Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.22, No.3, September, 1996

품질 등급화를 위한 경제적 전수검사방식*

Economic Complete Inspection Plans for Grading Product Quality*

홍 성 훈**

Sung-Hoon Hong**

Abstract

For situations where there are several markets with different price/cost structures, economic complete inspection plans are developed for determining the market to ship the product to. Two complete inspection plans are considered; the plan based on the performance variable of interest, and the plan based on a variable which is correlated with the performance variable. Profit models are constructed which involve selling price, cost incurred by imperfect quality, and quality inspection cost. Methods of finding the optimal complete inspection plans are presented and a numerical example is given.

1. 서론

생산공정이 자동화 되면서 품질검사에 있어서도 자동화된 검사기계들이 도입되고 있다. 예를들어 전자산업에서는 레이저, 초음파검사, 컴퓨터비젼, 패턴인식기법 등을 이용한 자동화된 검사기계들이 많이 개발되어 있다. 이러한 기계의 활용은 짧은 시간에 다량의 제품을 검사할 수 있고, 또한 항상 일관되고 정밀한 측정결과를 얻을 수 있도록 해주었다. 이와같은 자동화된 검사기계의 사용과 더불어 고품질 제품에 대한 소비자들의 높은 선호, 그리고 무결점운동을 비롯한 생산현장에서 품질에 대한 인식의 확산으로 인해 산업현장에서는 전수검사기법이 급속히 확산되고 있다. 전수검사는 출하되는 모든 제품에 대해 품질검사를 하는 것으로 제품의 품질을 완벽하게 보증할 수 있다는 장점이 있다. 따

* 이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

** 전북대학교 산업공학과 조교수

라서 최근들어 이 분야에 관련된 많은 연구 논문들이 발표되고 있는 데, Tang 과 Schneider (1987) 는 전수검사에서 검사오류의 영향을 분석하였으며, Tang (1988) 과 류문찬 (1989) 은 전수검사를 실시할 때 단위 제품의 합격, 불합격 여부를 판정하기 위한 품질특성의 규격한계를 경제적인 관점에서 구하였다. Tang 과 Tang (1989) 그리고 Hui (1990) 는 2개 이상의 품질특성이 존재하는 경우 전수검사방식을 구하였다. 또한 Tang (1991) 은 다단계 생산공정에서의 전수검사기법을, 그리고 홍성훈과 김상부 (1995) 는 불합격 제품을 재작업 한다는 가정 하에서 전수검사방식을 구하였다. 한편 제품의 특성에 따라서는 전수검사가 불가능한 경우가 있다. 파괴검사를 요하는 제품이 대표적인 예이다. 이러한 경우 주품질특성과 높은 상관관계를 갖고 비파괴 검사가 가능한 대용특성이 존재한다면, 대용특성을 측정함에 의해 제품을 전수검사할 수 있다. 예를들어 자동차 본체에 용접되어 있는 좌석의 용접강도 측정은 파괴검사를 필요로 하므로 용접강도 대신 자동차 좌석에 초음파 검사를 하여, 그 결과에 의해 합격여부를 판정할 수 있다. 이와 같이 대용특성에 기초해 전수선별하는 검사를 대용특성을 이용한 선별검사라 하는 데, 이 분야에 대해서는 Tang (1987), Turkman 와 Turkman (1989), Moskowitz 와 Plante (1991), Bai 와 Hong (1992,1994), Kim 등 (1994) 등에 의해 최근까지도 많은 연구논문들이 발표되고 있다. 한편 Tang 과 Tang (1994) 은 주품질특성에 기초한 전수검사와 대용특성을 이용한 선별검사에 관련된 기존의 연구결과들을 종합해 소개하는 논문을 발표하였다.

주품질특성을 이용한 전수검사와 대용특성을 이용한 선별검사에 관련된 위의 연구들에서는 모두 검사받은 제품의 합격, 불합격 여부를 검사의 판정기준으로 사용하였다. 즉 검사받은 제품을 합격품과 불합격품의 두가지 품질등급으로 분류하였다. 그러나 합격판정을 받은 제품이라 할 지라도 그들의 품질수준에는 차이가 나게 마련이고, 불합격된 제품들도 마찬가지이다. 따라서 합격된 제품들도 그들의 품질수준에 따라 서로 다른 용도에 사용할 수 있으며, 불합격된 제품도 할인판매, 재작업, 또는 폐기처분등 여러가지 방법으로 처리할 수 있다. 예를 들어 반도체와 같이 컴퓨터, TV, VCR 등 여러 다른 제품의 부품으로 사용될 수 있거나, 가전제품 같이 국내판매, 수출등 여러 다른 시장에 판매될 수 있는 제품의 경우는 검사받은 제품의 합격・불합격 판정이 아니라, 제품의 사용용도나 판매시장 결정을 위한 검사기법들을 적용하여야 한다. Bai 와 Hong (1990, 1992, 1994) 은 위와 같은 상황에서 제품의 판매시장 선정을 위한 샘플링 검사 및 대용특성을 이용한 선별검사를 구하였다. 양품의 판매이익, 불량품의 판매로 인한 손실비용, 그리고 품질검사비용 등을 고려한 이익함수 모형을 세우고, 기대이익을 최대로하는 검사방식을 구하였다. 본 논문에서는 제품을 품질수준에 따라 여러 등급으로 나누고 각 등급에 맞게 제품의 사용용도나 판매시장을 결정하기 위한 전수검사기법을 개발하고자 한다. 주품질특성을 직접 검사하는 전수검사와, 대용특성을 이용해 제품을 전수선별하는 선별검사의 두가지 검사방식을 고려한다. 주품질특성을 직접 검사하는 경우 검사에 드는 비용은 다소

늘어나겠지만, 샘플링 검사나 대용특성을 이용한 선별검사에서 발생할 수 있는 불량제품의 합격 또는 양품을 불합격시키는 등의 검사오류를 없앨 수 있다. 이러한 점에서 전수검사는 무결점운동 등 품질 제일주의를 추구하는 기업의 욕구를 가장 잘 반영해 주는 검사방식이라 할 수 있다. 한편 주품질특성의 측정이 파괴검사를 요하거나 검사비용이 너무 비싸서 비경제적인 경우에 적용하는 대용특성을 이용한 선별검사에 대해서는 Bai 와 Hong (1992, 1994) 에 의해서 연구된 바 있는 데, 이들 논문에서는 주품질특성에 대해 단지 규격하한만이 존재하는, 즉 품질특성이 망대특성을 갖는다는 가정 하에서 모형을 구성하였다. 따라서 품질특성에 대해 규격상한과 규격하한의 양쪽규격한계선이 존재하는 경우, 즉 망목특성을 갖는 제품에 대해서는 위의 모형들을 그대로 사용할 수 없다. 망목특성을 갖는 제품의 경우는 망대특성을 갖는 제품에 비해 모형을 구성하고 최적검사를 구하는 데 있어서 많은 차이가 있다. 본 논문에서는 품질특성이 망목특성을 갖고, 제품의 판매시장이 여러개 있는 경우, 주품질특성을 이용한 전수검사와 대용특성을 이용한 선별검사를 구하고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 주품질특성을 직접 검사하는 전수검사를, 3장에서는 대용특성을 이용한 선별검사를 다루고, 4장에서는 수치예제를 통해 두가지 검사방식의 기대이익을 비교한다.

2. 주품질특성을 이용한 전수검사

일반적으로 소비자 입장에서 볼 때 제품의 품질특성에는 바람직한 수준이 있다. 예를들어 시계는 오차가 0 인 경우가 이상적이고 오차가 크면 클 수록 소비자의 불만도 커지게 된다. 품질특성의 바람직한 수준을 목표값이라 부르는 데, 품질특성이 목표값에 가까울 수록 소비자의 만족도는 높아진다. 검사대상이 되는 제품의 주품질특성을 Y 라 하고, 이 품질특성의 목표값을 τ 라 하자. Y 는 평균 μ_y, 분산 σ_y^2 을 갖는 정규분포를 따른다고 가정한다. 제품은 판매 조건이 서로 다른 다수의 시장에 판매될 수 있다. i 번째 시장에 판매될 때 판매 가격은 A_i 이고, 주품질특성 Y 의 측정값 y 가 목표값 τ 에 일치하지 않을 때 소비자의 불만으로 인해 $C_i(y, \tau)$ 의 손실비용이 발생하게 된다. 만일 $A_i > A_j$ 이고 $C_i(y, \tau) \le C_j(y, \tau)$, 또는 $A_i = A_j$ 이고 $C_i(y, \tau) < C_j(y, \tau)$ 이라면 j 번째 시장 보다는 i 번째 시장에 제품을 판매하는 것이 보다 경제적이다. 따라서 이러한 경우 j 번째 시장은 하나의 대안으로 고려할 필요가 없다. 본 논문에서는 대안으로 고려 가능한 시장이 m개 있고, 모든 $i<j$ 에 대해 $A_i>A_j$ 그리고 $C_i(y, \tau) > C_j(y, \tau)$ 라고 가정한다. 만일 품질특성치 y 와 목표값 τ 의 차가 너무 커서 소비자의 불만에 기인한 손실비용이 터무니 없이 높다면, 이러한 제품을 일반 시장에 판매하는 것은 비경제적인 방법이 된다. 이러한 제품들은 불합격 처리하여 제품의 특성에 따라 할인판매, 재작업, 또는 폐기처분등의 다른 조치를 취하게 되는 데, 본 논문에서는 이러한 처리방법을 갖는 대안들을 모두 하나의 시장으로 간주한다. 즉 본 논문에서는 대안이 될 수 있는 제품의 모든 처리방법들을 하나의 시장으로 간주한다.

품질특성이 목표값과 일치하지 않음으로 인해 발생하는 손실비용 $C_i(y, \tau)$ 의 함수형태는 여러가지를 생각할 수 있다. 그 중 가장 널리 사용되는 형태는 다음의 두가지 함수이다.

$$C_i(y, \tau) = a_i|y-\tau|, \quad \text{일차손실함수}$$
$$= b_i(y-\tau)^2, \quad \text{이차손실함수}$$

단 a_i, b_i 는 모두 양의 상수이다. 위에서 일차손실함수는 품질특성과 목표값의 차이에 비례해서 비용이 발생한다고 가정한 함수형태이다. 이차손실함수는 다구찌가 제안한 함수형태로서, 경험적으로 볼 때 품질특성의 변동에 따른 손실을 표현하는 데 적절한 것으로 인식되고 있다.

다수의 판매시장이 있는 상황에서, 제품의 판매시장 선정을 위해 사용하는 검사절차는 다음과 같다.

i) 검사에 출하된 모든 제품의 품질특성 Y 를 측정한다.
ii) I_i, i=1,2,...,m, 는 $\bigcup_{i=1}^{m} I_i = (-\infty, \infty)$ 이고, 모든 $i \neq j$ 에 대해 $I_i \cap I_j = \phi$, 를 만족하는 실수의 집합이다. 만일 $I_i \neq \phi$ 이고 $y \in I_i$ 이면 i 번째 시장에 제품을 판매한다. 만일 $I_i = \phi$ 라면 i 번째 시장에는 제품을 판매하지 않는다.

$y \in I_i$ 일 때 i 번째 시장에 제품을 판매하므로, i 번째 시장에서의 기대판매수입은

$$\int_{y \in I_i} A_i g(y) dy,$$

이 된다. 단 g(y) 는 Y 의 확률밀도함수이다. 또한 품질특성이 목표값과 일치하지 않음으로 인해 i 번째 시장에서 발생하는 기대손실비용은

$$\int_{y \in I_i} C_i(y, \tau) g(y) dy,$$

이 되고, 따라서 단위제품당 기대이익 EP 는 다음과 같이 된다.

$$EP = -S_y + \sum_{i=1}^{m} \int_{y \in I_i} \{A_i - C_i(y, \tau)\} g(y) dy. \quad (1)$$

단 S_y 는 주품질특성의 측정비용이다. 기대이익함수 (1) 은 $C_i(y, \tau)$ 에 따라 여러가지 함수형태를 갖게 되는데, 일차손실함수의 경우 EP 는 다음과 같이 된다.

$$EP = -S_y + \sum_{i=1}^{m} \int_{y \in I_i} k_i(y) g(y) dy. \quad (2)$$

단 식 (2) 에서

$$k_i(y) = A_i - a_i|y-\tau|,$$

이다. 최적검사방식은 식 (2) 를 최대화하는 실수들의 집합 $(I_1^*, I_2^*, \cdots, I_m^*)$ 를 구하는 것이다. 식 (2) 가 취할 수 있는 값의 상한을 구하면 $-S_y + \sum_{i=1}^{m} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \max_i k_i(y) \right\} g(y) dy$ 이 되는 데, 이 값은 모든 $j \neq i$ 에 대해 $k_i(y) \geq k_j(y)$ 를 만족하는 y 값들의 집합으로 I_i^*, i=1,2,⋯,m, 를 선택함에 의해 얻을 수 있다. 먼저 j>1 인 모든 j 에 대해 $k_1(y) \geq k_j(y)$ 를 만족하는 y 값의 범위를 구하면 $I_1^* = \{y | 0 \leq |y-\tau| \leq \delta_1\}$ 이 된다. 단 $\delta_1 = \min_{j>1} \left\{ \frac{A_1 - A_j}{a_1 - a_j} \right\}$ 이다. 또한 $j \neq 2$

인 모든 j 에 대해 $k_2(y) \geq k_j(y)$ 를 만족하는 y 값의 집합 I_2^* 가 공집합이 아니라면, $I_2^* = \{y \mid \delta_1 < |y-\tau| \leq \delta_2\}$이 된다. 단 $\delta_2 = \min_{j>2}\left\{\frac{A_2-A_j}{a_2-a_j}\right\}$ 이다. 만일 I_2^* 가 공집합이라면 $\delta_2 = \delta_1$ 이라 놓는다. 같은 방법에 의해 I_i^*, i = 3,4,⋯,m, 가 공집합이 아니라면, $I_i^* = \{y \mid \delta_{i-1} < |y-\tau| \leq \delta_i\}$ 이 된다. 단 $\delta_i = \min_{j>i}\left\{\frac{A_i-A_j}{a_i-a_j}\right\}$, i = 3,4,⋯,m−1, 이고 $\delta_m = \infty$ 이다. 한편 I_i^* 가 공집합이라면, 이때 $\delta_i = \delta_{i-1}$ 이라 놓는다. 위의 결과들을 종합하면 선별검사에서 제품의 판매시장 선정을 위한 절차는 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

"δ_i, i = 1,2,⋯,m, 는 $\delta_1 \leq \delta_2 \leq \cdots \leq \delta_m = \infty$ 이고 $\delta_0 = 0$ 의 조건을 만족하는 실수값이다. 제품의 주품질특성 Y 를 측정한 후, $\delta_{i-1} < |y-\tau| \leq \delta_i$ 이면 i 번째 시장에 제품을 판매한다. 만일 $\delta_i = \delta_{i-1}$ 이라면 i 번째 시장에는 제품을 판매하지 않는다."

한편 $C_i(y,\tau)$ 의 형태로 이차손실함수를 사용하는 경우 기대이익함수는 식 (2) 와 동일한 형태를 갖고

$$k_i(y) = A_i - b_i(y-\tau)^2,$$

만 바뀌게 된다. 최적검사방식은 일차손실함수와 동일한 절차에 의해 구할 수 있는 데, 일차손실함수에서와 마찬가지로 $I_i^* = \{y \mid \delta_{i-1} < |y-\tau| \leq \delta_i\}$, i = 1,2,⋯,m,이 된다. 단 $\delta_i = \min_{j>i}\sqrt{\frac{A_i-A_j}{b_i-b_j}}$, i = 1,2,⋯,m−1 이고 $\delta_m = \infty$ 이다.

3. 대용특성을 이용한 선별검사

파괴검사를 필요로 하는 제품에 대해서는 전수검사를 실시할 수 없다. 또한 품질특성의 측정에 많은 비용이 드는 제품을 전수검사 하는 것은 비경제적일 수 있다. 이러한 경우 품질특성과 높은 상관관계를 가지면서 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성이 존재한다면, 대용특성에 기초해 검사를 실시할 수 있다. 검사대상이 되는 제품의 주품질특성 Y 와 높은 상관관계를 갖고 검사비용이 저렴한 대용특성을 X 라 하자. 일반적으로 주 품질특성 Y 를 성능변수 (performance variable) 라 하며, 대용특성 X 를 선별변수 (screening variable) 라 한다. 여기서는 X 와 Y 가 평균 (μ_x, μ_y), 분산 (σ_x^2, σ_y^2), 그리고 상관계수 $\rho > 0$ 를 갖는 이변량 정규분포를 따른다 가정하고, h(x,y) 를 X 와 Y 의 결합확률밀도함수라 하자. 물론 $\rho < 0$ 인 경우도 동일한 방법에 의하여 선별검사방식을 구할 수 있다. f(x) 를 X 의 주변확률밀도함수, $t(y|x)$ 를 X = x 일 때 Y 의 조건부확률밀도함수라 할 때,

$$h(x,y) = t(y|x)f(x),$$

이 된다. 단 윗식에서 f(x) 는 평균 μ_x, 분산 σ_x^2 인 정규분포이고, $t(y|x)$ 는 평균 $\mu = \mu_y + \rho(\sigma_y/\sigma_x)(x-\mu_x)$, 분산 $\sigma^2 = \sigma_y^2(1-\rho^2)$ 인 정규분포를 따르게 된다.

주 품질특성 Y 대신 대용특성 X 를 측정하여 제품의 판매 시장을 선정하기 위해 사용하는 검사절차는 다음과 같다.

i) 검사에 출하되는 모든 제품의 대용특성 X 를 측정한다.

ii) I_i, i = 1,2,⋯,m, 는 $\bigcup_{i=1}^{m} I_i = (-\infty, \infty)$ 이고, 모든 $i \neq j$ 에 대해 $I_i \cap I_j = \phi$, 를 만족하는 실수의 집합이다. 만일 $I_i \neq \phi$ 이고 $x \in I_i$ 이면 i 번째 시장에 제품을 판매한다. 만일 $I_i = \phi$ 라면 i 번째 시장에는 제품을 판매하지 않는다.

$x \in I_i$ 일 때 i 번째 시장에 제품을 판매하므로, i 번째 시장에서의 기대판매수입은

$$\int_{x \in I_i} \int_{-\infty}^{\infty} A_i h(x,y) dy dx,$$

이 된다. 또한 품질특성이 목표값과 일치하지 않음으로 인해 i 번째 시장에서 발생하는 기대손실비용은

$$\int_{x \in I_i} \int_{-\infty}^{\infty} C_i(y, \tau) h(x,y) dy dx,$$

이 된다. 따라서 단위제품당 기대이익함수 EP 는 다음과 같이 된다.

$$EP = -S_x + \sum_{i=1}^{m} \int_{x \in I_i} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \{A_i - C_i(y, \tau)\} t(y|x) dy \right\} f(x) dx. \quad (3)$$

단 S_x 는 대용특성 X 의 측정비용이다. 최적 선별검사는 기대이익함수 (3) 을 최대로하는 I_i^*, $i = 1,2,\cdots,m$ 를 구하는 것이다. 기대이익함수 (3) 은 $C_i(y, \tau)$ 에 따라 서로 다른 함수형태를 갖게 되는 데, 일차손실함수의 경우 $C_i(y, \tau) = a_i |y - \tau|$ 이므로 기대이익함수는

$$EP = -S_x + \sum_{i=1}^{m} \int_{x \in I_i} \{ \int_{-\infty}^{\infty} \{ A_i - a_i |y - \tau| \} t(y|x) dy \} f(x) dx,$$

$$= -S_x + \sum_{i=1}^{m} \int_{x \in I_i} p_i(x) f(x) dx, \quad (4)$$

이 된다. 단 식 (4) 에서

$$p_i(x) = A_i - a_i \sigma_y \sqrt{1 - \rho^2} [\xi \{2\Phi(\xi) - 1\} + 2\phi(\xi)], \quad (5)$$

이고

$$\xi = \frac{\tau - \mu}{\sigma} = \frac{\tau - \mu_y - \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)}{\sigma_y \sqrt{(1 - \rho^2)}}, \quad (6)$$

이다. 식 (5) 의 유도는 부록 1 참조. 또한 $\phi(\cdot)$ 와 $\Phi(\cdot)$ 는 각각 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수이다. 식 (4) 가 취할 수 있는 값의 상한을 구하면 $-S_x + \sum_{i=1}^{m} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \max_i p_i(x) \right\} f(x) dx$ 이 되는 데, 이 값은 모든 $j \neq i$ 에 대해 $p_i(x) \geq p_j(x)$ 를 만족하는 x 의 집합으로 I_i^*, $i = 1,2,\cdots,m$, 를 선택함에 의해 얻을 수 있다. 먼저 I_1^* 를 구하기 위해 $1 < j \leq m$ 인 모든 j 에 대해 $p_1(x) \geq p_j(x)$ 를 만족하는 x 값들의 범위는 다음 절차에 의하여 구할 수 있다. 일단 $p_1(x) \geq p_j(x)$ 의 관계식은 식 (5) 로부터

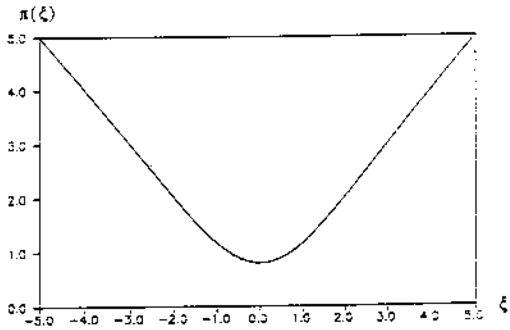
$$\xi \{ 2\Phi(\xi) - 1 \} + 2\phi(\xi) \leq \frac{A_1 - A_j}{(a_1 - a_j) \sigma_y \sqrt{1 - \rho^2}} \quad (7)$$

이 됨을 알 수 있다. 여기서 $\pi(\xi) = \xi \{2\Phi(\xi) - 1\} + 2\phi(\xi)$ 라 놓으면, $\pi(\xi) = \pi(-\xi)$, 즉 $\pi(\xi)$ 는 $\xi = 0$ 를 중심으로 대칭인 함수이다. 또한 ξ 값에 따른 $\pi(\xi)$ 값을 그림으로 나타내면 그림 1 과 같다. 이로부터 c 를 임의의 상수라 할 때 $\pi(\xi) = c$ 를 만족하는 ξ 값은 ξ^U 와 ξ^L 2 개가 존재하고, $\xi^U = -\xi^L$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 $1 < j \leq m$ 인 모든 j에 대해 식(7) 을 동시에 만족하는 ξ 값의

범위는 $-\xi_1^U \le \xi \le \xi_1^U$ 이 됨을 알 수 있다. 단 ξ_1^U 는 $\pi(\xi) = \min_{j>1} \frac{A_1 - A_j}{(a_1 - a_j)\sigma_y \sqrt{1-\rho^2}}$ 을 만족하는 ξ 값 중 양의 수이다. 또한 x 와 ξ 는 식 (6) 의 관계를 갖기 때문에 $I_1^* = \{x \mid |x-\theta| \le \delta_1\}$ 이 됨을 알 수 있다. 단 $\theta = \mu_x + \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(\tau - \mu_y)$ 이고, $\delta_1 = \xi_1^U \sigma_x \sqrt{(\rho^{-2}-1)}$ 이다. 또한 $j \neq 2$ 인 모든 j 에 대해 $p_2(x) \ge p_j(x)$ 를 만족하는 x 값들의 집합 I_2^* 는, I_2^* 가 공집합이 아니라는 가정하에 $I_2^* = \{x \mid \delta_1 < |x-\theta| \le \delta_2\}$ 이 된다. 단 $\delta_2 = \xi_2^U \sigma_x \sqrt{(\rho^{-2}-1)}$ 이고 ξ_2^U 는 $\pi(\xi) = \min_{j>2} \frac{A_2 - A_j}{(a_2 - a_j)\sigma_y \sqrt{(1-\rho^2)}}$ 의 관계식을 만족하는 ξ 값 중 양의 수이다. 만일 I_2^* 가 공집합이라면 $\delta_2 = \delta_1$ 이라 놓는다. 동일한 방법에 의해 모든 $j \neq i$ 에 대해 $p_i(x) \ge p_j(x)$ 의 부등식을 만족하는 x 값들의 집합 I_i^*, i = 3,4,⋯,m 가 공집합이 아니라면 $I_i^* = \{x \mid \delta_{i-1} < |x-\theta| \le \delta_i\}$ 가 됨을 알 수 있다. 단 $\delta_i = \xi_i^U \sigma_x \sqrt{(\rho^{-2}-1)}$, i = 1,2,⋯,m−1, 이고 $\delta_m = \infty$ 이다. 또한 ξ_i^U 는 $\pi(\xi) = \min_{j>i} \frac{A_i - A_j}{(a_i - a_j)\sigma_y \sqrt{(1-\rho^2)}}$ 를 만족하는 ξ 값 중 양의 수이다. 만일 I_i^* 가 공집합 이라면 $\delta_i = \delta_{i-1}$ 이라 놓는다. 위의 결과들을 종합하면 선별검사에서 제품의 판매시장 선정을 위한 절차는 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

"δ_i, $i = 1,2,\cdots,m$, 는 $\delta_1 \le \delta_2 \le \cdots \le \delta_m = \infty$ 이고 $\delta_0 = 0$ 의 조건을 만족하는 실수값이라 할 때, $\delta_{i-1} < |x-\theta| \le \delta_i$ 이면 i 번째 시장에 제품을 판매한다. 만일 $\delta_i = \delta_{i-1}$ 이라면 i 번째 시장에는 제품을 판매하지 않는다."

한편 $C_i(y, \tau)$ 의 함수형태로 이차손실함수



〈그림 1〉 ξ 의 변화에 따른 $\pi(\xi)$ 값

를 사용하는 경우 기대이익함수는 식 (4) 와 동일하지만, $p_i(x)$ 의 형태만 다음과 같이 변하게 된다.

$$p_i(x) = A_i - b_i\left[\sigma_y^2(1-\rho^2) + \left\{\mu_y + \rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\mu_x) - \tau\right\}^2\right], \quad (8)$$

이다; 식 (8) 의 유도는 부록 2 참조. 최적선별검사는 일차손실함수와 동일한 방법을 적용함에 의해 $I_i^* = \{x \mid \delta_{i-1} < |x-\theta| \le \delta_i\}$, i= 1,2,⋯,m, 을 얻을 수 있다. 단 $\delta_i = \frac{\sigma_x}{\rho\sigma_y}\sqrt{\min_{j>i}\left\{\frac{A_i - A_j}{b_i - b_j}\right\} - \sigma_y^2(1-\rho^2)}$, i = 1,2,⋯,m−1 이고 $\delta_m = \infty$ 이다.

4. 수치예제

어떤 전자부품은 내부전압이 목표값인 17.8 볼트일 때 최적의 조건에서 가동하며, 목표값에서 벗어날수록 그 효율이 감소한다. 이 부품은 컴퓨터, TV, VCR 등의 제품에 사용되는 데, 각 제품에 사용될 때 이 부품의 사용으로 인한 수익은 각각 25.0, 21.0, 14.0 (백원; 이하 모든 단위는 백원이다) 으로 추정된다. 즉 $A_1 = 25.0$, $A_2 = 21.0$, $A_3 = 14.0$ 이다. 또

한 내부전압이 17.8 ±0.8 일 때 목표값과의 차이로 인해 각각 12.0, 8.0, 4.0 의 비용이 발생하는 것으로 알려져 있다. 따라서 만일 $C_i(y, \tau)$의 형태로 일차함수를 사용한다면 $a_1 = \frac{12.0}{0.8} = 15.0$, 이 되고, 동일한 방법에 의해 $a_2 = 10.0$, $a_3 = 5.0$ 이 된다. 또한 이차함수를 사용하면 $b_1 = \frac{12.0}{0.8^2} = 18.75$ 이 되고 $b_2 = 12.50$, $b_3 = 6.25$ 이 된다. 이 부품의 내부전압을 측정하기 위해서는 부품을 분해하는 등 어려움이 있으며 비용도 많이 드는 데, 내부전압의 측정비용 $S_y = 1.0$ 이다. 과거의 경험으로 볼 때 주품질특성 Y 는 $\mu_y = 17.8$ 볼트, $\sigma_y = 1.0$ 볼트, 인 정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다. 표 1 은 $C_i(y, \tau)$ 의 형태로 일차와 이차함수를 사용했을 때의 δ_1, δ_2, 그리고 이 때의 기대이익을 정리한 것이다.

표 1. 일차 및 이차손실함수를 사용할 때의 최적검사방식

함수형태	최적검사방식		기대이익
	δ_1	δ_2	
일차함수	0.80	1.40	13.600
이차함수	0.80	1.058	11.897

표 2. 대용특성을 이용한 선별검사에서 ρ 값의 변화에 따른 기대이익의 변화

함수형태	ρ	최적검사방식			기대이익
		θ	δ_1	δ_2	
일차함수	0.85	12.0	1.081	1.975	13.916
	0.90	12.0	1.105	1.886	14.091
	0.95	12.0	1.009	1.768	14.287
이차함수	0.85	12.0	0.850	1.296	11.175
	0.90	12.0	0.894	1.286	11.681
	0.95	12.0	0.930	1.277	12.223

한편 이 부품의 내부전압은 외부전압과 높은 상관관계를 갖고 있으며, 외부전압의 측정은 내부전압의 측정에 비해 상대적으로 수월하다. 외부전압의 측정비용 $S_x = 0.1$ 이다. 따라서 외부전압을 대용특성으로 사용하여 제품을 전수선별 할 수 있는데, 주품질특성인 내부전압 Y 와 대용특성인 외부전압 X 는 $\mu_y = 17.8$ 볼트, $\mu_x = 12.0$ 볼트, $\sigma_y = 1.0$ 볼트, $\sigma_x = 1.2$ 볼트, 그리고 상관계수 $\rho = 0.90$ 인 이변량 정규분포를 한다고 알려져 있다. 대용특성으로 측정하는 경우 $C_i(y, \tau)$ 의 형태로 일차함수를 사용할 때의 최적검사방식은 $\theta = 12.0$, $\delta_1 = 1.050$, 그리고 $\delta_2 = 1.886$, 가 되며, 이때의 기대이익은 14.091 이 된다. 즉 주품질특성을 이용한 전수검사의 기대이익보다 큰값을 갖게된다. 한편 이차손실함수의 경우는 최적검사방식이 $\theta = 12.0$, $\delta_1 = 0.894$, 그리고 $\delta_2 = 1.286$ 이 되고, 기대이익은 11.681 이 된다. 따라서 일차손실함수와는 달리 주품질특성을 이용할 때의 기대이익 11.897 보다 작은 값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 표 2 는 ρ 값의 변화에 따른 대용특성을 이용한 선별검사의 기대이익을 정리한 것이다. 이로부터 ρ 값이 증가함에 따라 대용특성을 이용한 선별검사의 기대이익이 증가함을 알 수 있으며, 따라서 대용특성을 이용해 제품을 전수선별할 때는 주품질특성과의 높은 상관성을 갖는 특성의 선택이 중요함을 알 수 있다.

표 3 은 주품질특성을 이용한 전수검사에서 손실비용함수 $C_i(y, \tau)$ 를 잘못 선택하였을 경우, 이로인한 기대이익의 감소율을 계산한 결과이다. 기대이익의 감소율은 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{EP^* - EP'}{EP^*} \times 100(\%). \tag{9}$$

단 식 (9)에서 EP^* 는 올바른 손실함수 하에서의 기대이익이고, EP' 는 잘못된 손실함수를 사용한 경우의 기대이익이다. 표에서 보는 바와 같이 기대이익의 감소율은 0.9 % 와 2.5 % 로 그리 큰 값은 아니다. 그러나 제품의 생산량이 많을수록 이 차이에 의한 이익의 감소량도 큰 값을 갖게될 수 있기 때문에 올바른 손실함수의 선택은 중요하다고 할 수 있다. 대용특성을 이용한 선별검사에 있어서도 유사한 결론을 얻을 수 있었다.

표 3. $C_i(y, \tau)$ 의 선택에 따른 기대이익의 감소율

단위: %

올바른 손실함수	사용한 손실함수	
	일차함수	이차함수
일차함수	0	0.9
이차함수	2.5	0

5. 결론

본 논문에서는 제품을 품질수준에 따라 여러 등급으로 나누고, 각 등급에 맞게 제품의 사용용도나 판매시장을 결정하기 위한 전수검사를 구하였다. 전수검사의 형태로는 주품질특성을 직접 검사하는 주품질특성을 이용한 전수검사와, 대용특성을 이용해 제품을 전수 선별하는 대용특성을 이용한 선별검사를 고려하였다. 제품의 판매가격, 품질특성이 목표값으로 부터 벗어남에 기인한 손실비용, 그리고 품질검사비용으로 이루어진 이익함수모형을 설정하였으며, 기대이익을 최대로하는 검사방식을 구하였다. 손실비용함수의 형태로 일차손실함수와 이차손실함수 두가지를 사용하였으며, 수치예제를 통해 분석한 결과 손실함수 형태의 올바른 선택이 중요하다는 것을 알 수 있었다. 대용특성을 이용한 선별검사에서는 주품질특성과 대용특성 사이의 관계로 상관계수 ρ 를 갖는 이변량 정규분포를 사용하였다. 예제를 통해 분석한 결과 ρ 값이 클수록 대용특성을 이용한 선별검사의 기대이익이 증가하게 된다는 것을 알 수 있었다. 그러나 반대의 경우, 즉 ρ 가 작은 경우 주품질특성을 직접 측정하여 제품의 판매시장을 결정하는 것이 보다 경제적 임을 알 수 있었다. 이 분야의 추후연구과제로는 이변량정규분포의 모수 $(\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho)$ 중 일부 또는 전부를 모르는 경우의 선별검사를 생각할 수 있다. 모형구성 및 최적검사를 구하는 과정에 어려움이 있어서 본 논문에서는 이 문제를 고려하지 못하였다. 또한 대용특성이 여러개 있는 경우의 검사절차도 추후 연구과제로 고려할 수 있다고 생각된다.

부록 1: 식 (5)의 유도

식 (5)에서

$$\begin{aligned} p_i(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \{A_i - a_i |y - \tau|\} t(y|x)dy \\ &= A_i + a_i \int_{-\infty}^{\tau} (y - \tau) t(y|x)dy - a_i \int_{\tau}^{\infty} (y - \tau) t(y|x)dy, \end{aligned} \tag{A1}$$

이다. 또한 $\int_{-\infty}^{\tau} y t(y|x)dy = \mu \Phi(\frac{\tau - \mu}{\sigma}) - \sigma \phi(\frac{\tau - \mu}{\sigma})$ 의 관계식 (Tang (1987) 참조) 을 이용하여 (A1) 식을 정리하면

$$p_i(x) = A_i + (\tau - \mu) - 2a_i(\tau - \mu)\Phi\left[\frac{\tau - \mu}{\sigma}\right] - 2a_i\sigma\,\phi\left[\frac{\tau - \mu}{\sigma}\right]$$
$$= A_i - a_i\sigma[\xi\{2\Phi(\xi) - 1\} + 2\phi(\xi)], \quad \text{(A2)}$$

이 된다.

부록 2: 식 (8)의 유도

$$p_i(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\{A_i - b_i(y - \tau)^2\}t(y \mid x)dy$$
$$= A_i - b_i\int_{-\infty}^{\infty}(y - \tau)^2 t(y \mid x)dy$$
$$= A_i - b_i\int_{-\infty}^{\infty}(y - \mu + \mu - \tau)^2 t(y \mid x)dy$$
$$= A_i - b_i\{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2\}$$
$$= A_i - b_i\left[\sigma_y^2(1 - \rho^2) + \left\{\mu_y + \rho\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x) - \tau\right\}^2\right]$$

참 고 문 헌

[1] 류문찬, "공정평균의 목표치가 주어진 경우 규격한계의 경제적 선정," 대한산업공학회지 15, pp. 57-64 (1989).

[2] 홍성훈, 김상부, "전수검사를 위한 최적 규격한계 설정," 대한산업공학회지 21, pp. 255-265 (1995).

[3] Bai, D.S., and Hong, S.H., "Economic Design of Sampling Plans with Multi-Decision Alternatives," Naval Research Logistics 37, pp. 905-918 (1990).

[4] Bai, D.S., and Hong, S.H., "Economic Screening Procedures Using a Correlated Variable with Multidecision Alternatives", Naval Research Logistics 39, pp. 471-485 (1992).

[5] Bai, D.S. and Hong, S.H., "Economic Screening Procedures with Multi-Decision Alternatives in Logistic and Normal Models," Engineering Optimization 22, pp. 153-160 (1994).

[6] Hui, Y.V., "Economic Design of a Complete Inspection Plan for Bivariate Products", International Journal of Production Research 28, pp. 259-265(1990).

[7] International Mathematical and Statistical Libraries, Inc., IMSL Library: Reference Manual, Houston: Author, (1980).

[8] Kim, C.T., Tang, K., and Peters, M., "Design of a Two-Stage Procedure for Three-Class Screening," European Journal of Operational Research 79, pp.431-442 (1994).

[9] Moskowitz, H. and Plante, R., "Single-Sided Economic Screening Models Incorporating Individual Unit Misclassification Error and Risk Preference," European Journal of Operational Research, 53, pp. 228-243 (1991).

[10] Tang, J., and Tang, K., "Design of Screening Procedures: A Riview", Journal of Quality Technology 26, pp. 209-226 (1994).

[11] Tang, K., "Economic Design of a One-Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable", Technometrics 29, pp. 477-485 (1987).

[12] Tang, K., "Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan", International Journal of Production Research 26, pp. 203-217 (1988).

[13] Tang, K., "Design of Multi-Stage Screening Procedures for a Serial Production System", European Journal of Operational Research 52, pp. 280-290 (1991)

[14] Tang, K. and Schneider, H., "The Effects of Inspection Error on a Complete Inspection Plan", IIE Transactions 19, pp. 421-428 (1987).

[15] Tang, K. and Tang, J., "Design of Product Specifications for Multi-Characteristic Inspection", Management Science 35, pp. 743-756 (1989).

[16] Turkman, K.F. and Turkman, M.A.A., "Optimal Screening Methods", Journal of Royal Statistical Society Series B 51, pp. 287-295 (1989).

96년 4월 최초 접수, 96년 7월 최종 수정