

α -절단법에 의한 다목적함수를 갖는 트러스 구조물의 형상최적화

Shape Optimization of Truss Structures with Multiobjective Function by α -Cut Approach

양 창 용¹⁾ · 이 규 원²⁾
Yang, Chang Yong Lee, Gyu Won

요 약 : 형상최적화는 단면최적화에 비하여 구조물의 중량과 경비를 줄일 수 있다. 많은 양의 애매한 정보가 최적설계 문제의 제약조건에 존재할 수도 있다. 상대적으로 중요한 퍼지정도를 포함한 여러개의 기준을 묘사하고 다루는 것은 매우 어렵고 때로는 애매하다. 본 논문에서는 α -절단법에 의한 퍼지 구조계의 다목적 형상최적화에 대한 가중치방법을 제안한다. 본 연구의 알고리즘을 2부재 트러스 구조물에 적용하여 그 결과가 검토되었다. 그 결과는 α -절단법과 체적과 변위에 관한 가중치에 따른 최적해를 얻음으로써 설계자는 실제에 적합한 하나의 해를 택할 수 있음을 보여준다.

ABSTRACT : The Shape optimization makes it possible to reduce the weight of structure and cost then member sizing optimization. A vast amount of imprecise information is existed in constraints of the optimum design. It is very difficult and sometimes confusing to describe and to deal with the several criteria which contain fuzzy degrees of relatives importance. This paper proposed weighting strategies in the multiobjective shape optimization of fuzzy structural system by α -cut approach. The algorithm in this research is numerically tested for 2-bar truss structure. The result show that, the user can choose the one optimum solution in practices as obtaining the optimum solutions according to the α -cut approach, weight of volume and displacement.

핵심용어 : 형상최적화, 퍼지 제약조건, 최적설계, 가중치방법, 다목적 함수, 트러스 구조물, α -절단법

KEYWORDS : shape optimization, fuzzy constraint, optimum design, weighting strategy, multiobjective function, truss structure, α -cut approach.

1) 정회원, 전북대학교 공업기술연구소 객원연구원, 토목·환경공학부 강사, 공학박사
2) 정회원, 전북대학교 토목·환경공학부 교수, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 1997년 12월 30일까지 학회로 보내주시면 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

최근 컴퓨터의 급속한 발전으로 사용자의 요구에 적합한 설계를 제시할 수 있는 수학적 모델이 개발되고 있고 시스템 공학의 발전, 수학적 계획법 및 유한요소법에 의한 구조해석법이 발달되어 진정한 의미의 구조물 최적화가 가능하게 되었다.⁽¹⁾

구조물의 최적설계는 구조물의 최적성을 보증하는 어떤 기준을 가정하고 그 기준을 만족하도록 구조물을 설계하는 최적성기준법(optimality criteria method)과 실제 설계문제를 수학적 모델로 기술하고 구해진 모델로부터 최적의 해를 구하는 수학적계획법(mathematical programming method) 등이 이용되고 있다. 또한 이 설계법은 형상이 고정된 경우에 부재크기를 최적화하는 기법(member sizing optimization)과 기하학적 형상최적화기법(geometric shape optimization)으로 나눌 수 있으며, 이들 중에서 기하학적 형상최적화기법이 구조물의 중량 또는 경비를 더욱 감소시킬 수 있는 방법^(2,3,4)이므로 부재 단면적의 최적화보다는 기하학적 형상을 고려한 형상최적화가 최적설계의 목적에 부응하는 설계법이라고 할 수 있다. 그러므로 기하학적 형상최적화를 효율적으로 수행하기 위한 방법에 대해서 많은 연구가 진행되고 있으며, 구조물의 대형화 현상으로 인하여 특히 다단계 분할최적화기법(multi-level optimization approach)에 대해 관심이 높아지고 있다.^(3,4)

구조물의 설계 시 제약조건 또는 목적함수에 애매함이 포함될 수도 있다. 이러한 애매함에 대한 예를 들면 허용응력의 상한값이 $1,400\text{kgf}/\text{cm}^2$ 인 경우에 설계 결과 응력이 $1,401.001\text{kgf}/\text{cm}^2$ 이면 설계응력이 허용응력을 초과하므로 부적합한 설계가 된다. 그러나 경계값들의 상한선은 실제 상황에서 사용되는 재료의 불완전성, 안전요소의 과다 또는 상황에 따른 설계자의 주관적인 결정 등과 같이 많은 요소들에 의해 영향을 받을 수 있

다. 이러한 경우에 발생될 수 있는 애매함은 설계에 반영되어야 하며 퍼지이론을 이용하면 수학적으로 표현이 가능하므로⁽⁵⁾ 애매함을 포함한 구조물의 최적 설계가 가능하게 된다. Rao⁽⁶⁾는 퍼지 정보를 포함한 퍼지 다목적함수 구조 최적화문제를 해결하는 방법을 제시하였고 목적함수와 제약조건들이 퍼지량일 때 단일목적함수로 변환하여 유일한 최적해를 구하였다.

구조물 최적설계의 대부분은 단일 목적함수를 갖는 여러 형태의 구조물에 서로 다른 알고리즘을 적용하였으나 최근에는 공학이 발달됨에 따라 다목적 최적화문제가 다루어지고 있다. 예를 들어 강재구조물을 설계하는 경우에 단면적을 적게 취해야 경비가 절감되고 변위가 적어야 구조물의 안정성이 증대되지만 두가지 목표를 동시에 고려할 경우에 체적을 감소시키면 변위가 증대되고, 변위를 감소시키면 체적이 증대된다. 이와 같이 서로 성질이 상반되는 다목적 최적화 문제는 여러 개의 목표에 대한 중요도를 어떻게 다루어야 하는지에 대한 문제가 발생하게되고 이에 대한 보다 효율적인 최적화 기법이 개발되고 있다.^(7,8,9)

따라서 본 연구에서는 여러개의 목적함수를 갖고 제약조건에 퍼지량이 포함된 구조물의 형상최적화를 수행하고자 한다.

전체의 최적화과정을 제1단계와 제2단계 최적화과정으로 형성하는 다단계 분할 최적화방법을 택하므로써 각 단계별로 알고리즘을 효율적으로 적용할 수 있으므로 최적화 효율을 높일 수 있다.

제1단계에서는 설계변수는 부재의 단면적으로 하고 체적과 변위를 목적함수로 하며 퍼지량이 포함된 제약조건을 고려하기 위하여 퍼지이론(fuzzy theory)의 α -절단법(α -cut approach)의 적용으로 형상이 고정된 트러스 구조물의 최적화문제를 형성한다. 제2단계에서는 형상에 관한 변수인 절점좌표를 설계변수로 취하고 체적과 변위를 각각 제1, 제2목적함수로 하여 형상최적화문제를 형성한다. 그리고 제1단계에서는 서로 상반되는 다목적함수에 가중치를 부여하여 최적화문

제의 해를 구하는 가중치 방법(weighting method)을 택하였고 허용방향법(feasible direction method)에 의해서 해를 구한다. 제2단계에서는 Powell법의 일방향 탐사법을 이용하여 최적 형상을 구한다.

2. 최적화 문제형식

2.1 일반적인 최적화 문제형식

일반적인 최적화 문제형식은 다음과 같다.

$$\text{Min} : f(X) \quad (1)$$

$$\text{Subject to} : g_j(X) \leq b_j, \quad j=1, \dots, m \quad (2)$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad ; i=1, \dots, n \quad (4)$$

여기서, x_i^L, x_i^U 는 설계변수 x_i 의 하한치와 상한치이다. 최적설계란 제약조건식을 만족하면서 목적함수 $f(X)$ 가 최소가 되도록 설계변수 x_i 를 결정하는 것을 뜻한다.

2.2 구조물 최적화 문제형식

식 (1)~(4)를 다목적함수를 갖는 트러스 구조물을 최적화하기 위한 문제형식으로 바꿔 쓰면 식 (5)~(11)과 같이 쓸 수 있다. 식 (5)는 체적에 대한 목적함수, 식(6)은 변위에 대한 목적함수, 식 (7)은 평형조건식, 식 (8)은 적합조건식, 식 (9)는 Hooke의 법칙, 식 (10)은 용력제약조건식 그리고 식 (11)은 설계변수의 한계제약조건식이다.

$$\text{Min} : f_1(X) = [\rho] \{A\}^T \{L\} \quad (5)$$

$$f_2(X) = \{F_P\} \{F_Q\}^T \{B\} \quad (6)$$

$$\text{Subject to} : [\beta]^T \{F_P\} = \{Q\} \quad (7)$$

$$r=1, \dots, NL$$

$$[\beta] \{q^r\} = \{u^r\} \quad (8)$$

$$\{k\} \{u^r\} = \{F_P^r\} \quad (9)$$

$$\{\sigma_a\} - [D] \{F_P\} \geq \{0\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \{x^U\} - \{x\} &\geq \{0\} \\ \{x\} - \{x^L\} &\geq \{0\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

여기서,

$[\rho]$: 부재의 단위중량 행렬

$$= \begin{bmatrix} \rho_1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \rho_i & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \rho_m \end{bmatrix}$$

$\{A\}^T$: 부재단면적 행렬

$$= (A_1, \dots, A_i, \dots, A_m)^T$$

$\{L\}$: 부재길이 행렬

$$= (L_1, \dots, L_i, \dots, L_m)$$

$\{F_P\}$: 작용하중으로 인한 부재력 행렬

$$= (F_{p1}, \dots, F_{pi}, \dots, F_{pm})$$

$\{F_Q\}$: 가상하중으로 인한 부재력 행렬

$$= (F_{q1}, \dots, F_{qi}, \dots, F_{qm})^T$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{A_i} & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{A_m} \end{bmatrix}$$

$[\beta]$: 위상 연결 관계 행렬

NL : 재하조건 수

$\{Q\}$: 절점하중 행렬

$\{k\}$: 부재 강성 행렬

$\{u\}$: 부재 변형 행렬

(σ_a) : 허용응력 행렬

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{A_1 E} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdot & \frac{L_i}{A_i E} & \cdot & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{L_m}{A_m E} \end{bmatrix}$$

식 (7), (8) 및 (9)의 관계로부터 해석변수 $\{u\}$ 를 소거하여 설계공간을 축소할 수 있다. 설계변수와 $\{F_p\}$ 의 항으로 축소된 최적화문제 형식은 다음과 같다.

$$\text{Min} : f_1(X) = [\rho] \{A\}^T \{L\} \quad (12)$$

$$f_2(X) = \{F_p\} \{F_Q\}^T [B] \quad (13)$$

Subject to :

$$h(x) = \{F_p\} - [k][\beta] \{[\beta]^T [k][\beta]^{-1} \{Q\}\} = 0 \quad (14)$$

$$g_1(x) = \{\sigma_a\} - [D] \{F_p\} \geq 0 \quad (15)$$

$$g_2(x) = \{x^U\} - \{x\} \geq 0 \quad (16)$$

$$g_3(x) = \{x\} - \{x^L\} \geq 0 \quad (17)$$

- $h(x)$: 해석방정식
- $g_1(x)$: 응력제약조건식
- $g_2(x)$: 설계변수의 상한제약조건식
- $g_3(x)$: 설계변수의 하한제약조건식

2.3 퍼지 최적화 문제형식

퍼지이론에 의한 최적화 문제형식⁽¹⁰⁾에서 목적함수 및 제약조건식이 설계변수의 함수일때 최적 설계문제는 다음과 같은 2가지 형태로 표현된다.

첫째, 목적함수와 제약조건식에 모두 퍼지량이 포함된 경우

$$\text{Min} : F \cong f(X) \quad (18)$$

$$\text{Subject to} : g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (19)$$

둘째, 제약조건식에 퍼지량이 포함된 경우

$$\text{Min} : F = f(X) \quad (20)$$

$$\text{Subject to} : g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (21)$$

여기서, \leq, \cong 는 퍼지량을 포함한 부등호와 등호를 의미하며, $X = (x_1, \dots, x_n)^T$ 는 설계변수를 나타낸다. 본 연구에서는 제약조건식에만 퍼지량이 포함된 경우의 트러스 구조물에 대한 형상 최적화를 시도하므로 퍼지최적화문제를 α -절단법에 의한 최적화문제로 변환해야 한다.

식 (21)에 주어진 제약조건 $g_j(X)$ 의 소속함수 μ_g 가 그림 1과 같이 주어진다. 소속함수 μ_g 의 α -수준집합(α -level set) C_α 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_\alpha = \{x | \mu_g(x) \geq \alpha\}; 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (22)$$

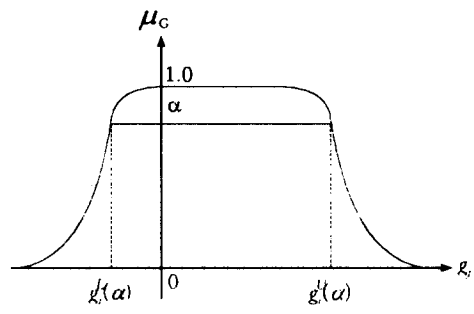


그림 1. α -절단법

그림 1에서 퍼지량인 μ_g 가 값 α 에서 절단된 경우 소속함수는 α 이상의 것들만 고려되고, 그 절단점의 값에서 상하한치가 정해진다. 즉 부분집합인 α -수준집합 C_α 는

$$C_\alpha = [g_j^L(\alpha), g_j^U(\alpha)] \quad (23)$$

으로 정의할 수 있고, $g_j^L(\alpha), g_j^U(\alpha)$ 는 j번째 제약조건 하한치와 상한치를 나타낸다. 따라서

식 (20)과 (21)은 다음과 같이 일반적인 최적설 계문제로 변환할 수 있다.

$$\text{Min} : f(X) \quad (24)$$

$$\text{Subject to: } g_j^L(a) \leq g_j(X) \leq g_j^U(a) \quad (25)$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

3. 최적화 과정

식 (12)~(17)의 다목적함수 최적화 문제형식의 최적해는 가중치 방법⁽⁶⁾에 의해서 구해야 한다. 가중치 방법은 유효해(nondominated solution)를 얻을 수 있도록 서로 상충되는 여러 목적 함수들에 가중치(weight)를 부여하여 단일목적함수로 결합하는 방법이다. 따라서 유효해를 결정하기 위해 가중치 방법을 적용하여 최적화문제를 형성하면 다음과 같다.

$$\text{Min} : f(X) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(X) \quad (26)$$

$$\text{Subject to: } g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (27)$$

$$h_i(X) = 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (28)$$

$$x_k^L \leq x_k \leq x_k^U, \quad k = 1, \dots, n \quad (29)$$

여기서, w_i : i 번째 목적함수 $f_i(X)$ 의 가중치

여러개의 목적함수들의 크기는 서로 다르므로 식 (26)을 다음과 같이 가중치를 정규화(normalize)하여 사용한다.

$$\text{Min: } f^*(X) = \left\{ \sum_{i=1}^m w_i^q \left| \frac{f_i - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right|^q \right\}^{1/q} \quad (30)$$

$$\text{Subject to: } g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (31)$$

$$h_i(X) = 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (32)$$

$$x_k^L \leq x_k \leq x_k^U, \quad k = 1, \dots, n \quad (33)$$

여기서 $f^*(X)$: 정규화된 단일목적함수

f_i : i 번째 목적함수

f_i^{\min} : i 번째의 최적 목적함수

f_i^{\max} : i 번째의 가장 불리한 목적함수

이때 q 는 $f^*(X)$ 의 특성을 나타내는 값으로서 $q=1$ 이면 f_i^{\min} 로부터의 편차가 모두 실제의 크기를 가중치의 크기대로 반영하게 되며 이는 단순가중법과 동일하게 된다. 또 q 의 범위가 $2 \leq q \leq \infty$ 이면 편차가 클수록 큰 가중치를 주게 되어 q 가 ∞ 에 가까울수록 가장 큰 편차를 가진 것만 고려된다는 것을 의미한다. 본 연구에서는 $q=2$ 로 하여 $f_i - f_i^{\min}$ 가 음일때도 양이 될 수 있도록 하였다.

4. 다목적 형상최적화 문제형식

4.1 제1단계 최적화 문제형식

$$\text{Min} : f(X) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(X) \quad (34)$$

$$\text{Subject to: } g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (35)$$

$$h_i(X) \approx 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (36)$$

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0\}^T$$

여기서, 제1목적함수 f_1 은 식 (12), 제2목적함수 f_2 는 식 (13), 등호제약조건식 h_i 는 식 (14), 부등호제약조건식 g_j 는 식 (15)~(17)에 행렬형태로 표시하였다. $(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 는 제1단계의 설계변수이고, $(y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0)^T$ 는 제2단계의 설계변수로 제1단계에서는 고정된다.

본 연구의 제1단계에서는 퍼지량인 목적함수로 체적과 변위, α -절단법에 의한 제약조건식으로는 응력제약조건식, 해석제약조건식 및 설계변수 상하한값 제약조건식 등을 고려하여 형성된 최적화 문제의 해를 구해서 제2단계로 보낸다.

4.2 제2단계 최적화 문제형식

$$\text{Min} : f(X) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(X) \quad (37)$$

$$\text{Subject to: } y_j^L \leq y_j \leq y_j^U \quad ; j=1, \dots, q \quad (38)$$

$$X = \{x_1^o, x_2^o, \dots, x_N^o, y_1, y_2, \dots, y_q\}^T$$

제2단계에서는 제1단계의 설계변수 ($x_1^o, x_2^o, \dots, x_i^o$)^T를 고정하여 체적과 변위를 고려한 다목적함수를 갖는 형상최적화문제를 형성하여 최적화를 시도한다.

5. 수치 예 및 분석

본 연구에서는 제약조건이 퍼지량이고 다목적함수를 갖는 2부재 트러스 구조물을 택하여 본 연구의 알고리즘을 적용하고 얻어진 수치결과를 중심으로 본 연구에서 사용한 알고리즘의 적용가능성 및 최적화 경향을 분석하였다.

5.1 수치 예

본 연구의 알고리즘이 적용된 2부재 트러스 구조물의 설계조건은 표 1에 수록하였고, 모형은 그림 2에 나타내었다.

표 1. 2부재 트러스의 설계조건

Load condition Y2	100,000 kgf
Fuzzy constraint	$\sigma_a = 1,400 \text{kgf/cm}^2$
Permissible variation of σ_a	100kgf/cm ²
Elastic modulus	2,100,000kgf/cm ²

본 연구의 알고리즘이 적용된 2부재 트러스 구조물의 형상최적화한 결과를 표 2에 나타내었다. 이 표는 α 값이 0.1에서 1.0까지 0.1간격으로 변화되고, 각각의 α 값에서 체적에 관한 가중치

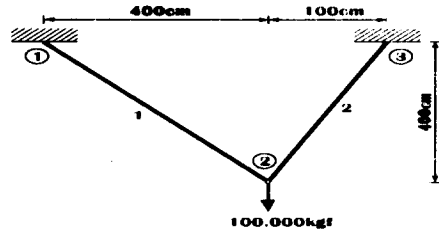


그림 2. 2부재 트러스의 구조모형

(w1)는 0.9부터 0.1까지 0.1간격으로 변화함과 동시에 변위에 대한 가중치(w2)가 0.1부터 0.9까지 0.1간격으로 변화함에 따른 체적과 변위 수축한 것이다.

그림 3은 표 2의 형상최적화 결과 중에서 대표적으로 α 가 0.2일 때 체적과 변위의 가중치 변화에 따른 목적함수인 체적과 변위의 관계를 나타낸 것이다.

표 2. 2부재 트러스의 형상최적화 결과

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1*	w2*	f1**	f2***	
0.1	0.9	0.1	117,531	0.101	398.02
	0.8	0.2	151,951	0.078	397.00
	0.7	0.3	179,805	0.066	397.10
	0.6	0.4	206,759	0.057	398.00
	0.5	0.5	237,984	0.050	397.35
	0.4	0.6	270,997	0.044	398.84
	0.3	0.7	322,488	0.039	399.11
	0.2	0.8	378,644	0.033	399.04
	0.1	0.9	510,935	0.024	399.36

*w1, w2: weight for volume, displacement

** f1: volume(cm³), *** f2: displacement(cm)

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm ³)	f2(cm)	
0.3	0.9	0.1	118,253	0.100	396.23
	0.8	0.2	147,662	0.080	399.00
	0.7	0.3	181,534	0.065	399.00
	0.6	0.4	209,241	0.056	396.28
	0.5	0.5	238,174	0.050	399.00
	0.4	0.6	273,070	0.043	399.00
	0.3	0.7	311,966	0.038	399.00
	0.2	0.8	393,603	0.031	399.93
	0.1	0.9	517,226	0.024	399.16

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.4	0.9	0.1	119.163	0.100	399.00
	0.8	0.2	152.787	0.078	399.04
	0.7	0.3	182.281	0.065	398.20
	0.6	0.4	210.560	0.056	399.63
	0.5	0.5	241.355	0.049	399.72
	0.4	0.6	275.101	0.043	398.45
	0.3	0.7	317.186	0.037	399.00
	0.2	0.8	374.359	0.032	398.10
0.1	0.9	518.658	0.024	399.63	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.8	0.9	0.1	118.811	0.100	399.00
	0.8	0.2	155.237	0.076	395.30
	0.7	0.3	187.436	0.064	396.36
	0.6	0.4	212.543	0.056	399.00
	0.5	0.5	243.617	0.048	395.38
	0.4	0.6	277.290	0.043	399.00
	0.3	0.7	319.853	0.037	395.33
	0.2	0.8	386.630	0.031	399.00
0.1	0.9	512.340	0.024	399.14	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.5	0.9	0.1	118.547	0.099	396.14
	0.8	0.2	153.990	0.076	395.54
	0.7	0.3	183.054	0.064	395.52
	0.6	0.4	211.039	0.056	397.20
	0.5	0.5	240.055	0.049	396.63
	0.4	0.6	273.136	0.043	394.45
	0.3	0.7	314.674	0.037	396.07
	0.2	0.8	376.035	0.031	395.62
0.1	0.9	503.062	0.024	396.60	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.9	0.9	0.1	121.961	0.097	398.91
	0.8	0.2	157.923	0.075	399.33
	0.7	0.3	186.661	0.063	395.31
	0.6	0.4	211.751	0.056	398.57
	0.5	0.5	247.603	0.048	397.84
	0.4	0.6	280.382	0.042	399.03
	0.3	0.7	323.875	0.037	398.72
	0.2	0.8	427.344	0.029	398.41
0.1	0.9	509.167	0.023	399.00	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.6	0.9	0.1	120.357	0.099	399.20
	0.8	0.2	155.195	0.076	399.00
	0.7	0.3	183.650	0.065	398.40
	0.6	0.4	214.416	0.057	399.21
	0.5	0.5	241.104	0.049	398.82
	0.4	0.6	277.168	0.043	397.35
	0.3	0.7	321.345	0.037	399.00
	0.2	0.8	380.030	0.031	399.00
0.1	0.9	491.388	0.024	395.20	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
1.0	0.9	0.1	122.211	0.096	395.33
	0.8	0.2	157.922	0.074	395.31
	0.7	0.3	187.984	0.063	399.00
	0.6	0.4	223.125	0.056	398.03
	0.5	0.5	247.416	0.048	399.74
	0.4	0.6	302.626	0.045	399.43
	0.3	0.7	323.544	0.036	395.31
	0.2	0.8	389.989	0.030	399.00
0.1	0.9	509.746	0.023	395.26	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.7	0.9	0.1	121.390	0.098	398.66
	0.8	0.2	155.709	0.076	398.97
	0.7	0.3	185.254	0.064	399.00
	0.6	0.4	213.462	0.056	399.00
	0.5	0.5	241.479	0.049	395.32
	0.4	0.6	276.991	0.043	399.00
	0.3	0.7	319.669	0.037	396.73
	0.2	0.8	410.059	0.032	399.30
0.1	0.9	492.289	0.024	399.00	

α	Weight		Objective function		Coordinate in Y2
	w1	w2	f1(cm3)	f2(cm)	
0.2	0.9	0.1	117.623	0.100	396.40
	0.8	0.2	152.070	0.077	396.35
	0.7	0.3	180.401	0.065	396.98
	0.6	0.4	208.689	0.056	396.44
	0.5	0.5	235.202	0.050	396.99
	0.4	0.6	279.348	0.044	397.66
	0.3	0.7	311.923	0.038	397.09
	0.2	0.8	390.925	0.032	397.14
0.1	0.9	533.704	0.023	397.11	

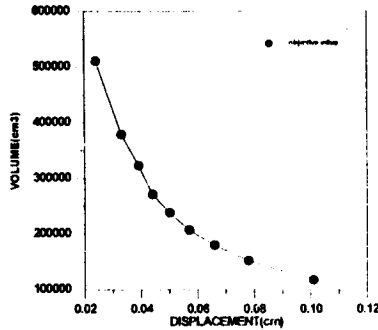


그림 3. 가중치에 따른 목적함수간의 관계($\alpha=0.2$)

그림 4는 α 값이 0.2일 때 체적에 관한 가중치 (w_1)가 0.8이고 변위에 대한 가중치 (w_2)가 0.2 일 때 형상최적화 한 결과 절점2의 Y좌표가 400 cm에서 396.35cm로 변화됨을 나타낸 것이다.

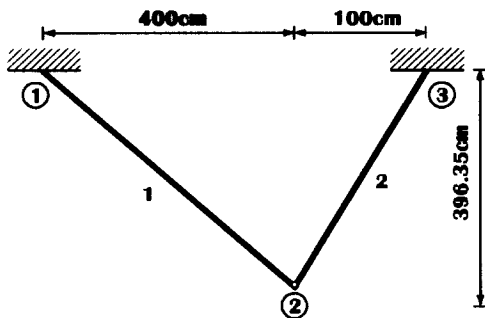


그림 4. 형상최적화한 결과 구조모형 ($\alpha=0.2, w_1=0.8, w_2=0.2$ 일 때)

표 3. 형상최적화 결과의 응력

α	Weight		Stress(kg/cm ²)	
	w1	w2	x1*	x2**
0.2	0.9	0.1	423.96	422.57
	0.8	0.2	328.21	326.43
	0.7	0.3	277.88	274.98
	0.6	0.4	241.83	236.68
	0.5	0.5	209.67	212.57
	0.4	0.6	189.08	179.92
	0.3	0.7	163.30	157.91
	0.2	0.8	144.42	124.38
	0.1	0.9	112.58	88.780

*x1: member 1 **x2: member 2

표 3은 2부재 트러스구조물을 형상최적화한 결과 중에서 $\alpha=0.2$ 일 때의 응력을 각 부재별로 나타낸 것이다. 체적에 관한 제1목적함수와 변위에 관한 제2목적함수를 동시에 고려함에 따라 부재 응력은 허용응력보다 상당히 작은 응력이 발생됨을 알 수 있다.

표 4. 문헌⁽⁶⁾의 2부재 트러스의 최적해

Weight		Objective function	
w1	w2	f1	f2
0.9	0.1	118,200	0.097
0.8	0.2	153,890	0.075
0.7	0.3	181,790	0.063
0.6	0.4	208,670	0.055
0.5	0.5	239,920	0.048
0.4	0.6	293,200	0.039
0.3	0.7	313,330	0.036
0.2	0.8	377,570	0.030
0.1	0.9	475,820	0.024

5.2 결과 분석

본 연구에서는 서로 상반되는 다목적함수 및 퍼지량이 포함된 제약조건을 갖는 2부재 트러스 구조물의 형상최적화에 퍼지이론의 α -절단법을 적용하여 얻어진 결과를 분석하면 다음과 같다.

- (1) 표 2에서 체적에 대한 가중치가 0.9~0.1로 감소함에 따라 각각의 경우에 대한 체적은 증가한다는 것을 알 수 있다. 또한 변위에 대한 가중치가 0.1~0.9로 증가함에 따라 각각의 경우에 대한 변위는 감소함을 알 수 있다.
- (2) α 값과 체적과 변위에 대한 가중치가 변화함에 따라서 형상에 관한 설계변수인 절점2의 Y좌표는 394.45cm($\alpha=0.5, w_1=0.4, w_2=0.6$)에서 399.43cm($\alpha=1.0, w_1=0.4, w_2=0.6$)까지 다양하게 변화하였다.
- (3) 퍼지제약조건을 고려한 본 연구의 결과인 표 2와 퍼지량을 고려하지 않은 문헌⁽⁶⁾의 결과

인 표 4를 비교할 때 큰 차이가 없음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

6. 결 론

본 연구의 방법에 의한 퍼지량이 포함된 다목적함수 최적화 알고리즘을 2부재 트러스 구조물에 적용하여 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 연구에서는 성질이 서로 상반되는 다목적함수와 애매함이 포함된 제약조건을 만족하는 구조물의 최적화를 퍼지이론의 α -절단법을 도입함으로써 가능하게 하였다.
- (2) 본 연구는 α -절단법과 목적함수의 가중치에 따라 성질이 서로 상반되는 체적과 변위의 목적함수 및 애매함이 포함된 제약조건식을 동시에 만족하는 다양한 최적해를 구함으로써 사용자는 현실여건에 알맞는 최적해를 선택할 수 있다. 따라서 본 연구는 예비설계단계에서 필요한 자료를 제공할 수 있는 설계기법이라 사료된다.
- (3) 본 연구는 서로 상반되는 다목적함수를 갖는 최적화 문제이므로 본 연구의 방법은 설계기준이 각각 다른 여러가지 부분 구조로 이루어진 항공기와 같은 복잡한 구조물의 최적설계에 적합하다고 할 수 있다.

감사의 말

이 논문은 전북대학교 공업기술연구소 지원에 의해서 이루어졌습니다.

- (1) Vanderplaats G. N., "Structural Optimization-Past, Present and Future", AIAA J., Vol.20, 1982, pp.992~1000.
- (2) 이규원, 변근주, 황학주, "평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구", 대한토목학회논문집, 제5권, 제3호, 1983, pp.49~59.
- (3) 이규원, 이재영, "다단계분할 최적화기법에 의한 트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구", 한국강구조학회논문집, 1991, 8.
- (4) 이규원, 송기범, "3단계 분할기법에 의한 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구", 대한토목학회 논문집, 제12권, 제3호, 1992, pp.39~55.
- (5) R. E. Bellmann and L.A. Zadeh, "Decision Making In Fuzzy Environment", Management Sci., 17, 1970, pp.141~164.
- (6) Rao S. S., "Multi-objective Optimization of Fuzzy Structural Systems", Int. J. Numerical Methods in Engineering, Vol.24, 1987, pp.1157-1171.
- (7) Kim, D. S., "Multilevel Multiobjective Optimization for Engineering Synthesis", Thesis submitted to University of California, 1989.
- (8) 이규원, 김완영, "다단계 다목적함수 최적화방법에 의한 트러스 구조물의 형상최적화", 대한토목학회논문집, 제15권, 제2호, 1995, 3, pp.389~399.
- (9) 이규원, 양창용, "퍼지이론을 이용한 다목적함수를 갖는 트러스 구조물의 형상최적화", 대한토목학회논문집, 제16권, 제 I-6호, 1996, 11, pp.705~713.
- (10) 天川元基, "ファuzzy推論", 培風館, 1991.

(접수일자 : 1997. 8. 16)