

〈논 문〉

다중블럭계산에 의한 분사기 오리피스 유동특성 해석

김 영 목*

(1996년 7월 27일 접수)

Numerical Study on the Characteristics of the Flow Through Injector Orifice by Multi-Block Computations

Young-Mog Kim

Key Words: Injector Orifice(분사기 오리피스), Incompressible Flow(비압축성유동), Secondary Flow(2차유동), Asymmetry(비대칭), Multi-Block(다중블럭), Pseudocompressibility(가압축성)

Abstract

Numerical computations were conducted to characterize the three-dimensional laminar flow through an injector orifice having an inclined angle of 30° . For this study, the incompressible Navier-Stokes equations in generalized curvilinear coordinates, using a pseudocompressibility approach for continuity equation, were solved. The computations were performed using the finite difference implicit, approximately factored scheme of Beam and Warming and multi-block grids of complete continuity at block interfaces. The multi-block computations were validated for the steady state using direct comparison of multi-block solutions with equivalent single-block ones, including 2-D 180° TAD and 3-D 90° pipe bend. The comparisons between the numerical solutions and the flowfield measurements for a tube with sudden contraction were presented in this work for solution validation. Computational results showed the nature of complex flow fields within the inclined injector orifice, including strong pressure-driven secondary flows in the cross stream induced by the effect of streamline curvature. In addition, asymmetric secondary flows were induced in the Reynolds number range above assumed laminar flow regime considered. However, turbulence calculations and grid dependency studies are needed for more accurate computations.

1. 서 론

지난 십 여년 동안 공학용 워크스테이션과 슈퍼컴퓨터의 처리속도 및 기억용량이 팔목할 만한 정도로 성장하였으며, 수치해를 얻는 해석기법도 정확성과 효율성에 있어서 대단한 발전을 이룩하였다.

그러나 대부분 복잡한 형상을 가지는 공학적인 문제에서 부딪히는 유동에 대하여 정확하고 신속하게 수치해석을 수행하기가 여전히 쉽지 않다. 일반적으로 유동해석에 사용된 계산격자계의 특성이 유동해석 결과에 중요한 영향을 미치므로, 해석하고자 하는 유동장이 더 현실적일수록(복잡할수록) 전체 유동장에 대한 양질의 계산격자를 얻는데 더 많은 어려움이 따른다. 이러한 어려움은 해석영역을 기하학적으로 다소 간단한 다수의 블럭(subdomain)

*회원, 한국항공우주연구소 우주추진기관연구그룹

으로 나눈 후, 각각의 블럭에 대한 계산격자를 형성함으로써 격자형성 과정에 고도의 유연성을 제공하는 다중블럭(multi-block) 격자기법을 통해 극복될 수 있다.

공학용 컴퓨터의 기억용량(memory)의 한계는 CFD의 활용에 또 다른 제한이 되고 있다. 항공기 전체형상이나 복잡한 유체기기 내부영역의 3차원 점성 유동해석에서 세부 유동특성을 파악하는데 요구되는 계산격자수는 대부분의 공학용 컴퓨터 코어 메모리(core memory)의 한계를 쉽게 넘게 된다. 다중블럭 격자기법은 항상 한 개의 블럭만이 코어 메모리에 상주하고 전체 유동장의 나머지 블럭들은 보조기억장치나 디스크에 저장되게 함으로써, 컴퓨터의 기억용량을 사실상 엄청난 크기로 확장하는 효과가 있다.

다중블럭 격자기법은 계산과정에서 개개의 블럭들이 수치모사되는 전체 유동장을 구성하면서 상호 정보전달(communication)을 이루는 방식에 따라서 overlaid(chimera) 격자, patched 격자, 그리고 blocked 격자해법으로 구별된다. 개별 블럭 사이에 필요한 정보전달을 블럭 사이의 중첩영역(overlap region)에서 보간을 통해 달성하는 chimera 격자해법⁽¹⁾은 블럭 사이의 경계에서 완전히 불연속된 격자계를 허용하는 방식으로 격자형성 과정에 상당한 유연성을 제공하지만, 대신 보간을 위한 복잡한 수치알고리즘을 필요로 한다. Patched 격자해법⁽²⁾은 전체 유동장을 구성하는 개별 블럭 사이의 공동(블럭)경계에 불연속된 격자계를 허용하여 격자형성의 유연성을 얻는 대신, 블럭경계에서 연속적인 해를 얻기 위하여 보간을 필요로 한다.

Chimera나 patched 격자해법이 공통적으로 복잡한 보간을 사용하기 때문에 유동이 급격한 변화를 겪는 곳에 블럭경계가 위치할 경우 수치해의 정확도 및 수렴성에 나쁜 영향을 미칠 수 있다. Blocked 격자해법은 이러한 보간과정을 제거하기 위하여 인접블럭간의 경계에서 연속된 격자계를 사용하여, 블럭경계와 관련된 유동정보를 블럭 상호간에 주고받는 방식으로 정보전달이 이루어진다. Belk와 Whitfield⁽³⁾는 이 방법을 정상/비정상의 천음속 Euler 방정식의 해석에 적용하여 충격파가 블럭경계를 지나는 경우에도 단일블럭의 결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었다.

액체추진제 로켓엔진에서 분사기(injector)는 연

료와 산화제를 연소실 안으로 분사하여 서로 충돌 시킴으로써, 연료와 산화제가 고르게 혼합되도록 하는 것으로 액체 로켓엔진에서 매우 중요한 부분이다. 이 추진제 분사기는 구조적, 기능적 특성상 경사각을 갖는 오리피스와 같은 다양한 형상의 구성부분을 포함하고 있다. 추진제가 이러한 형상의 오리피스를 지날 때 발생하는 압력손실은 추진제의 질량유량을 결정하여 연료/산화제 혼합비 등의 설계치와 상이한 결과를 초래하여 분사기의 성능과 안정성에 직접적인 영향을 미치므로, 분사기의 설계변수를 확정하기 전에 먼저 이러한 오리피스의 유동특성을 정확히 파악하여야 한다.

일반적으로 유량을 측정하거나 조절하기 위하여 쓰이는 오리피스의 형태는 축대칭형이 가장 많으며, 이러한 오리피스에 대하여 유출계수나 압력손실을 손쉽게 산출할 수 있는 방법은 비교적 잘 알려져 있는 반면,⁽⁴⁾ 로켓엔진 분사기의 오리피스 형상과 작동조건에서 유출계수나 압력손실같은 유동특성을 제대로 산출할 수 있는 방법은 잘 발달되어 있지 않다. 그 이유는 특정한 형상과 유동조건을 가진 오리피스의 유동특성을 타당하게 예측하려면 매개변수들로서 형상에 관한 것(지름, 길이 대 지름비(L/d), 입구형상, 출구형상)과 유체유동에 관한 것(유입류 방향, 유입류 속도, 압력차이)들을 모두 고려하여야 하기 때문이다.

본 연구에서는 액체 로켓엔진의 분사기 오리피스의 유동특성을 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 수치해석 방법으로 계산하고자 하였다. 분사기 오리피스는 축방향에 대하여 30°의 경사각을 가지며 갑작스런 면적축소(sudden contraction)가 있는 3차원 형상을 보이므로, 격자형성 과정에 유연성을 얻고 양질의 계산격자를 형성하기 위하여 blocked 격자기법을 이용하였다. 계산에 앞서 다중블럭의 수치해에 대한 타당성과 3차원 형상의 오리피스에 대한 수치해석의 정확성을 검토하였다. 본 논문의 수치해석 기법은 액체 로켓엔진의 추진제 분사기에서의 유동해석뿐만 아니라, 고체추진제 로켓모터에서 추력중지(thrust termination) 또는 역추력(thrust reversal) 장치를 위한 추력중단구에 대한 연구, 2차유체주입(secondary fluid injection) 방법에 의한 추력벡터제어 연구, 그리고 가스터빈 블레이드의 막냉각 연구^(5,6) 등에 널리 응용될 수 있다.

2. 지배방정식

비압축성 유동의 운동량 보존방정식에서 압력은 속도와 마찬가지로 유동장 내에서 일어나는 역학적인 과정에 의해 결정되는 원시변수(primitive variable)이다. 그러나 비압축성 유동조건인 연속방정식에는 이러한 압력항이 나타나 있지 않아, 비압축성 유동조건을 만족시키는 속도-압력 수치해를 얻기가 쉽지 않다. Chorin⁽⁷⁾은 속도와 압력이 직접 연계되도록 하기 위하여 밀도의 시간미분항을 연속방정식에 추가한 인공압축성(artificial compressibility) 방법으로 hyperbolic 형의 지배방정식을 얻었는데, 이 방정식은 압축성 Navier-Stokes 방정식의 수치해석 기법을 응용하여 해석될 수 있다. Steger와 Kutler⁽⁸⁾는 비압축성 유동의 수치해석에 Beam과 Warming⁽⁹⁾의 근사인자분해에 의한 ADI 기법을 활용하기 위하여 연속방정식에 인공압축성으로 압력항을 사용하였으며, Chang과 Kwak⁽¹⁰⁾은 이러한 해석방법 즉, pseudocompressibility 방법의 이론적 바탕을 밝혔다.

본 연구에서는 비압축성 유동의 지배방정식에 pseudocompressibility 방법을 사용하였으며, 비정상, 3차원, 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 직교좌표계에서 무차원화한 후, 일반곡선좌표계(generalized curvilinear coordinate)로 변환하면 강한 보존형으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \xi} = 0 \quad (1)$$

여기서 보존변수 벡터 Q 와 비점성 플럭스 및 점성 플럭스 벡터⁽¹¹⁾ $E_i = (E, F, G)$, $E_{v_i} = (E_v, F_v, G_v)$ 는 각각 다음과 같다.

$$Q = \frac{D}{J} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

$$E_i = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \beta U_i \\ uU_i + (\xi_i)_x p \\ vU_i + (\xi_i)_y p \\ wU_i + (\xi_i)_z p \end{pmatrix}$$

$$E_{v_i} = \frac{\nu}{J} (\nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_i) \frac{\partial}{\partial \xi_i} [0, u, v, w]^T$$

위 식에서 β 는 pseudocompressibility 상수이고, ν 는 점성계수이며, contravariant 속도와 변환 Jacobian은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$U_i = (\xi_i)_x u + (\xi_i)_y v + (\xi_i)_z w \quad (2)$$

$$\xi_i = (\xi, \eta, \zeta)$$

$$J = [x_\xi(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)]^{-1} \quad (3)$$

무차원 변수들로 쓰여진 식 (1)에서 직교좌표계 속도성분 u, v, w 는 자유류 속도 U_∞ 로 무차원화되었으며, 무차원 압력은 $p = (p - p_\infty) / \rho U_\infty^2$ 으로 정의되었다. 정상상태의 수치해는 식 (1)을 시간적분함으로써 얻어지며, 정상상태가 되어감에 따라 $p_\tau \rightarrow 0$ 이므로 식 (1)은 원래의 비압축성 유동조건을 만족하게 된다.

3. 수치해석

3.1 수치해석 기법

내재적, 시간중속 수치기법으로 비압축성 유동방정식을 해석하면 압력과 속도가 직접 연계되어 동시에 계산되므로 수렴성이 좋은 것으로 알려져 있으며, 특히 레이놀즈수가 높은 유동과 유동박리가 발생하는 경우에 적합하다. 압축성 유동방정식의 해석을 위한 내재적, 시간중속 수치기법은 그동안 상당한 연구가 이루어져 여러 가지 효율적인 기법이 사용되고 있는데, 이러한 수치기법은 그대로 비압축성방정식의 해석에 적용될 수 있다. 따라서 hyperbolic 형 지배방정식 식 (1)을 시간미분에 대하여 1차의 정확도를 갖는 Euler 내재적 시간차분법으로 이산화하면 $n+1$ 시간레벨에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta D^n / (J \Delta \tau) + \delta_\xi (E - E_v)^{n+1} + \delta_\eta (F - F_v)^{n+1} + \delta_\zeta (G - G_v)^{n+1} = 0$$

$$D^{n+1} = D^n + \Delta D^n \quad (4)$$

여기서 $\Delta \tau$ 는 무차원 시간증분을 나타낸다. 식 (4)는 비선형방정식이므로 ΔD^n 에 대하여 풀기 위하여 플럭스 벡터들을 선형화시키고^(9,12) Beam과 Warming⁽⁹⁾의 근사인자분해(approximate factorization)를 적용하면 다음과 같은 ADI(Alternating-Direction Implicit) 기법의 유한차분방정식이 주

어진다.

$$\begin{aligned} & [I + \Delta\tau J \delta_\xi (A^n - \Gamma_1)] [I + \Delta\tau J \delta_\eta (B^n - \Gamma_2)] \\ & [I + \Delta\tau J \delta_\zeta (C^n - \Gamma_3)] (D^{n+1} - D^n) = R^n \\ & = -\Delta\tau J [\delta_\xi (E - E_v)^n + \delta_\eta (F - F_v)^n + \delta_\zeta (G \\ & - G_v)^n] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 비점성 플럭스 Jacobian 행렬 A^n 는 다음과 같이 정의되었다.

$$A_i^n = (A^n, B^n, C^n) = \left(\frac{\partial E_i}{\partial D} \right)^n \quad (6)$$

점성 플럭스 벡터에 대한 Jacobian 행렬은 매우 복잡한 수식처리를 거쳐야 하므로, 점성 플럭스를 보존변수의 선형함수로 수정하여 사용하였다.

$$\begin{aligned} E_{vi} &= \frac{\nu}{J} (\nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_i) \text{Im} \frac{\partial D}{\partial \xi_i} = \Gamma_i D \\ \text{Im} &= \text{diag}(0, 1, 1, 1) \end{aligned} \quad (7)$$

그러나 이러한 수정은 식 (5)의 내재항에만 적용되고 residual 항에는 수치해의 정확도를 유지하기 위하여 완전한 형태의 점성 플럭스 벡터가 사용되므로, 정상해의 정확도를 떨어뜨리지 않는다.

식 (5)의 공간차분자 δ_ξ , δ_η , δ_ζ 에 2차 중앙차분을 적용하면 각 sweep 방향에서 4×4 block tridiagonal 행렬식을 얻게 되는데, 수치해는 block LU (Lower-Upper triangular) 분할 알고리즘을 통하여 계산된다. 내재적 (implicit) 알고리즘에서 대부분의 계산량은 block tridiagonal 행렬식을 처리하는데 소요되기 때문에, 3차원의 유동해석에서는 계산량이 엄청나게 늘어나게 된다. Pulliam과 Chaussee⁽¹³⁾는 상사변환을 이용한 대각화 (diagonalization)를 통해 각 좌표방향으로 scalar tridiagonal 행렬식을 갖는 내재적 계산기법을 소개하였으며, Rogers *et al.*⁽¹⁴⁾은 이와 유사한 방법을 비압축성 유동해석에 적용하였다. 플럭스 Jacobian 행렬에 상사변환 (similarity transformation)을 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$A_i = T_i \Lambda_i T_i^{-1} \quad (8)$$

여기서 T_i 는 플럭스 Jacobian 행렬 A_i 의 우고유벡터 (eigenvector)로 구성된 행렬이며, Λ_i 는 고유치 (eigenvalue)로 구성된 대각행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$\Lambda_i = \frac{1}{J} \text{diag}(U_i, U_i, U_i + c_i, U_i - c_i)$$

$$c_i = \sqrt{U_i^2 + \beta [(\xi_i)_x^2 + (\xi_i)_y^2 + (\xi_i)_z^2]} \quad (9)$$

대각 (diagonal) 알고리즘은 상사변환식 식 (8)을 식 (5)에 대입하여 얻으며, 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} L_\xi L_\eta L_\zeta (D^{n+1} - D^n) &= R^n \\ L_i &= T_i [I + \Delta\tau J \delta_i (\Lambda_i - \gamma_i)] T_i^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)의 내재항은 block tridiagonal 행렬식을 이루고 있지만, 이 block은 대각행렬이므로 계산 과정에서는 서로 분리된 4개의 scalar tridiagonal 행렬식을 풀게 된다. 결과적으로 행렬식의 해를 구하는데 쓰이는 계산량이 상당히 감소되어 계산효율을 얻게 된다.

위의 수치 알고리즘은 공간미분항에 대하여 비엇갈림 격자계에서 2차 중앙차분을 사용하므로 홀수와 짝수 격자점간의 분리효과가 발생하고, 특히 높은 레이놀즈수 유동에서는 비선형성에서 비롯된 수치오차가 크게 나타나 수치해의 안정성에 치명적인, 높은 압력진동이 발생하게 된다. 반면, 상류차분법은 일정한 정도의 인공점성 (수치소산)을 원래부터 포함하고 있어서 수치해의 안정성에 도움을 주고 있다. 그러므로 수치 알고리즘의 안정성을 위하여 높은 압력진동을 억제할 수 있도록 residual 항에 4차차분, 내재항에 2차 혹은 4차차분 형태의 인공점성항을 사용하였으며,⁽¹⁵⁾ 이러한 인공점성항을 추가한 대각알고리즘은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & L_\xi L_\eta L_\zeta (D^{n+1} - D^n) \\ &= R^n - \epsilon_\epsilon \{ (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 + (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2 + (\nabla_\zeta \Delta_\zeta)^2 \} D^n \\ L_\xi &= T_\xi [I + \Delta\tau J \delta_\xi (\Lambda_\xi - \Gamma_\xi) - \epsilon_i \nabla_\xi \Delta_\xi] T_\xi^{-1} \\ L_\eta &= T_\eta [I + \Delta\tau J \delta_\eta (\Lambda_\eta - \Gamma_\eta) - \epsilon_i \nabla_\eta \Delta_\eta] T_\eta^{-1} \\ L_\zeta &= T_\zeta [I + \Delta\tau J \delta_\zeta (\Lambda_\zeta - \Gamma_\zeta) - \epsilon_i \nabla_\zeta \Delta_\zeta] T_\zeta^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} (\nabla_\xi \Delta_\xi)^2 u &= \frac{1}{4} (u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} \\ &\quad + u_{i-2}) \\ (\nabla_\xi \Delta_\xi) u &= \frac{1}{2} (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) \end{aligned}$$

3.2 다중블럭 격자기법

다중블럭계산에서는, 코어 메모리 (core memory)에 읽어들인 현재의 블럭에 대하여 한 번의 시간반복 계산을 수행하고 모든 내용을 보조기억장치나 디스크에 저장한 후, 다음 블럭을 컴퓨터 코

어 메모리에 읽어들인다. 이상적으로는 블럭경계에서의 수치해가 계산영역의 다른 부분에서와 같은 정확도를 가져야 하기 때문에, 블럭들간의 정보전달이 중요한 문제로 대두된다. 뿐만 아니라, 복잡한 형상을 가진 유동장의 수치해석을 위한 다중블럭 격자계를 형성할 때, 정확한 유동해석이 가능하도록 양질의 격자계를 제공하는 데 주안점이 두어져야 한다. 이러한 목적을 달성하기 위하여, 유동해석이 이루어지는 유동장의 분할(decomposition)은 원하는 격자계의 특성이 효율적으로 얻어질 수 있도록 수행되어야 한다. 이 때문에 블럭경계는 유동이 박리되는 영역이나 급격한 변화를 겪는 영역에 놓일 수 있다. 그와 같은 블럭경계에서도 정확도를 떨어뜨리지 않으면서 연속적이고 매끄러운 수치해가 얻어지도록 하기 위하여 블럭들간의 정보전달이 충분히 이루어져야 한다.

블럭들간의 정보전달을 위하여 본 연구에서는 블럭경계를 “branch cut⁽¹⁶⁾”으로 간주하였다. 이것은 블럭경계 외부로 한 줄의 격자를 더 추가함으로써 블럭경계를 지나서도 원래의 형상을 유지할 수 있도록 한 것이다. 이때 블럭경계 외부격자점(image point)과 내부격자점(object point) 간의 격자점 일치관계가 성립되고, 이 일치관계를 이용하면 블럭경계(block interface)에서의 변환 metrics, Jacobian, 그리고 플럭스 벡터 등을 내부영역에서 하는 것과 같은 방법으로 계산할 수 있다. 블럭경계 외부격자점은 수치해를 구하는 과정에 있는 블럭의 경계격자점(boundary point)으로 작용하게 되며, 블럭경계(block interface)에서의 수치해는 마치 블럭의 내부에서 한 것처럼 구해진다.

Fig. 1은 두 블럭간 블럭경계에서의 격자점 일치관계를 나타내고 있다. Fig. 1에서 원래의 유동장은 두 개의 블럭(A, B)으로 나뉘어져 서로 공동경계를 이루고 있다. 이때 A블럭의 블럭경계(block interface)에 있는 A격자점(STARTA와 ENDA 사이)은 B블럭의 블럭경계에 있는 C격자점(STARTB와 ENDB 사이)과 일치한다. 또한 A블럭의 B격자점(블럭경계 외부격자점)은 B블럭의 D격자점(내부격자점)과 일치한다.

다중블럭계산에서는 충격파나 와류(vortex)와 같은 유동도 블럭경계를 지나 자유롭게 흐를 수 있어야 한다. 이것은 블럭경계와 관련된 유동정보를 블럭에서 블럭으로 전달함으로써 가능한데, 전달될 유동정보는 블럭경계와 내부격자점에서의 보존변수

벡터(압력과 속도성분) 계산치이다. 계산과정에서는 순차적으로 한번에 한 블럭만을 코어 메모리에 읽어들이고 다른 모든 블럭들을 보조기억장치에 일시적으로 저장하였기 때문에, 블럭들간의 정보전달을 위하여 블럭경계와 내부격자점의 보존변수 벡터 계산치와 내부격자점의 격자좌표들로 채워진 “블럭경계 배열(array)”을 코어 메모리에 관리하였다. 이때 블럭경계 배열은, 어떤 블럭이 보조기억장치에 저장되어 있는 동안 그 블럭과 공유하는 블럭경계와 관련하여, 코어 메모리에 있는 블럭이 필요로 하는 유동정보를 제공하거나, 새로 계산된 유동정보가 블럭경계 배열에 저장될 수 있도록 처리하였다. 이렇게 함으로써 다중블럭으로 나뉘어진 전체 계산영역에 대하여 한번의 시간반복 계산마다 한번 이상 블럭을 읽거나 저장할 필요가 없어진다.

정상해나 비정상해의 계산을 위하여 각 블럭에 대하여 순차적으로 한번씩 시간반복 계산을 할 때마다 블럭경계에서는 항상 유일해가 있어야 한다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 블럭경계에서는 외부격자점이 내부격자점과 일치하는 짝을 이루는 방식이므로, 해를 위한 계산에 사용되는 유동정보들의 time level을 매우 신중히 고려하여야 한다. 가령, 외부격자점이 내부격자점에 대하여 시간상 뒤지거나 앞설 때, 블럭경계에서 계산되는 공간미분항의 물리적 의미는 상실된다. 따라서 time level이 다른 유동정보를 혼용함으로써 블럭경계에 보존오차가 발생하게 되어 수치해의 안정성이나 수렴특성을 떨어뜨리게 된다. 본 연구의 다중블럭 알고리즘은 원래의 단일블럭 격자계에서 얻는 수치해처럼 정확도의 감소 없이 안정성과 수렴특성을 유지할 수 있

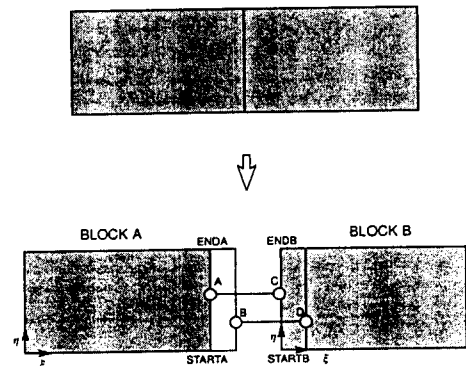


Fig. 1 Correspondence of grid points for block interface between two blocks

도록 하기 위하여, 해를 위한 계산에 사용되는 모든 유동정보들은 모두 같은 n time level이 되도록 하였으며, 이것을 동기(synchronous) 정보전달(communication)이라고 하였다.

3.3 경계조건

별도로 설명되지 않는 한, 다음과 같은 유동 경계조건을 사용하였다. 입구경계면에서는 자유유동과 같이 압력과 속도를 일정하게 하고, 출구경계면에서의 압력 및 속도는 유동방향으로 물리량의 구배가 없는 것으로 가정하여, 2차의 정확도를 갖는 외삽법(extrapolation)으로 구하였다. 그리고 수렴성을 향상시키기 위하여 출구속도를 유량비(입구유량/출구유량)로 가중된 값으로 수정하였다. 모든 벽면에서는 no-slip 조건을 적용하였다.

4. 결과 및 검토

4.1 다중블럭 수치해의 검증

4.1.1 2차원 180° Turnaround Duct (TAD)

다중블럭에서의 수치해를 동일한 형상의 단일블럭 격자계에서 얻는 결과와 비교하기 위하여, 유선 곡률이 큰 2차원 180° TAD⁽¹⁷⁾에 대하여 덕트 폭(H)을 기준한 $Re=500$ 에서 수치해석하였다. TAD의 입구와 출구는 각각 덕트가 구부러진 지점에서 상류와 하류로 $6H$ 에 위치해 있다. 수치해의

격자의존성을 알아본 계산에서, 유동방향과 횡단방향의 격자수가 221×101 에서 해가 일정하였다. 다중블럭 격자계는 단일블럭의 경우와 정확히 같은 격자분포를 가졌으며 벽면 격자간격은 $2 \times 10^{-3}H$ 였다. 3개의 블럭으로 분할된 다중블럭의 경계는 덕트가 180°로 구부러지기 시작하는 지점($\theta=0^\circ, s/H=21.7$)과 끝나는 지점($\theta=180^\circ, s/H=24.8$)에 위치해 있다. 4개의 블럭으로 분할된 경우는 위의 둘째 블럭이 다시 반경방향으로 나뉘어졌다. 수치해의 직접적인 비교를 위하여 모든 격자계의 계산에 동일한 조건—무차원 시간증분(0.02), pseudo-compressibility 상수(10.0), 인공점성계수 등—을 사용하였다.

Fig. 2는 단일블럭과 다중블럭 격자계에서의 결과에 대한 속도와 압력분포를 보인 것이다. 그림에서 블럭경계가 유동바리 영역과 속도와 압력구배가 큰 영역에 걸쳐있는 것을 볼 수 있다. 블럭경계가 그와 같은 악조건에 위치해 있는데도 불구하고 블럭들간 수치해의 차이점은 나타나지 않았다. Fig. 3은 덕트의 위, 아래 벽면을 따라 압력계수를 보인 것으로, 수치해가 서로 정확히 일치하고 있음을 보이고 있다. 이것은 다중블럭계산이 블럭경계에서도 수치해의 정확도를 떨어뜨리지 않았음을 보여주고 있다. 다중블럭계산의 수렴과정은 Fig. 4에 나타나 있으며, 원래의 단일블럭계산에 비해 수렴성이 거의 나빠지지 않았음을 보이고 있다. 따라서 지금까지 보인 다중블럭 계산결과에 비추어, 다중블럭 격

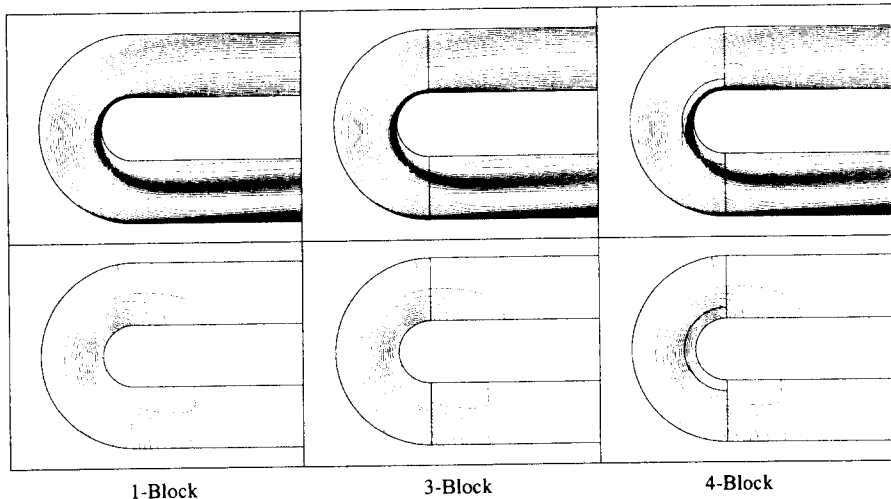


Fig. 2 Contours of velocity (top) and pressure (bottom) for 2-D 180° turnaround duct at $Re=500$

자기법에서는 유동특성을 고려하기보다, 해석하고자 하는 유동장의 기하학적 제약조건을 고려하여 격자형성을 하는 것이 타당할 것이다.

다중블럭계산에서는 단일블럭에서보다 CPU시간이 증가하여 3-블럭계산이 16%, 4-블럭계산이 30% 증가하였다. 4-블럭계산이 3-블럭계산보다 CPU시간을 월등히 많이 사용한 이유는, 3-블럭의 격자(61×101, 81×101, 81×101) 중 둘째 블럭이 81×71과 81×31로 재분할되어 격자길이(span) 편차가 증가하였기 때문으로 판단된다. 따라서 다중블럭계산은 전체영역의 분할에 의하여 implicit sweep 길이가 줄어들어 내재적 알고리즘의 계산효율을 제한하는 것을 알 수 있었다. 그러나 블럭이 최적조건 크기와 수로 나뉘어지면 다중블럭계산에 의한 CPU 시간의 증가는 감소될 수 있을 것이다.

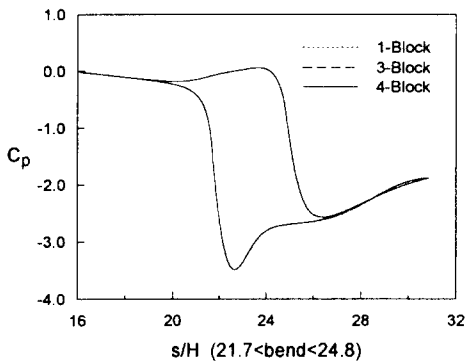


Fig. 3 Static pressure distributions along turnaround duct walls at $Re=500$

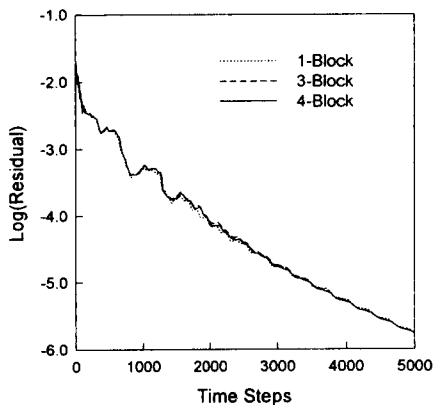


Fig. 4 Convergence histories for 2-D 180° turnaround duct at $Re=500$

4.1.2 3차원 90° 곡관 파이프

3차원 다중블럭계산의 검증은 Enayet *et al.*⁽¹⁸⁾의 실험결과가 있는 90° 곡관 파이프에 대하여 파이프 지름(D)을 기준한 $Re=500$ 에서 이루어졌다. 90° 곡관은 중심반경이 $2.8D$ 이고, 파이프입구와 출구는 곡관의 시작($\theta=0^\circ$)과 끝($\theta=90^\circ$)지점에서 각각 $0.58D$ 와 $3.0D$ 떨어진 곳에 위치해 있다. H-형 단면 계산격자를 갖는 단일블럭에서 유동방향×단면 격자수는 $71 \times 31 \times 31$ 이며, 벽면에서의 격자간격은 $5 \times 10^{-3}D$ 이었다. 다중블럭의 격자계는 원래의 단일블럭을 블럭경계가 곡관의 시작과 끝지점에 위치하도록 3개로 분할하여 구하였으며, 각 블럭의 유동방향 격자수는 11, 37, 25이었다. 입구면에서 속도분포는 실험결과와 일치하도록 보간으로 구하였으며, 중심축에 대하여 대칭이 되도록 하였다. 정상 수치해는 0.05의 무차원 시간증분과 $\beta=5$ 에서 대략 1,000회의 시간반복 계산으로 구해졌다.

Fig. 5는 단일블럭 및 3-블럭 격자계에서 계산된 주유동방향의 속도분포를 곡관에서 $\theta=30^\circ, 60^\circ, 75^\circ$, 그리고 곡관 이후 $1.0D$ 하류에서의 실험결과와 대칭평면에서 비교한 것이다. 다중블럭계산은 단일블럭의 결과와 정확히 일치하였으며, 대부분의 영역에서 실험결과와도 비교적 잘 일치함을 보이고 있다. Fig. 6에는 위의 4지점 횡단면에서의 속도분포를 실험결과와 비교하여 나타내었다. $\theta=30^\circ$ 단면에서는 곡관에서 발생하는 횡단 압력구배의 영향으로 발달하기 시작한 2차유동에 의하여 곡관 파이프 안쪽($r/R=1.0$)의 경계층은 두꺼워지고 바깥쪽($r/R=-1.0$)의 경계층은 얇아졌다. $\theta=60^\circ$ 이후에서는 높은 속도영역이 바깥쪽에 위치하면서 경계층 내 유체가 안쪽으로 전달되어, 2차유동이 더욱 뚜렷하였다. 수치해는 속도가 높은 바깥쪽 경계층 내 영역에서는 실험결과와 잘 일치한 반면, 2차유동이 발달하는 영역에서는 실험결과보다 약간 높게 나타났다. 단일블럭에 대한 다중블럭계산의 overhead로 간주되는 CPU시간의 증가는 Cray C90에서 약 16%였지만, Sun SPARCserver 1000에서는 오히려 약 7% 감소한 것으로 나타났다.

4.2 오리피스 수치해 검증

분사기 오리피스에 대한 3차원 수치해석의 타당성을 검증하기 위하여, 지름축소비가 $D/d=1.873$ 인 Durst와 Loy⁽¹⁹⁾의 원형튜브에 대하여 3차원 수치해석을 실시하였다. 축대칭을 적용한 수치계산

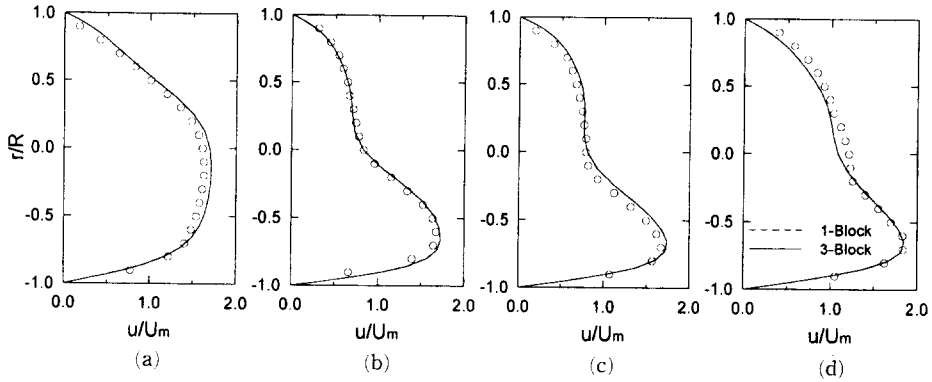


Fig. 5 Comparison of experimental and computed streamwise velocity profiles in the symmetry plane at $Re=500$: (a) $\theta=30^\circ$, (b) $\theta=60^\circ$, (c) $\theta=75^\circ$, (d) $x=1.0D$

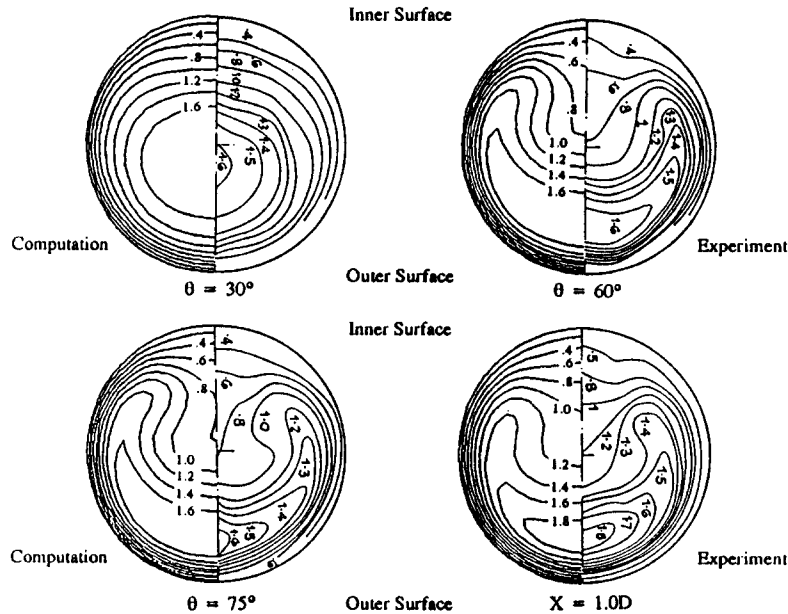


Fig. 6 Comparison of experimental and computed velocity contours for 3-D 90° pipe bend at $Re=500$

대신 H-형 단면격자를 사용하여 3차원의 수치계산을 한 이유는, 같은 유형의 격자계를 사용하는 경사각이 있는 분사기 오리피스의 계산에 보다 직접적인 타당성을 부여할 수 있기 때문이다.

Durst와 Loy의 원형튜브는 2개의 블럭으로 나뉘어져 지름 D 인 입구튜브(블럭 1)의 입구경계면은 면적축소 지점($x/D=0$)에서 $1.0D$ 상류($x/D=-1.0$)에 위치하고 있으며, 지름 d 인 출구튜브(블럭 2)의 출구경계면은 $3.0d$ 하류($x/D=1.602$)에 위치하고 있다. 분사기 오리피스와 같은 경계 및

초기조건이 적용되는 Durst와 Loy의 원형튜브에 대한 수치계산은, 입구튜브의 지름을 기준하여 레이놀즈수 $Re_D=23, 196, 372$, 그리고 968 등 4가지 경우에 대하여 이루어졌다. 특히, 분사기 오리피스 격자계와 유사하게 구성된 Durst와 Loy의 원형튜브에 대한 수치해의 격자의존성을 상호비교하기 위하여 3가지의 다른 격자계 즉, 격자계 1($15 \times 61 \times 61, 21 \times 21 \times 21$), 격자계 2($31 \times 61 \times 61, 31 \times 21 \times 21$), 그리고 격자계 3($15 \times 71 \times 71, 21 \times 31 \times 31$)이 사용되었으며, Fig. 7에는 격자계 3의 표면격자를

보였다.

Figs. 8(a)-(d)는 각각의 레이놀즈수에서 튜브의 중심선을 따른 축방향 위치에서의 u -속도성분 크기를 실험치와 비교한 것이다. 그림에서 격자수에 따른 수치해의 구별은 둘째 블록의 격자수로 표시하였다. 레이놀즈수가 증가하면서 단면격자수에 따른 수치해의 격자의존성이 두드러지게 나타났으나, 유동방향의 격자수 변화에는 큰 차이를 보이지 않았다. 그리고 갑작스런 면적축소로 인한 출구튜브의 입구 근처의 운동량 증가가 모든 레이놀즈수에서 상당히 정확하게 예측되었으며, 하류에서는 실험치보다 약간 높게 예측되었다. 그러나 $Re=23$ 인

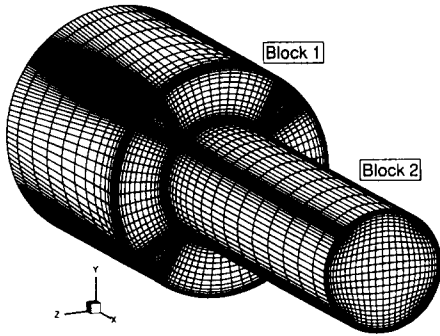


Fig. 7 Surface grid of 3-D tube with sudden contraction (block 1 : $15 \times 71 \times 71$, block 2 : $21 \times 31 \times 31$)

경우, 하류에서 실험치와의 차이가 다른 레이놀즈수에서 보다 더 크게 나타났는데, 이것은 Durst와 Loy⁽¹⁹⁾가 지적하였듯이, 낮은 레이놀즈수 영역에서는 정확한 측정이 매우 힘들기 때문에 상당한 측정 오차가 이 실험치에 포함되었을 것으로 판단된다.

Fig. 9는 $Re=372$ 에 대하여, 대칭평면(x - y 평면)에서 반경방향 위치에서의 u -속도성분 크기를 실험치와 비교한 것으로 실험결과와 잘 일치하였다. 그림에서 횡단면의 u -속도분포는 출구튜브의 입구전부터 아주 빠르게 변형되기 시작하여 출구튜브의 입구 직후인 $x/D=0.026$ 에서, 벽면 근처에서는 속도 overshoot를 보였고, 튜브의 중앙에서는 거의 균일한 속도분포를 보였다. 특히 하류에서는 단면격자수에 따른 수치해의 격자의존성이 크게 나타나, 단면격자수가 21×21 에 비하여 31×31 일 때 실험치와 정확히 일치하는 결과를 보였다. 결론적으로, 갑작스런 면적축소가 있는 원형튜브에 대하여 H-형 단면 계산격자를 사용한 3차원의 수치계산에서는 출구튜브의 단면격자수가 최소 31×31 정도에서 실험치와 잘 일치함을 알 수 있었으며, 아울러 본 수치계산의 타당성도 확인할 수 있었다. 정상 수치해는 0.002의 시간증분과 $\beta=5$ 에서 대략 5,000회의 시간반복 계산으로 구해졌으며, 격자계 3의 경우 Sun SPARCserver 1000에서 약 53.3 CPU시간이 소요되었다.

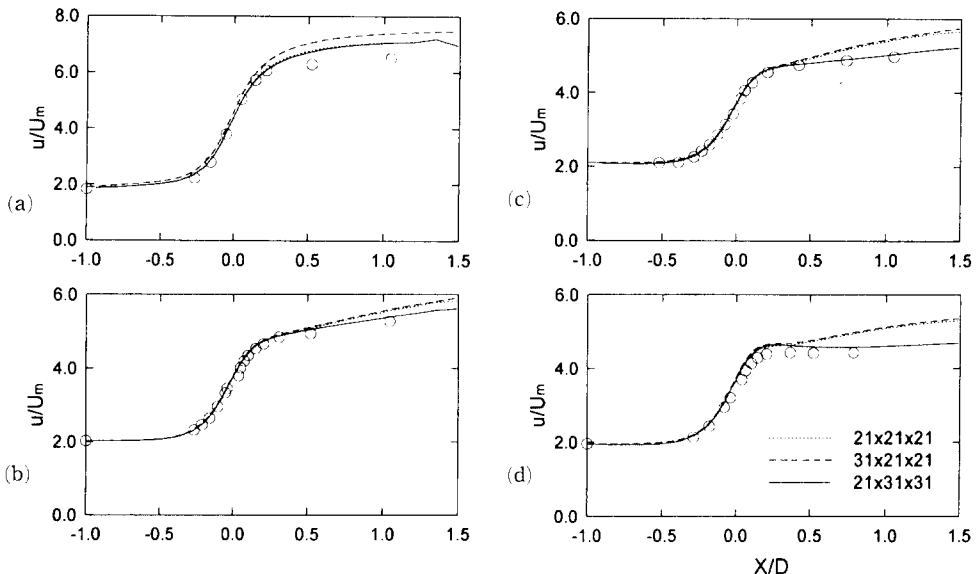


Fig. 8 Comparison of axial velocity (u) components with measurements(\odot)⁽¹⁹⁾ in the symmetry plane at $y/D=0.0$: (a) $Re=23$, (b) $Re=196$, (c) $Re=372$, (d) $Re=968$

4.3 분사기 오리피스의 유동특성

경사각이 30°, 지름축소비가 $D/d=2$ 이고, 오리피스의 길이 대 지름비가 $L_0/d=4$ 인 분사기 오리피스에 대하여 레이놀즈수 $Re=1000$ 과 4011에서 유동특성이 예측되었다. Fig. 10은 H-형 단면격자를 사용한 분사기 오리피스의 3차원 계산격자계를 보인 것이다. 전체 계산영역은 양질의 계산격자를 형성하기 위하여 2개의 블럭으로 나뉘어져, 입구파이프인 첫째 블럭의 지름과 길이는 각각 오리피스 지름(d)의 2배이고, 둘째 블럭인 오리피스의 길이는 지름의 4배이며 축방향에 대하여 30° 경사각을 이루고 있다. Fig. 10(a)는 오리피스의 면적축소 지점의 단면격자로서, 타원형의 블럭경계면이 단면 중앙에 보이고 있으며, H-형 계산격자의 구조를 볼 수 있도록 블럭경계면의 corner격자 주위를 확대한 그림을 함께 보였다. Fig. 10(b)는 오리피스의 좌우대칭인 $x-y$ 평면을 보인 것으로, 직교좌표계의 원점은 면적축소 지점의 중앙에 위치하고 있다. 입구파이프와 오리피스의 단면격자수는 각각

71×71 , 31×31 이며, 벽면 격자간격은 입구파이프 지름(D)의 2.5×10^{-3} , 2.0×10^{-3} 이었다. 유동방향인 ξ -방향으로는 각각 격자수 15, 28로 유동성질이 크게 변하는 면적축소 지점 근처에 격자수가 집중되도록 분포시켰으며, 이때 블럭경계에서의 ξ -방향 격자간격은 약 $6.0 \times 10^{-3}D$ 이었다. 전체의 계산 격자수는 102,523개였으며 격자형성에는 Thompson⁽¹⁶⁾의 elliptic 격자형성법을 사용하였다.

수치해석은 입구압력 1.38 MPa (200 psi), 밀도 $1.518 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 그리고 점성계수 $1.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ 조건에서, 입구경계면에 완전 발달된 포물선형 속도분포를 사용하여 층류유동으로 계산하였다. Fig. 11은 대칭면($x-y$ 평면, $z/D=0.0$)에서 $Re=1000$ 에 대한 속도벡터를 보인 것이다. 입구파이프의 하류에서는 경사각이 없는 경우와 흡사한 속도분포를 보였지만, 경사진 오리피스의 입구직후 급격한 면적축소를 동반한 주유동방향의 갑작스런 변화에 의해 발생한 원심력의 작용으로, 흐름이 방향전환된 반대 쪽으로 크게 치우쳐 오리피스내에

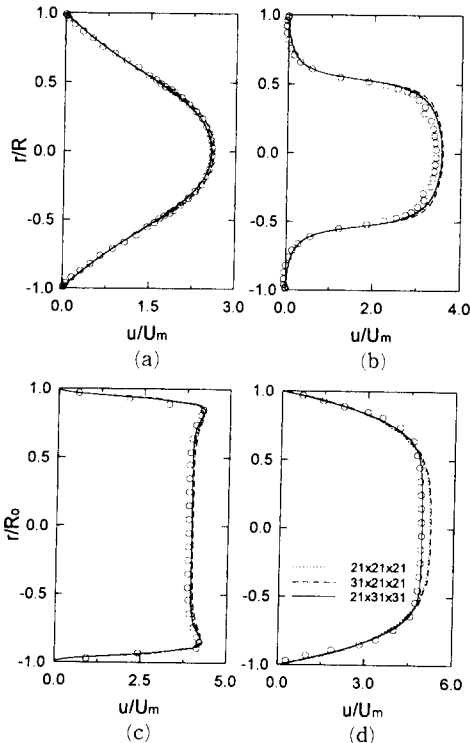


Fig. 9 Comparison of axial velocity (u) profiles with measurements(O)⁽¹⁹⁾ in the symmetry plane for $Re=372$: (a) $x/D=-0.183$, (b) $x/D=-0.026$, (c) $x/D=0.026$, (d) $x/D=0.732$

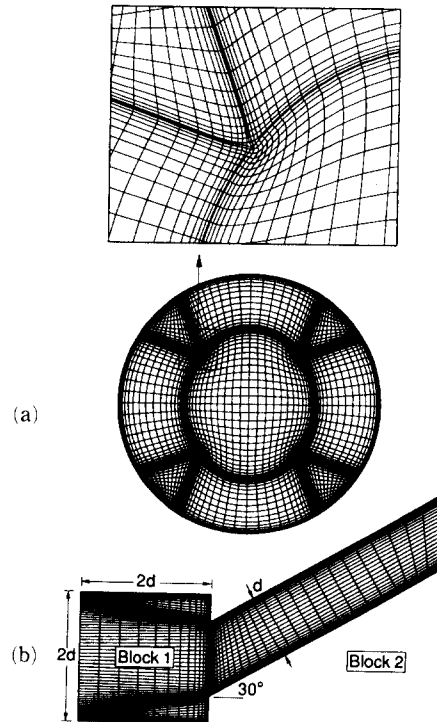


Fig. 10 Computational grid of 3-D injector orifice with inclined angle (block 1: $15 \times 71 \times 71$, block 2: $28 \times 31 \times 31$): (a) cross section at origin, (b) symmetry plane

복잡한 형태의 유동이 유도되었다. 그 결과, 오리피스 상단에서는 오리피스 입구에서부터 대략 $1.5d$ 하류까지 low-momentum 영역이, 그리고 아

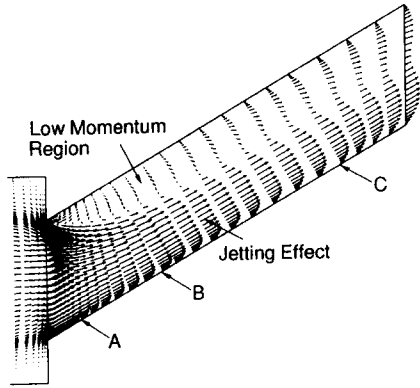


Fig. 11 Velocity vectors of 3-D injector orifice in the symmetry plane for $Re=1000$

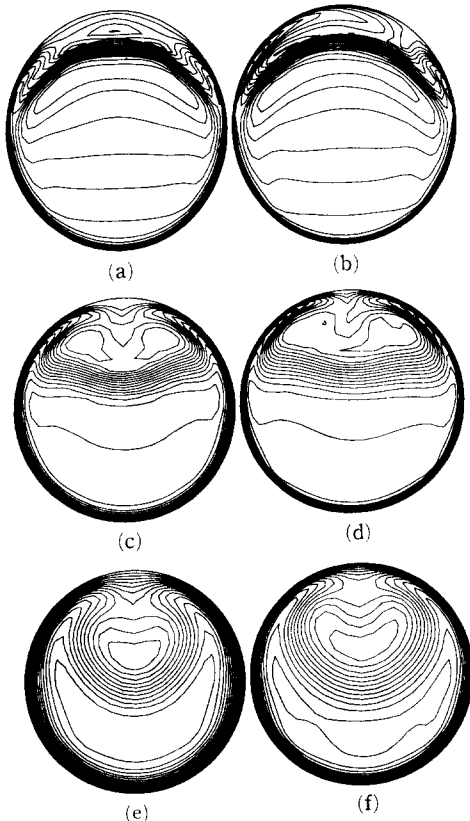


Fig. 12 Contours of velocity magnitudes in the cross sections : $Re=1000$ (a) $x_s/d \approx 0.2$, (c) $x_s/d = 1$, (e) $x_s/d = 3$; $Re=4011$ (b) $x_s/d \approx 0.2$, (d) $x_s/d = 1$, (f) $x_s/d = 3$

랫부분에서는 입구에서부터 강한 jetting effect⁽⁵⁾가 뚜렷이 나타났다.

오리피스 내에 유도된 유동을 보다 정확하게 알아보기 위하여 오리피스단면에서의 속도분포를 검토하였다. Figs. 12(a)(c)(e)는 $Re=1000$ 에 대하여, 3지점 즉, 오리피스 입구 근처(Fig. 11에서 A 지점), $1d$ 하류(B 지점), 그리고 $3d$ 하류(C 지점) 단면에서의 속도분포를 각각 보인 것이며, Figs. 12(b)(d)(f)는 $Re=4011$ 에 대한 속도분포를 보인 것이다. 오리피스 입구에서 주유동방향이 크게 변하면서 발생된 원심력의 영향으로 유도된 2차유동의 양상이 그림에 뚜렷하게 나타나 있다. 오리피스 입구에 가까운 A지점에서는, 면적축소 효과가 여전히 지배적으로 작용하여 단면의 대부분에서 고른 유동성질이 나타난 반면, 오리피스의 윗벽에서는 유동방향이 급하게 변하면서 유동박리가 수반된 낮은 속도영역이 좁은 띠모양을 이루고 있는 것이 Figs. 12(a)와 (b)에 나타나 있다. 하류(B지점)에서는, 단면에서 높은 속도영역이 점차 아래로 분포될뿐만 아니라, 유선곡률(streamline curvature) 효과로 인한 아래와 윗방향의 횡단 압력구배에 의하여 경계층 내 유체가 오리피스의 아래벽면에서 단면 윗부분의 가운데 방향으로 전달되어 일어나는 2차유동이 발달되어, 단면 윗부분의 중앙에 자리잡은 낮은 속도영역이 하류로 갈수록 점차 확대되면서 단면에서의 속도분포가 균일하지 않게 나타났다(Figs. 12(c) ~ (f)).

좌우대칭을 명확히 보이는 $Re=1000$ 인 경우와 달리, $Re=4011$ 에서는 오리피스 내 A지점(Fig. 12(b))에서 2차유동이 왼쪽 윗부분의 벽 근처에서 아주 크게 나타나 비대칭성을 보였으며, 하류로 갈수록 그 크기가 감소되면서 다시 좌우대칭을 다소 회복하였다. 특히 Figs. 12(d)(f)에서는 벽 주변의 대칭적인 2차유동과 함께, 단면 중앙의 낮은 속도의 유동이 하류로 가면서 대칭면에 대하여 좌, 우로 약간씩 엇갈리어 나타나는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 비대칭 유동특성이 H-형 단면격자를 사용하고 주유동방향으로 다른 격자분포를 가진 격자계에서의 계산에서도 일관성 있게 나타났다.

일반적으로 비대칭 2차유동은 큰 반응각을 갖는 세장형 물체(slender body)에서의 유동특성으로, 현재까지 많은 실험적,^(20~22) 수치적^(23, 24) 연구가 이루어지고 있다. 뿐만 아니라 Marsilio⁽²⁵⁾는 정상 Euler 방정식으로 경사로(ramp) corner 유동에서

비대칭 수치해를 얻었다. 본 연구의 수치계산에서는 다소 높은 레이놀즈수 유동을 층류유동으로 가정하였으며, 큰 경사각에서 오리피스의 단면형상이 타원에서 원형으로 변하며, H-형 단면격자계의 꼭지점 주위에서 격자의 질이 다소 떨어지는 것을 고려하면, 꼭지점 주위에서 발생할 수 있는 작은 수치오차가 비대칭 2차유동의 한 원인일 것으로 추측된다. 그러나, 전술한 유동특성을 좀더 명확히 규명하기 위하여 난류를 고려한 계산 및 O-형 격자계 사용을 포함한 격자의존성 연구 등 추가 연구가 요구된다.

Fig. 13은 분사기 오리피스의 유동특성으로 유량 변화에 따른 유출계수를 나타낸 것으로 수치해석의 정확성을 보이기 위하여 일반적인 공식⁽⁴⁾으로 산출한 결과를 함께 나타내었다. 유출계수는 이론적으로 산출한 유량에 대한 실제유량의 비로 다음과 같이 정의되었다

$$C_d = \frac{\dot{m}}{A_o \sqrt{\frac{2\rho(p_i - p_o)}{1 - (A_o/A_i)^2}}} \quad (12)$$

여기서 \dot{m} 는 실제유량이며, A_o/A_i 는 출구 대 입구의 단면적 비를 나타낸다. 그림에서 오리피스를 지나는 유량을 상당히 증가시키도 유출계수의 변화폭은 매우 적게 나타나는 것을 볼 수 있으며, 본 연구에서 유출계수는 유량과 오리피스 입구와 출구에서의 압력차에 의해 결정되므로 전술한 비대칭 2차유동 특성과 직접적인 상관관계가 없을 것으로 추정된다.

5. 결 론

축방향에 대하여 30° 경사각을 가지고 지름 축소

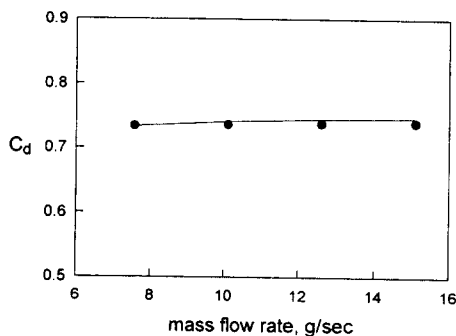


Fig. 13 Comparison of discharge coefficients with data from general formula(●)⁽⁴⁾ for $L_o/d=4$

비가 2인 분사기 오리피스에 대한 유동특성을 수치 해석하였다. 수치해석은 pseudocompressibility 방법을 이용한 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 다중블럭 격자계에서 근사인자분해에 의한 implicit 방법으로 수행되었다. 다중블럭기법을 이용한 수치해석의 검증은 위하여 2차원 180° TAD와 3차원 90° 곡관 파이프에 대한 단일블럭과 다중블럭 계산 결과를 비교함으로써 다중블럭계산의 신뢰성을 확인할 수 있었다. 정상해의 정확도와 수렴도는 단일블럭과 비교하여 차이를 보이지 않았으며, 블럭경계의 위치가 정상해의 안정성에 영향을 주지 않는 것으로 나타났다.

오리피스에 대한 수치해석의 타당성을 검증하기 위하여 이루어진, 경사각이 없는 Durst와 Loy의 원형튜브에 대한 3차원의 수치계산에서 실험치와 상당히 잘 일치하는 결과를 얻었다. 분사기 오리피스에 대한 수치해석 결과, 경사진 오리피스의 입구 직후 주유동방향이 급하게 변하면서 유선곡률 효과로 인한 횡단 압력구배에 의하여 유도된 2차유동 특성이 나타났으며, 오리피스의 뒷부분에서는 유동박리가 수반된 낮은 속도영역이 좁은 띠모양을 이루었다. 2차유동은 단면 왼쪽 뒷부분의 벽 근처에서 오른쪽보다 더 크게 나타나 비대칭성을 보였지만, 하류로 갈수록 그 크기가 감소되면서 다시 좌우대칭을 다소 회복하였다. 그와 같은 비대칭 2차유동 특성을 좀더 명확히 확인하기 위하여 난류계산 및 격자의존성 연구 등 추가연구가 요구된다.

참고문헌

- (1) Benek, J. A., Steger, J. L., and Dougherty, F. C., 1983, "A Flexible Grid Embedding Technique with Application to the Euler Equations," *AIAA Paper* 83-1944.
- (2) Rai, M. M., 1984, "A Conservative Treatment of Zonal Boundaries for Euler Equation Calculations," *AIAA Paper* 84-0164.
- (3) Belk, D. M. and Whitfield, D. L., 1987, "3-D Euler Solutions on Blocked Grid Using an Implicit Two-Pass Algorithm," *AIAA Paper* 87-0450.
- (4) Blevins, R. D., 1984, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- (5) Leylek, J. H. and Zerkle, R. D., 1994, "Discrete

- Jet Film Cooling: A Comparison of Computational Results with Experiments," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 116, pp. 358~368.
- (6) Kim, S.-W. and Benson, T. J., 1993, "Fluid Flow of a Row of Jets in Crossflow - A Numerical Study," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 5, pp. 806~811.
- (7) Chorin, A. J., 1967, "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 2, pp. 12~26.
- (8) Steger, J. L. and Kutler, P., 1977, "Implicit Finite-Difference Procedures for the Computation of Vortex Wakes," *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 4, pp. 581~590.
- (9) Beam, R. M. and Warming, R. F., 1976, "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form," *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, pp. 87~110.
- (10) Chang, J. L. C. and Kwak, D., 1984, "On the Method of Pseudo Compressibility for Numerically Solving Incompressible Flows," *AIAA Paper* 84-0252.
- (11) Rogers, S. E., Kwak, D., and Chang, J. L. C., 1987, "INS3D-An Incompressible Navier-Stokes Code in Generalized Three-Dimensional Coordinates," *NASA TM* 100012.
- (12) Briley, W. R. and McDonald, H., 1975, "Solution of the Three-Dimensional Compressible Navier-Stokes Equations by an Implicit Technique," *Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, New York, Vol. 35, pp. 105~110.
- (13) Pulliam, T. H. and Chaussee, D. S., 1981, "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, pp. 347~363.
- (14) Rogers, S. E., Chang, J. L. C., and Kwak, D., 1987, "A Diagonal Algorithm for the Method of Pseudocompressibility," *Journal of Computational Physics*, Vol. 73, pp. 364~379.
- (15) Kwak, D., Chang, J. L. C., Shanks, S. P., and Chakravarthy, S., 1986, "A Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Flow Solver Using Primitive Variables," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 3, pp. 390~396.
- (16) Thompson, J. F., 1987, "A Composite Grid Generation Code for General 3-D Regions," *AIAA Paper* 87-0275. Also *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 3, March 1988, pp. 271~272.
- (17) Monson, D. J., Seegmiller, H. L., and McConaughy, P. K., 1989, "Comparison of LDV Measurements and Navier-Stokes Solutions in a Two-Dimensional 180-Degree Turnaround Duct," *AIAA Paper* 89-0275.
- (18) Enayet, M. M., Gibson, M. M., Taylor, A. M. K. P., and Yianneskis, M., 1982, "Laser Doppler Measurements of Laminar and Turbulent Flow in a Pipe Bend," *NASA CR* 3551.
- (19) Durst, F. and Loy, T., 1985, "Investigations of Laminar Flow in a Pipe with Sudden Contraction of Cross Sectional Area," *Computers and Fluids*, Vol. 13, No. 1, pp. 15~36.
- (20) Zilliac, G. G., Degani, D., and Tobak, M., 1991, "Asymmetric Vortices on a Slender Body of Revolution," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 5, pp. 667~675.
- (21) Lawson, M. V. and Ponton, A. J. C., 1992, "Symmetry Breaking in Vortex Flows on Conical Bodies," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 6, pp. 1576~1583.
- (22) Ericsson, L. E., 1993, "Thoughts on Conical Flow Asymmetry," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 9, pp. 1563~1568.
- (23) Degani, D. and Levy, Y., 1992, "Asymmetric Turbulent Vortical Flows over Slender Bodies," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 9, pp. 2267~2273.
- (24) Vanden, K. J. and Belk, D. M., 1993, "Numerical Investigation of Subsonic and Supersonic Asymmetric Vortical Flow," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 8, pp. 1377~1383.
- (25) Marsilio, R., 1993, "Vortical Solutions in Supersonic Corner Flows," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 9, pp. 1651~1658.