

최소시간을 고려한 다관절 로봇의 궤적계획

최진섭*, 양성모**, 강희용**

Trajectory Planning of Articulated Robots with Minimum-Time Criterion

J. S. Choi*, S. M. Yang**, H. Y. Kang**

ABSTRACT

The achievement of the optimal condition for the task of an industrial articulated robot used in many fields is an important problem to improve productivity. In this paper, a minimum-time trajectory for an articulated robot along the specified path is studied and simulated with a proper example. A general dynamic model of manipulator is represented as a function of path distance. Using this model, the velocity is produced as fast as possible at each point along the path. This minimum-time trajectory planning module together with the existing collision-free path planning modules is utilized to design the optimal path planning of robot in cases where obstacles present.

Key Words: Articulated Robot(다관절 로봇), Trajectory Planning(궤적 계획), Optimization(최적화), Collision Avoidance(충돌 회피), B-spline(B-스플라인)

1. 서론

산업용 수직다관절 로봇(articulated robot)은 사용빈도가 꾸준히 증가하고 있으며 부품 이송, 조립, 용접, 도장 등 다양한 분야에 적용되고 있다. 이러한 분야에서 로봇의 역할은 주어진 작업을 반복적으로 수행하는 경우가 대부분이다. 따라서 주어진 단위 작업을 최적의 조건으로 수행하게 함으로써 로봇의 생산성 향상에 기여할 수 있다.

최적 조건의 기준으로는 시간, 에너지 그리고 시간과

에너지를 동시에 고려한 기준이 있다. Ryu는 에너지를 최소화하기 위한 수직다관절 로봇의 궤적을 생성하였으며⁽¹⁾, Shiller는 시간과 에너지를 동시에 고려한 평면 2관절 로봇의 최적제어를 연구한 바 있다⁽²⁾. 한편 대부분의 로봇 작업이 전체공정의 단위작업으로 구성되는 점에 비추어, 로봇의 작업시간 단축은 전체공정의 생산성 향상에 기여할 수 있다. 따라서 많은 연구가 최적조건의 기준으로 최소에너지보다는 최소시간에 중점을 두어 왔다.

최소시간 문제의 가장 간단한 경우는 Fig.1과 같이 로봇 작업의 시작점 및 목표점만이 주어진 경우이다. 이 문

* 동신대학교 산업공학과

** 전북대학교 기계공학부

제는 비선형 2점 경계값 문제(Two Point Boundary-Value Problem)로 볼 수 있다. Kahn등은 액추에이터 토오크의 극한이 일정하다는 가정 하에, 모든 액추에이터들의 토오크를 항상 최소값 또는 최대값을 취함으로써 수직다관절 로봇이 두 점 사이를 최소시간에 경유할 수 있음을 보였다⁽³⁾.

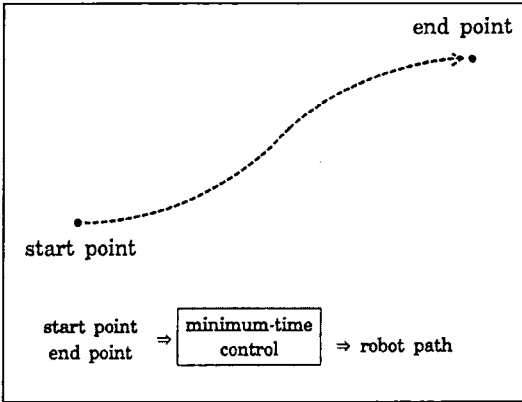


Fig. 1 Case I of minimum-time motion planning

치를 크게 하면 확실한 충돌회피를 할 수 있고, $t(v)$ 의 가중치를 크게 하면 장애물에 가까이 접근하는 대신 짧은 시간에 경로를 경유할 수 있다. 초기 경로의 적절한 선택을 위해서는 대화형 컴퓨터 그래픽의 이용이 도움을 줄 수 있다. 그러나 장애물이 복잡하게 널려진 작업장의 경우 국부적인 해(local solution)가 다수 존재할 수 있으며, 따라서 선택한 초기 경로가 최적해에 수렴하지는 명확하지 않다^(4,6).

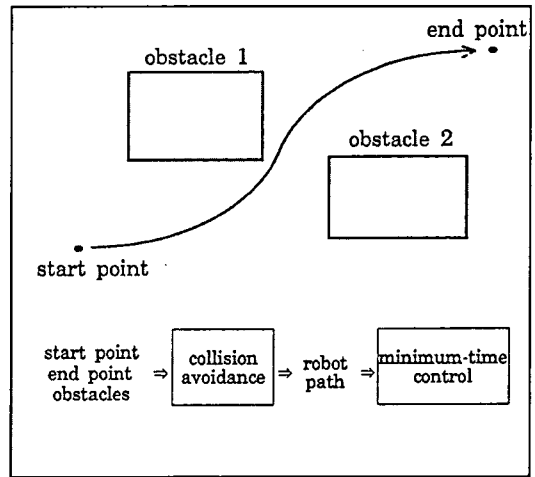


Fig. 3 Case III of minimum-time motion planning

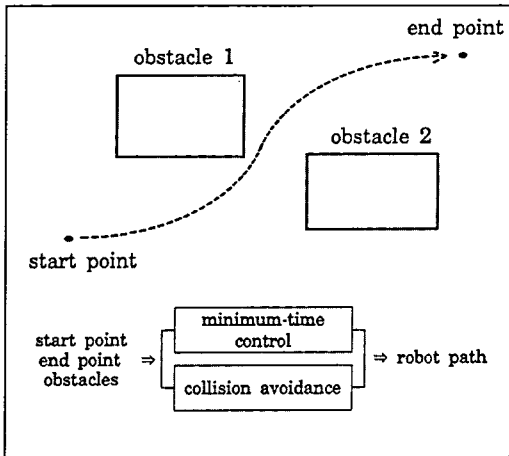


Fig. 2 Case II of minimum-time motion planning

Fig.2와 같이 로봇 작업의 시작점과 목표점 외에 주변에 장애물이 있는 경우에는 최소시간 문제와 충돌회피 문제를 동시에 고려하여 경로를 생성할 수 있다. Shiller등은 로봇의 경로를 B-spline 조정점들 v 의 함수로 표현하고, 경로를 경유하는 최소시간 $t(v)$ 와 경로에서 주변의 장애물들까지의 최단거리 $d(v)$ 에 가중치를 두어 동시에 고려함으로써 경로 v 를 결정하였다^(4,5). 즉, $d(v)$ 의 가중

장애물을 고려하여 최소시간 운동을 계획하는 또 다른 방법은 충돌회피 문제와 최소시간 문제를 분리하는 것이다. 즉 Fig.3처럼 시작점과 목표점 및 주변의 장애물을 고려하여 충돌회피 경로를 먼저 생성하고, 생성된 경로를 최소시간에 경유할 수 있도록 하는 것이다. 충돌회피 경로계획에 관해서는 형상공간(configuration space)^(7,8) 방법, 인공 전위계(artificial potential field)⁽⁹⁾ 방법, 감독자 제어(supervisory control)⁽¹⁰⁾ 방법 등 활발한 연구가 이루어지고 있다. 따라서 본 논문에서는 수직다관절 로봇의 작업 경로가 주어진 경우에 로봇 액추에이터들의 한계를 고려하여 그 경로를 최소시간에 경유하기 위한 방법을 계획하고 적절한 예에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 최소시간 궤적을 위한 모델링

주어진 경로를 최소시간에 경유하도록 하기 위해 경로상의 모든 점에서 그 경로를 이탈하지 않는 범위 안에서

최대속도를 낼 수 있도록, 가속도 궤적을 선택하는 방법을 이용하였다⁽⁵⁾. 이 방법은 자동차 운전자가 정해진 코스를 최소시간에 통과하기 위해서, 모든 지점에서 가능한 최고속도를 유지할 수 있도록, 가속페달과 브레이크페달을 조정하는 것에 비유할 수 있다. 여기서 자동차 코스는 주어진 로봇 경로에, 가속페달은 양(+)방향 액추에이터에, 브레이크페달은 음(-)방향 액추에이터에 해당된다. 이를 위해서는 다음과 같이 로봇의 관절변수 θ 의 함수로 표현된 로봇의 동력학적 모델을 경로를 따른 거리 S 의 함수로 표현한다.

로봇의 비선형 동력학적 모델은 다음과 같이 서술될 수 있다.

$$M\ddot{\theta} + \dot{\theta}^T D \dot{\theta} + G = T \quad (1)$$

여기서 M 은 $n \times n$ 관성 행렬, n 은 로봇의 자유도, D 는 원심력 및 Coriolis힘에 관계하는 $n \times n \times n$ 배열, G 는 중력 벡터, T 는 액추에이터의 토오크이다. 그리고 액추에이터의 토오크 구속조건은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T_{i,\min}(\theta, \dot{\theta}) \leq T_i \leq T_{i,\max}(\theta, \dot{\theta}) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

식 (1)의 θ 에 관해 표현된 운동방정식은 주어진 경로를 따른 거리 S 를 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다^(4,11).

$$m\ddot{S} + d\dot{S}^2 + G = T \quad (3)$$

식 (3)에서 m 및 d 는 다음과 같이 계산된다. 경로중의 임의의 점의 3차원 좌표값 $P(S)$ 는 로봇의 관절변수 θ 의 함수이므로 다음과 같이 서술될 수 있다.

$$P(S) = R(\theta)$$

특히 관절공간(joint space)에서 표현되는 경우에는 다음과 같이 간략화 된다.

$$P(S) = \theta$$

위 식의 양변을 시간에 관하여 두번 미분하여 다음 식 (4)를 얻을 수 있다.

$$P_s \dot{S} = \dot{\theta} \quad (4)$$

$$P_{ss} \dot{S}^2 + P_s \ddot{S} = \ddot{\theta}$$

여기서 P_s 는 S 위치에서의 접선벡터이며 P_{ss} 의 절대값은 곡률(curvature)을 의미한다⁽¹²⁾. 식 (4)의 $\dot{\theta}$ 및 $\ddot{\theta}$ 를 식 (1)에 대입하여 m 및 d 를 계산하면 다음 식 (5)와 같다.

$$m = MP_s \quad (5)$$

$$d = MP_{ss} + P_s^T DP_s$$

허용되는 최고 속도를 내기 위해서는, 경로를 따른 가속도 \ddot{S} 가 최대값 또는 최소값을 취하여야 한다. 따라서 \ddot{S} 의 최대값과 최소값을 구하기 위하여 식 (3)을 \ddot{S} 에 관하여 정리하여 식(2)의 액추에이터의 토오크 구속조건을 대입하면 다음과 같은 \ddot{S} 의 최대값과 최소값을 계산할 수 있다.

$$\ddot{S}_{\min}(S, \dot{S}) \leq \ddot{S} \leq \ddot{S}_{\max}(S, \dot{S}) \quad (6)$$

한편 각각의 S 에는 그 속도 이상은 불가능한 최고속도 $\dot{S}_{limit}(S)$ 가 존재한다. 즉 $\dot{S}_{limit}(S)$ 는 경로 상의 그 점에서 액추에이터의 구속조건을 위반하지 않고 허용할 수 있는 최고속도이다. 이는 자동차 코스의 임의의 지점에서 코스를 이탈하지 않을 수 있는 최고속도에 비유할 수 있다. 따라서 주어진 경로를 따르는 최소시간 운동은 \dot{S}_{limit} 를 넘지 않도록 $\ddot{S}_{\min}(S, \dot{S})$ 와 $\ddot{S}_{\max}(S, \dot{S})$ 사이의 변환점을 잘 선택하는 문제로 귀착된다. 이상의 변환과정을 요약하면 Table 1.과 같다. S 의 함수로 표현된 속도 궤적은 $t = \int (1/\dot{S})dS$ 를 이용하여 시간의 함수로 표현 가능하고 또한 식(3)을 이용하여 시간에 따른 액추에이터의 토오크들을 구할 수 있다.

Table 1. Transformation to distance variable

variable	joint angle (θ)	↔	path distance (S)
dynamic model	$M\ddot{\theta} + \dot{\theta}^T D \dot{\theta} + G = T$	↔	$m\ddot{S} + d\dot{S}^2 + G = T$
constraint	$T_{\min}(\theta, \dot{\theta}) < T < T_{\max}(\theta, \dot{\theta})$	↔	$\ddot{S}_{\min}(S, \dot{S}) < \ddot{S} < \ddot{S}_{\max}(S, \dot{S})$ $\dot{S} < \dot{S}_{limit}(S)$

3. 시뮬레이션

주어진 경로를 수직다관절 로봇이 최소시간에 경유하기 위한 시뮬레이션이 수행되었다. 로봇의 경로는 점군 (point list)의 형태로 입력이 된다고 가정하였다. Fig.4에 주어진 경로와 수직다관절 로봇이 표현되어 있다⁽⁸⁾. 로봇은 Fig.4의 (a)~(d)와 같이 초기위치 S에서 경로를 따라 최종위치 G까지 움직인다.

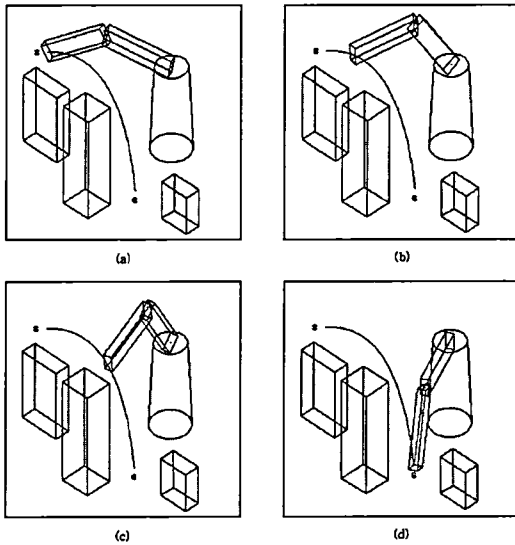


Fig. 4 A robot path for simulation

시뮬레이션을 위한 로봇의 동적 데이터들은 다음과 같다. 각 액츄에이터들의 토오크는 상수를 가정하였다.

Waist actuator : $-300 \text{ N-m} \leq \text{Torque 1} \leq 300 \text{ N-m}$
 Shoulder actuator : $-200 \text{ N-m} \leq \text{Torque 2} \leq 200 \text{ N-m}$
 Elbow actuator : $-100 \text{ N-m} \leq \text{Torque 3} \leq 100 \text{ N-m}$

Upper arm : Length : 0.65 m
 $L_{\text{center of gravity}}$: 0.65 / 2 m
 Mass : 10 kg
 $J_{xx_{\text{center of gravity}}}$: 0.1 kg-m²
 $J_{yy_{\text{center of gravity}}}$: 1 kg-m²
 $J_{zz_{\text{center of gravity}}}$: 1 kg-m²

Lower arm : Length : 0.6 m
 $L_{\text{center of gravity}}$: 0.6 / 2 m

Mass : 10 kg
 $J_{xx_{\text{center of gravity}}}$: 1 kg-m²
 $J_{yy_{\text{center of gravity}}}$: 1 kg-m²
 $J_{zz_{\text{center of gravity}}}$: 0.1 kg-m²

이와 같은 동적 데이터를 입력으로 하여 주어진 경로를 최소시간에 경유하기 위한 시뮬레이션이 수행되었다. 파스칼 언어를 기본으로 한 시뮬레이션 알고리즘은 다음과 같다.

PROCEDURE Min_Time_Trajectory_of_Articulated_Robot
 (point_list, robot_dynamic_data; Var torques)

BEGIN

Make_B_spline(point_list; Var cubic_B_splines);

FOR unit_spline := spline_1 TO spline_m DO

FOR S := 0 TO 1 STEP 0.01 DO

Differentiate_spline(unit_spline, S; Var P, Ps, Pss);

Evaluate_MD(P; Var M, D);

Evaluate_md(M, D, Ps, Pss; Var m, d);

Find_Velocity_limit(m, d; Var \dot{S}_{limit});

Find_Velocity(m, d, \dot{S}_{limit} ; Var \dot{S})

END

END

Integrate_S(\dot{S} (S); Var \dot{S} (time), S(time));

Evaluate_torque(m, d, \dot{S} (time); Var torques);

END

위의 알고리즘을 설명하면 다음과 같다. 먼저 프로시듀어 Make_B_spline에서는 주어진 점군 V_1, \dots, V_m 을 조정점(control point)들로 하는 3차 B-spline을 생성한다. 이때 점군의 시작점과 끝점 즉 로봇 경로의 시작점과 끝점이 B-spline상에 정확히 위치하도록 하기 위해, 시작점과 끝점 전후에 다음과 같은 인위적인 두 점 V_0, V_{m+1} 을 첨가하였다⁽¹³⁾.

$$V_0 = V_1 + (V_1 - V_2), \quad V_{m+1} = V_m + (V_m - V_{m-1})$$

B-spline이 완성되면 spline_1부터 spline_m까지 단위곡선들을 따라가면서, 또한 각각의 단위곡선에서는 적절한 간격으로 단위곡선상의 점을 추출하여 프로시듀어 Differentiate_spline에서 Find_Velocity까지를 수행한

다. Differentiate_spline에서는 로봇 경로중의 특정위치 S 의 3차원 좌표 P , 접선벡터 Ps 및 Pss 를 구한다. 프로시듀어 Evaluate_MD에서는 위치 P 에서 식 (1)의 M 및 D 값을 계산한다. 프로시듀어 Evaluate_md에서는 이미 계산된 M, D, Ps, Pss 를 바탕으로 식 (5)의 m, d 값을 계산한다. 이어서 프로시듀어 Find_Velocity_limit에서는 경로 S 에서의 최고속도 \dot{S}_{limit} 를 계산하고 프로시듀어 Find_Velocity에서는 \dot{S}_{limit} 를 고려하여 \dot{S} 를 계산한다. B-spline 전체에 대해서 이와 같은 반복작업을 수행함으로써 결국 경로를 따른 거리 S 의 함수로 표현된 속도곡선을 구할 수 있다.

프로시듀어 Integrate_S에서는 S 의 함수로 표현된 속도곡선 $\dot{S}(S)$ 를 $t = \int (1/\dot{S})dS$ 관계를 이용하여 시간에 따른 속도 $\dot{S}(tim)$ 및 거리 $S(tim)$ 를 구한다. 프로시듀어 Evaluate_torque에서는 식 (3)을 이용하여 각 액츄에이터의 토크를 계산한다.

Fig.5는 Fig.4의 경로를 따르는 시뮬레이션 결과이다. 경로를 따른 거리 S 가 가로축에, 경로를 따른 속도 제한 곡선 $\dot{S}_{limit}(S)$ 및 속도곡선 $\dot{S}(S)$ 가 세로축에 표현되어 있다. 경로의 중간 부분에서 \dot{S}_{limit} 값이 작은 것은 로봇 경로중의 그에 대응하는 부분의 급격한 곡률 때문인 것으로 생각된다. $\dot{S}_{limit}(S)$ 이하에서 최고의 속도를 유지하기 위하여 속도곡선은 3번의 가속속 변화(가속-감속-가속-감속)를 하였다. Fig.6 및 Fig.7에는 이 속도곡선을 적분하여 구한 시간에 따른 속도 및 거리가 나타나 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 약 2.7m의 경로를 따른 최소시간은 0.59초 정도이고 최고속도는 13m/sec 정도이다.

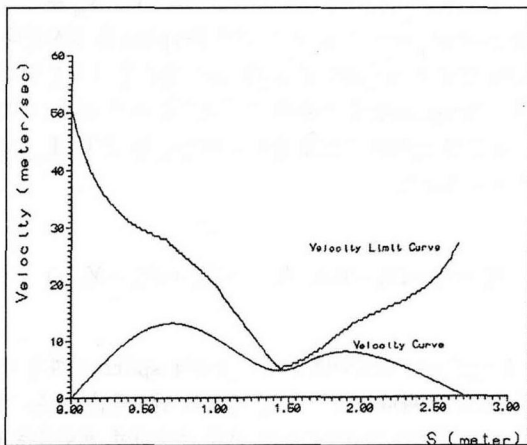


Fig. 5 Distance-velocity curve

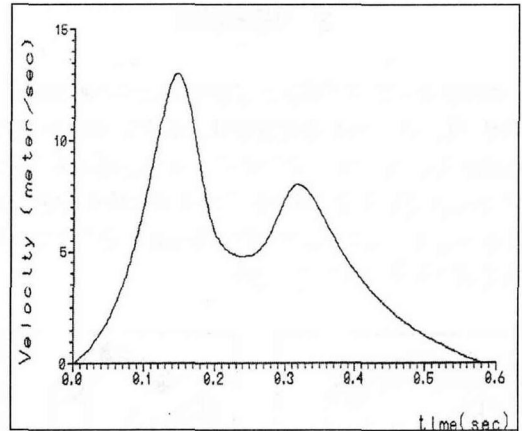


Fig. 6 Time-velocity curve

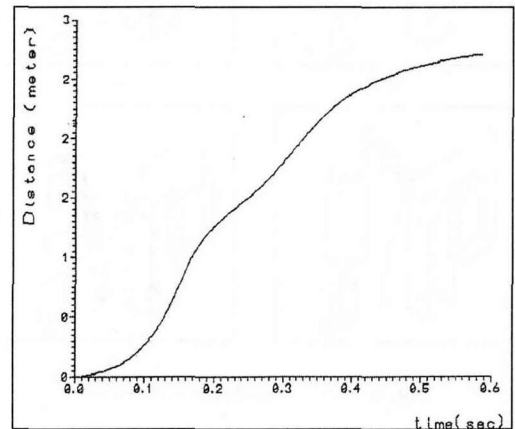


Fig. 7 Time-distance curve

4. 결 론

본 논문에서는 수직다관절 로봇이 주어진 경로를 최소 시간에 경유하도록 하는 방법을 제시하고 시뮬레이션을 수행하였다. 경로를 따른 거리의 함수로 로봇의 동력학적 모델을 표현하고 이 모델을 이용하여 경로상의 모든 점에서 가능한 최고속도를 낼 수 있도록 하였다. 이와 같은 최소시간 최적계획 모듈을 기존의 충돌회피 경로계획 모듈들과 함께 이용함으로써 장애물이 있는 경우의 최소시간 경로를 계획할 수 있다. 본 논문에서는 최적의 기준으로 최소시간만을 고려하였으나 향후 시간 및 에너지를 동시에 고려한 최적계획에 관한 연구가 요구된다. 또한 수직다관절 로봇의 몸체뿐만 아니라 2축 또는 3축의 관절을

갖는 첨단부(end-effector)의 운동까지 포함한 최소시간
계획계획에 관한 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 교육부 지원 기계공학연구(ME 94-E-11)로
서 수행되었으며 이에 관계자에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 류길하, "장애물 회피를 위한 로봇 매니퓰레이터의
최적 경로 계획에 관한 연구," 대한기계학회논문
집 제17권, 제3호, pp.492-501, 1993.
2. Z. Shiller, "Time-Energy Optimal Control of
Articulated Systems with Geometric Path
Constraints," *IEEE Conference of Robotics
and Automation*, pp.2680-2685, 1994.
3. M. E. Kahn, B. Roth, "The Near-Minimum-
Time Control of Open-Loop Articulated
Kinematic Chains," *Transactions of the
ASME Journal of Dynamics Systems, Mea-
surement, and Control*, pp.164-172, Sep-
tember 1971.
4. Zvi Shiller, Steven Dubowsky, "Robot Path
Planning with Obstacles, Actuator, Gripper,
and Payload Constraints," *The International
Journal of Robotics Research*, Vol.8, No.6,
December 1989.
5. James E. Bobrow, "Optimal Robot Path
Planning Using the Minimum-Time Criteri-
on," *IEEE Journal of Robotics and Automa-
tion*, Vol.4, No.4, August 1988.
6. Z. Shiller, S Dubowsky, "Global Time Opti-
mal Motions of Robotic Manipulators in the
Presence of Obstacles," *IEEE Conference of
Robotics and Automation*, pp.370-375, 1988.
7. T. Lozano-Pérez, "A Simple Motion-Plan-
ning Algorithm for General Robot Manipula-
tors," *IEEE Journal of Robotics and
Automation*, Vol. RA-3, No. 3, June 1987.
8. 김정훈, 최진섭, 강희용, 김동원, 양성모, "형상공
간을 이용한 다관절 로봇트의 충돌회피 경로계획,"
한국자동차공학회지 11월호, 1994.
9. Jean-Claude Latombe, *Robot Motion Plan-
ning*, Kluwer Academic Publishers, 1993.
10. 박종현, "감독자 제어를 이용한 로봇의 장애물 피
해가기," 대한기계학회논문집 제17권, 제11호,
pp.2782-2789, 1993.
11. James E. Bobrow, S. Dubowsky, J. S. Gib-
son, "Time-Optimal Control of Robotic
Manipulators Along Specified Paths," *The
International Journal of Robotics Research*,
Vol.4, No.3, Fall 1985.
12. I. D. Faux, M. J. Pratt, *Computational
Geometry for Design and Manufacture*, Ellis
Horwood Ltd., pp.96-100, 1979.
13. B. K. Choi, *Surface Modeling for CAD/CAM*,
Elsevier, pp.46, 1991.