

# 비등방성 복합적층판 및 셸의 고차전단변형을 고려한 비감쇄 동적응답

## Undamped Dynamic Response of Anisotropic Laminated Composite Plates and Shell Structures using a Higher-order Shear Deformation Theory

윤 석 호<sup>1)</sup> · 한 성 천<sup>2)</sup> · 장 석 윤<sup>3)</sup>  
Yoon, Seok Ho      Han, Seong Cheon      Chang, Suk Yoon

요 약 : 본 연구에서는 복합재료로 구성된 복합적층판 및 셸에 대하여 3차 전단 변형 이론을 이용한 변위를 가정하여 단순지지 경계조건을 만족하는 변위형상함수를 푸리에급수로 전개하고 동적 평형 방정식을 유도하여 뉴마크의 수치적분법을 사용하여 단면특성계수, 재료의 특성, 층의 배열에 따른 복합적층판 및 셸의 비감쇄 동적응답특성을 연구하였다.

ABSTRACT : This paper will expand the third-order shear deformation theory by the double-Fourier series and reduce to the solution of a system of ordinary differential equations in time, which are integrated numerically using Newmark's direct integration method and clarify the undamped dynamic responses for the cross-ply and antisymmetric angle-ply laminated composite plates and shells with simply supported boundary condition. Numerical results for deflections are presented showing the effect of side-to-thickness ratio, aspect ratio, material anisotropy, and lamination scheme.

핵심용어 : 뉴마크 적분법, 복합적층판, 복합적층셸, 3차전단변형이론, 비감쇄 동적응답  
KEYWORDS : Newmark's Intergration, laminated composite plates laminated composite shells, third-order shear deformation theory, undamped dynamic response

### 1. 서 론

비등방성 복합적층판 및 셸은 재료의 배열에 따라 동적 특성이 다양하며 탄성계수(Young's modulus)와 전단탄성계수(transverse shear

modulus)의 비가 매우 크므로(20~40배) 전단 변형을 무시한 얇은 판 및 셸로 해석하면 그 결과는 많은 오차가 나타나게 된다.<sup>(1)</sup> 고전적이론에 의한 적층판의 해석은 Ashton과 Whitney<sup>(2)</sup>에 의해 수행되었으며 Reddy<sup>(2,3)</sup>는 3차전단변형을 고려하여 복합적층판을 해석하였다. Reddy 와

1) 정희원, 경동대학교 토목설계공학과, 전임강사, 공학박사  
2) 정희원, 대원전문대학 토목과, 전임강사, 공학박사  
3) 정희원, 서울시립대학교 토목공학과, 교수, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 1997년 12월 30일까지 학회로 보내주시면 토의회답을 게재하겠습니다.

Phan<sup>(4)</sup>은 고차전단변형을 고려하여 복합적층판의 좌굴과 진동을 연구하였고, Khdeir 와 Librescu<sup>(5)</sup>는 직교이방성 대칭 적층판의 좌굴과 진동을 해석하였으며 1차전단변형을 고려한 복합적층판의 동적응답문제는 Reddy<sup>(6, 7)</sup>에 의해 연구되었다. 따라서 본 연구에서는 복합재료로 구성된 적층판 및 셸에 대하여 3차 전단변형이론에 의하여 변위를 가정하여 단순지지 경계조건을 만족하는 변위형상함수를 푸리에급수로 전개<sup>(8)</sup>하고 이로부터 동적 평형 방정식을 유도하여 뉴마크베타(Newmark Beta)방법을 사용하여 수치적분을 하여 단면특성계수, 재료의 특성, 층의 배열에 따른 복합적층판 및 셸의 동적 응답을 규명하고자 한다.

## 2. 기본이론

셸의 직교좌표계를  $\{X, Y, Z\}$ 로 나타내고 셸의 중립면의 곡률반경을  $R_x, R_y$ 로 나타내며, 전단변형을 고려하기 위하여 중립면으로부터 거리가  $z$ 만큼 떨어져있는 점의  $X$  및  $Y$  축 방향의 변위  $u_1, u_2$ 는 중립면에서의 변위  $u_0, v_0$ 와 두께 방향의 3차식으로 나타내고, 중립면의  $Z$ 축 방향 변위인  $u_3$ 는 두께에 따라 일정하다고 가정하여 셸 요소의 형상을 그림1과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(9)</sup>

직교좌표계를 갖는 셸의 임의점  $(x, y, z)$ 에서의 변위를 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1 &= \left(1 + \frac{z}{R_x}\right) u_0 + z \left\{ \phi_x - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \left[ \phi_x + \frac{1}{\alpha_x^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right] \right\} \\ u_2 &= \left(1 + \frac{z}{R_y}\right) v_0 + z \left\{ \phi_y - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h}\right)^2 \left[ \phi_y + \frac{1}{\alpha_y^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right] \right\} \\ u_3 &= w_0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $u_1, u_2, u_3$ 는 셸의 임의점  $(x, y, z)$ 의  $t$ 시간일 때의  $X, Y, Z$  방향의 변위이며,  $u_0, v_0, w_0$ 는  $z=0$ 인 셸의 중립면상의 임의점  $(x, y)$ 의  $t$ 시간일 때의 변위이고,  $\phi_x, \phi_y$

,  $R_x, R_y$ 는  $X$  및  $Y$  방향의 중립면에 수직인 선분의 회전각 변위와 곡률반경을 나타내며  $(u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y)$ 는  $x, y, t$ 의 함수이다.

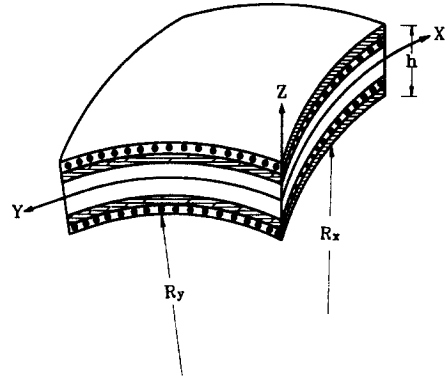


그림 1. 적층셸의 형상 및 기호

미소변형이론에 의하여 3차원 탄성체의 변형도-변위 관계식에서 고차항을 무시하고, 셸에 수직인 변형도를 무시하면 식(2)와 같은 셸의 변형도-변위 관계식을 구할 수 있다.<sup>(10, 11)</sup>

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x} = \epsilon_x^0 + z \cdot (x_x^0 + z^2 \cdot x_x^2) \\ \epsilon_y &= v_{,y} = \epsilon_y^0 + z \cdot (x_y^0 + z^2 \cdot x_y^2) \\ \epsilon_z &= w_{,z} = 0 \\ \epsilon_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} = \epsilon_{xy}^0 + z \cdot (x_{xy}^0 + z^2 \cdot x_{xy}^2) \\ \epsilon_{xz} &= u_{,z} + w_{,x} = \epsilon_{xz}^0 + z^2 \cdot x_{xz}^2 \\ \epsilon_{yz} &= v_{,z} + w_{,y} = \epsilon_{yz}^0 + z^2 \cdot x_{yz}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$X$  축과  $\theta$  만큼 기울어져 있는  $k$ 번째 플라이-앵글(ply-angle)을 갖는 셸의  $k$ 번째 층의 구조축(structural axis)에 대한 응력-변형도 관계는 재료축의 강도를 좌표 변환하여 표시하면 식(3)과 같다.<sup>(9, 12)</sup>

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

두께  $h$  를 갖는 쉘의 내력은 식(4)와 같이 작용력을 두께에 대하여 적분하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} (N_i, M_i, P_i) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i(1, z, z^3) dz \quad (i=x, y, xy) \\ (Q_x, R_x) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz}(1, z^2) dz \\ (Q_y, R_y) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yz}(1, z^2) dz \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에 응력-변형도 관계식과 변형도-변위 관계식을 대입하여 정리하면 단면력-변위 관계식으로 표시할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ P_x \\ P_y \\ P_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & E_{11} & E_{12} & E_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & E_{12} & E_{22} & E_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & E_{16} & E_{26} & E_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & F_{11} & F_{12} & F_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & F_{12} & F_{22} & F_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & F_{16} & F_{26} & F_{66} \\ E_{11} & E_{12} & E_{16} & F_{11} & F_{12} & F_{16} & H_{11} & H_{12} & H_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{26} & F_{12} & F_{22} & F_{26} & H_{12} & H_{22} & H_{26} \\ E_{16} & E_{26} & E_{66} & F_{16} & F_{26} & F_{66} & H_{16} & H_{26} & H_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \\ \kappa_x^o \\ \kappa_y^o \\ \kappa_{xy}^o \\ \chi_x^o \\ \chi_y^o \\ \chi_{xy}^o \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ R_x \\ R_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55} & A_{45} & D_{55} & D_{45} \\ A_{45} & A_{44} & D_{45} & D_{44} \\ D_{55} & D_{45} & F_{55} & F_{45} \\ D_{45} & D_{44} & F_{45} & F_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \chi_x^o \\ \chi_y^o \end{Bmatrix}$$

여기서,

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dz \quad (i, j=1, 2, 6, 5, 4)$$

전체 포텐셜 에너지와 운동에너지에 Hamilton원리<sup>(13)</sup>를 적용하면 식(6)과 같다.

$$\delta \int_0^t (T - \Pi) dt = 0 \quad (6)$$

식(6)을 부분적분하여 정리하면 동적평형방정식<sup>(10, 11)</sup>을 얻을 수 있다.

### 3. 이중삼각함수를 이용한 방법

#### 3.1 직교이방성 적층셸

셸의 변위를 경계조건에 맞는 이중삼각함수 형태의 푸리에급수로 변환하여 동적평형방정식에 대입하여 해를 구하는 방법을 사용한다. 파이버로 보강된 복합적층셸에서 크로스-플라이 적층셸은 각각 0°와 90° 방향으로 보강되어 있는 N개의 1방향 보강셸이 여러 겹으로 적층되어 있는 쉘로 셸의 강성값은 식(7)과 같다.<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned} A_{16} = A_{26} = B_{16} = B_{26} = D_{16} = D_{26} = E_{16} = E_{26} = 0 \\ F_{16} = F_{26} = H_{16} = H_{26} = A_{45} = D_{45} = F_{45} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

단순지지원 셸의 변위 및 내력에 대한 경계조건은 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} u_0(x, 0) = u_0(x, b) = v_0(0, y) = v_0(a, y) = 0 \\ w_0(x, 0) = w_0(x, b) = w_0(0, y) = w_0(a, y) = 0 \\ \phi_x(x, 0) = \phi_x(x, b) = \phi_y(0, y) = \phi_y(a, y) = 0 \\ N_y(x, 0) = N_y(x, b) = N_x(0, y) = N_x(a, y) = 0 \\ P_y(x, 0) = P_y(x, b) = P_x(0, y) = P_x(a, y) = 0 \\ M_y(x, 0) = M_y(x, b) = M_x(0, y) = M_x(a, y) = 0 \\ w_{0,x}(x, 0) = w_{0,x}(x, b) = w_{0,y}(0, y) = w_{0,y}(a, y) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

수직하중이 작용하는 경우의 두께가 일정한 셸의 변위를 식(8)의 경계조건을 만족하는 이중삼각함수의 무한 급수형태로 가정하면 식(9)와 같다.

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{m,n=1}^{\infty} U_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y \\ v_0 &= \sum_{m,n=1}^{\infty} V_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y \end{aligned}$$

$$w_0 = \sum_{m,n=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \alpha x \sin \beta y \quad (9)$$

$$\phi_x = \sum_{m,n=1}^{\infty} X_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y$$

$$\phi_y = \sum_{m,n=1}^{\infty} Y_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y$$

여기서  $\alpha = m\pi / a$ ,  $\beta = n\pi / b$  이다.

가정된 변위를 동적평형방정식에 대입하고 행렬방정식 형태로 표시하면 식 (10)과 같다.<sup>(14)</sup>

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (10)$$

여기서 매트릭스  $[M]$ 는  $5 \times 5$  의 질량행렬이고  $[K]$ 는  $5 \times 5$  의 계수행렬이다.

### 3.2 역대칭 앵글-플라이 적층판

역대칭 앵글-플라이(Angle-ply) 적층판은 짝수개의 1방향 보강판이 각각  $\theta$  와  $-\theta$ 로 이루어져 있는 판이 두께 방향으로 중립면에 대하여 역대칭으로 배열되어 있는 적층판으로 판의 강성값은 식(11)과 같다.<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned} A_{16} &= A_{26} = B_{11} = B_{12} = B_{22} = B_{66} = D_{16} = D_{26} \\ &= E_{11} = E_{12} = 0 \\ E_{22} &= E_{66} = F_{16} = F_{26} = H_{16} = H_{26} \\ &= A_{45} = D_{45} = F_{45} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

단순지지된 직사각형 판의 변위 및 내력에 대한 경계조건은 식(12)과 같다.

$$\begin{aligned} u_0(0, y) &= u_0(a, y) = v_0(x, 0) = v_0(x, a) = 0 \\ w_0(x, 0) &= w_0(x, b) = w_0(0, y) = w_0(a, y) = 0 \\ \phi_x(x, 0) &= \phi_x(x, b) = \phi_y(0, y) = \phi_y(a, y) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{xy}(x, 0) &= N_{xy}(x, b) = N_{xy}(0, y) \\ &= N_{xy}(a, y) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$P_y(x, 0) = P_y(x, b) = P_x(0, y) = P_x(a, y) = 0$$

$$M_y(x, 0) = M_y(x, b) = M_x(0, y) = M_x(a, y) = 0$$

$$w_{0,x}(x, 0) = w_{0,x}(x, b) = w_{0,y}(0, y) = w_{0,y}(a, y) = 0$$

두께가 일정한 판의  $X$ 방향 및  $Y$ 방향의 변장을 각각  $a, b$ 라 할 때, 판의 변위 및 하중을 각각 경계조건을 만족하는 식(13)과 같은 이중삼각함수의 급수형태로 가정한다.

$$u_0 = \sum_{m,n=1}^{\infty} U_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y$$

$$v_0 = \sum_{m,n=1}^{\infty} V_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y$$

$$w_0 = \sum_{m,n=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \alpha x \sin \beta y \quad (13)$$

$$\phi_x = \sum_{m,n=1}^{\infty} X_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y$$

$$\phi_y = \sum_{m,n=1}^{\infty} Y_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y$$

가정된 변위 및 하중함수를 평형방정식에 대입하여 행렬 방정식 형태로 표시하면 식(10)과 같다.

### 4. 수치적분

행렬방정식인 식(10)을 적분하기 위하여 뉴마크베타(Newmark Beta)방법을 사용하였다. 벡터  $\{\Delta\}$ 와  $\{\dot{\Delta}\}$ 는 식(14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{\dot{\Delta}\}_{n+1} &= \{\dot{\Delta}\}_n + [(1-\alpha)\{\ddot{\Delta}\}_n + \alpha\{\ddot{\Delta}\}_{n+1}]\Delta t \\ \{\Delta\}_{n+1} &= \{\Delta\}_n + \{\dot{\Delta}\}_n \Delta t + \\ & \quad [(\frac{1}{2} - \beta)\{\ddot{\Delta}\}_n + \beta\{\ddot{\Delta}\}_{n+1}](\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 식(14)의 안정성과 정확성을 조절하기 위한 조절계수이며 첨자  $n$ 은  $n$ 번째 타임 스텝을 의미한다. 뉴마크베타 방법의 특수한 경우인  $\alpha = \frac{1}{2}$   $\beta = \frac{1}{4}$ 의 선택은 Constant Average Acceleration방법과 동일하며 선형문제에서 식(14)의 절대적인 안정성을 보장한다. 식(10)과 식(14)를 다시 정리하면 식(15), 식(16)과 같다.

$$[\hat{K}]\{\Delta\}_{n+1} = \{\hat{F}\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } [\hat{K}] &= [K] + a_0[M] \\ \{\hat{F}\} &= \{F\}_{n+1} + [M] \\ &\quad (a_0\{\Delta\}_n + a_1\{\dot{\Delta}\}_n + a_2\{\ddot{\Delta}\}_n) \end{aligned} \quad (16)$$

$a_0 = 1/(\beta \Delta t^2)$ ,  $a_1 = a_0 \Delta t$ ,  $a_2 = \frac{1}{2\beta} - 1$ 이다.

첫 번째 해  $\{\Delta\}$ 는  $n+1$  번째 타임 스텝에서 얻을 수 있고 벡터  $\{\dot{\Delta}\}$ 와  $\{\ddot{\Delta}\}$ 는 식(17)에서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\ddot{\Delta}\}_{n+1} &= a_0(\{\Delta\}_{n+1} - \{\Delta\}_n) + a_1\{\dot{\Delta}\}_n + \\ &\quad a_2\{\ddot{\Delta}\}_n \\ \{\dot{\Delta}\}_{n+1} &= \{\dot{\Delta}\}_n + a_3\{\ddot{\Delta}\}_n + a_4\{\ddot{\Delta}\}_{n+1} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $a_3 = (1-\alpha)\Delta t$ ,  $a_4 = \alpha\Delta t$  이다  
식(17)에서 구한 벡터  $\{\dot{\Delta}\}$ 와  $\{\ddot{\Delta}\}$ 로부터 각각의 타임 스텝에 대한  $\{\Delta\}$ 를 얻을 수 있다.

## 5. 수치해석 및 분석

본 연구의 해석방법에 대한 수치해석의 예로서 보론 화이버(boron fiber)가 에폭시 매트릭스(epoxy matrix)에 재료축 방향으로 묻혀있는 경

우로 각 층의 역학적 성질은  $E_1/E_2=25$ ,  $G_{23}/E_2=0.2$ ,  $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2=0.5$ ,  $\nu_{12}=0.25$ 이고,  $a=b=25\text{ cm}$ ,  $h=5\text{ cm}$ ,  $\rho=8 \times 10^{-6}\text{ Nsec}^2/\text{cm}^4$ ,  $E_2 = 2.1 \times 10^6\text{ N/cm}^2$ 이고 경계조건은 단순지지이다. 이들이 동일한 두께의 여러 층으로 구성되어 있고 각 층의 재료축이 구조축인  $X$  축과 여러 종류의 각도를 이루면서 나타나는 비등방성 성질에 따라 복합 적층셀의 변위형상을 분석하였다. 기존의 일차전단변형을 고려한 연구결과와 고전적 해법에 의한 참고문헌의 결과들과 비교하기 위하여 적층판의 각도가 0/90으로 적층된 복합적층판의 시간대별로 중앙점의 처짐을 구하여 표1에 나타내었고 0/90/0/90으로 적층되어있고 탄성계수비의 변화에 따른 최대처짐의 결과는 비교 분석하여 표2에 나타내었다. 또한 45/-45/45/-45로 적층되어있고 탄성계수비의 변화와 해석방법에 따른 최대처짐의 결과는 표3에 나타내었다.

표 1. 0/90으로 적층된 복합적층판의 최대처짐

Time	FSDT(10)	FEM(10)	Present
10	0.0076	0.0076	0.0076
20	0.0365	0.0365	0.0364
40	0.1472	0.1474	0.1463
60	0.2922	0.2925	0.2883
80	0.4116	0.4119	0.4015
100	0.4604	0.4606	0.4418
120	0.4173	0.4172	0.3902
140	0.3010	0.3006	0.2703
160	0.1562	0.1558	0.1291
180	0.0414	0.0410	0.2697
200	0.0013	0.0013	0.3947

표 2. 0/90/0/90으로 적층된 복합적층판의 최대처짐

$E_1/E_2$	FSDT(10)	Present
25	0.2277	0.2409
40	0.1977	0.2118

표 3. 45/-45/45/-45로 적층된 복합적층판의 최대처짐

$E_1/E_2$	CPT(10)	FSDT(10)	Present
25	0.1493	0.2947	0.2989
40	-	0.2438	0.2482

크로스 플라이 복합적층판의 경우보다 역대칭 앵글 플라이 복합적층판의 처짐이 4개층으로 적층되어있을 때 더욱 크게 나타났으며 고차전단변형을 고려한 경우의 처짐이 전단변형을 고려하지 않은경우와 1차전단변형을 고려한 경우보다 크게 나타났다. 그림2는 사인하중과 등분포하중을 받는 직교이방성 복합적층판의 동적 응답을 나타내었다. 그림3은 화이버의 보강방향이 45/-45/45/-45이고 각각의 층수가 2, 4, 6개층인 사인하중을 받는 복합적층판의 동적 변위를 구하였다. 그림4에서는 역대칭 앵글-플라이 복합적층판의 보강방향이 15에서 45까지 변화하고 사인하중을 받을때의 동적 변위를 구하였다. 그림5에서는 보강방향이 45/-45/45/-45일 때 헤비사이드(Heavy Side)하중과 사인하중을 받는 경우의 동적 변위를 구하였다.

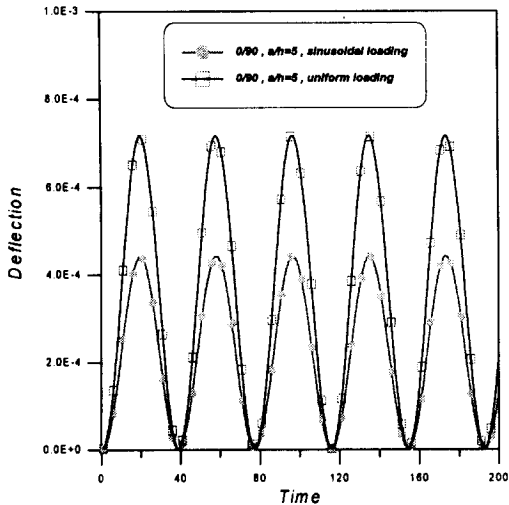


그림 2. 복합적층판의 동적응답

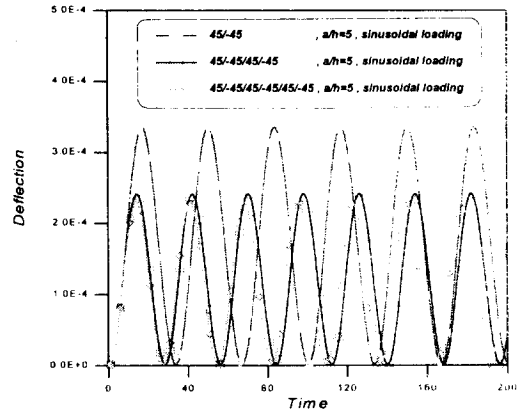


그림 3. 복합적층판의 동적응답

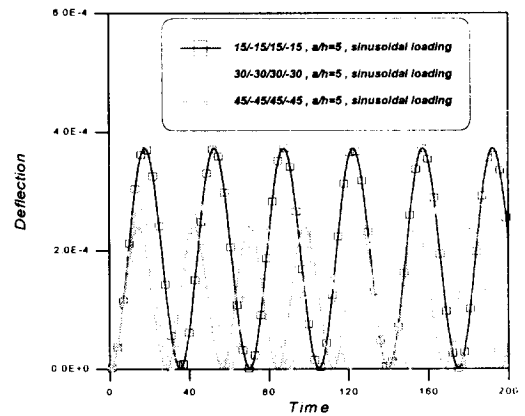


그림 4. 복합적층판의 동적응답

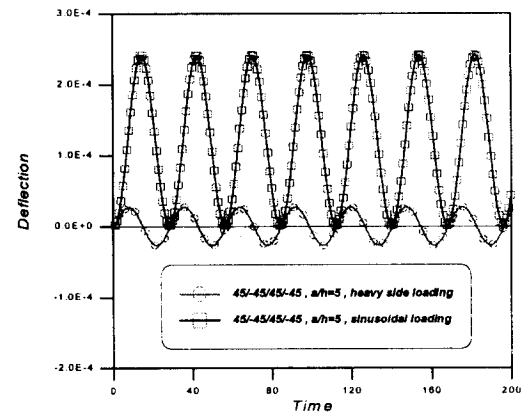


그림 5. 복합적층판의 동적응답

그림6에서는 동일한 두께의 4개층으로 적층되어 있고 사인하중을 받는 복합적층판의 화이버 보강방향이 45/-45/45/-45일때 폭-두께비의 변화에 따른 복합적층판의 동적응답을 나타내었다. 두께가 얇은 복합적층판의 진동폭이 크게 나타남을 알 수 있었다. 그림7에서는  $R/a=4$ 인경우의 복합적층셀과 복합적층판의 동적응답을 비교 분석하였다. 그림8에서는 역대칭 복합적층셀이 헤비사이드하중과 사인하중을 받는 경우를 비교분석하였다.

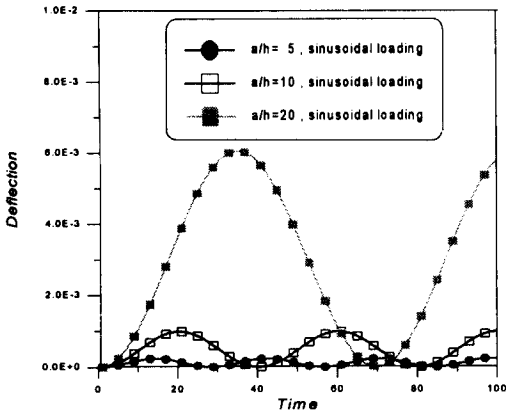


그림 6. 복합적층판의 동적응답

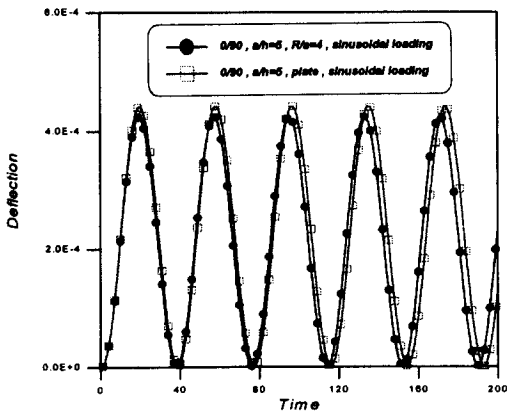


그림 7. 복합적층셀의 동적응답

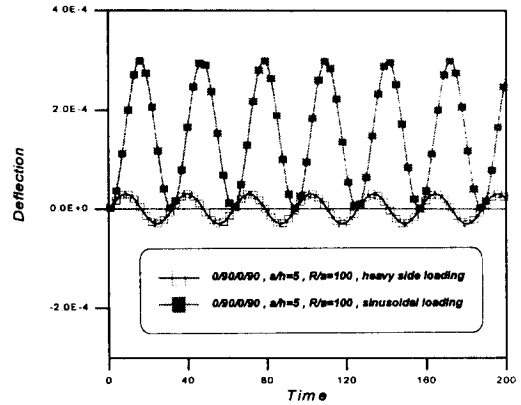


그림 8. 복합적층셀의 동적응답

## 5. 결 론

본 연구에서는 두께가 얇은 판에서 중립축에 수직한 면이 변형후에도 중립축에 수직하다는 가정을 실제 적층판의 변형형상과 근접될 수 있도록 회전각 변위를 두께에 관한 함수로 가정하여 보다 정확한 해를 구하기 위하여 크로스-플라이 복합적층판과 셀 및 역대칭 앵글-플라이 복합적층판에 대하여 이중 푸리에급수를 이용하여 고차전단변형을 고려한 동적 응답해석을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 복합적층판 및 셀의 동적해석시에 탄성계수비의 차이가 크기 때문에 전단변형효과를 반드시 고려하여야하고 고차전단변형을 고려하면 일차전단변형 고려시 정확도의 향상을 위한 전단보정계수를 사용하지 않고도 더욱 정확한 해를 구할 수 있었다.
- (2) 하중의 변화는 진폭의 변화에는 영향을 미치지 않지만 주기의 변화에는 영향을 미치지 못함을 알 수 있었고 역대칭 앵글플라이의 경우 적층판의 수와 보강방향의 증가에 따라 진폭과 주기가 모두 감소함을 알 수 있었다.
- (3) 복합적층셀이 복합적층판보다 작은 진폭과 주기를 나타냄을 알 수 있었다.
- (4) 헤비사이드하중이 작용하였을 경우에는 사인

하중이나 등분포하중이 작용하는 경우와는 아주 상이한 동적 응답을 보이므로 복합적층셀의 설계시 하중에 의한 효과를 고려해야함을 알 수 있었다.

본 연구의 복합적층판은 스티프너로 보강된 판으로 단순화하여 강구조물의 해석에도 이용할 수 있고 샌드위치판과 그리드구조물의 해석에도 응용될수있을것으로 생각되며 앞으로의 연구는 댐핑을 고려한 동적 응답을 구하는 것이 되야할것이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Ashton, J.E. and Whitney, J.M., 1970, Theory of Laminated Plates, Technomic Publishing Co., Stamford, pp68-153.
- (2) Reddy, J.N., 1985., Analysis of laminated composite plates using a higher-order shear deformation theory, International Journal for Numerical Methods in Engineering, VOL 21, pp. 2201-2219.
- (3) Reddy, J.N., 1984. 8., A simply higher-order theory for laminated Mechanics, John Willy & Sons, New York, pp310-473.
- (4) Reddy, J.N. and Phan, N.D., 1985, Stability and vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher order shear deformation theory", J. of Sound and Vibration, VOL98(2), pp. 157-170.
- (5) Khdeir, A.A. and Librescu, L., 1988., Analysis of symmetric cross ply laminated elastic plates using higher order theory: Part II Buckling and free vibration, Composite Structures, VOL 9, pp.259-277
- (6) Reddy, J.N., 1982., On the solutions to forced motions of rectangular composite plates, j. Appl. Mech., VOL49, pp403-408
- (7) Reddy, J.N., Miravete, A., 1995, Practical Analysis of Composite Laminates, CRC Presss, pp 51-141.
- (8) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, 1961, Theory of Plates and Shells, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, pp364-425.
- (9) Vinson, J.R., and Tsu Wei Chou, 1975. Composite Materials and Their Use in Structures, Applied Science Publishers LTD, London, pp155-309.
- (10) 장석윤, 윤석호, 한성천, 1994. 9., 고차전단 변형을 고려한 직교이방성 적층판의 고유진동수 특성, 한국강구조학회지, 제6권 제3호, pp.185-196.
- (11) 윤석호, 1995. 2., 고차전단변형을 고려한 크로스-플라이 적층셀의 동적 특성, 울산전문대학연구논문집, 제21권 제25호, pp.13-32.
- (12) Reddy, J.N., 1984., Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, John Willy & Sons, New York, pp.233-247.
- (13) Langhaar, H.L., 1962., Energy Methods in Applied Mechanics, John Wiley & Sons, New York, pp743-752.
- (14) 한성천, 1991. 2., 비등방성 대칭 적층판의 진동해석, 서울시립대학교석사학위논문, pp. 3-15

(접수일자 : 1997. 6. 18)