 실행한 후, 하류에서 얻은 출구결과를 다시 입구조건으로 들어가도록 하는 연속적 계산방식을 통해 유동방향으로 총 246개의 격자수에 대해 계산하였다.

본 연구의 수치 기법으로는 SIMPLE-C 알고리즘을 채택하였고 대류항(convection term)에 대해서는 3차 정확도를 가지는 quick scheme으로 이산화(discretization)하였다. SIMPLE-C 알고리즘은 Patankar⁽¹⁰⁾에 의해 제안된 SIMPLE 알고리즘과 거의 유사하지만 압력 보정식(Pressure Correction Equation)에서 그 차이가 있다. SIMPLE 알고리즘에서의 압력 보정식은 아래와 같다.

$$a_e u_e' = \sum a_{nb} u_{nb}' + (P_p' - P_p) A_e \quad (6)$$

여기서, 양변에 $\sum a_{nb} u_e'$ 을 빼 주면 SIMPLE-C 알고리즘에서의 압력 보정식이 된다. 따라서, 그 식은 다음과 같다.

$$(a_e - \sum a_{nb}) u_e' = \sum a_{nb} (u_{nb}' - u_e') + (P_p' - P_p) A_e \quad (7)$$

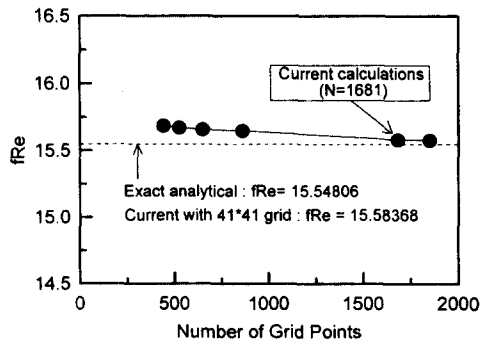


Fig. 3 fRe v.s. number of grid points for checking grid dependency

식 (6)의 SIMPLE 알고리즘이나 식 (7)의 SIMPLE-C 알고리즘의 수치계산의 결과는 모두 우변 첫째 항이 각각 삭제되어 그 만큼의 오차를 각각 포함하고 있다. 그러나, 삭제되는 우변 첫째 항을 볼 때 식 (7)의 SIMPLE-C 알고리즘은 식 (6)의 SIMPLE 알고리즘보다는 삭제되는 양이 적어 그 만큼 오차를 덜 포함하게 된다. 따라서, 정확도에서 보다 나은 알고리즘이라 할 수 있다. 해법으로서는 선순법을 이용한 TDMA 방법을 사용하였다. 또한, 수렴 조건으로 최대오차 $Error_{max} = \phi^n - \phi^{n-1} < 10^{-4}$ 을 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 열전도율이 일정한(Shear Rate Independent Conductivity, SRIC)유체와 열전도율이 전단율에 의존적인(Shear Rate Dependent Conductivity, SRDC)유체의 경우에 대하여 고려한다. 이때 각 유체의 점도는 전단율에만 의존적인 비뉴턴성 점도로서 Carreau 모델을 사용하였는데, 이는 본 연구의 시험유체인 Separan 수용액의 점도를 비교적 잘 나타낼 수 있는 비뉴턴성 점도모델 중의 하나이다.

Fig. 4는 SRIC 및 SRDC 유체의 무차원 속도 분포를 나타내고 있다. 본 연구의 SRIC 및 SRDC 유체의 점도가 전단율만의 함수이므로 온도장과 상관없이 유동장 전체에 걸쳐 동일한 속도 분포를 나타내고 있으며, 잘 일치하고 있음을 보여 준다. 이는 앞으로 비교될 누셀트 수의 변화가 유동장과는 무

관함을 보여주는 것이다.

마찬가지로 Fig. 5는 SRIC 및 SRDC 유체의 속도 분포에 따른 무차원 전단율이 동일한 분포를 나타내고 있다. 전단율은 Fig. 4의 속도 분포와 같이 대칭적인 분포를 보이고 있으며, 전단율 분포에서의 최소값을 나타내는 지점은 속도 분포의 최대 지점과 일치하며 덕트의 중심이 된다. 이때, 전단율 분포는 매우 중요한 의미를 담고있는데, 이는 유동장내의 전단율이 임계전단율 이하에서는 정지된 유동장에서의 열전도율을 사용하고 그 이상에서는 식 (5)에 나타난 전단율과 열전도율의 관계식에 의해 계산된 열전도율을 사용하기 때문이다. 따라서 임계 전단율을 Fig. 5의 점선으로 표시하여 나타내었다. 벽면 근처에서는 전단율이 임계전단율보다 약 2배정도 큰 것을 볼 수 있다.

Fig. 6에서는 열전도율이 일정한(SRIC) 유체와

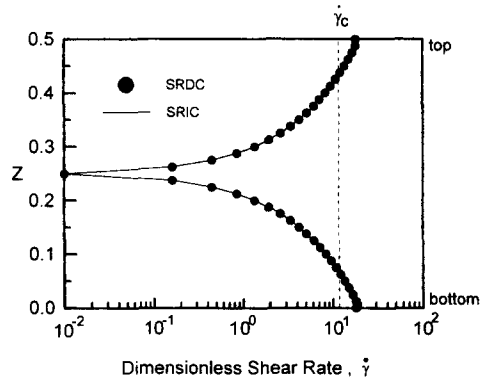


Fig. 5 Dimensionless shear rate for SRDC & SRIC on mid-plane (i.e., $y=0.5$) along the vertical (z) direction

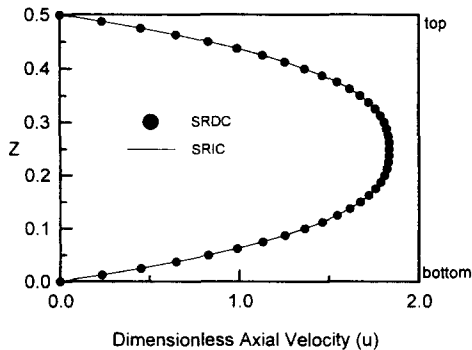


Fig. 4 Dimensionless axial velocities for SRDC & SRIC on mid-plane (i.e., $y=0.5$) along the vertical (z) direction

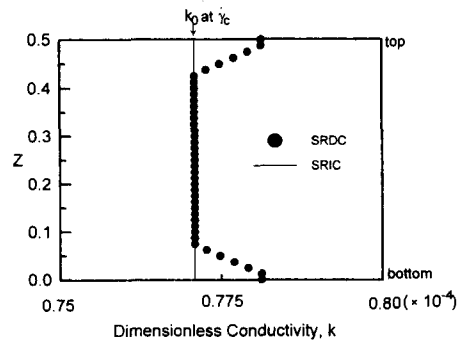


Fig. 6 Dimensionless conductivities for SRIC & SRDC on mid-plane (i.e., $y=0.5$) along the vertical (z) direction

전단율에 의존적인 열전도율 (SRDC)을 가진 유체의 열전도율 분포를 무차원화하여 나타내었다. Fig. 5에서의 전단율이 상하 대칭적인 분포를 이루고, 중간 지점에서 최소값을, 상하 벽근처에서 최대값을 보였다. 따라서, 전단율에 독립적인 열전도율(SRIC)은 전단율에 상관없이 일정한 값(k_0)을 갖지만, 전단율에 의존적인 열전도율(SRDC)은 임의의 지점의 전단율이 임계 전단율보다 작은 영역에서는 SRIC의 열전도율과 동일한 값을 갖게되고 임계 전단율보다 큰 영역에서는 전단율에 따라 선형적으로 증가된 값을 갖게 된다. 즉, 식 (5)에서 제시된 열전도율 모델에 따라 임계전단율 이상에서는 열전도율이 선형적으로 증가하게 된다. 따라서, 전단율이 큰 덕트의 벽 근처에서의 열전도율은 덕트의 중간 부분에서보다 큰 값을 나타내고 있다. 유체의 열전도율이 크면 클수록 열전달 계수가 증가하기 때문에, 본 연구에서의 전단율에 의존적인 열전도율의 증가는 결국 열전달 향상이 기대된다.

일반적으로 유체의 열전도율이 증가되면, 무차원화 된 누셀트 수는 동일하지만 실제 열전달 성능은 크게 증가한다. 그러나, 본 논문의 SRDC 유체는 그 열전도율이 국부적으로 작은 영역에 걸쳐 증가되어서 전체적 평균 열전도율(bulk thermal conductivity)측면에서 볼 때 소폭의 증가로 여겨진다. 그러나, 국부적 열전도율 증가가 벽면 근처, 즉 열전달에 매우 큰 영향을 줄 수 있는 영역에서 나타났기 때문에 우리의 특별한 관심의 대상이 된다.

이러한 벽면 근처에서의 열전도율 향상이 열전달에 미치는 영향을 살펴 보기위해 누셀트 수로 다시 고려해 볼 필요성이 있다. 누셀트 수는 hD_n/k 로 표현되는데, 이때 k 는 기존의 정체 열전도율 (k_0)을 의미한다. 사실, 전단율에 따라 가변적인 열전도율을 대표하는 평균 열전도율을 기존에 정의한 개념이 없기 때문에 본 논문에서는 이를 일정 질량 유속에 기초하여 다음과 같이 평균 전단율($\dot{\gamma}_b$) 개념을 도입하여 구하고자 한다.

$$\dot{\gamma}_b = \frac{\int \dot{\gamma} u dA}{\int u dA} \quad (8)$$

이와같이 구한 $\dot{\gamma}_b$ 를 식 (5)에 대입하여 이에 대응하는 k_b , 즉 평균 열전도율을 얻게된다.

Fig. 7은 전단율에 의존적인 열전도율(SRDC)을

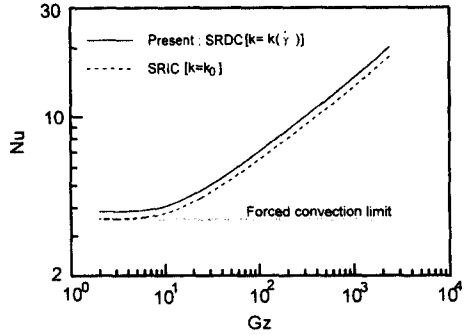


Fig. 7 The comparison of the present numerical results of SRDC with SRIC

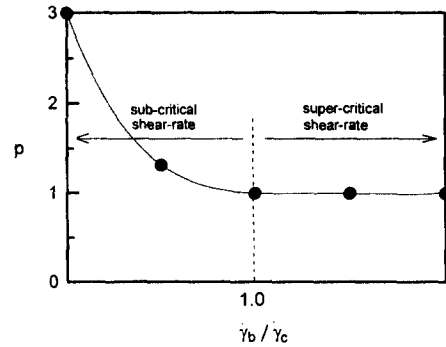


Fig. 8 Exponents(p) along bulk shear rate in the Nusselt number related thermal conductivity ratio for SRDC fluid

가진 유체와 열전도율이 일정한(SRIC) 유체에 대하여 누셀트 수를 비교하였다. SRDC 유체는 유동장에 걸쳐 열전도율이 전단율에 따라 벽 근처에서 증가되었기 때문에 SRDC 유체의 누셀트 수를 위쪽으로 평행 시킨 모습이다. 열적으로 완전히 발달된 영역에서 레이놀즈수가 500일 때 본 연구의 SRDC 유체의 누셀트 수는 SRIC 유체의 누셀트 수에 비해 약 8%의 증가를 보이고 있다.

위 결과와 다양한 유동장에대한 수치계산을 통해 전단율에 따른 가변적인 열전도율이 누셀트 수에 미치는 영향을 다음과 같은 상관식을 찾아내었다.

$$Nu_{SRDC} = (k_w/k_b)^p Nu_{SRIC} \quad (9)$$

이 때 p는 상수이다. 전단율에 따른 가변적인 열전도율을 갖는 유체의 누셀트 수(Nu_{SRDC})를 일정한 열전도율을 갖는 유체의 누셀트 수(Nu_{SRIC})와 벽 근처에서의 열전도율(k_w)과 평균 열전도율(k_b)

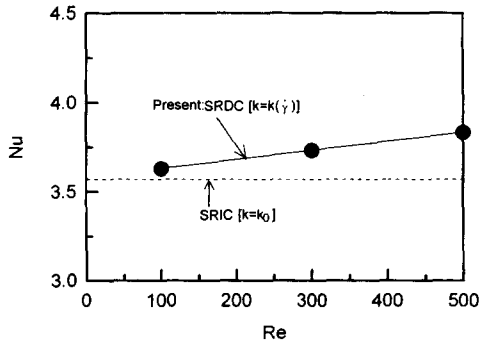


Fig. 9 Nusselt number v.s. Reynolds number for SRDC

의 비에 대한 먹으로써 나타내었다. 이때, p 값은 평균 전단율($\dot{\gamma}_b$)이 임계전단율 보다 클때는 약 $p=1$ 이고, 작을때는 p 값이 가변적이 된다. 유동장의 전단률에 따른 상수 p 는 Fig. 8에 나타나 있다.

Fig. 9는 전단율에 의존적인 열전도율(SRDC)을 가진 유체와 열전도율이 일정한(SRIC) 유체에 대하여 레이놀즈 수의 변화에 따른 누셀트 수의 영향에 대해 비교하였다. 이때 레이놀즈 수를 증가시키에 따라 SRDC 유체는 벽전단률의 증가에 따라 누셀트 수는 선형적인 증가를 보이고 있다. 누셀트 수가 SRIC 유체에 비해 레이놀즈 수가 100일 때는 약 2%, 500일 때는 약 8% 증가함을 보이고 있다.

5. 결론

본 연구는 최근 연구 보고된 비뉴턴 유체의 열전도율이 전단율에 의존적이라는 실험 결과를 토대로 이러한 특성이 직사각형 덕트내 유동에서의 열전달에 미치는 영향에 관해 수치 해석적으로 연구하였다. 비뉴턴 유체의 층류 유동장에서 전단율 분포에 따른 열전도율의 변화와 더불어 특히 벽 근처에서의 전단율이 최대가 되고 따라서 유체의 열전도율도 벽근처에서 크게 증가되어 결국 열전달 성능이 향상되는 것을 확인할 수 있었다. 이와 같이 열전도율이 전단율에 의존적인 유체의 개발은 기존의 열전달 성능을 개선시킬 수 있는 가능성을 제시하고 있어 열교환기 및 기타 냉각 모듈의 성능 향상에 큰 기대가 되고 있다. 또한 서론에서 이미 언급한바 있는 비뉴턴 유체의 열전달 향상의 원인 중의 하나로 대표되는 이차 유동도 함께 고려하여 계산해 볼 필요가 있다.

참고문헌

- (1) Xie, C. and Hartnett, J. P., 1992, "Influence of Rheology on Laminar Heat Transfer to Viscoelastic Fluids," *Ind. Engng Chem. Res.*, Vol. 31, pp. 727~732.
- (2) Shin, S. and Cho, Y., 1994, "Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Temperature-Dependent Viscosity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, Suppl. 1, pp. 19~30.
- (3) Chitrangad, B. and Picot, J. J. C., 1981, "Similarity in Orientation Effect on Thermal Conductivity and Flow Birefringence for Polymers Polydimethylsiloxane," *Polymer Eng. Science*, Vol. 21, pp. 782~789.
- (4) Picot, J. J. C., Goobi, G. I. and Mawhinney, G. S., 1982, "Shear-Induced Anisotropy in Thermal Conductivity of a Polyethylene Melts," *Polymer Eng. Science*, Vol. 32, pp. 154~157.
- (5) Loulou, T. and Peerhossaini, H., 1992, "Etude Experimentale de la Conductivite Thermique de Fluides Non-Newtoniens sous Cisaillement Application Aux Soltion de Carbopol 940," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, No. 10, pp. 2557~2562
- (6) Sohn, C. W. and Chen, M. M., 1984, "Heat Transfer Enhancement in Laminar Slurry Pipe Flows with Power-Law Thermal Conductivities," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 106, pp. 539~542.
- (7) Lee, D. Y., 1995, "Thermal Conductivity Measurements of Non-Newtonian Fluids in a Shear Fields," Ph. D. Thesis, SUNY at Stony Brook.
- (8) 신세현, 이성혁, 손창현, 1996, "전단율에 의존적인 비뉴턴 유체의 열전도율이 열전달 향상에 미치는 영향," *대한기계학회논문집(B)*, 제17권, 제8호, pp. 1717~1724.
- (9) Shah, R. K. and London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts," *Advances in Heat Transfer* (suppl. 1).
- (10) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York.