

# 비선형계획에 의한 회로형배관의 해석

## Looped Pipe Network Analysis using Nonlinear Program

安 泰 鎮\*

Ahn, Tae-jin

### Abstract

Analyses of flow rates and pressures in pipe networks are crucial in determining pipe diameters. In this study the nonlinear programming has been applied to compute pipe flows in a looped pipe network. The required theoretical background is described to apply the nonlinear programming to the pipe network. The conventional methods, the Newton-Raphson method and the linear theory method, are also described. A sample pipe network is considered to show the applicability of the nonlinear program model to the pipe network. The solution to the nonlinear programming method coincides with that of the two conventional method, the Hardy-Cross method and the linear theory method.

### I. 서 론

관수로 시스템의 설계단계에서 정상류 수리계산은 공급지점(Source node)의 공급량과 수요지점(Demand node) 또는 교차점(Junction node)의 수요량이 주어지고, 가정한 관로의 관경에 대한 유량을 계산한 후 각 교차점에서의 수두(Head)가 설계수두(Design head, minimum head)보다 커서 수리학적으로 타당한지를 검토하는 단계이다. 이때 관로의 유량을 먼저 계산하고, 각 관로의 손실수두를 계산한 후 각 경로에 따라 각 교차점의 압력을 계산한다.

관수로 시스템은 폐합회로의 유무에 따라 분기형 배관(Tree pipe network)과 회로형 배관(Looped pipe network)으로 구분하는데 분기형 배관은 배관내 폐합회로가 없는 경우를 말하며 회로형 배관은 배관내 폐합회로가 1개 이상인 배관을 말한다. 분기형 배관의 수리계산은 관로의 유량이 유일해이므로 해석적인 방법을 적용할 수 있지만 회로형 배관의 수리계산은 관로의 유량이 유일해가 아니므로 해석적방법을 적용하는 것은 불가능하여 근사해석법을 이용하고 있다. 회로형 배관의 수리계산에 적용하고 있는 근사계산법으로는 선형이론법(Linear Theory method), 뉴턴-랩선법(Newton-

\* 농어촌진흥공사 농어촌연구원

키워드 : 회로형배관, 비선형계획, 선형이론방법, 뉴턴-랩선법, KKT조건, 최적해 유사블록형함수, 목적함수, 제약조건

Raphson) 및 Hardy-Cross 방법 등이 주로 이용되고 있다.

Wood와 Charles(1972) 및 Wood와 Rayes(1981)는 비선형인 에너지 방정식을 선형화한 선형이론법을 이용하여 관망을 해석하였다. 현재 상용 프로그램인 KYPIPE 2와 TDHNET 3.2는 선형이론을 근본으로 하였다. Jeppson(1977) 및 Epp와 Fowler(1970)는 비선형인 에너지 방정식을 뉴턴-랩선법으로 해석하였다. Holloway(1985)는 선형이론법과 뉴턴-랩선법의 계산수렴 속도는 비슷한 것으로 발표하였으나 펌프를 포함한 관수로시스템의 해석에서는 선형이론법이 뉴턴-랩선법보다 계산 효율성이 높다. 박재홍과 한건연(1996)은 Frontal 기법을 관망해석에 적용하였다. 선형이론법과 뉴턴-랩선법은 항상 연속 방정식을 만족하는 에너지 방정식을 해석하는 방법이나 본 연구에서 적용한 비선형계획 모형은 에너지 방정식을 해석하는 방법이나 본 연구에서 적용한 비선형계획 모형은 연속 방정식과 에너지 방정식을 함께 포함하였다. 비선형 계획을 이용한 관망해석의 적용성을 입증하기 위하여 표본관망을 선택하여 종래의 해석방법에 의한 결과와 비교 검토하였다.

## II. 관망해석

### 1. 기본방정식

회로형 배관의 수리계산 절차를 관망해석이라고 하며 관망해석에 있어서, 연속 방정식(Continuity equation) 또는 교차점 방정식(Junction equation)과 에너지 방정식(Energy equation) 또는 폐합회로 방정식(Loop equation)들이 만족되어야 한다. 회로형 배관에서 관로의 수, 교차점의 수, 폐합회로의 수 및 공급지점의 수와의 관계식은 다음 식(1)과 같이 표현된다.

$$P = J + L + F - 1 \quad (1)$$

여기서 P=관로의 수, J=공급지점을 제외한 교차점의 수, L=폐합회로의 수, F=공급지점의

수를 나타내며 회로형 배관의 관로유량을 계산하기 위하여 필요한 연속 방정식과 에너지 방정식의 수는 관로의 수와 같다. 회로형 배관에서 관로의 유량이 구해지면 손실수두를 계산하여 각 교차점의 수두를 계산할 수 있다.

회로형 배관의 교차점에서 연속 방정식이 만족되기 위해서는 임의 교차점에서 총유입량은 총유출량과 같아야 하므로 다음 식(2)와 같이 표현된다.

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = Q_e \quad (2)$$

여기서  $Q_{in}$  = 유입량,  $Q_{out}$  = 유출량,  $Q_e$  = 수유량 또는 공급량이며 교차점으로 유입하는 방향이면 양수 부호를 갖고 교차점으로부터 유출하는 방향이면 음수부호를 갖는다. 임의 배관에서 연속방정식의 수, 즉 식(2)의 수는 교차점의 수와 같다. 회로형 배관의 에너지 방정식은 다음 식(3)과 같이 표현된다.

$$\sum h_i = \sum E_p \quad (3)$$

여기서  $h_i$ 은 각 관로에서 에너지 손실수두이며  $E_p$ 는 가압펌프에 의한 에너지이며 폐합회로내 가압펌프를 설치하지 않았을 경우에는 폐합회로내 에너지 손실의 합은 0이다.

수원공이 하나인 배관에서 에너지 방정식의 수는 폐합회로의 수와 같지만, 수원공이 두개 이상인 배관에서는 폐합회로에 대한 에너지 방정식의 수 이외에 두개의 수원공을 연결하는 에너지 방정식이 추가로 필요하며 다음 식(4)와 같다.

$$\sum h_i = \sum E_p - \Delta E \quad (4)$$

여기서  $\Delta E$ 는 두개의 수원공 사이의 수두차이며, 이때 두 지점을 연결하는 경로(Path)는 여러 경로중 임의로 지정하여도 무관하다. 이 경로를 의사 폐합회로(Pseudo-loop)이라 한다. 따라서 수원공이 f수만큼 있다면 의사 폐합회로에 대한 에너지 방정식은 f-1수 만큼 필요하다. 또한 경로

에서 관로의 손실수두 부호는 유량의 방향이 경로와 같은 방향이면 음수이고 반대방향이면 양수이다. 임의 회로형 배관에 관하여 연속 및 에너지 방정식을 정립하여 선형이론법(Linear theory method) 또는 뉴턴-랩선법(Newton-Raphson method) 등으로 관로의 유량을 구하고, 관로의 손실수두를 계산한 후 각 교차점의 수두를 계산한다.

### 2. 선형이론법

관망해석 문제에서 연속 방정식은 선형이고 에너지 방정식은 비선형이다. 에너지 방정식에서 임의 관로의 손실수두는 평균 유속공식으로 부터  $h_e = kQ^n$ 과 같이 표현되나 선형이론법에서는  $|Q^{n-1}|$ 을 상수로 처리하여 에너지 방정식을 선형화한다. 연속 방정식과 에너지 방정식으로 구성된 시스템이 선형화되면 행렬로 나타내어 Gaussian소거법 등으로 해석한다. 관망문제를 해석하기 위해 먼저 초기  $a^{old} = k|Q_{old}^{n-1}|$ 을 가정하여 행렬을 해석한 다음, 다음 계산을 위한  $a^{new} = k|Q_{new}^{n-1}|$ 을 구하여 행렬을 다시 해석한다. 이 절차를 해(Solution)에 수렴될 때까지 반복하여 수행한다. 각 계산 단계에서 보정된 새로운 유량  $Q^{new}$ 들이 과도하게 보정되는 것을 피하기 위하여 다음 계산 단계의  $Q^{next}$ 는  $\frac{2Q^{new} + Q^{old}}{3}$  으로부터 구한 값을 사용하면 해의 수렴속도가 빠르다. 이 방법을 이용하여 관망해석을 실행하는 절차를 요약하면 다음과 같다.

Step 1. 연속 방정식과 에너지 방정식의 공식화한다.

$$\sum_{i=1}^{m\ell} h_{i,\ell} \pm \sum_{k=1}^{p\ell} hp_{k,\ell} = dh_e \quad \ell = 1, \dots, L \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{nq} Q_{iq} = U_q \quad q = 1, \dots, N \quad (6)$$

여기서

$L =$ 의사 폐합회로를 포함한 폐합회로의 수

$N =$ 교차점의 수

$h_{i,\ell} =$   $\ell$  번째 폐합회로에서  $i$  번째 관로의 손실수두

$dh_e =$   $\ell$  번째 폐합회로내에서 수두 변화량

$m\ell =$   $\ell$  번째 폐합회로내 관로의 수

$p\ell =$   $\ell$  번째 폐합회로내 펌프의 수

$Q_{iq} = i$  번째 관로로 부터  $q$  번째 교차점에 유입되는 유량

$U_q = q$  번째 교차점의 수요량

$nq = q$  번째 교차점에 연결된 관로의 수

Step 2.  $|Q_{i,\ell}^{n-1}|$ 을 상수로 하여 Step 1의 시스템을 다음과 같이 재공식화 한다.

$$\sum_{i=1}^{m\ell} k_{i,\ell} |Q_{i,\ell}^{n-1}| Q_{i,\ell} \pm \sum_{k=1}^{p\ell} hp_{k,\ell} = dh_e \quad \ell = 1, \dots, L \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{nq} Q_{iq} = U_q \quad q = 1, \dots, N \quad (8)$$

Step 3.  $a_{i,\ell} = k_{i,\ell} |Q_{i,\ell}^{n-1}|$ 이라 하고  $k_{i,\ell}$ ,  $n$  및  $Q_{i,\ell}$ 의 초기값을 지정한다.  
또한 수렴기준  $\alpha$ 를 지정한다.

Step 4.  $a_{i,\ell}^{next} = k_{i,\ell} |Q_{i,\ell}^{n-1}|$ 을 계산한 후 Gaussian 소거법으로 행렬을 해석한다.

Step 5. 계산오차  $\epsilon$ 을 계산한다.

$$\epsilon = \sum_{i=1}^{np} \left| \frac{a_{i,\ell}^{old} - a_{i,\ell}^{next}}{a_{i,\ell}^{next}} \right|$$

$$\text{또는 } \epsilon = \sum_{i=1}^{np} \left| \frac{Q_{i,\ell}^{old} - Q_{i,\ell}^{next}}{a_{i,\ell}^{next}} \right|$$

여기서  $np$ 는 관로의 총수이다.

i)  $\epsilon > \alpha$ 이면  $Q_{i,\ell}^{next} = (2Q_{i,\ell}^{new} + Q_{i,\ell}^{old}) / 3$ 으로 계산하여 Step 4로 간다.

ii)  $\epsilon < \alpha$ 이면 각 관로의 유량을 저장하고 계산을 중지한다.

### 3. 뉴턴-랩선(Newton-Raphson)법

$\ell$  번째 폐합회로에 관해 에너지 방정식을 폐합

회로 유량( $\Delta Q_e$ )으로 표현하면 다음과 같다.

$$F(\Delta Q_e) = \sum_{i=1}^{m\ell} \sigma K_i (Q_{0i} + \sigma \Delta Q_e)^n = dh_e \quad (9)$$

여기서

$\Delta Q_e$  = 수렴을 위한  $\ell$  번째 폐합회로의 폐합회로 유량(Loop flow)

$Q_{0i}$  =  $i$  번째 관로에서 연속방정식을 만족하는 초기관로유량

$m\ell$  = 폐합회로  $\ell$  의 관로의 총수

$\sigma$  = 가정한 유량이 방향이 시계방향이면 양수 그렇지 않으면 음수

$dh_e$  =  $\ell$  번째 폐합회로내 수두변화량

Newton-Raphson방법을 임의 폐합회로에 적용하면 식(10)과 같다.

$$\Delta Q_e(K+1) = \Delta Q_e - \frac{\sum_{i=1}^{m\ell} \sigma K_i (Q_{0i} + \sigma \Delta Q_e)^n}{\sum_{i=1}^{m\ell} \sigma^2 K_{i,n} (Q_{0i} + \sigma \Delta Q_e)^{n-1}} \quad (10)$$

여기서  $\Delta Q_e(K+1)$ 은  $(K+1)$ 계산회수에서 폐합회로의 유량이며  $\sigma^2$ 는 항상 양수이다. 이 방법에서 유의할 사항은 초기 폐합회로의 유량을 초과하지 않도록 해야 하며 관망해석을 실행하는 절차를 요약하면 다음과 같다.

**Step 1.** 연속방정식을 만족하는 초기 관로유량  $Q_{0i}$ 을 지정하고 폐합회로의 유량을 가정한다.

**Step 2.** 에너지방정식을 폐합회로 유량으로 표현한다. 즉,

$$F(\Delta Q_e) = \sum_{i=1}^{m\ell} \sigma K_i (Q_{0i} + \sigma \Delta Q_e)^n = dh_e$$

**Step 3.** Step 2의 시스템을 뉴턴-랩선방법을 적용하여 최적 폐합회로의 유량을 구한다.

**Step 4.**  $Q = Q_0 + \Delta Q$ 를 이용하여 초기 관로유량을 수정한다.

여기서  $Q_0$ 는 초기 관로유량,  $\Delta Q$ 는 Step 3에서 얻은 보정유량 및  $Q$ 는 최종 관로유량이다.

### Ⅲ. 관망해석을 위한 비선형계획 모형

비선형계획(Nonlinear program)은 일반적으로 모형 M1으로 표현할 수 있다.

(모형 M1)

최소화(minimize) :  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

제약조건(subject to) :

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

선형계획(Linear program)은 목적함수와 제약조건식이 선형인데 반하여 비선형계획은 그것들 모두 또는 한 변수라도 비선형인 경우를 말한다. 모형 M1은  $m$ 개의 선형 또는 비선형 조건식으로 구성되는 분석가능영역에서  $n$ 개의 비부성(Nonnegativity)인 결정변수(Decision variable)로 구성된 목적함수를 최소화하는 것이다.  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 들이 분석가능해이라 가정하고  $f$ 와  $g_i$ 는  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 에 관하여 미분가능하다고 한다면 카루쉬-쿤-터커 조건(Karush-Kuhn-Tucker condition) 즉 KKT 조건은 비선형계획 문제에서 최적해를 선택할 수 있도록 여러개의 해가 최적해 후보임을 보여주는 조건을 제시한다. 모형 M1의 KKT 조건은 다음과 같은 모형 M2로 표현할 수 있다.

(모형 M2)

$$\nabla f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$u_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$u_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

여기서  $u_i$ 는 스칼라(Scalars)이며 라그랑지승수(Lagrangian multipliers)이라 부른다. 임의의 해가 KKT 조건을 만족한다는 것은 단지 최적해의 후보임을 알려줄 뿐이어서 모형 M2를 KKT 필요조건이라 한다. 따라서 KKT 필요조건에 만족하는 임의의 해  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 가 다음과 같은 KKT 충분조건을 만족하면 최적해라고 확정할 수 있다. 즉  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 가 유사 볼록형 함수(Quasiconvex function)이고  $i=1, 2, \dots, m$ 에 대한  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 가 유사 볼록형함수(Quasiconvex function)인 동시에 라그랑지승수(Lagrangian multipliers)가  $\nabla f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ 을 만족한다면 임의의 해인  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 을 최적해라 확정한다.

회로형 배관에서 관로의 유량을 계산하기 위하여 모든 관로의 손실수두  $h_f$ 의 합을 최소화되는 비선형 계획 모형을 정립하였다. 일반적으로 손실수두  $h_f$ 와 관로유량  $Q$ 와의 관계는 Darcy-Weisbach 공식을 이용하면 다음 식(11)과 같이 표현할 수 있다.

$$h_f = \frac{8f \ell Q^2}{\pi^2 g d^5} \quad (11)$$

여기서  $f$ =마찰손실계수,  $\ell$ =관로의 길이,  $d$ =관경,  $Q$ =관로유량,  $h_f$ =관로의 마찰손실수두이다. 식 (11)에서  $r = \frac{8f \ell}{\pi^2 g d^5}$ ,  $n=2$ 로 하면  $h_f = rQ^n$ 으로 되어 손실수두는 관로유량의 관계로 표현할 수 있다.  $r$ 과  $n$ 의 값은 종래 방법인 Hardy-Cross와 선형이론 방법을 근거로 한 TDH 그리고 비선형인 에너지 방정식을 선형이론에 의거 선형 방정식으로 변환한다. 즉 비선형인 마찰손실수두식  $h_f = rQ^n$ 를  $h_f = rQ_0^{n-1}Q$ 으로 변환하여  $Q_0$ 를 초기치로 한다. Hardy-Cross는 관로의 초기유량은 각 교차점의 연속방정식을 만족하도록 하고 순차적으로 폐회로의 유량을 보정하여 각 폐회로의 유량을 평

형시키는 방법이다.

회로형 배관에서 관로의 유량을 계산하기 위한 비선형계획 모형은 M3와 같이 정립할 수 있다. 이 모형은 손실수두  $h_f$ 를 적분한 목적함수를 각 교차점의 연속 방정식과 각 관로의 에너지 방정식으로 구성되는 분석가능 영역에서 최소화하는 것이다.

(모형 M3)

$$\text{Minimize : } \sum_{(i,j) \in E} \frac{r_{(i,j)}}{3} Q_{(i,j)}^3$$

Subject to :

$$- \sum_{K_j(i,K) \in E} Q_{(i,K)} + \sum_{K_i(K,i) \in E} Q_{(K,i)} = q_i, \quad i \in N$$

$$h_{(i,j)} - h_{(i,i)} = 0$$

$$Q_{(i,j)} \geq 0$$

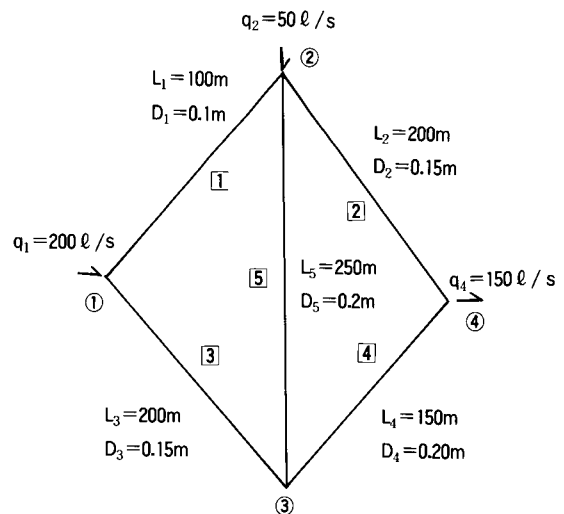
$$Q_{(i,i)} \geq 0$$

여기서  $(i,j)$ =임의 관로,  $E$ =관로의 수,  $N$ =교차점의 수,  $q$ =수요량 또는 공급량이다.

## IV. 표본관망의 해석

### 1. 표본관망

비선형계획을 이용하여 관망의 유량을 계산하



<Fig. 1> Sample pipe Network

기 위하여 <Fig. 1>과 같은 표본관망을 선택하였으며 사용한 부호는 다음과 같다.

①,②,③,④,⑤ : 관로번호

①,②,③,④ : 교차점번호

$L_i$  = 각 관로의 길이 ( $i=1, \dots, 5$ )

$D_i$  = 각 관로의 구경 ( $i=1, \dots, 5$ )

$q_i$  = 각 교차점에서 공급량 또는 수요량 ( $i=1, \dots, 5$ )

절대조도  $e$ 는 0.26mm로 하였으며 Darcy-Weisbach공식에서 흐름을 완전난류로 가정하면 마찰손실계수  $f$ 는 유체내부의 마찰손실은 무시되므로 Reynolds 수와는 무관하고 오직 상대조도( $e/d$ )에 따라서 변한다. 완전난류의 가정은 계산된 관로의 유량으로 Moody 선도를 이용하여 마찰손실계수를 검토하면 무리가 없음이 확인된다. 앞에서 언급한 것과 같이 손실수두  $h_f$ 와 관로유량  $Q$ 와의 관계는 Darcy-Weisbach공식을 이용하면  $h_f = \frac{8f \ell Q^2}{\pi^2 g d^5}$ 는  $h_f = rQ^n$ 으로 되며 여기서  $r = \frac{8f \ell}{\pi^2 g d^5}$ ,  $n=2$ 이다. 각 각로에 대한  $r_{(ij)}$ 의 계산 결과는 <Table 1>과 같다.

<Table 1>  $r_{(ij)}$  by Darcy-Weisbach Equation

관로번호	상대조도 ( $e/D$ )	마찰손실계수 ( $f$ )	$r$	$n$
1	0.0026	0.025	20658.0	2
2	0.0017	0.022	4787.8	2
3	0.0017	0.022	4787.8	2
4	0.0013	0.021	813.39	2
5	0.0013	0.021	1355.6	2

Hazen-Williams 공식을 이용하면

$$h_f = \frac{4.73 \ell Q^{1.852}}{C_{hw}^{1.852} d^{4.87}}$$

는  $h_f = rQ^n$ 으로 되며 여기서

$$r = \frac{4.73 \ell}{C_{hw}^{1.852} d^{4.87}}, n=1.852$$

이다.  $C_{hw}$ 는 관의 조도에

따라 다르며 여기서는 120으로 택하였다.

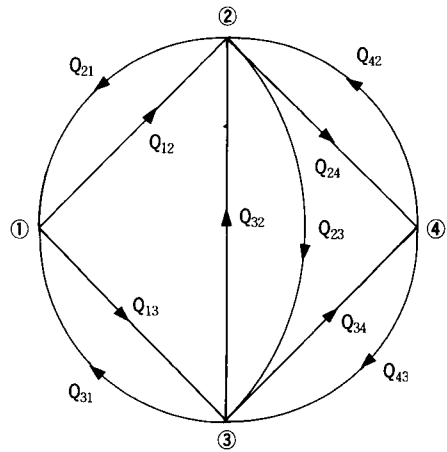
각 각로에 대한  $r_{(ij)}$ 의 계산 결과는 <Table 2>와 같다.

<Table 2>  $r_{(ij)}$  by Hazen-Williams Equation

관로번호	$C_{hw}$	$r$	$n$
1	120	4945.6	1.852
2	120	1373.0	1.852
3	120	1373.0	1.852
4	120	253.68	1.852
5	120	422.81	1.852

## 2. 비선형계획 모형의 정립과 해석

비선형계획을 해석하는 전산프로그램 중 GINO는 KKT 조건을 적용하고 있으므로 목적함수는  $Q$ 에 관하여 적분한 것이어야 한다. 또한 KKT 조건은 결정변수가 양수이어야 하므로 <Fig. 2>와 같이 2개 교차점 사이의 2개 흐름 중 하나는 자동적으로 0으로 처리된다.



<Fig. 2>

표본관망의 해석을 위한 비선형계획의 모형을 M3를 근본모형으로 하여 정립하면 다음 모형 M4와 같다.

(모형 M4)

$$\text{Min. } \frac{1}{3} (r_{12} Q_{12}^3 + r_{21} Q_{21}^3 + r_{13} Q_{13}^3 + r_{31} Q_{31}^3 + r_{23} Q_{23}^3 + r_{32} Q_{32}^3 + r_{24} Q_{24}^3 + r_{42} Q_{42}^3 + r_{34} Q_{34}^3 + r_{43} Q_{43}^3)$$

s.t.  $Q_{21} + Q_{31} - Q_{12} - Q_{13} = -200$   
 $Q_{12} + Q_{32} + Q_{42} - Q_{21} - Q_{23} - Q_{24} = 50$   
 $Q_{13} + Q_{23} + Q_{43} - Q_{31} - Q_{32} - Q_{34} = 0$   
 $Q_{24} + Q_{34} + Q_{42} - Q_{43} = 150$   
 $r_{12} = 20658$   
 $r_{21} = r_{12}$   
 $r_{24} = 4787.8$   
 $r_{42} = r_{24}$   
 $r_{13} = 4787.8$   
 $r_{31} = r_{13}$   
 $r_{34} = 813.39$   
 $r_{43} = r_{34}$   
 $r_{23} = 1355.6$   
 $r_{32} = r_{23}$   
 $Q_{12} \geq 0$   
 $Q_{21} \geq 0$   
 $Q_{13} \geq 0$   
 $Q_{31} \geq 0$   
 $Q_{24} \geq 0$   
 $Q_{42} \geq 0$   
 $Q_{23} \geq 0$   
 $Q_{32} \geq 0$   
 $Q_{34} \geq 0$   
 $Q_{43} \geq 0$

모형 M4를 비선형계획 해석용 전산프로그램의 하나인 GINO에 입력하여 계산한 결과,  $Q_{12} = 65.24 \text{ l/s}$ ,  $Q_{13} = 134.76 \text{ l/s}$ ,  $Q_{24} = 42.11 \text{ l/s}$ ,  $Q_{34} = 107.89 \text{ l/s}$ ,  $Q_{32} = 26.87 \text{ l/s}$ 을 얻었다.

### 3. 비교 검토

Hardy-Cross 방법을 사용하여 관망을 해석하는 전산프로그램인 EXGVLP를 사용하여 표본관망을 해석한 결과, 선형계획이론을 근본으로 한 TDH로 해석한 결과, 그리고 정립한 비선형계획의 모형을 GINO에 의하여 계산한 결과는 <Table 3>과 <Table 4> 같다. <Table 3>과 <Table 4>에서 보는 바와 같이 각 방법에 의하여 계산한 관로의 유량은 거의 동일하여, 비교적 간단한 관망해

<Table 3> Pipe Flows(Darcy-Weisbach Equation)

관로의 유량( l / s )	Q <sub>12</sub>	Q <sub>13</sub>	Q <sub>24</sub>	Q <sub>34</sub>	Q <sub>32</sub>
비선형계획(GINO)	65.24	134.76	42.11	107.89	26.87
선형이론법(TDH)	65.67	134.33	41.61	108.39	25.94
Hardy-Cross (EXGVLP)	65.24	134.76	42.11	107.89	26.87

<Table 4> Pipe Flows(Hazen-Williams Equation)

관로의 유량( l / s )	Q <sub>12</sub>	Q <sub>13</sub>	Q <sub>24</sub>	Q <sub>34</sub>	Q <sub>32</sub>
비선형계획(GINO)	67.03	132.97	41.22	108.78	24.19
선형이론법(TDH)	67.03	132.97	41.22	108.78	24.19
Hardy-Cross (EXGVLP)	67.03	132.97	41.22	108.78	24.19

석에는 비선형계획에 의한 해석이 용이함을 알 수 있다.

## V. 결 론

표본관망을 비선형계획의 모형으로 정립하여 해석한 결과와 Hardy-Cross와 선형이론법(TDH)에 의한 결과가 잘 일치하여 비선형계획에 의한 관망해석의 적용성을 입증하였다. 비선형계획 모형은 연속 방정식과 에너지 방정식을 함께 고려함으로써 기존의 방법과 달리 합리적인 초기유량의 설정단계가 필요하지 않아 관로 유량의 계산수렴보다는 비선형계획의 계산수렴에 의존하게 된다. 관망의 규모가 커질 수록 목적함수에 손실수두항과 제약조건식에 연속방정식 등과 같은 추가식이 필요하며 IMSL 등과 같은 비선형계획 해석 프로그램으로 용이하게 해석할 수 있다.

### 참고문헌

1. 박재홍 · 한건연, 1996. Frontal 기법을 이용한

상수관망의 흐름해석 모형, 한국수자원학회지, 제29권 1호, pp. 141~150.

2. Bazaraa, Mokhtar S. and Shetty, C.M., 1979. Nonlinear Program: Theory and Algorithms, John Wiley.
3. Epp, R. and Fowler, A.G. 1970. Efficient code for steay-state flows in network, J. of Hydraulic div., ASCE, Vol. 96, No. HY1, pp. 43~56.
4. Jeppson, R.W., 1977. Analysis of flow in pipe networks, Ann Arbor Science, Ann Arbor, MI
5. Hillier, F.S. and Lieberman, G.J., 1990. Introduction to Operation Research, McGraw-Hill.
6. Haested Inc., 1993. KYPIPE2 user's guide.
7. Mott, R.L., 1990. Applied Fluid Mechanics, Merriill Publishing Company.
8. Ravindrall, A., D.T. Phillips, J. Solberg, 1987. Operation Research : Principles and Practice, John Wiley.

9. TDH Engineering, 1990. TDHNET3.2 s Manual, 607 Ninth St. Laurel MD 20707.
10. Wood, D.J. and Charles, C.O., 1973, Hydraulic network analysis using linear theory, J. of Hyd. Div., ASCE, Vol. 98, No. HY7, pp. 1157~1170.
11. Wood, D.J. and Rayes, A.G., 1981, Reliability od algorithms for pipe network analysis, J. of Hyd. Div., ASCE, Vol. 107, No. HY10. pp. 1145~1161.

---

약 력

안 태 진



1980. 한양대학교 공과대학 토목과 졸업  
 1982. 고려대 대학원 수공학 M.S.  
 1985. University of Arizona M.S.  
 1993. Virginia Polytechic Institute and State University Ph. D.  
 현재 농어촌진흥공사 농어촌연구원 연구원