

〈논 문〉

경사진 계단유동의 해석을 위한 벽면근접 난류모형의 적용

안종우* · 박태선** · 성형진***

(1996년 7월 20일 접수)

Application of a Near-Wall Turbulence Model to the Flows Over a Step with Inclined Wall

Jong Woo Ahn, Tae Seon Park and Hyung Jin Sung

Key Words: Near-Wall Turbulence Model(벽면근접 난류모형), Flows Over a Step with Inclined Wall(경사진 계단유동), Wall Limiting Behavior(벽면임계 거동), Non-Equilibrium Effect(비평형효과)

Abstract

A nonlinear low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model of Park and Sung was extended to predict the flows over a step with inclined wall, where a boundary layer flow without separation and a separated and reattaching flow coexist. For a better prediction of the flows, a slight modification was made on the function of the wall damping(f_w) and the model constant (C_{e1}) in the ϵ -equation. The model performance was validated by comparing the model predictions with the experiment. It was shown that the flows over a step with inclined wall are simulated successfully with the present model.

기 호 설 명

C_f : 벽면마찰계수, $\tau_w / (0.5\rho U_o^2)$
 C_μ, C_{e1}, C_{e2} : 표준 $k-\epsilon$ 난류모형의 모형상수들
 C_{e1}^* : 소산율에 부가적인 생성항의 상수, $C_{e1} (0.95 + 0.05P_k/\epsilon)$
 ER : 경사진 계단의 확장비, $(H + h_1)/h_1$
 f_μ, f_1, f_2, f_t : 모형함수들
 $f_{\mu 1}$: 벽면근접효과를 나타내는 감쇄함수
 $f_{\mu 2}$: 비평형효과를 나타내는 감쇄함수
 H : 경사진 계단의 높이
 k : 난류운동에너지
 P_k : 난류운동에너지의 생성률
 R : 전달율 매개변수

Re_H : 경사진계단의 높이에 의한 레이놀즈수, $U_o H / \nu$
 R_t : 난류레이놀즈수, $k^2 / \nu \epsilon$
 R_y : 무차원 길이척도, $k^{1/2} y / \nu$
 S_{ij} : 변형율텐서, $0.5(U_{i,j} + U_{j,i})$
 S : 평균변형률, $\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$
 S^* : 평균변형률의 수정된 형태, $2.75\sqrt{\nu \epsilon} / (\nu + \nu_t)$
 $u_i u_j$: 레이놀즈 응력들
 U_i : 평균속도
 u_σ : 벽면마찰계수, $\sqrt{(\tau_w / \rho)}$
 u_ϵ : Kolmogorov속도 척도, $(\nu \epsilon)^{1/4}$
 X_R : 재부착길이
 X : 주 유동방향의 좌표
 Y : 주 유동방향의 수직방향좌표
 y^+ : 무차원길이 척도, $u_\tau y / \nu$

*회원, 한국기계연구원 선박해양공학연구센터

**회원, 한국항공우주연구소 우주추진기관연구그룹

***회원, 한국과학기술원 기계공학과

그리스문자

δ_{ij}	: Kronecker 델타
ε	: 난류에너지의 소산율
ν, ν_t	: 동점성계수와 와점성계수
ρ	: 밀도
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: 난류확산항의 상수들
τ_w	: 벽면전단응력
ω_{ij}	: 와도텐서, $0.5(U_{i,j} - U_{j,i})$

하첨자

0	: 경사진 계단의 입구면
---	---------------

1. 서 론

후향계단에 대한 난류유동은 박리 및 재부착 유동에서의 난류모형에 성능을 검증하기 위하여 자주 채택되어 왔다. 난류모형이 후향계단 난류유동을 정확하게 예측될 수 있다면 그 난류모형은 다른 종류의 박리 및 재부착 난류유동장에도 좋은 결과를 예측할 가능성이 높기 때문이다. 난류유동의 박리 및 재부착 유동은 실제 유동 시스템에서 필연적으로 나타나는 유동의 형태이고 그 과정은 극히 복잡한 유동특성을 나타낸다. 특히 하류지역에서 재부착되는 박리유동은 유동의 불안정성, 압력변동, 소음 등을 유발하며 또한 유동장의 혼합을 상승시킨다. 그러므로 박리 및 재부착 유동 해석을 위한 새로운 난류모형의 개발이 요구되며, 그 유동에 대한 정확한 예측은 매우 중요한 문제이며 앞으로도 계속 수행되어야 할 과제이다.⁽¹⁻³⁾

난류모형에 관한 기존의 문헌을 조사해 보면 박리 및 재부착 유동을 정확하게 해석할 수 있는 난류모형의 개발이 얼마나 많은 관심을 끌어 왔는지 알 수 있다. 특히 $k-\varepsilon$ 난류모형이 비교적 단순한 형태에 사용하기 쉬운 장점 때문에 복잡한 형태의 다른 난류모형에 비해 자주 사용된다.⁽⁴⁻⁶⁾ 최근 Park과 Sung⁽⁷⁾은 새로운 형태의 비선형 저레이놀즈수 (low-Reynolds-number) $k-\varepsilon$ 난류모형을 개발하였다. 그들이 개발한 난류모형의 특징은 임계 벽면근접제동과 비선형 레이놀즈 응력텐서가 잘 결합되어 있으며, 박리 및 재부착 위치에서 발생하는 특이점 ($u_\tau=0$) 문제를 해결하기 위하여 기존의 저레이놀즈 수 난류모형에서 감쇄함수의 독립변수로서 채택해왔던 $y^+ (\equiv u_\tau y / \nu)$ 대신에 $R_y (\equiv k^{1/2} y / \nu)$

를 채택했다는 점이다. 재순환 유동과 같은 복잡한 유동은 비평형 효과(non-equilibrium effect)의 영향이 크게 나타나는데 그들의 난류모형에서는 이와 같은 비평형 효과가 고려되어 있다. 그들의 난류모형은 경계층 유동 및 후향계단 유동에 적용되어 그 성능의 우수함이 검증되었다.

본 연구에서는 Park과 Sung의 난류모형을 (이 후부터는 PS 모형으로 언급) 적용하여 경사진 계단유동을 해석하려 한다. 경사진 계단유동에서는 Fig. 1에서 보여지는 것과 같이 벽의 경사각이 변화함에 따라 두 종류의 유동특성이 공존하게 됨을 알 수 있다. 작은 경사각에서는 박리가 발생하지 않는 순수 경계층 유동만이 나타나며, 경사각이 커짐에 따라 박리 및 재부착 유동이 발생된다. 이와 같은 유동특성은 난류모형의 성능검증을 위한 좋은 예라 볼 수 있다. 경사진 계단유동의 실험은 Ruck과 Makiola에 의하여 수행되었다.⁽⁸⁾ 경사각은 10° 로부터 90° 까지 변화되었으며 계단높이(H)를 기준으로 한 레이놀즈 수는 $Re_H=22,600$ 이다. Ruck과 Makiola의 실험결과는 그들의 논문에서도 언급했듯이 박리현상에 대한 포괄적인 자료로서 수치방법 및 난류모형 검증을 위해 유용하게 사용될 수 있다.

본 연구에서는 난류박리 및 재부착유동에 대한 기존의 PS모형을 앞서 언급한 Ruck과 Makiola의 경사진 계단유동에 적용하여 그 모형에 예측성을 검증하였다. 경사각 변화에 따라 예측된 결과를 Ruck과 Makiola의 실험과 비교해 본 결과 PS모형에 대한 약간의 수정이 요구되었다. 수정이 요구되는 주요 원인은 PS모형이 경계층 유동 ($\alpha=0^\circ$)과 후향계단유동($\alpha=90^\circ$)의 두 극점의 유동을 중심으로 개발되었다는 점이다. 실제적으로 PS모형을 경사진 계단유동에 적용했을 때 예측된 재부착 길이는 후향계단유동인 $\alpha=90^\circ$ 경우를 제외하고는 다른 경사각에서 약간 크게 예측됨을 알 수 있었다. 본 연구는 PS모형을 약간 개선하여 경사진 계

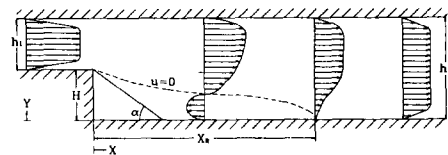


Fig. 1 Schematic configuration of the flow over a step with inclined walls

단유동에서 더욱 정확한 예측을 할 수 있도록 하기 위하여 PS모형을 약간 개선하여 수행되었다. 모형의 수정은 PS모형을 바탕으로 감쇄함수 f_μ 와 모형상수 ($C_{\epsilon 1}^*$)에서 수행되었는데, 세부적인 사항은 다음 장에 잘 요약되어 있다. 수정된 난류모형을 이용한 계산결과들은 실험결과와 함께 Abe, Kondoh와 Nagano 난류모형(이후로는 AKN모형으로 언급)을 이용한 계산결과와도 비교가 수행되었는데, 본 연구에서 수정된 난류모형을 이용한 계산결과가 실험결과와 좋은 일치를 보여주었다.

2. 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형

2.1 지배방정식

비압축성 난류유동에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

여기서, U_j 와 u_j 는 평균속도와 섭동속도의 j 번째 성분을, P 는 평균압력을 나타낸다. ρ 와 ν 는 유체의 밀도와 동점성 계수이다. 와점성 개념을 이용하여 레이놀즈응력 $-\overline{u_i u_j}$ 을 표현하고 $k-\epsilon$ 모형 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_t S_{ij} + C_{r1} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (S_{im} S_{mj} \\ & - S_{mn} S_{mn} \delta_{ij}/3) + C_{r2} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} S_{mj} \\ & + \omega_{jm} S_{mi}) + C_{r3} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} \omega_{jm} \\ & - \omega_{mn} \omega_{mn} \delta_{ij}/3) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + P_\epsilon^1 + P_\epsilon^2 + P_\epsilon^3 \\ & + P_\epsilon^4 - \Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

위의 식에서 $-\overline{u_i u_j}$ 는 2차 상관항까지 전개된 비선형 $k-\epsilon$ 모형의 형태이며, S_{ij} 와 ω_{ij} 는 각각 평균변형률과 평균와도를 나타낸다. 모형상수들은 $C_{r1}=0.6$, $C_{r2}=0.4$, $C_{r3}=0.005$, $C_\mu=0.09$ 이다. 여기서 한가지 주목할 만한 사실은 식 (3)의 순수 회전

항인 4번째 항이 본 연구에서 제외되었다는 점이다 ($C_{r3}=0$). 이는 초기에 등방성 난류인 경우 순수회전에 의한 비등방성은 생성될 수 없다는 사실에 기인한다. 이와같은 현상은 DNS 자료 및 Rapid Distortion 이론⁽⁹⁾에서 설명된다. f_μ 는 벽면근접과 저레이놀즈수의 효과를 나타내는 감쇄함수이다. 난류에너지 생성률 P_k 는 $-\overline{u_i u_j} \partial U_j / \partial x_i$ 로서 정의된다. f_t 는 난류확산항의 모형함수를 나타내며, σ_k 와 σ_ϵ 은 난류확산에 대한 모형상수를 나타낸다. 모형상수들은 $\sigma_k=1.2$, $\sigma_\epsilon=1.3$ 이며, 수정된 모형함수는 $f_t=1+2.0\exp[-(R_t/150)^2]$ 으로 정의된다.⁽¹⁰⁾ 소산율방정식에서 P_ϵ^1 , P_ϵ^2 , P_ϵ^3 , P_ϵ^4 와 Γ 는 각각 혼합생성, 평균속도 구배에 의한 난류생성률, 평균속도의 2계미분에 의한 난류생성률, 와류이완에 의한 난류생성률 그리고 점성소산률을 나타낸다.

2.2 모형함수 f_μ

벽면근접효과를 나타낼 수 있는 기준에 많은 난류모형들은 모형상수 C_μ 를 상수로하고 ($C_\mu=0.09$) Van Driest의 감쇄함수를 도입하는 것이 일반적인 방법이다. f_μ 는 벽면 가까이에 접근된 와점성의 감쇄를 예측하기 위하여 도입되었으며, 벽면으로부터 멀리 떨어지면 반드시 1로 회복되어 진다. 즉 벽면에서 떨어진 지역에서는 국부적 평형 상태 ($P_k = \epsilon$)를 가정한 표준 $k-\epsilon$ 모형으로 돌아오게 된다. 그런데, 벽면에서 멀리 떨어진 재순환 영역에서는 국부적 평형상태가 더 이상 만족되지 않기 때문에 모형상수 C_μ 의 변화를 감쇄함수에서 고려한다. 다시 말하면, 감쇄함수는 두 가지 중요한 효과를 반영하는데, 벽면근접효과는 $f_{\mu 1}$ 에 의하여 표현되고 벽면에서 멀리 떨어진 지역에서의 비평형효과는 $f_{\mu 2}$ 에 의하여 반영된다. 결과적으로 감쇄함수는 $f_\mu = f_{\mu 1} f_{\mu 2}$ 로 표현된다.

먼저, 벽면근접효과에 대하여 조사하면 $f_{\mu 1}$ 함수는 PS모형과 비슷한 형태로 약간의 수정된 모형을 제시한다.

$$f_{\mu 1} = (1 - f_{w1}) (1 + 200 f_{w1} / R_t^{1.25}) \quad (7)$$

$$f_{\mu 2} = \exp[-(R_y/70)^2] \quad (8)$$

여기서, $R_t (\equiv k^2 / \nu \epsilon)$ 는 난류 레이놀즈수이고, f_{w1} 은 벽면근접효과를 나타낸다. 식 (7)과 (8)을 자세히 살펴보면, PS모형과 다른 새로운 상수들이 채택되었음을 알 수 있다. 새로운 상수들은 이용한

해석결과를 DNS 자료⁽¹¹⁾와 비교해 본 결과 원래의 PS모형보다 성능이 향상되었음이 증명되었다. 물론, 윗식은 벽면 임계거동 $f_{\mu 1} \propto y^{-1}$ 을 만족한다.

벽면에서 멀리 떨어진 지역에 비평형효과는 다음과 같이 고려되었다. 벽면에서 떨어진 지역에서 모형상수 C_{μ} 의 변화는 Rodi⁽¹²⁾의 실험결과로부터 알 수 있듯이 P_k/ϵ 의 함수이다. 벽면으로부터 멀리 떨어진 지역에 비평형효과를 고려하기 위하여 본 연구에서는 정확도와 수렴도 관점에서 우수한 성능을 가진 Launder의 대수응력모형을 채택하였다.⁽¹²⁾

Launder는 레이놀즈 응력 $-\overline{u_i u_j}$ 를 일련의 대수응력모형을 도입해서 공식화 하였는데, 와의 크기가 커짐에 따라 대류 및 확산항의 기여가 더욱 지배적으로 되는 문제점이 발생되었다. 이와같은 문제를 고려하기 위하여 비대각 레이놀즈 응력들의 영향을 대류 및 확산항의 근사로서 모형화하였다. 이와같은 사항은 Launder의 논문⁽¹²⁾에 세부적으로 잘 유도되어 있다. 비평형효과 P_k/ϵ 가 포함된 $f_{\mu 2}$ 함수는 약간의 수정과 함께 공식을 재정리 하면 다음과 같다.

$$f_{\mu 2} = 2.75 \frac{(0.9 + 0.85(P_k/\epsilon) + 1.1(D_k/\epsilon))}{(0.9 + 1.3(P_k/\epsilon) + 1.1(D_k/\epsilon))^2} \quad (9)$$

윗식에서 D_k/ϵ 은 난류에너지의 확산증가 ($D_k = 2\nu(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j})^2$)에 대한 난류에너지 소산율의 비를 나타낸다.

2.3 소산율 방정식

Rodi와 Mansour⁽¹³⁾가 제시한 상대적인 크기 비를 고려함에 따라서 식 (6)에 P_k^* , P_k^* , P_k^* 와 Γ 는 PS모형과 비슷한 방법으로 다음과 같은 모형이 얻어진다.

$$P_k^* + P_k^* + P_k^* - \Gamma = C_{\epsilon 1}^* P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

여기서 $C_{\epsilon 1}^*$ 와 $C_{\epsilon 2}$ 는 모형상수를 나타내며, 특히 $C_{\epsilon 1}^*$ 는 비평형효과에 민감하게 작용하는 모형상수이다.^(14,15) 다시 말하면, $C_{\epsilon 1}^*$ 은 박리 및 재부착유동에서 재부착길이(X_R)의 결정에 지대한 영향을 미친다. 서론에서 언급했듯이, 경사진 계단유동에 PS모형을 적용했을 때 재부착길이가 약간 높게 예측되었다. 이와같은 결과를 향상시키기 위하여 수정된 모형상수가 본 연구에서 제안되었는데 수정된 모형상수는 $C_{\epsilon 1}^* = C_{\epsilon 1}(0.98 + 0.02P_k/\epsilon)$ 이다. 현재의 모형상수

를 이용함에 따라 국부적인 비등방성이 존재하는 영역에서 소산율의 생성항이 적당하게 고려될 수 있다. 모형상수 $C_{\epsilon 1}$ 과 $C_{\epsilon 2}$ 는 표준 k - ϵ 모형과 같이 1.45와 1.9의 값을 갖는다.

벽면근처에서 소산율방정식의 균형과 소멸항의 특이성을 제거하기 위하여 모형상수 f_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$f_2 = (1 + f_{21})(1 - f_{w2})f_{22} \quad (11)$$

위식은 벽면 근접효과를 나타내는 $(1 + f_{21})(1 - f_{w2})$ 와 자유 난류유동의 감쇄를 나타내는 f_{22} 로 이루어져 있고 모형상수 f_{21} 과 f_{w2} 는 임계 벽면거동을 만족하는 직접 수치해로부터 결정되어진다.

$$f_{21} = \exp(-2 \times 10^{-4} R^{13})(1 - \exp(-2.2R^{0.5})) \quad (12)$$

$$f_{w2} = \exp(-5.5 \times 10^{-2} R_y - 5.0 \times 10^{-5} R_y^3 - 7.0 \times 10^{-9} R_y^5) \quad (13)$$

식 (12)에서 독립변수 R 은 소산율 방정식의 각항에 대한 상대적인 크기 분석으로부터 얻어지는 전달률 매개변수로 $R = (Skf_{w2})/(\epsilon R_t^{1/2})$ 이다.⁽⁷⁾ 자유 난류유동의 감쇄효과는 함수 f_{22} 를 이용하여 다음과 같이 고려될 수 있다.

$$f_{22} = 1 - 0.3 \exp[-(R_t/6.5)^2], \quad (14)$$

여기서 f_{22} 는 격자난류의 실험결과로부터 최적화 방법에 의해 구해진다.⁽⁷⁾

표준 k - ϵ 난류모형에서 평균속도에 2계 미분에 의한 생성항을 나타내는 P_k^* 는 무시된다. 그러나 벽면 근처에서 소산율 방정식의 균형을 이루기 위해서 결코 무시할 수 없음을 직접 수치해의 결과로부터 알 수 있다.⁽¹³⁾ 최근에 Rodi와 Mansour⁽¹³⁾는 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 P_k^* 에 대한 모형을 제안하였다. 그들은 P_k^* 에 대한 정확한 이송방정식으로부터 평균속도에 관계된 항만을 이용하여 모형화를 수행하였는데 다음과 같은 형태로 나타낸다.

$$P_k^* = C_1 \nu \nu_t U_{,ij}^2 + C_2 \nu \left(\frac{k}{\epsilon}\right) k_j U_j U_{,ij} \quad (15)$$

여기서 모형상수의 값들은 $C_1 = 1.0$, $C_2 = 0.006$ 이다. 이 모형을 기반으로 벽면 근접효과가 반영된 함수 f_{w1} 를 이용하여 약간 수정된 모형이 본 연구에서 소개된다. 이와 같은 접근은 벽면으로부터 $y^+ \leq 30$ 위치에서 타당하게 된다.

$$P_r^* = [C_1 \nu \nu_i S^*_{,j} + C_2 \nu \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) k_{,j} S^*_{,j}] f_{w1} \quad (16)$$

식 (16)의 경우는 식 (15)보다 미분차수가 줄어들기 때문에 수치적으로 안정된 표현을 보여준다. 여기서 S^* 는 수정된 변형율을 나타내며, 그 형태는 $S^* = C_r \sqrt{\nu \varepsilon} / (\nu + \nu_i)$ 으로 표시될 수 있다. 모형상수 C_r 는 2.75이다. 구배생성항 P_r^* 는 난류섭동속도 및 구배와 평균속도의 2계미분에 관계하기 때문에 속도구배의 변화가 심한 벽면근처에서 난류확산항이나 생성항에 비교될 수 있는 크기로 된다.⁽¹³⁾ 이러한 특성은 난류길이 척도가 작아지는 벽면근처나 벽면을 따르는 속도구배의 변화가 있는 발달단계층과 다양한 속도구배가 존재하는 재순환유동의 벽면경계층에서 소산율 방정식에 대한 비평형 난류생성에 커다란 기여를 하기 때문에 벽면경계를 가지는 난류계층 내에서 난류운동에너지 소산율의 예측성을 향상시킬 수 있다.

본 연구에서 모형화된 소산율 방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + f_t \frac{\nu_i}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + 1.45(0.98 + 0.02 P_k / \varepsilon) P_k \frac{\varepsilon}{k} - 1.9 f_t \frac{\varepsilon^2}{k} + (\nu \nu_i S^*_{,j})^2 + 0.006 \nu (k / \varepsilon) k_{,j} S^*_{,j} f_{w1} \quad (17)$$

3. 경계층 유동에 대한 모형의 검증

본 연구에서 수정된 난류모형에 대한 일반성과 정확도를 검증하기 위하여 벽면 난류전단유동에 대한 정확한 DNS⁽¹¹⁾ 결과가 있는 완전히 발달된 채널의 경계층 유동에 현재의 난류모형을 적용하여 보았다. 이미 강조한 바와 같이 새로운 $f_{\mu 2}$ 함수가

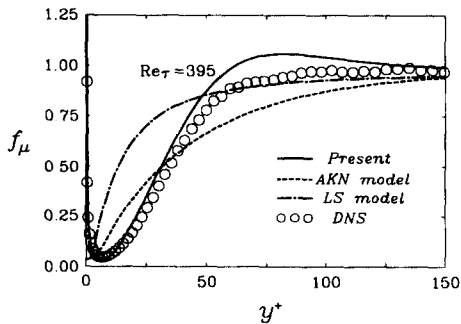


Fig. 2 Comparison of the predicted f_μ with DNS ($Re_\tau = 395$)

벽면근처에 감쇄함수 f_μ 를 향상시키기 위하여 제안되었다. 새로운 $f_{\mu 2}$ 함수에 의하여 개선된 f_μ 의 분포는 Fig. 2에 직접수치해의 결과와 함께 나타나 있다. 또한 AKN 모형과 Launder와 Sharma⁽¹⁵⁾의 모형이 (이후로는 LS모형으로 언급) 비교를 위해 함께 포함되어 있다. 채널유동에 대하여 선택된 레이놀즈수는 직접 수치해가 존재하는 $Re_\tau = 395$ 이다. 벽면에 매우 가까운 영역에서 ($y^+ \leq 50$) 감쇄함수 f_μ 는 AKN 모형과 LS모형보다 현재의 모형이 더 좋은 예측결과를 보여주고 있다.

평균속도, 난류운동에너지와 난류에너지 소산율의 분포는 Figs. 3~5에 나타나 있다. 선택된 레이놀즈수는 직접수치해가 존재하는 $Re_\tau = 395$ 이다. 평균속도에 대한 분포는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 직접수치해와 잘 일치하고 있다. 난류운동에너지 k^* 에 대한 분포는 Fig. 4에 나타나 있는데, 현재의 모형이 직접수치해와 잘 일치하고 있음을 알

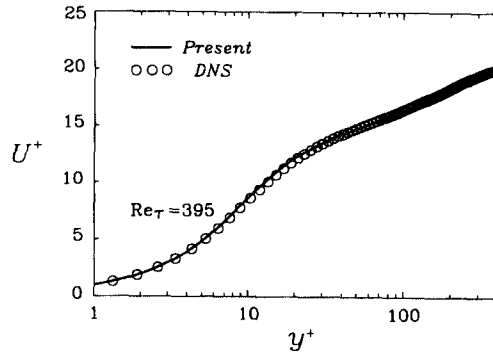


Fig. 3 Comparison of the predicted U with DNS ($Re_\tau = 395$)

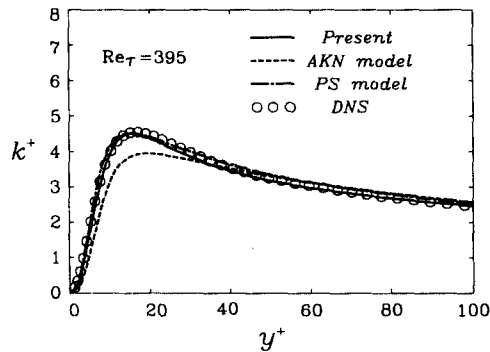


Fig. 4 Comparison of the predicted k with DNS ($Re_\tau = 395$)

수 있다. 난류에너지 소산율의 벽면 근접거동은 Fig. 5에서 보는 바와 같이 직접수치해의 분포를 상당히 잘 따라가고 있다. 특히 벽면에서 매우 가까운 지역에 ε^* 의 최대값이 다른 모형보다 잘 일치하고 있다. 현재의 모형을 이용한 예측결과는 PS모형에 비해 약간 향상된 결과를 보여준다. AKN모형의 난류에너지 소산율은 $y^+ \leq 30$ 영역에서 직접 수치해보다 크게 예측된 것이 보여진다.

주 유동방향으로 역압력구배가 존재하는 평판경계층에 대한 정확한 예측은 압력구배의 변화로 발생하는 박리 및 재부착유동을 정확히 예측하는데 있어서 필수적인 요소이다. 현재의 모형의 예측성을 평가하기 위하여 강한 역압력구배가 존재하는 유동이 검증용 위해 채택되었다. 현재의 모형에 의하여 예측된 C_f 분포는 다른 모형의 예측결과와 Samuel과 Joubert⁽¹⁶⁾의 실험결과와 함께 Fig. 6에 나타나 있다. 현재의 예측결과가 실험결과와 잘 일치하고 있음을 명백하게 볼 수 있다.

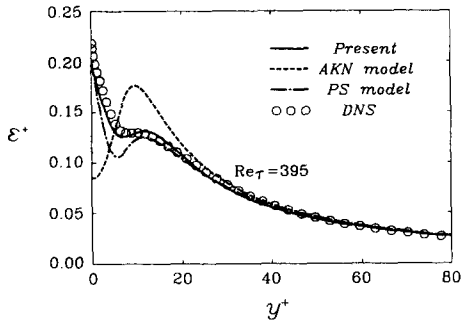


Fig. 5 Comparison of the predicted ε with DNS ($Re_\tau = 395$)

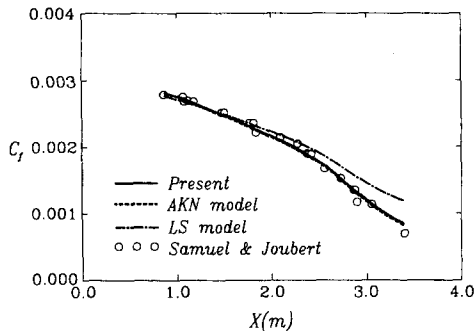


Fig. 6 Comparison of predicted C_f with experiment in a strong adverse pressure gradient flow.

4. 경사진 계단유동에 대한 적용

4.1 수치해석 방법

대류항의 차분화는 2차의 정확도를 가지는 HPLA (Hybrid Linear and Parabolic Approximation) 방법을 이용하였다. 복잡한 형상에 대한 적용성이 우수한 비엇갈림 격자계를 이용하였고 압력과 속도의 연결이 잘되지 않아 발생하는 압력의 진동현상은 운동량 보간법을 이용하여 해결하였다. 압력과 속도의 연결은 여러 가지 문제에서 수렴성이 입증된 SIMPLEC 알고리즘을 사용한다. 최종적으로 얻어진 이산화된 선형 대수 방정식은 5대 각 행렬에 대한 해법인 SIP (Strongly Implicit Procedure)에 의하여 풀리게 된다.⁽¹⁷⁾

경사진 계단유동에 대한 개괄적인 표시는 Fig. 1에 나타나 있다. 계산영역의 입구는 박리점으로부터 2H로 선택하고 출구는 유동이 충분히 발달하게 하기 위하여 30H로 선택한다. 여기서 H는 계단의 높이를 나타내며, 입구면의 조건은 실험결과로부터 주어진다.⁽⁸⁾ 출구면에서는 Neumann 조건을 사용하고, 벽면에 대하여는 점착(no-slip) 조건을 적용한다: $U=V=w=0$, $\varepsilon_w = \nu \partial^2 k / \partial n^2$ 그리고 $\partial p / \partial n = 0$ 이다. 여기서 n은 벽면에 수직방향을 나타낸다.

모든 계산은 CRAY-YMP 슈퍼컴퓨터에 의하여 수행되었고 한가지 경우에 대한 계산은 3시간 정도의 CPU 시간이 소요되었다. 수렴은 모든 격자점의 잔류량을 합한 값을 입구면의 유속으로 나눈 것이 10^{-4} 보다 작을 때로 선택하였다. 비직교 격자계가 수치계산을 위하여 채택되었다. 경사각이 90° 보다 작은 경우의 격자수는 200×100 이었으며, 후향 계단유동 ($\alpha = 90^\circ$)에 경우에는 200×120 이었다. 격자수에 따른 계산결과를 비교해 본 결과 차이가 없음을 알 수 있었다.

4.2 결과 및 토론

본 연구의 주요 목적은 경사진 계단유동장을 정확하게 예측할 수 있도록 난류모형을 수정하는 것이다. 이런 목적을 위해 Ruck과 Makiola⁽⁸⁾의 실험결과가 현재의 모형의 성능을 검증하기 위하여 채택되었으며, 그 유동특성의 개괄적인 그림은 좌표계(x,y) 및 관련 표시들과 함께 Fig. 1에서 보여진다. 수치계산이 수행된 경사각(α)은 10° , 15° ,

20°, 25°, 30°, 45°와 90°였으며, 확대비 ER은 1.48이며 그리고 계단높이 H를 기준으로 한 레이놀즈 수(Re_H)는 22600이다.

모든 경사각에서 재부착 길이(X_R/H)는 Fig. 7에 보여진다. 현재의 모형에 의해 계산된 재부착길이는 Ruck과 Makiola의 실험결과와 함께 표시되며 또한 PS모형, AKN모형과현재의 선형모형에 의한 계산결과와도 비교된다. 10°와 15°의 경사각의 경우에는 박리 및 재부착 유동이 실험결과에서 나타난 것과 같이 계산결과에서도 나타나지 않았다. 현재의 모형에 의해 계산된 재부착 길이는 대부분의 경사각에서 실험과 좋은 일치율을 보여준다. PS모형에 의해 계산된 재부착 길이는 실험결과보다 약간 크게 계산되었으며, AKN모형에 의한 결과는 실험결과보다 작게 계산되었다. 또한, 그림에서 볼 수 있듯이 현재 모형의 선형 및 비선형 모형의 예측성은 재부착 길이에서 큰 차이를 나타내고 있지 않다. 이런 점으로 미루어 보아 재부착 길이의 예측은 벽면근접 모형의 예측성이 비선형 효과보다 더욱더 지배적인 영향을 주는 것을 알 수 있다. 그리고, 서론에서도 언급했듯이 PS모형은 경사각 90°에서 가장 좋은 결과를 보여준다.

여러가지 모형에 의하여 계산된 벽면마찰계수(C_f)는 경사각 별로 Fig. 8에 나타나 있다. 경사각 $\alpha=10^\circ$ 의 경우에는 음수의 전단응력이 나타나지

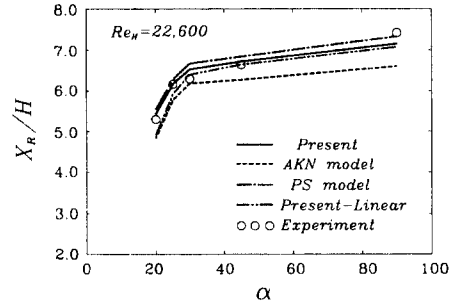


Fig. 7 Comparison of the predicted X_R with experiment.

않는 경계층 유동 만이 나타난다. 이런 현상 때문에 경사각 $\alpha=10^\circ$ 에서의 벽면마찰계수는 박리 및 재부착 유동이 발생되는 다른 경사각에서의 경향과 차이가 있다. 경사각(α)이 20°를 넘는 경우에는 역압력구배 유동의 일반적인 특성이 나타난다. 경사각(α)이 증가할수록 재순환 영역에서 벽면마찰계수(C_f)은 감소한다. 경사각 $\alpha=90^\circ$ 의 경우에는 작은 부차적인 재순환 영역이 $X/H=0$ 부근에서 발생된다. 또한 경사각에 상관 없이 경계층 내에서 속도가 발달하는 경향은 거의 같고 재발달된 경계층에서는 거의 같은 벽면마찰계수 값($C_f \approx 0.002$)을 보여주고 있다. 박리 및 재순환 유동이 있는 경우 비선형효과는 전단변형률이 여러 가지로 존재하

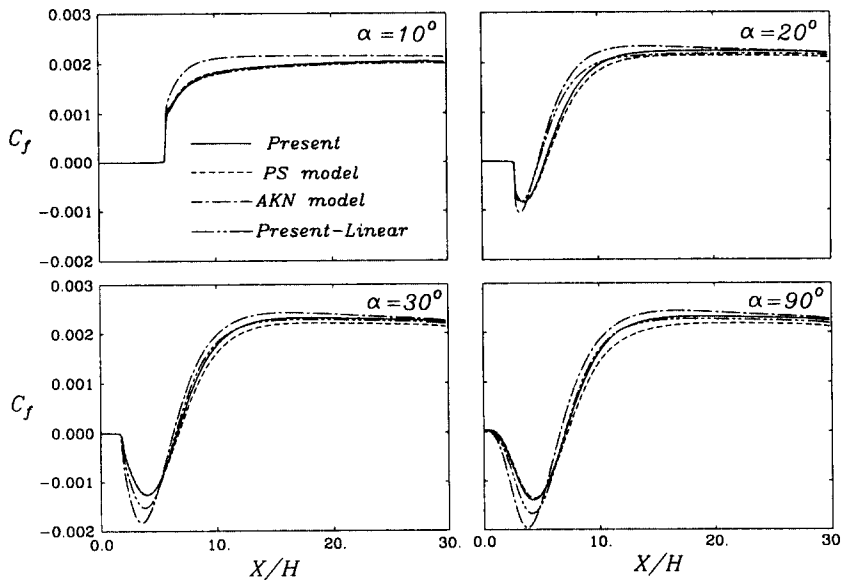


Fig. 8 Skin friction coefficients

는 재순환 영역에서 재순환 유동이 없는 경우보다 모형의 예측성에 커다란 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 현재의 계산결과로 미루어 경계층과 유동박리의 양면성이 보일 수 있는 $15^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$ 의 영역에 유동장이 매우 불안할 것을 예측할 수 있다.

평균속도분포 (U/U_0)와 섭동속도분포 ($\sqrt{u^2}/U_0$)의 비교가 모형의 성능을 검증하기 위하여 수행되었다. 평균속도분포는 각각의 경사각 별로 6개의 다른 위치에서 계산결과와 실험결과들이 Fig. 9에

서로 비교되어 있다. 모든 경사각에서 현재의 모형과 AKN 모형에 의하여 계산된 평균속도분포는 차이가 나타나지 않는다. 이것은 벽면에서 떨어졌을 때 모형들의 예측성에 큰 차이가 나타나지 않음을 보여주는 것이지만, 벽면마찰계수 (C_f) 분포에서 볼 수 있듯이 벽면근처의 평균속도는 많은 차이를 보임을 알 수 있다. 앞서 언급된 난류모형들에 의하여 계산된 $\sqrt{u^2}/U_0$ 분포는 Fig. 10에 경사각 별로 나타나 있다. 두 난류모형에 의하여 계산된 섭동속

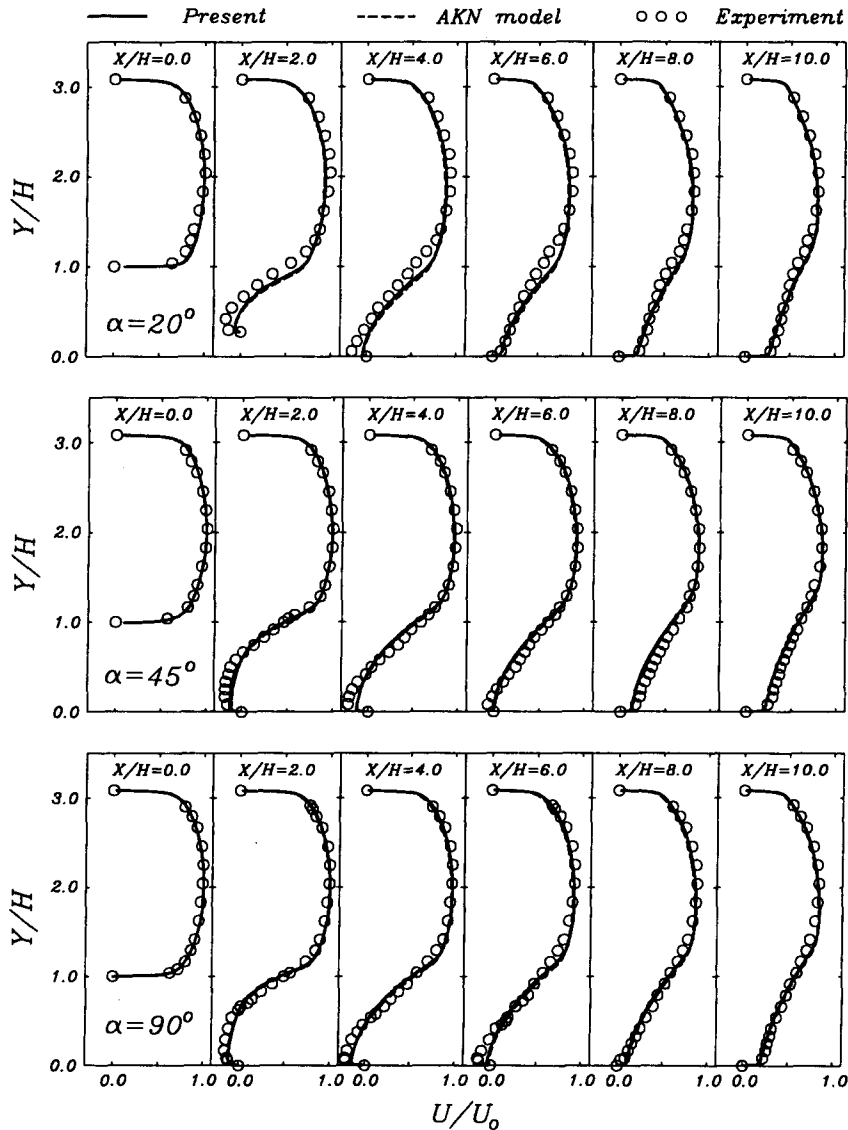
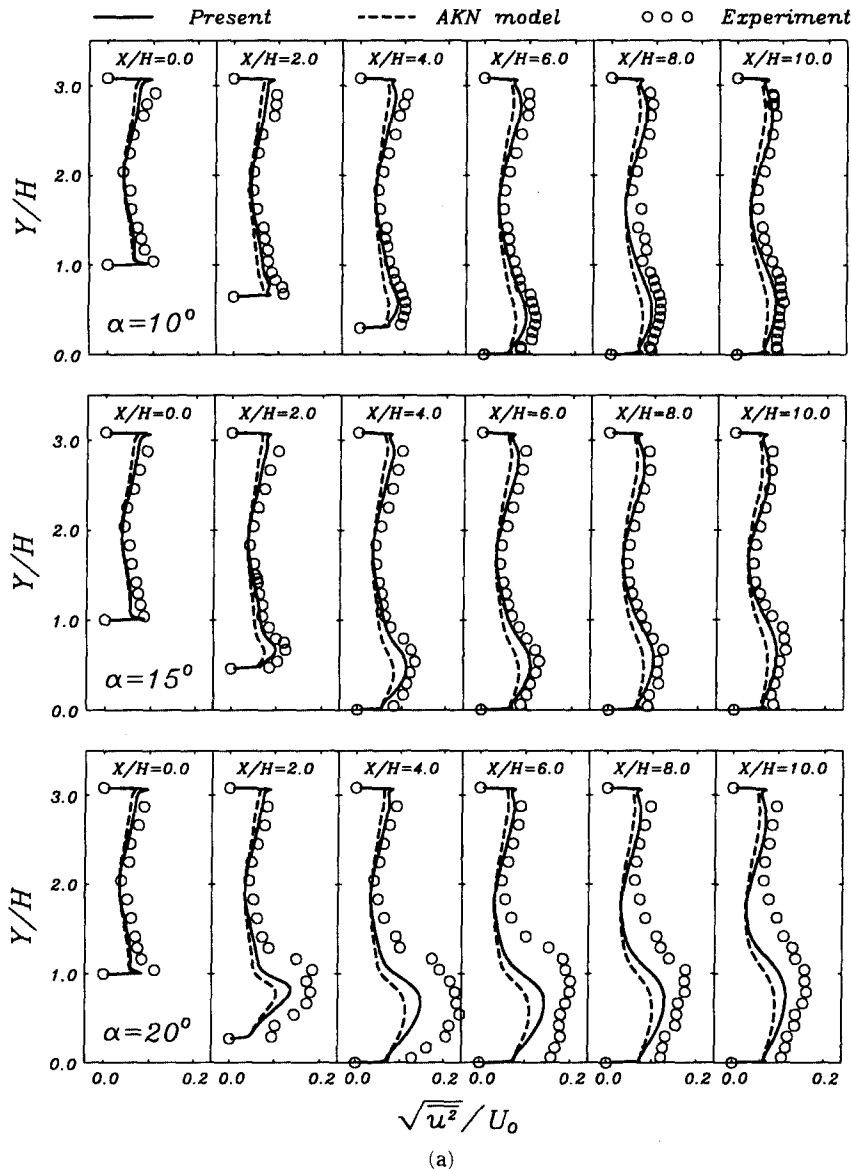


Fig. 9 Comparison of the predicted U/U_0 with the experiment

도 분포는 실험결과와 비교해서 일반적으로 작게 예측된다. 그러나 현재의 모형에 의한 예측결과가 실험결과에 좀더 접근하며 AKN 모형에 의한 결과는 현재의 결과보다도 전반적으로 더 작게 예측되었다. 이와같은 현상은 Abe 등이⁽¹⁾ 언급했듯이 AKN모형이 레이놀즈 응력에 대한 선형모형 이라는 데 그 이유가 있다. 박리가 발생하지 않는 경사각 10° 와 15° 에서 섭동속도 분포의 변화는 그리 크지 않다. 경사각(α)이 증가되어 박리가 발생하면

주유동방향 섭동속도의 크기가 증가되어 재순환 유동장에 혼합능력을 향상시킨다. 경사각 20° 에서 $\sqrt{u^2}/U_0$ 의 최대값이 경사각 30° 에서의 최대값보다 더 큰 특이한 현상이 나타났다. 이는 앞에서도 언급되었듯이 불안정한 유동박리가 경사각 20° 주위에서 처음 시작되기 때문인 것으로 생각된다. 현재의 모형에 의한 예측결과가 전적으로 일치하지 않을지라도 현재의 비선형 모형 결과는 AKN 모형에 의한 결과보다 전반적으로 더 좋은 경향을 보여준다.



(Fig. 10 Continued)

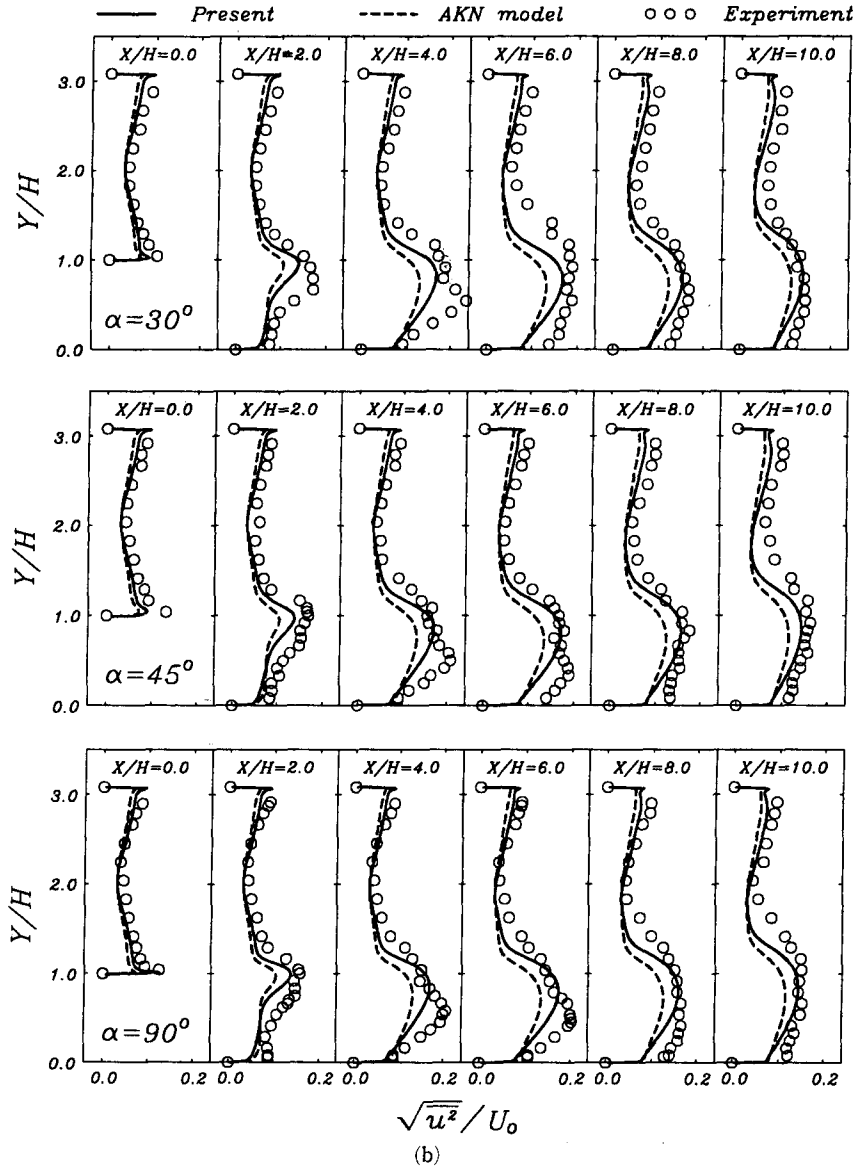


Fig. 10 Comparison of the predicted $\sqrt{u^2}/U_0$ with the with the experiment

Fig. 7에서 앞서 언급되었듯이 현재의 모형에 의해 예측된 재부착 길이는 실험결과와 좋은 일치를 보여주는 반면 AKN 모형에 의한 결과는 실험결과보다 작게 예측되었다. 그러나, Fig. 9에 평균속도 분포를 자세히 관찰하면 두 모형에 의한 계산 결과는 거의 차이가 발생하지 않음을 발견할 수 있다. 이와같은 문제를 명확하게 밝히기 위하여 두 모형에 의하여 계산된 유선의 비교가 Fig. 11에서 나타내었다. 비교를 위해 채택된 경사각은 45° 이다. 평

균속도에서 큰 차이는 나타나지 않았지만 현재의 모형에 의하여 예측된 재부착길이 ($X_R=6.73$)가 AKN에 의하여 예측된 결과 ($X_R=6.25$)보다 실험값에 접근함을 명확하게 보여주고 있다. 이는 완전히 발달된 채널 유동에서 정확한 벽면 난류거동을 보여주는 현재의 난류모형이 재순환유동이 있는 경우에도 잘 거동함을 나타내는 것이다.

재순환지역에서 유동의 진행과정을 조사하기 위하여 주유동방향 난류강도의 국부적 최대값

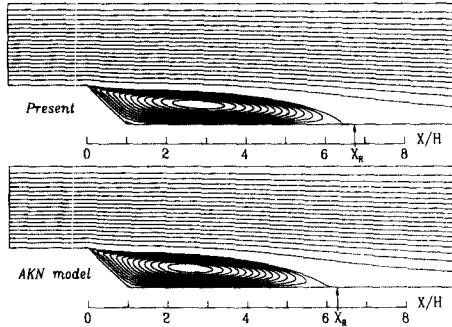


Fig. 11 Comparison of the predicted streamlines ($\alpha = 45^\circ$).

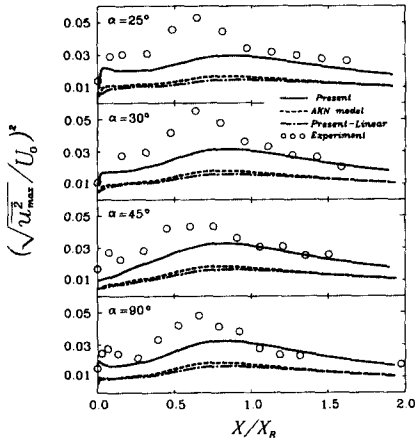


Fig. 12 Comparison of the predicted $(\sqrt{u_{\max}^2}/U_0)^2$ with the experiment

$(\sqrt{u_{\max}^2}/U_0)^2$ 과 평균속도의 극부적 최대값(U_{\max}/U_0)의 주유동방향 변화량은 Fig. 12와 Fig. 13에 각각 나타나 있다. 주유동방향 위치는 각 경사각의 재부착 길이(X_R)로 무차원되었다. Fig. 12에서 보여지는대로 두 난류모형에 의한 계산결과와 실험과 비교해서 작게 예측되었다. 더구나 $(\sqrt{u_{\max}^2}/U_0)^2$ 의 주유동방향의 분포의 최대값의 위치는 실험결과와 계산결과가 서로 일치하지 않는다. 예를들면, 실험결과는 $X/X_R \approx 0.6$ 위치에서 최대값이 계속되는 반면 현재의 모형에 의한 계산결과는 $X/X_R \approx 0.8$ 위치에서 최대값이 예측된다. 최대 난류강도가 발생하는 주유동방향의 위치는 경사각의 변화에 거의 영향을 받지 않는다는 것이 특이한 현상이다. 그러나, 현재의 모형에 의한 각각의 경사각에서의 전반적인 경향은 비교적 타당하다고 보여지는 반

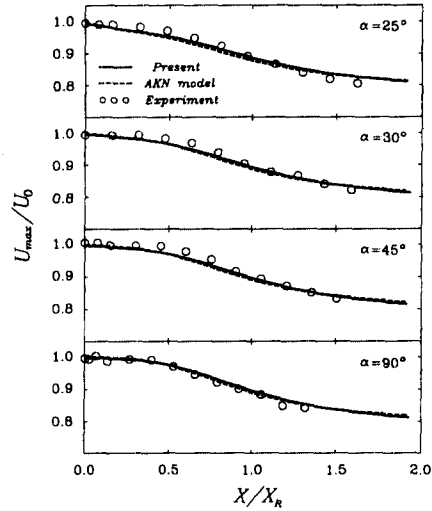


Fig. 13 Comparison of the predicted decay law of U_{\max}/U_0 with the experiment

면, AKN 모형 및 현재의 선형모형에 의한 계산결과와는 상당히 작게 예측되었다. 이런 점으로 미루어 보아 난류강도를 잘 예측하기 위해서는 레이놀즈 응력의 비선형모형이 필수적임을 알 수 있다.

평균속도의 극부적 최대값의 주유동방향 감쇄는 Fig. 13에서 실험결과와 난류모형에 의한 계산결과들이 서로 비교되어 보여진다. 두 모형에 의한 계산결과들은 실험결과와 좋은 일치를 보여주고 있다.

5. 결론

박리가 발생하지 않는 경계층유동과 박리 및 재부착유동이 공존하는 경사진 계단유동이 현재의 난류모형을 이용해서 성공적으로 해석되었다. 경사진 계단유동에 더 좋은 예측을 위해 PS모형이 약간 수정되었다. 벽면 가까이 감쇄함수 f_μ 의 특성을 향상시키기 위하여 수정된 $f_{\mu 1}$ 함수가 사용되었다. 벽면에서 멀리 떨어진 재순환 지역에 비평형효과를 난류에너지 소산을 방정식에 고려하였다. 우선 현재의 모형은 완전히 발달된 채널유동에 직접수치해법을 가지고 그 성능을 검증하였다. 현재의 모형은 f_μ 의 분포를 잘 예측하였으며, k 와 ε 의 분포도 정확한 벽면 입계거동이 만족되도록 예측되었다. 현재의 모형에 의한 재부착 길이의 계산된 결과는 경사각도에 따라 실험결과와 잘 일치하고 있지만, PS 모형에 의한 결과는 약간 높게 예측되었으며,

AKN모형에 의한 결과는 상당히 작게 예측되었다. 벽면 근처에 대한 정확한 난류모형이 재부착 길이를 잘 예측함을 알 수 있었고, 레이놀즈 응력에 대한 비선형 효과는 재순환 영역에서 크게 나타났다.

현재의 모형에서 평균변형률(S_{ij})과 평균와도(ω_{ij})로 표현된 비선형 레이놀즈 응력은 주유동방향 섭동속도에서 실험결과와 전반적으로 좋은 일치를 보였다. 선형모형에 의한 결과와 현재의 비선형 모형의 결과로부터 주유동방향 섭동속도를 예측성을 서로 비교해 본 결과 주유동방향 섭동속도를 잘 예측하기 위해서는 레이놀즈 응력에 대한 적절한 비선형모형이 필요함을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1994, "A New Turbulence Model for Predicting Fluid Flow and Heat Transfer in Separating and Reattaching Flows-1. Flow Field Calculations," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 139~151.
- (2) Avva, R. K., Kline, S. J. and Ferziger, J. H., 1988, "Computation of the Turbulent Flow over a Backward-Facing Step Using the Zonal Modeling Approach," Report TF-33, Stanford Univ., Stanford, California.
- (3) So, R. M. C., Lai, Y. G. and Yoo, G. J., 1988, "Low-Reynolds-Number Modelling of Flows Over a Backward-Facing Step," *Journal Applied Mathematics and Physics*, Vol. 39, pp. 13~27.
- (4) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Boundary Layer Flows," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 112, pp. 33~39.
- (5) Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., 1985, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Numbers Flows: A Review," *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1308~1319.
- (6) Yap, C. L., 1987, "Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows," Ph. D. Thesis, UMIST, Manchester.
- (7) Park, T. S. and Sung, H. J., 1995, "A Nonlinear Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 14, pp. 2657~2666.
- (8) Ruck, B. and Makiola, B., 1993, "Flow Separation over the Step with Inclined Walls," *Proceedings of Near-Wall Turbulent Flows*, Edited by So, R. M. C., Speziale, C. G. and Launder, B. E., Vol. 1, pp. 999~1008.
- (9) Lee, M. J., Kim, J. and Moin, P., 1990, "Structure of Turbulence at High Shear Rate," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 216, pp. 561~583.
- (10) Nagano, Y. and Shimada, M., 1993, "Modeling the Dissipation-Rate Equation for Two-Equation Turbulence Model," *Proceedings of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 23.2.1~23.2.6.
- (11) Mansour, N. N., Kim, J. and Moin, P., 1988, "Reynolds-Stress and Dissipation Rate Budgets in a Turbulent Channel Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 194, pp. 15~44.
- (12) Launder, B. E., 1982, "A Generalized Algebraic Stress Transport Hypothesis," *AIAA Journal*, Vol. 20, pp. 435~437.
- (13) Rodi, W. and Mansour, N. N., 1993, "Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Modelling with the Aid of Direct Simulation Data," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 250, pp. 509~529.
- (14) Durbin, P. A., 1993, "Application of a Near-Wall Turbulence Model to Boundary Layers and Heat Transfer," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 14, No. 4, pp. 316~323.
- (15) Launder, B. E. and Sharma, B. I., 1974, "Application of the energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc," *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, pp. 131~138.
- (16) Samuel, A. E. and Jourbert, P. N., 1974, "A Boundary Layer Developing in an Increasingly Adverse Pressure Gradient," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 66, pp. 481~505.
- (17) Stone, H. L., 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol. 3, No. 3, pp. 530~558.