

韓國株價指數 收益率의 變動特性에 관한 研究

- R/S 분석을 중심으로 -

柳成熙*, 金祥洛**

〈요 약〉

본 논문은 우리나라의 주가지수수익률의 변동특성이 카오스를 내재하고 있는지 아니면 랜덤과정을 따르는지를 분석하기 위하여 Hurst의 R/S분석을 중심으로 분석하였다.

우리나라 증권시장의 1980년 1월 5일부터 1996년 말까지 총 4,982일 동안의 일별종합주가지수를 대수수익률로 전환한 시계열자료로 R/S분석한 결과 안정성과 주기유무를 판별하는 V-통계량 그래프에 의하면 83일과 33일의 비주기적 순환을 나타내고 있음을 알 수 있었다. 이러한 분석결과는 가우시안 랜덤과정과 그다지 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있었다. 또한 선형성을 제거한 ARMA잔차와 비선형성을 제거한 GARCHM잔차자료에 대한 R/S분석한 결과도 원래 시계열보다 더 가우시안 랜덤과정에 더 근접함을 알 수 있었다.

한편 총 10개의 대리자료를 만들어서 평균을 취한 값으로 분석한 결과도 마찬가지로 나타나고 있다. 일별주가지수수익률에 내재하는 선형성분을 ARMA과정에 의정에 제거하고 남은 잔차중에는 비선형성분이 여전히 잔존하는데 그것이 일부 GARCHM과정에 의해서 미미하고 가우시안 랜덤과정이 보다 크게 나타남을 알 수 있었다.

I. 序 論

주가변동에 대한 실증적 연구의 대부분은 1980년대 중반까지는 주로 추가움직임의 복잡한 변동에 대하여 확률적 과정을 상정하고, 무작위행보, ARIMA모델, 또는 ARCH모델 등에 관한 연구가 진행되어 왔다. 그 대표적인 연구로서는 Taylor(1986)이었다. 이와 같은 연구는 다른 분야의 연구에서도 확률모형이 이제

* 경기대학교 경영학과 교수

** 경기대학교 물리학과 교수

본 연구는 1997년도 경기대학교 교비연구비로 수행되었다. 그리고 본 논문을 심사해 주신 익명의 심사위원께 감사드린다.

까지 주류를 이루어 왔다.

한편 수학, 물리학 등 자연과학 분야에 있어서 발전한 카오스이론(chaos theory)은 비교적 단순한 결정적(비확률적) 비선형체계가 대단히 복잡한 현상을 일으키는 분명한 현상이고 있다. 즉 복잡한 현상은 이제까지 확률적 과정을 가정하던가 또는 전혀 다른 무질서 상태인 것으로 다루어 왔지만 카오스이론의 등장 및 발전에 의해 결정적(비확률적) 비선형체계라는 전혀 다른 관점으로 파악하게 되었다. 그리고 카오스이론은 자연과학에서 촉발되어 사회과학등에도 폭넓게 응용되어 여러 가지 현상에서 카오스의 징조를 발견하고 있다.

주식시장 또는 외환시장에 관한 연구에서도 마찬가지로 시장전체로서 카오스의 존재여부 등에도 폭넓게 응용되어 여러 가지 현상에서 카오스의 징조를 발견하고 있다. 주식시장 또는 외환시장에 관한 연구에서도 마찬가지로 시장전체로서 카오스의 존재여부를 검토하여 왔다. 선구적인 연구로 Barnett-Chen(1988)을 들 수 있고 Peters(1991)는 그 가능성을 광범위하게 검토하였다.

카오스 존재여부를 계량적으로 검정하는 방법으로는 주가변동이 독립적이고 동일분포(IID)를 따르는가를 검정하는 BDS통계량에 의한 효율성 검토, 과거 시계열의 장기 의존성(long-term dependence)의 존재유무를 검정하는 Hurst지수에 의한 R/S분석(rescaled range analysis)과 Lo(1991)의 수정R/S분석(modified rescaled range analysis)의 $V(q)$ 통계량 검증, 시스템의 복잡성과 모형화에 최소한 몇 개의 변수가 필요한지에 관하여 정보를 제공하는 Grassberger-Procaccia(1983)가 개발한 상관차원(correlation dimension)의 추정, 비선형시스템의 초기조건에 대한 민감성을 측정하는 리아프노프지수(Lyapunov exponent)검정방법 및 정보창출의 평균속도를 의미하는 콜모고로프(Kolmogorov)엔트로피법등이 있다.

카오스 존재여부를 검정하는 방법중 BDS 통계량은 기각될 때 분명하게 기각원인의 실마리를 제공하지 않음은 물론 또한 비선형예측치를 어떻게 구성하는가에 대해 어떤 단서도 제공하지 않는 결점이 있다.(Brock-Hsieh-Lebaron, 1993) 그리고 상관차원의 추정은 시스템의 동태를 모형화함에 있어서 필요한 동태적 변수의 수를 나타내나 상관차원이 어떤 변수인지를 말해주지 않는다는 결점이 있다. 다만 시스템의 복잡성과 모형수립에 최소한 몇 개의 변수가 필요한가에 대한 정보만을 제공한다. 리아프노프지수방법은 시계열자료가 확률적 잡음(stochastic noise) 일 때에는 정의될 수 없다는 결점이 있다(Brock-Sayers, 1988).

본 연구에서는 Hurst지수를 구하는 R/S분석에 한정하여 우리나라 주식시장의

변동특성을 알아보기 위해 연구를 수행하였다. R/S분석은 매우 강력하기 때문에 모든 시계열분석에 광범위하게 적용된다. 이는 연구되는 시스템에 대한 기초가정을 거의 요구하지 않고 시계열을 분류할 수 있게 해준다. 즉 무작위시계열이 비가우스적(정규분포가 아닌)이라 할지라도 무작위시계열과 비가우스시계열을 구분할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 시계열의 장기 의존성의 존재유무를 알아보기 위해 Hurst가 개발한 R/S분석과 함께 Peters(1994)가 개발한 R/S의 기대 Hurst지수를 계산하였다. 또한 안정성과 주기유무를 판별하는 V-통계량을 계산하였다.

R/S분석의 안정성분석을 위해 V-통계량의 그래프에 따라 4개 기간으로 구분한 것과 시작점을 달리함으로써 어떻게 달라지는가를 알아보기 위해 3개 자료 집합으로 구분하고 각각 자료에 따른 Hurst지수와 기대 Hurst지수와 상관척도(C)를 계산하여 일별 주가지수수익률의 변동이 카오스가 존재하는가 아니면 Gaussian 확률과정을 따르는가를 검토하였다. 아울러 장기응집시간(long coherence time)을 갖는 시계열자료에서 비선형성을 판별하기 위해 Theiler et al(1993)이 개발한 Surrogate Data Method를 사용하였다. 이상에서 설명한 바와 같이 본 연구는 국내의 기존연구와는 달리 시계열자료 수가 작은 유한자료에 대한 R/S분석상에 나타나는 Hurst지수의 해석상의 문제에 대한 대안을 제시하였다는 점과 시계열자료에 내재하는 비선형성을 검정하기 위해 국내최초로 대리자료를 작성하여 검정하였다는 점을 들 수 있다.

II. 文獻研究

Hurst 등(1965)에 의해 기상시계열자료가 장기 의존성(long-term dependence)을 갖고 움직인다는 지속성(persistence)에 관한 실증분석을 통한 연구가 수행된 후 이와 관련한 연구가 Mandelbrot-Wallis(1968, 1969)등에 의해 진행되어 왔다. 여기서 지속성이라는 특성은 정규시계열 의존성으로 나타나지 않고 오히려 비주기 장기 의존성(non-cyclic long-term dependence)이라 불리는 무한기억을 갖는 특수한 형태의 의존성을 말한다.

Mandelbrot(1972)등은 장기 의존성인 시계열자료는 시계열의 길이에 따라 변하는 추세와 주기를 나타낸다고 주장하였다. 또한 Adelman(1965)과 Granger(1966)는 많

은 경제시계열자료는 이상과 같은 맥락에서 지속성이 있음을 발견하였다.

주식수익률에서의 장기 의존성의 여부는 주식시장의 효율성과 관련이 있다. 즉 주식수익률에서 장기 의존성이 존재한다면 주식시장에는 효율성이 존재하지 않음을 의미한다. 자산가격에 장기 의존성이 포함되었을 가능성을 처음으로 제기한 학자는 Mandelbrot(1971)이었다. 이어 Greene-Fielitz(1977)는 주가 움직임의 시계열이 장기 의존성을 따르고 주식수익률 분포가 Gauss 분포가 아닌 비정규 안정파레토 분포(non-normal paretian distribution)임을 밝히고 있다. 또한 Peters(1989)는 S&P 500지수의 월별 수익률을 가지고 장기 의존성의 존재 여부를 검토하기 위해 R/S 분석을 하였다. 분석 결과 Hurst지수 H는 0.611로서 주식시장은 지속적 추세를 보이는 한편 비교적 낮은 수준의 Hurst지수는 상당한 잡음(noise)이 있음을 시사하였다. 그러나 주식시장에서 결정적 카오스를 발견하려는 시도는 시계열자료의 잡음 때문에 어렵다고 지적하면서 순수한 무작위행보(pure random walk)이론을 적용할 수 없고 자본시장은 편의된 무작위행보(biased random walk)를 따른다고 주장하였다.

그러나 Lo(1991)는 수정 R/S 분석을 이용하여 미국의 일별 주가지수와 월별 주가지수에 대하여 장기 기억의 존재 여부를 분석하였는 바 지수들간의 장기적 의존성의 증거를 발견하지 못하였다.

최근에 우리나라에서도 재무분야에 있어서 카오스에 관한 연구가 관심을 끌면서 이에 관한 연구가 진행되고 있다. 카오스 검정 연구로서는 배재봉(1993), 김영규-배재봉(1994.a), 김영규-배재봉(1994.b), 이일균(1994.a), 이일균(1994.b), 이상빈-최우석(1995), 김규영(1996), 백웅기(1997) 등으로 이어지고 있다. 이 들 연구중 실증 분석 연구로서 R/S 분석을 포함한 연구로는 이일균(1994), 이상빈-최우석(1995), 김규영(1996), 백웅기(1997)가 있다.

이일균(1994)은 1980년부터 1993년간의 일별 종합주가지수를 이용하여 R/S 분석한 결과 주가지수에 의한 Hurst지수 H는 0.52로서 무작위행보임을 밝히고 있다. 이상빈-최우석(1995)은 1975년 1월 부터 1990년 12월 까지의 주별 주식수익률에 대하여 R/S 분석을 실시한 결과 Hurst지수 H는 0.66이고 상관척도 C는 0.248로서 주식수익률이 과거자료로 부터 약 24.8%를 영향받고 있으며 이 결과는 주식수익률에 비교적 낮은 잡음(noise)과 높은 수준의 장기 의존성이 있다고 하면서 비선형 결정적 카오스 이론의 적용이 타당하다고 주장하였다. 김규영(1996)은 1980. 1. 4~1996. 3. 31 까지의 일별 수익률과 월별 수익률 자료를 가지고 Lo(1991)의 수정 R/S 분석을 한 결과 우리나라 주식시장에서 단기적 의존성은 존재하지만 장기적 의

존성은 존재하지 않는 것으로 결론내렸다. 백웅기(1997)의 연구는 1980. 1~1996. 4 까지의 10개 업종별 월별 주가지수를 R/S분석한 결과 Hurst지수 H는 0.6805~0.7546의 범위에 놓여 있으므로 지속성이 강하며 비선형성 종속성이 존재함을 암시하고 있다고 주장하였다.

주식수익률에 대한 기존의 이와같은 R/S분석 결과는 그 해석상 상당한 문제가 있다. 주어진 자료의 수가 유한하므로 반드시 random process과정에 따른 기대 R/S값과 그에 따른 기대 Hurst지수를 구하여 통계적 유의성을 검토하여야 한다. 보다 구체적으로 Mandelbrot가 말하는 Hurst지수가 0.5인 경우는 시계열의 수가 무한대로 가는 극한에서의 random process에서 나타나는 것이다. 만약 시계열수가 유한(infinite)하다면 random process에 대한 Monte Carlo Simulation에 의해 구한 기대 Hurst지수값을 사용하여야 한다. 일반적으로 그 값을 시계열수가 작을때는 0.5보다 큰 값에서 점점 시계열수가 커짐에 따라 0.5에 접근하게 된다. 예를들면, 이상빈 등 (1995)이 구한 주별주가지수수익률에 대한 Hurst지수값이 0.66이라는 것은 그 시계열의 수가 200여개에 지나지 않으므로 반드시 기대 Hurst지수와 비교해 보아 그 유의성을 함께 검토해야 한다.

Ⅲ. R/S分析의 檢證方法

1. Hurst지수 (H), 기대Hurst지수 (E (H)), V- 통계량

과거의 시계열변동에서 보이는 의존성의 크기는 프랙탈이론의 Hurst지수를 이용함으로써 파악할 수 있다. Hurst가 개발한 분석방법을 R/S분석이라고 한다. R/S분석은 Hurst가 시간의 경과에 따라 평균기준으로 저수지의 수량이 어떻게 변화하는가를 관측한데서 찾을 수 있다. 즉 매년 저수지에 유입되는 수량은 유동적이기 때문에 정확한 양을 측정할 수 없고, 방출량은 인위적으로 운용되고 있으므로 적정한 저수량정책의 효과는 평균적 방출량 (M_N)에 대한 유입량 (e_i)의 누적편차로 나누어주는데 이러한 방법을 R/S분석이라고 한다. 평균으로부터의 누적편차는 다음과 같이 계산된다.

$$X_{t,N} = \sum_{i=1}^N (e_i - M_N) \quad (1)$$

여기서 $X_{t,N}$: N기간중 누적편차
 e_t : t 기의 유입량
 M_N : N기간중 평균 방출량

누적편차의 범위 R_N 은 N기간중의 $X_{t,N}$ 의 최대값과 최소값의 차이로부터 구해진다.

$$R_N = \underset{1 \leq t \leq N}{\text{Max}}(X_{t,N}) - \underset{1 \leq t \leq N}{\text{Min}}(X_{t,N}) \quad (2)$$

R_N : 누적편차의 범위
 N : 총시간길이
 t : N기간중에 포함된 정수증분

Hurst는 누적편차를 관찰치의 표준편차 S 로 나누어줌으로써 모형을 일반화하였다. 이러한 범위 R 은 시간경과(N증가)에 따라 증가하는 경향을 보인다.

따라서 Hurst는 다음과 같이 경험적으로 Hurst지수 H 를 일반화하였다.

$$R/S = CN^H \quad (3)$$

H : Hurst지수
 C : 상수
 N : 관찰치의 개수

실증분석을 위해 (3)식의 양변에 \log 를 취하고 회귀분석을 실시함으로써 회귀식의 기울기인 Hurst지수 H 를 추정할 수 있다.

$$\log(R/S) = C + H \log(N) \quad (4)$$

(4)식에서 구해진 Hurst지수 H 는 일반적으로 $0 < H < 1$ 사이에 놓이게 된다. Hurst지수 H 가 취할 수 있는 특성으로 세 가지로 분류할 수 있다.

- ① $H=0.5$ 일 때는 무작위행보를 따른다.
- ② $0 \leq H < 0.5$ 일 때는 반지속적(antipersistent)시계열로서 평균회귀적이라고 할 수 있다.
- ③ $0.50 < H < 1$ 일 때는 지속적(persistent)시계열 즉 추세가 있는 시계열이다.

한편 Hurst(1951)는 (3)식의 특별한 경우를 취하는 2항분포의 확률과정을 갖는 무작위행보라고 하고 다음 식과 같이 제시하였다.

$$R/S = (N\pi/2)^{1/2} \tag{5}$$

이에 대하여 Anis-Lloyd(1976)는 시계열자료가 작은 N의 경우에 R/S통계량의 체계적 편차를 피하기 위하여 다음과 같은 식을 개발하였다.

$$E(R/S) = [\Gamma\{0.5(N-1)\} / (\sqrt{\pi}\Gamma(N/2))] \sum_{r=1}^{N-1} \sqrt{(N-r)/r} \tag{6}$$

시계열자료 N이 큰 경우에 (6)식은 감마값의 계산이 어려우므로 스테링근사(Sterling approximation)¹⁾을 이용하여 간단히 하면 다음과 같다.

$$E(R/S) = (N\pi/2)^{-1/2} \sum_{r=1}^{N-1} \sqrt{(N-r)/r} \tag{7}$$

그러나 Peters(1994)는 Anis-Lloyd의 방정식을 시뮬레이션을 통하여 분석한 결과 (7)식에 편의가 존재함을 발견하고 다음과 같은 수정된 방정식으로 제시하였다.

$$E(R/S) = (N-0.5/N)(N\pi/2)^{-1/2} \sum_{r=1}^{N-1} \sqrt{(N-r)/r} \tag{8}$$

(8)식에 의해서 계산된 값으로부터 기울기를 계산한 지수가 기대Hurst지수(E(H))가 된다. 여기서 E(H)는 시계열 자료수가 적을 때 Hurst지수와 비교하여 해석함이 중요하다.

1) 여기서는 감마함수의 값을 구하기 위하여 팩토리알 함수를 근사적으로 구하는 식 (즉 $n! \approx (2\pi n)^{1/2} n^n e^{-n}$) 인 스테링 근사식 (Sterling approximation)을 이용하였다. 이때 감마함수는 스테링 근사식을 사용하여 나타내면 다음과 같다. $\ln \Gamma(n) \approx (n-0.5) \ln n - n + 0.5 \ln(2\pi) + C + \epsilon(n)$ 여기서 C는교정항이고 $\epsilon(n)$ 은 근사오차이다.

이상에서 계산한 R/S와 E(R/S)와의 비교는 뒤에 나오는 <그림2>의 시계열의 R/S분석결과에서 보듯이 확연히 안정성과 주기를 판별하기가 어려우므로 안정성과 주기를 판별하기 위해서는 V-통계량을 필요로 한다. 이에 따라 Hurst(1951)는 안정성과 주기를 판별하는 통계량으로서 V-통계량을 제시하고 있다. V-통계량은 $\log(R/S)$ 와 $\log(N)$ 의 그래프로부터 기울기의 전환점을 파악하기 위해 Hurst가 고안한 것으로서 그 식은 다음과 같다.

$$V_N = (R/S)_N / \sqrt{N} \quad (9)$$

만약 확률과정이 독립적이라면 \sqrt{N} 으로 나누어진 V_N 는 평평하고, 지속성이 강하면 V_N 은 우상향, 회귀성이 강하면 V_N 은 우하향 하는 기울기를 가진다.(Peters(1994))

2. 상관척도

앞에서 설명한 Hurst지수로부터 다음식을 이용하여 상관척도(correlation measure : c) 즉 과거의 시계열자료가 미래에 어느 정도 영향을 미치고 있는가를 알아볼 수 있다.

상관척도 c는 다음과 같이 계산된다.

$$C = 2^{2(H-E(H))} - 1 \quad (10)$$

(10)식은 시계열자료가 유한할 때 기대 Hurst지수 E(H)는 0.5보다 큰 값이 되므로 (10)식에 의해서 상관척도를 계산함이 바람직하다. 그러나 시계열의 관찰치수가 무한히 커지면 기대 Hurst지수 E(H)= 0.5가 됨으로 (11)식과 같이 된다.

$$C = 2^{2(H-0.5)} - 1 \quad (11)$$

만약 C=0이라면 H= 0.5이고 따라서 완전한 가우스무작위 과정이 된다. C=1인 경우에는 H=1.0이 되고 이 경우에는 현재의 정보가 미래를 100% 정확하게 알 수 있게 된다.

Mandellbrot등은 (11)식과 같이 시계열자료가 무한한 것으로 가정하고 있다.

따라서 본 연구에서는 (11)식에 의한 상관척도와 (10)식에 의한 상관척도를 동시에 계산하여 보았다.

3. 대리자료 작성

본 연구에서는 비선형성을 검정하기 위해 대리자료(surrogate data)를 만들어 검정한다. 대리자료는 원래자료집합 대신으로 사용되는 인위적으로 발생한 자료이다. 이 방법의 주요목적은 원래자료가 비교될 수 있기 위한 일종의 기준선을 제공한다. 예를 들면 카오스 검정에 있어서 원래시계열의 자기상관을 모방하는 무작위과정으로 부터 대리자료를 발생함으로써 시계열의 자기상관에 의한 인위성(artifact)에 대해 통제할 수 있는 장점이 있다.

어떤 시계열의 자기상관함수(autoregressive function : ACF)로 부터 카오스의 징조가 기인하는 지를 알아보기 위해 원래의 시계열의 자기상관함수를 그대로 유지하는 어떤 random 과정에 의해 대리자료를 만들게 된다. 어떤 카오스 검정방법에 의해 시계열 속에 카오스가 있다는 것을 알았다고 하자, 만약 똑같은 검정방법이 대리자료 시계열 속에서도 여전히 카오스가 있다는 것을 보여준다면, 이것은 순전히 자기상관함수의 산물이라고 결론지을 수 있다.

자기상관함수를 그대로 유지하는 대리자료를 만드는 algorithm으로 두가지 방법이 제안되었다. 그 하나는 random phase suffling방법과 다른 하나는 Gaussian random suffling방법이 있다. 우리가 여기서 사용한 방법은 random phase suffling방법으로 그 과정은 다음과 같다.

- (1) 원래 시계열에 대한 Fourier변환을 구한다.
- (2) 각 진동수에서의 진폭을 그대로 놓아두고 위상만을 $[0, 2\pi]$ 구간에 있는 random number로 대치한다.
- (3) surrogate data시계열을 얻기 위해 inverse Fourier변환을 한다.

이렇게 인위적으로 발생한 surrogate data는 과정 (2)에 따라서 원래의 시계열의 power spectrum과 완전히 똑같게 된다. power spectrum이 똑같은 두 시계열은 결국 똑같은 자기상관함수를 가지게 된다.

이렇게 만든 대리자료는 원래의 시계열이 가지고 있는 선형의존성을 그대로 유지하지만 비선형의존성을 제거시킨 것이 된다. 따라서 주어진 시계열이 가지고 있는 비선형성의 존재를 검증하는 유력한 도구가 되고 있다.

IV. 實證分析 結果

1. 資料蒐集

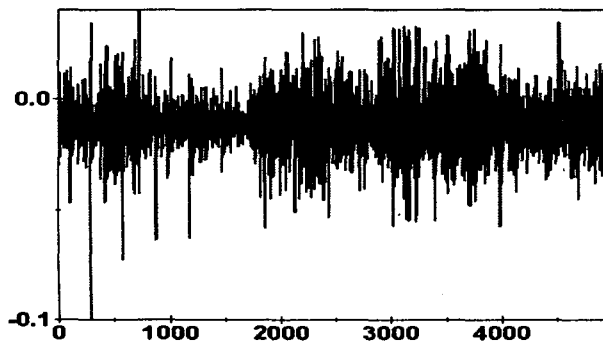
본 연구의 실증분석에 사용된 통계자료는 한국신용평가주식회사의 KIS-SMAT 자료중 1980년 1월 5일부터 1996년 12월 말까지 총 4982일 동안의 증권시장 종가의 일별종합주가 지수를 선택하였다. 이 일별종합주가 지수들로부터 일별주식수익률을 얻는다. t번째의 종합 지수를 P_t 라고 하면, 일별주식수익률 x_t 는 대수수익률로 $x_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ 로 주어진다. 따라서 일별주식수익률은 총 4981 개의 자료수가 된다.

시계열 $\{x_t\}$ 에 관한 기초 통계 정보는 <표 1>에 정리되어 있다.

<표 1> 기본통계정보

갯수	평균값	표준편차	평균편차	최저값	최고값	왜도	첨도
4981	0.000376	0.0113	0.00824	-0.0879	0.0525	0.120	2.753

또한 이러한 원자료의 시계열을 그래프에 plot하면 <그림 1>과 같다.

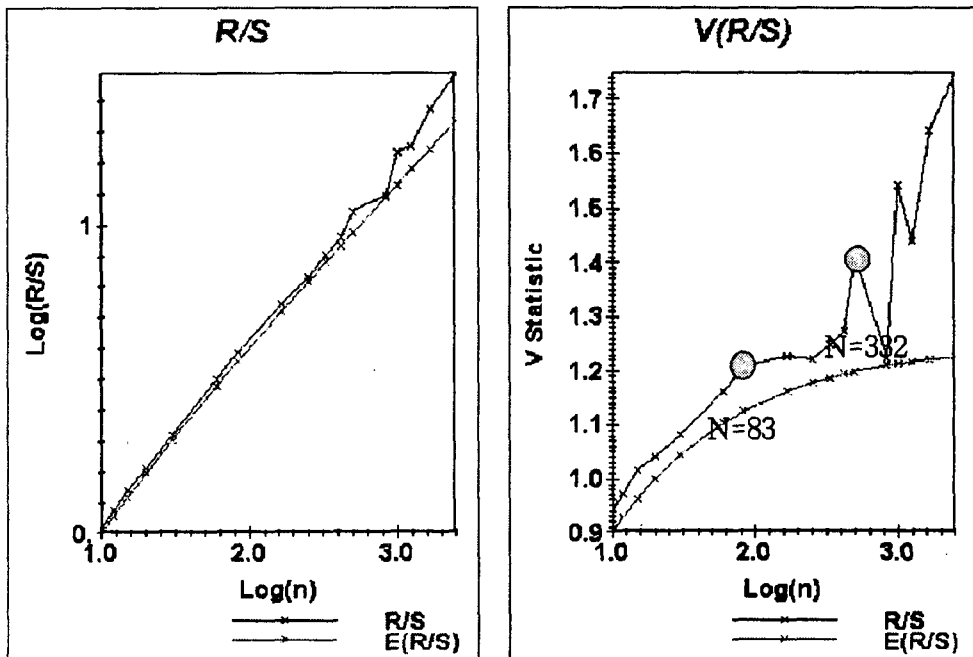


<그림 1> 원자료의 시계열

2. 結果解釋

(1) 기간별에 따른 시계열의 R/S 분석

시계열 $\{x_t\}$ 의 R/S 분석 결과는 <그림 2>와 같다. <그림 2>의 R/S와 E(R/S)를 비교해볼 때 거의 근접하여 확연한 구별이 안되지만 안정성과 주기유무를 판별해주는 V-통계량 그래프에서는 R/S와 E(R/S)가 확연히 구분된다. V-통계량 그래프에서 보면 83일과 332일의 비주기적 순환(non-periodic cycle)을 가진 것을 볼 수 있다. 이에 따라 각 구간에서 구한 계산 결과는 <표 2>와 같다. Hurst지수 H는 기간을 달리하더라도 0.541 내지 0.629 사이에 놓여있다. 과거가 어느정도 관련성이 있는가를 나타내는 상관척도(C)를 유한자료일 때 상관척도 C를 계산하는 (10)식과 같이 계산한 C를 A로 표시하고 무한자료일 때의 상관척도 C를 계산하는 (11)식과 같이 계산한 C를 B로 표시하였다. A에서는 그 상관척도가 5.85% 내지 19.58% 만을 과거를 설명하고 있음에 대하여 B에서는 -0.6% 내지 3.8%로 크게 떨어져지고 있다. 이는 시계열이 가우스 랜덤함을 극명하게 설명하고 있다.



<그림 2> 시계열의 R/S분석결과

<표 2>의 결과에서 유의성 수준이 작아 일별 주가지수 수익률은 Gaussian random 과정과 그다지 큰 차이가 나지 않는다는 것을 알 수 있다. 이는 이일균 (1994.b)의 연구에서 시계열이 무한집단이라고 가정하고 우리나라 증권시장은 H가 0.52로써 무작위 행보를 따른다는 것을 지지하고 있다. 이와 같은 결과는 Peters(1989)에서도 시계열이 무한집단이라고 가정하고 기간에 따른 Hurst지수 H가 0.43 내지 0.59 범위에 있음을 나타내고 있다. <표 2>에서 보면 기간 83일에서 332일 사이에서는 유의성값이 -0.295로 그것과 구분할 수 없으나 구간 10일째 83일 까지는 유의성값이 1.919로 어느정도 random process와 조금 다르다고 말할 수 있다. 따라서 83일 정도까지는 약간의 종속성을 가지나 그 이후는 거의 독립성을 유지하고 있다.

<표 2> 기간별 Hurst 지수

기간	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
10 < n < 83	0.629	0.602	1.919	0.1958	0.0381
83 < n < 332	0.541	0.545	-0.295	0.0585	-0.0055
10 < n < 332	0.589	0.576	0.953	0.1313	0.0182
10 < n < 830	0.580	0.565	1.057	0.1173	0.0210

(2) 시작점을 달리 할 때의 R/S 분석결과

이제 R/S 분석의 안정성을 분석해 보기위해 먼저 시작점을 다르게 잡는 데 따라 어떻게 달라지는 지를 시작점에서 각각 350일 만큼 차이가 나는 길이 4096인 세 개의 자료 집합을 준비한다. 이 세 계열에 대한 계산 결과는 <표 3>과 같다. 여기에서도 앞에서와 같이 상관척도를 시계열이 무한집단이라고 가정한 경우와 유한집단으로 달리할 때를 구분하여 계산하였다. 상관척도의 경우 A의 경우 9.6% 내지 13%만을 과거를 설명하고 있음에 대하여 B에서는 0.3% 내지 3.2%만을 과거와의 관련성을 설명하고 있어 역시 시계열이 가우스 랜덤함을 나타내고 있다.

〈표 3〉 자료집합에 의한 Hurst지수

자료 집합	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
첫번째	0.587	0.564	1.468	0.1282	0.0324
두번째	0.581	0.564	1.080	0.1188	0.0238
세번째	0.566	0.564	0.113	0.0958	0.0028

이 결과에서 Hurst지수 H는 0.5수준에 근접하고 상관척도(C)도 작은 값으로써 시작점에 따라 그다지 크게 달라지지 않는다는 것을 알 수 있다. 이어 시간에 따른 불안정성을 알아보기 위해 원래의 시계열을 크게 들로 나눌 수 있다. 이들 각각에 대한 R/S 분석의 결과는 <표 4>에 나타나 있다. 여기서도 마찬가지로 시간에 따라 달라지는 모습을 볼 수 없었다.

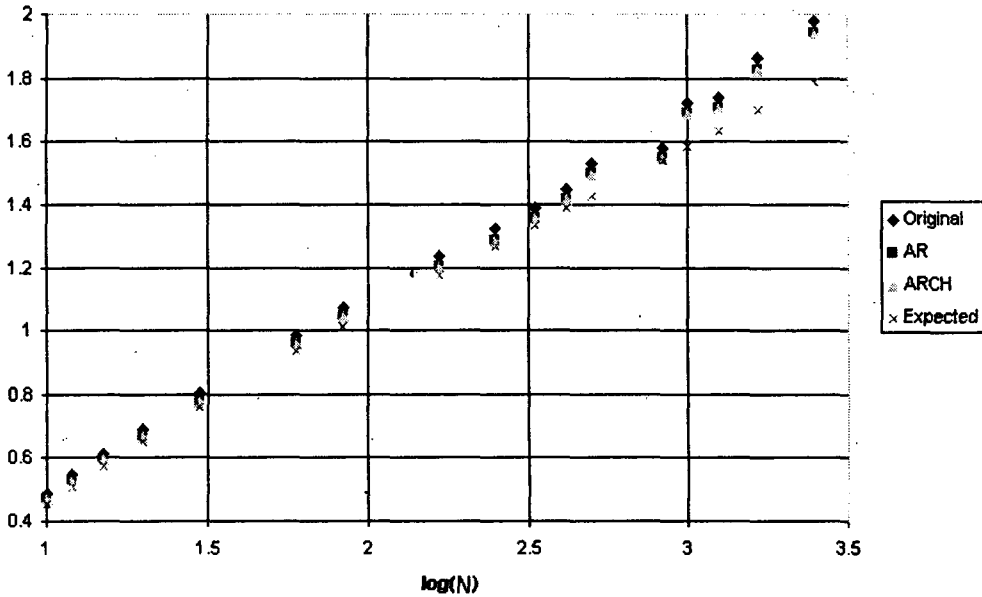
〈표 4〉 R/S분석

자료 집합	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
첫번째	0.604	0.573	1.554	0.1551	0.0439
두번째	0.595	0.574	1.070	0.1408	0.0295

(3) ARMA잔차와 GARCHM잔차를 사용하였을 때의 R/S분석

이제 <그림 3>에 원래의 자료 ARMA잔차 자료와 GARCHM잔차 자료에 대한 R/S 분석 결과를 표시하였다. 보다 자세히 ARMA(1,1)에 의한 잔차로 이루어진 시계열에 대한 결과와 GARCHM(1,1)에 의한 잔차의 결과는 <표 5>와 같다. 여기에서도 상관척도란의 A에서 11%내지 13%가 과거와의 관련성을 설명하지만 B에서의 설명력은 0.4%내지 2% 정도로 크게 떨어져 역시 가우스 랜덤과정을 따름을 알 수 있다. 이 결과로 보면 ARMA 잔차와 GARCHM잔차는 원래 시계열보다 더 Gaussian random 과정에 더 근접함을 나타내고 있다. 이런 결과는 전통적인 선형, 비선형 분석 방법에 의한 방법의 유용성이 어느 정도 있다는 것을 의미한다. 그러나 GARCHM잔차와 ARMA 잔차의 경우 어떤 방법이 더 잘 적용되는지는 서로 통계 오차 한계 내에서는 구별할 수 없었다.

R/S Analysis



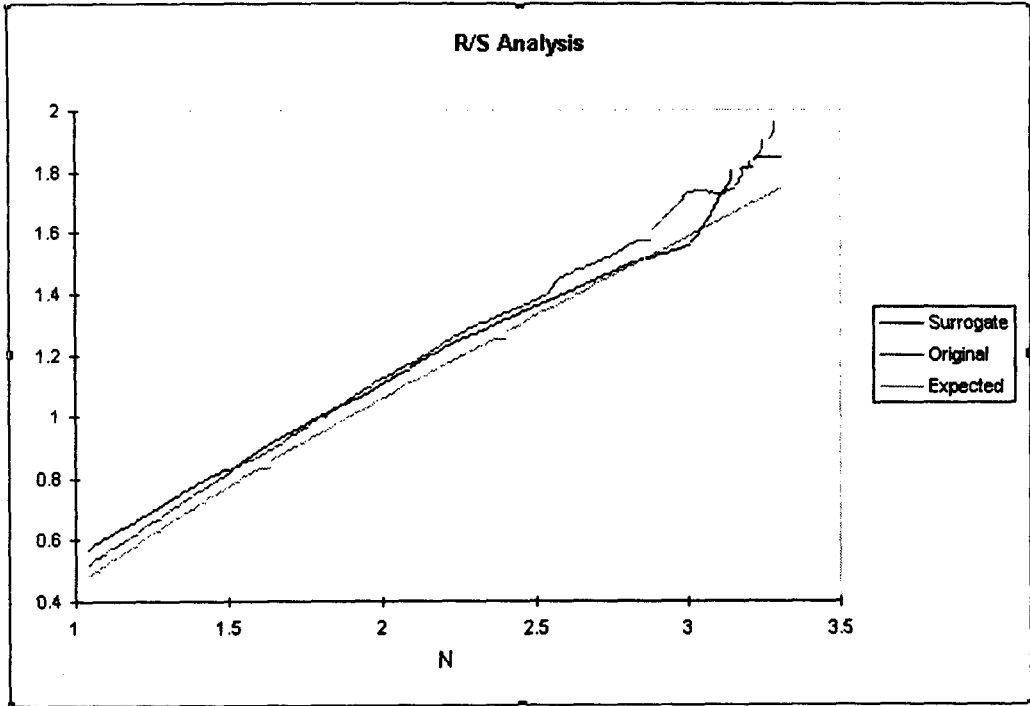
<그림 3> ARMA잔차와 GARCHM잔차를 사용했을 때의 R/S분석

<표 5> ARMA(1,1), GARCHM(1,1)잔차의 Hurst지수 계산결과

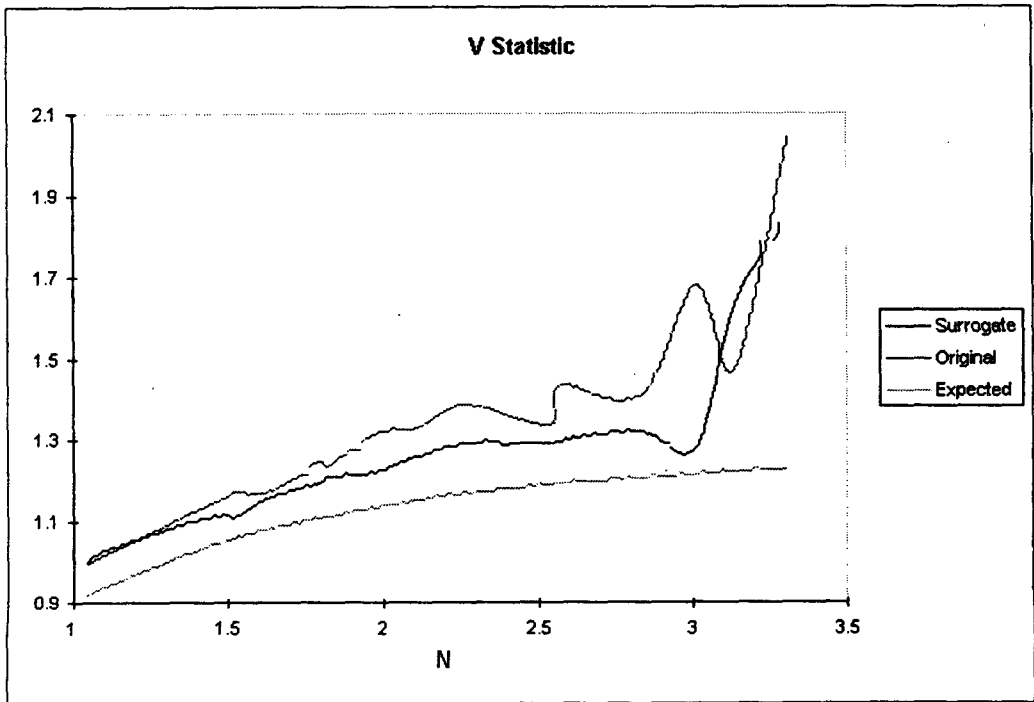
구분	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
Original	0.586	0.572	1.005	0.1266	0.0196
ARCH(1,1) 잔차	0.575	0.572	0.216	0.1096	0.0042
GARCHM(1,1) 잔차	0.577	0.572	0.369	0.1127	0.0070

(4) 대리자료를 사용하였을 때의 R/S 결과

한편, 대리자료를 사용하였을 때의 결과는 <그림 4a>, <그림 4b>와 <표 6>, <표 7>과 같다. 이 대리자료는 총 10 개의 대리자료 집합을 만들어서 평균을 취하였다. V-통계 그래프가 더 가우스 랜덤과정에 더 근접함을 알 수 있다. 이들에 대한 Hurst 지수의 계산 결과는 <표 6>과 같다.



〈그림 4a〉 R/S 분석



〈그림 4b〉 V-통계량

<표 6>과 <표 7>에서와 같이, 일별 주가 지수 수익률에 내재하는 선형 성분을 ARMA 과정에 의해 제거하고, 남은 잔차 중에는 비선형 성분이 여전히 잔존하는데 그것이 일부 GARCHM 과정에 의해서도 완전히 제거되지 않고 잔존함을 알 수 있다. 결국 우리가 어떤 시계열 속에 남아 있는 비선형성-그 중에서도 정해진 성분-을 어떻게 효과적으로 도출 할 수 있을 것인가가 관건이 된다.

<표 6> 대리자료를 사용했을 때의 R/S결과

구분	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
Original	0.596	0.571	1.600	0.1423	0.0353
Surrogate (Random Phase)	0.576	0.571	0.320	0.1111	0.0070

ARMA 잔차에 대한 대리 자료를 만들었을 때의 결과는 <표 7>과 같다. 이 경우에는 선형 의존성이 어느 정도 제거되었으므로 훨씬 더 가우스 랜덤과정에 더 가까운 모양을 이루고 있음을 알 수 있다.

<표 7> ARMA잔차에 대한 대리자료에 대한 Hurst지수 계산결과

구분	H	E(H)	Significance	C	
				A	B
Original	0.603	0.584	1.218	0.1535	0.0267
Surrogate (Random Phase)	0.573	0.584	-0.704	0.1065	-0.0151

V. 結 論

본 연구는 우리나라 증권시장의 1980년 1월 5일 부터 1996년 말까지 총 4982일 동안의 일별종합주가지수를 가지고 주식시계열 자료가 장기 의존성 유무를 확인하기 위하여 R/S분석을 중심으로 분석하였다. 주식의 시계열자료로 R/S분석한 결과 안정성과 주기유무를 판별하는 V-통계량 그래프를 보면 83일과 332일의 비주기적 순환을 갖고 있음을 알 수 있다. 이에 따라 <표2>와 같이 4개구간을 달리한 결과는 Hurst지수 H는 0.541 내지 0.629 사이에 놓여있음을 알 수 있다. 이는 일별 주

가지수수익률은 Gaussian random 과정과 그다지 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있다. 이는 이일균(1994)의 연구에서 우리나라 증권시장은 H가 0.52로써 무작위행보를 따른다는 주장을 어느정도 지지하고 있다. 이와같은 결과는 Peters(1989)의 연구에서도 기간에 따른 Hurst지수 H가 0.43 내지 0.59 범위에 있음을 나타내고 있다. 또한 R/S분석의 안정성을 알아보기 위해 시작점을 달리하였을 때 어떻게 달라지는지를 시작점에서 각각 350일 만큼 차이가 나는 길이 4096인 세 개의 자료 집합에 따라 계산한 결과도 Hurst지수 H는 유의성 수준이 낮아 상관척도(C)도 작은 값으로써 시작점을 달리하였을 때 그다지 크게 달라지지 않음을 알 수 있었다. 이어 시간에 따른 불안정을 알아보기 위해 원래의 시계열을 두 개 집합으로 나누어 R/S분석한 결과도 마찬가지로 시간에 따라 크게 달라지지 않음을 알 수 있었다. 또한 선형성을 제거한 ARMA잔차와 비선형성을 제거한 GARCHM잔차자료에 대한 R/S분석한 결과 원래시계열 보다 더 Gaussian random과정에 더 근접함을 나타내고 이는 전통적인 선형, 비선형 분석 방법에 의한 방법의 유용성이 어느정도 있다는 것을 의미한다. 그러나 GARCHM잔차와 ARMA잔차의 경우 어떠한 방법이 더 잘 적용되는지는 통계오차한계 내에서는 구별할 수 없었다.

한편 총 10개의 대리자료집합을 만들어서 평균을 취한 값으로 분석한 결과도 Gaussian random에 더 근접함을 알 수 있었다. 일별주가가지수수익률에 내재하는 선형성분을 ARMA과정에 의해 제거하고 남은 잔차중에는 비선형성분이 여전히 잔존하는데 그것이 일부GARCHM과정에 의해서 미미하고 Gaussian random 과정이 보다 크게 나타남을 알 수 있다. 이는 미미한 카오스와 보다 큰 Gauss random성이 혼재함을 알 수 있었다.

참고문헌

- 김규영, “주식가격의 장기적 종속성에 관한 연구”, 재무관리 연구 제 13권 제 1호, 1996, 101- 114
- 김영규, 배재봉, “한국주식수익률의 시계열적 종속성에 관한 연구”, 재무연구, 제 8호, 1994a, 1-29
- , ———, “Chaos 모형을 이용한 한국주식시장의 비선형 동태적 특성에 관한 연구”, 재무관리연구, 제 11집, 1994b, 73-96
- 배재봉, “한국주식수익률의 비선형 동태적 특성에 관한 연구”, 성균관대학교 박사

- 학위 논문, 1993.
- 백응기, “업종별 주가지수의 카오스 검정 및 비선형 예측”, 재무관리 연구, 제 14권, 제 1호, 1997, 171-205
- 이상빈, 최우석, “한국주식시장에서의 비모수회귀분석기법을 이용한 카오스 끌개에 관한 연구”, 한국전문가시스템학회 추계학술대회 논문집, 1995.
- 이일균, “시계열자료와 재무관리 이론”, 재무관리 논총, 제 1집 제 1호, 1994a, 1-24
- 이일균, “Chaos”, 재무관리논총, 제 1권 제 2호 1994b, 1-50
- Adelman, I., “Long-Cycles : Fact or Artifact?”, American Economic Review, 55, 1965, 444-463
- Anis, A. A., and E. H. Lloyd, “ The Expected Value of Adjusted Rescaled hurst Range of Independent Normal Summands”, Biometrica 63, 1976.
- Barnett, W., and P. Chen, “The Aggregation-Theoretic Monetary Aggregate are Chaotic and Have Strange Attractors: An Econometric Application of Mathematical Chaos” in W. Barnett, E. Berndt and H. White (ed.), Dynamic Econometric Modeling, 1988, 199-245
- Brock, W. A, David A. Hsieh and Blake Lebaron, Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability, MIT Press, 1993, 174
- Brock, W. A and Chera L. Sayers, “In the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?”, Journal of Monetary Economics, 22, 1988, 71-90
- Granger, C. W. J., “The Typical Spectral Shape of an Economic Variable”, Econometrica, 34, 1996, 150-161
- Green, M., and B. Fielitz, “Long-Term Dependence in Common Stock Returns”, Journal of Financial Economics, 4, 1977, 339-349
- Hurst, H. E., “Long-Term Storage Capacity in Reservoirs”, Transactions of the American Society of Civil Engineer 116, 1951, 770-808
- Hurst, H. E., et al, “Long-Term Storage, An Experimental Study”, Constable London, England, 1965.
- Lo. A. W., “Long-Term Memory in Stock Market Prices”, Econometrica 59, 1991, 1279-1313
- Mandelbrot, Benoit., “When Can Price be Arbitraged Efficiently? A Limit to the

Validity of the Random Walk and Martingale Models”, Review of Economics and Statistics 53, 1971, 225-236

Mandelbrot, Benoit., “Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles : From the Covariance to R/S Analysis”, Annals of Economic and Social Measurement 1, 1972, 259- 290

Mandelbrot, Benoit and J. R. Wallis, “Noah, Joseph, and Operational Hydrology”, Water Resources Research 4, 1968, 909-917

Mandelbrot, Benoit and J. R. Wallis, Rubustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence”, Water Resources Research 5, 1969, 967-988

Peters, E. E., “Fractal Structure in the Capital Markets”, Financial Analysis Journal, July - August, 1989, 32-37.

Peters, E. E., Chaos and Order in the Capital Econometrics, John wiley & Sons, 1991.

Peters, E. E., Fractal Market Analysis, New York : Wiley, 1994.

Taylor, Stephen, Modelling Financial Time Series, John Wiley & Sons, 1986.

Theiler, J., P. S. Linsay, and D. M. Rubin, “Detecting Nonlinearity in Data with long Coherence Times”, in A. S. Weigend and N. A. Gershenfeld (ed.), Times Series Prediction, 1993, 429-455

Weigend, Andreas S. and Neil A. Gershenfeld, Time Series Prediction : Forecasting the Future and Understanding the Past, Addison - Wesley Publishing Company, 1994.