▩ 응용논문

λ-퍼지측도를 사용한 질적, 양적혼합품질특성을 가진 부품의 군집화

김정만
경북산업대학교 산업공학과
이상도
동아대학교 산업공학과

The Clustering of Parts with Qualitative and Quantitative Quality Properties using λ-Fuzzy Measure

Jeong-Man Kim
Dept. of Industrial Engineering, Kyungpook-Sanup University
Sang-Do Lee
Dept. of Industrial Engineering, Dong-A University

Abstract

In multi-item production system, GT(Group Technology)is used effectively in order to cluster various parts into groups. GT is based on clustering parts which have similar features, and these features are classified into two properties, namely crisp(quantitative) feature and fuzzy(qualitative) feature. Especially, many difficult problems are often faced that have to evaluate the properties of parts with the crisp and fuzzy feature together.

As the basis of determining the similarity of inter-parts, in this method, one aggregate value is calculated on each part. However, because the above aggregate value is only gained from simple additive weighted sum, there is one problem in this method that has been handled the combination effect of inter-parts. For these reasons, in this paper, a proposed method is suggested for representing combination effect in order to cluster parts that have crisp and fuzzy properties into groups using λ-fuzzy measure and fuzzy integral.

1. 서론

다품종소량생산방식에 있어서 GT(Group Technology)는 부품의 표준화, 물류비용의 절감 등, 품질관리를 위한 유력한 수단이 되고 있다.

제품 또는, 부품의 특성을 질적인(fuzzy)것과 양적인(crisp)것으로 나눌 때, 종래의 GT 방식은 부품을 군집화(clustering)함에 있어 양적인 특성만을 주로 취급하여 왔다. 이에 대해서 Benarieh(1992) 등은, 하나의 부품에 질적, 양적인 특성이 혼재할 때 이들 부품의 군집화를 위해 양적인 데이터와 질적인 데이터를 통합하는 방법을 제안하였다.

즉, 이들 두 가지 특성치를 멤버쉽 값(membership value)으로 변환한 후 특성의 중요도와 이들 멤버쉽 값에 대한 가중화(additive weighted sum)로써 부품의 종합평가치(aggregate value)를 구하여, 이로써 부품간 유사도를 계산하였다. 그러나, 이 방법에는 부품의 종합평가치를 n개의 특성에 대해 $\Sigma w_i\ a_{ij}$라는 단순가중화를 사용하고 있어, 종합평가치를 구함에 사용되는 항목간 중요도가 상호독립적 즉, 가법적(additive)임을 전제로 하고 있는 것이다. 그러나, 인간의 주관에 의해 이루어지는 대상의 평가에 대해서는 복수의 평가기준을 동시에 고려함에 따른 평가항목간 상승, 또는 상쇄효과가 작용하기 때문에 주관적 척도인 평가항목간 상대적중요도에 관해 가법성이 성립하는 경우는 희박하므로, 항목간 중요도에 가법성이 성립하지 않음을 전제로 하는 비가법적 가중화(non-additive weighted sum)로써 종합평가치를 구할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는, 퍼지측도중 가법성을, λ값에 따라 우가법성, 열가법성으로 구분할 수 있는 λ-퍼지측도를 사용하여 항목간 상대적 중요도를 구하고, 이러한 중요도를 종합평가에 반영할 수 있는 퍼지적분을 사용하여 종합평가치를 구한 후 이로써 질, 양적특성이 혼재하는 부품의 군집화를 행하는 방법을 제안하고자 한다.

2. 질 · 양적 혼합특성의 평가에 대한 가법모델의 문제점

군집화대상이 되는 부품들이 지닌 특성은 크게 객관적 척도로써 나타낼 수 있는 모호하지 않은(unambiguous) 양적 특성과, 모호한(vague) 질적 특성으로 나눌 수 있다. 특히, 질적 특성에 대한 수량화에는 많은 문제와 논란이 따르고 있으며 종래의 GT를 응용하는 방법에서는 양적 특성만을 주로 취급하여 왔다 [1, 7, 8].

그러나, Benarieh(1992) 등은 질 · 양적 특성이 혼재하는 부품의 군집화에 있어서 부품이 갖는 양적 특성에 대한 물리적특성치를 [0, 1]의 구간에서 정규화 하여 멤버쉽 값으로 사용하고, 질적인 특성에 대한 주관적평가치를 Saaty(1977)가 제안한 방법에 의해 멤버쉽 값화하였다. 이에 의하면, a_{ij}를 (i, j)성분으로 하는 1쌍비교행열 $\boldsymbol{A}=[a_{ij}]$는 $a_{ij}=1/a_{ji}$이라는 역수관계의(reciprocal) 성질을 가진 역수행열로서 모든 i, j, k에 있어서 $a_{ij} * a_{jk} = a_{ik}$ $(i, k=1, 2, \cdots, n)$가 성립하는 데 이때, $\boldsymbol{A}$는 0이 아닌 고유치로서의 $\lambda=n$이며 rank가 1이다.

그러므로, $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{nx}$ ($\boldsymbol{x}$는 고유벡타)이며 $a_{ij}=w_i/w_j$(w_i는 요소 s의 실제값)로 부터 다음

의 가중화가 얻어진다. 즉, w_i로써 제i평가항목의 중요도를 나타내고 a_{ij}를 제j부품의 제i 항목에 대한 평가치라 할 때, 가법모델의 제j부품에 대한 종합평가치는 식(1)로 부터 구해지며

$$\sum_{j1}^{n} a_{ij} \; w_j \tag{1}$$

이는, 부품의 군집화를 위한 부품간유사도의 척도로 된다. 그러나, 인간의 주관적 평가에서 복수의 대립하는 요소의 중요도를 구할 때 식(1)의 가법모델을 사용함에는,

1) 3~5단계의 평가에서 얻어지는 평가치는 순서척도이며 애매한 값이나, 식(1)에 의한 단순가중화는 이 값을 비례척도로서 취급하고 있다.

2) 평가항목 x_i 및 중요도 w_i의 독립성을 가정하고 있다는 등의 몇가지 문제점이 있다.

즉, 중요도의 독립성이라 함은 중요도가 가법적이란 것을 의미하나, 평가항목이 독립인 경우에서도 중요도는 항목간 상호작용효과에 의해

$$w(\{x_i, x_j\}) = w(\{x_i\}) + w(\{x_j\}), \quad i \neq j \tag{2}$$

와 같은 가법성이 반드시 성립한다고 할 수 없다 [3, 4].

왜냐하면, 항목의 중요도와 같은 주관적 척도에 관해서 가법성이 성립하는 경우는 희박하기 때문이다. 따라서, 중요도에 관해 식(2)가 성립하지 않는 경우 식(3), (4)가 성립하게 된다.

$$w(\{x_i, x_j\}) > w(\{x_i\}) + w(\{x_j\}) \tag{3}$$

$$w(\{x_i, x_j\}) < w(\{x_i\}) + w(\{x_j\}) \tag{4}$$

식(3)은 평가항목간 상승효과, 식(4)는 상쇄효과를 나타낸다.

따라서, 본 연구에서는 위와 같은 가법모델의 문제점을 해결하기 위해 항목간 평가의 상호작용효과를 고려한 퍼지측도, 퍼지적분모델[Murofushi, T., Sugeno, M., 1991]을 사용하여, 질·양적 특성이 혼재하는 부품의 군집화방법을 제안하고자 한다.

3. 퍼지측도, 퍼지적분

3.1 퍼지측도

퍼지측도는 애매한 대상을 주관적으로 계량한 때의 척도이며, 단조성(monotonocity)만을 가지고 가법성을 가지지 않는 척도이다. 평가항목의 전체가 유한개의 요소 x_i ($i=1, 2, \cdots, n$)으로 구성될 때 전체집합은 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$으로서, $P(X)$를 X의 부분집합으로

되는 σ 집합체(σ-field)로 하면 (X, $P(X)$)를 가측공간 (measurable space)이라 하고 $P(X)$상의 집합함수 g: $P(X) \rightarrow [0, 1]$이 다음의 성질을 가질 때 g를 퍼지측도라 한다. $P(X)$의 임의의 요소를 A, B로 하면

$$g(\varphi) = 0 \quad g(X) = 1 \tag{5}$$

즉, 1쌍비교에 의해 역수행열(reciprocal matrix)로서 구해진 평가항목의 중요도 w_i ($i=1, 2, \cdots, n$)에 대해 중요도계수를 c라 하면,

$$\boldsymbol{w} = c(w_1, w_2, \cdots, w_n) \tag{6}$$

따라서 평가항목 x_i에 대해

$$g_\lambda(\{x_i\}) = w_i c \tag{7}$$

이며, c는

$$g(\mathrm{X}) = g_\lambda(\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}) = 1 \tag{8}$$

과 같이 정해지는 정수로 한다. 또한, 단조성에 대해서

$$A, B \in P(X), A \subseteq B \rightarrow g(A) \leq g(B) \tag{9}$$

이 성립하며, 식(9)의 단조성은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(A \cup B) \geq g(A) \vee g(B) \tag{10}$$

$$\text{단, } a \vee b = \max(a, b)$$

퍼지측도에는 가법성이 성립하지 않음으로 개개 요소의 측도가 알려져도 이들로부터 집합 A의 측도 $g(A)$를 결정할 수 가 없다. 따라서, n개의 평가항목에 대해서 $g(\psi)=0$, $g(X)=1$을 제한 2^n-2개의 측도를 개별적으로 구하지 않으면 안된다. 이러한 불편을 덜기 위해서 각 요소의 측도로 부터 집합 A의 측도가 일정한 법칙에 따라서 결정될 수 있는 λ-퍼지측도를 도입할 필요가 있는 것이다. 식(9)에 대해서 $A \cap B = \varphi$인 때

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A) g_\lambda(B), \quad -1 < \lambda < \infty \tag{11}$$

인 조건을 생각하면 $g(\cdot)$는 식(10)을 만족함으로 퍼지측도이며, 이는 λ-퍼지측도로 된다 즉,

$\lambda > 0$이면 $g_\lambda(A \cup B) > g_\lambda(A) + g_\lambda(B)$ … 우가법적

$\lambda = 0$이면 $g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B)$ … 가법적

$\lambda < 0$이면 $g_\lambda(A \cup B) < g_\lambda(A) + g_\lambda(B)$ … 열가법적

이라 한다.

3.2 퍼지적분

이제 평가항목을 $x_i(i=1, 2, \cdots, n)$로 하면 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$은 항목의 집합을 나타내고 n개의 항목에 대해서 h_j: $X \rightarrow [0, 1]$을 j번째 대상의 항목에 대한 평가치를 나타내는 함수로 한다. 여기에서 $h_j(x_i)$는 평가치를 구간 [0, 1]로 규격화한 값이며, 대상이 가진 평가항목의 중요도를 w_i로 하고, 각 평가대상(부품)의 평가항목에 대한 평가치를 $h_i = h(x_i)$로 하면 가법적 중요도를 고려한 각 평가대상에 대한 종합평가는

$$h_T = \sum_{i=1}^{n} h_i \, w_i \tag{12}$$

로 된다. 단, 실제 각 부품별 평가항목에 대한 중요도가 같을 수는 없으나 중요도계수 c의 계산의 편의상 이들 평가항목의 중요도는 각부품에 대해 동일한 것으로 가정한다.

또한, 항목의 중요도가 비가법적일 때는 이 종합평가는 단순가중화가 아닌 비가법적 가중화로 되며 이를 퍼지측도에 따른 퍼지적분에 의해 구할 수 있다.

퍼지적분에는 菅野의 퍼지적분과 Choquet의 적분이 있지만 여기에서는 Choquet의 적분을 사용한다.

먼저, 퍼지측도를 $g(\cdot)$로 표하고 함수 h에 관해서

$$h(x_1) \geqq h(x_2) \geqq \cdots \geqq h(x_n) \tag{13}$$

로 가정하면, 식(14)의 비가법적 가중화

$$\begin{aligned}(C)\int h\,dg &= h(x_n)g(H_n) + [h(x_{n-1}) - h(x_n)]\,g(H_{n-1}) \\ &\quad + \cdots + [h(x_1) - h(x_2)]\,g(H_1)\end{aligned} \tag{14}$$

를 함수 $h(\cdot)$의 퍼지측도 $g(\cdot)$에 의한 퍼지적분이라 한다. 단,

$$H_1 = \{x_1\},\ H_2 = \{x_1, x_2\},\ \cdots,\ H_n = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\} = X$$

로 한다. 따라서, 2개의 평가치 h와 k에 관해서

$h(x_i) \leqq k(x_i),\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ 이면

$$(C)\int h\,dg \leqq (C)\int k\,dg \tag{15}$$

가 성립한다. 특히, $h(x_i) \geqq 0,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ 이면

$$(C)\int h\,dg \geqq (C)\int 0\,dg = 0 \tag{16}$$

가 성립하며 특히, 퍼지측도 $g(\cdot)$가 가법적인 때는

$$(C)\int h\,dg = \Sigma w_i\ h(x_i)$$

로 통상의 가법모델로 귀착된다.

4. 수치예

A, B, C, D, E, F, G의 7가지 부품에 대한 평가항목으로서,

x_1 : 구멍의 깊이(center hole depth)

x_1 : 직경(diameter)

x_1 : 길이(length)

x_1 : 표면거칠기(surface roughness)

로 하고, 이때 구멍의 깊이, 직경및 길이는 양적 특성으로서 물리적특성치로 나타내며 표면거칠기는 질적 특성으로서 5단계척도(scale) 즉, very high, high, medium, low, very low의 언어치(linguistic value)로 나타내는 것으로 할 때, 각 부품의 평가항목별 특성치는 〈표 4-1〉과 같은 것으로 한다.

〈 표 4-1 〉 부품별, 평가항목별 평가치

부품/평가항목	구멍의 깊이 (x_1)	길이 (x_2)	직경 (x_3)	표면거칠기 (x_4)
A	2.15	10.00	2.25	very high
B	0.01	8.50	4.00	high
C	0.97	5.50	5.00	medium
D	0.22	3.75	3.25	low
E	0.01	6.25	1.75	very low
F	1.83	8.00	2.50	high
G	1.61	7.50	3.00	very high

먼저, x_1, x_2, x_3에 대한 물리적 특성치를 [0, 1]의 구간으로 정규화(normalized)하여 멤버쉽 값으로 변환하고 다음, 주관적 평가에 의해 얻어진 x_4의 평가결과를 수량화하기 위해, Saaty(1977)가 제안한 방법을 사용하여 〈표 4-2〉와 같은 1쌍비교데이터를 얻는다.

〈 표 4-2 〉 표면거칠기(x_4)에 대한 1쌍비교데이터

	very high	high	medium	low	very low
very high	1.00	3	5	7	9
high	0.333	1.00	3	5	7
medium	0.200	0.333	1.00	3	5
low	0.143	0.200	0.333	1.00	3
very low	0.111	0.143	0.200	0.333	1.00

이들 데이터로 부터 아래 식을 사용하여 고유벡타를 구한다.
즉, n을 척도(scale)의 수라 하면, i 척도에 대한 고유벡타는

$$V_i = (\prod_{j=1}^{n} a_{ij})^{1/n} \quad (i, j = 1, 2, \cdots, n)$$

에 따라, 구해지며 이를 정규화한 값이 제2열의 값이다.

descriptor	V_i	정규화한 값
very high	3.936	1.000
high	2.036	0.514
medium	1.000	0.254
low	0.491	0.125
very low	0.254	0.064

〈 표 4-3 〉 부품별, 평가항목별 멤버쉽 값

	구멍의 깊이 (x_1)	직경 (x_2)	길이 (x_3)	표면거칠기 (x_4)
A	1.000	0.450	1.000	1.000
B	0.005	0.800	0.850	0.517
C	0.450	1.000	0.550	0.254
D	0.100	0.650	0.375	0.125
E	0.005	0.350	0.625	0.064
F	0.850	0.500	0.800	0.517
G	0.750	0.600	0.750	1.000

또한, 4가지 평가항목에 대한 중요도가 〈표 4-2〉와 같은 전차에 의해 아래와 같이 1쌍비교 데이터로 나타날 때

	$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	$\{x_3\}$	$\{x_4\}$
$\{x_1\}$	1	1/3	1/3	1/2
$\{x_2\}$	3	1	1/2	1/4
$\{x_3\}$	3	2	1	1
$\{x_4\}$	2	4	1	1

이로부터 구해지는 각 평가항목의 중요도계수 $w_i(i=1, 2, \cdots, 4)$는

$$w_1: 0.110,\ w_2: 0.179,\ w_3: 0.326,\ w_4: 0.384$$

이다. 또한, λ-퍼지측도를 사용한 비가법적모델에서

$$w_i = g_\lambda(\{x_i\}) \qquad i=1, 2, \cdots, n$$

으로 두면 c를, 식(8)에서와 같이 $g_\lambda(X)=1$로 되게 정하는 정수로 한다. 이 식에 의해

$$g_\lambda(X) = g_\lambda(\{x_1, x_2, x_3, x_4\}) = 1$$

로 두고, 1쌍비교행열로 부터의 중요도 벡터

$$\boldsymbol{w} = c(0.110,\ 0.179,\ 0.326,\ 0.384)$$

를 얻는다. 즉,

$$g_\lambda(\{x_1\}) = 0.110c,\ g_\lambda(\{x_2\}) = 0.179c,\ g_\lambda(\{x_3\}) = 0.326c,\ g_\lambda(\{x_4\}) = 0.384c$$

이다.

만약 항목간의 상호작용이 우가법적일 때 λ=3로 하면, 중요도계수 c는 식(5)와 식(8)에 의해 다음과 같이 구한다. 즉, 주어진 λ의 값에 대한 $2^n-2=14$개의 항목조합을 고려하여,

$$\begin{aligned} g_\lambda(X) = {} & c(w_1+w_2+w_3+w_4) \\ & \lambda c\{(w_1\cdot w_2)+(w_1\cdot w_3)+(w_1\cdot w_4)+(w_2\cdot w_3)+(w_2\cdot w_4)+(w_3\cdot w_4)\} \\ & \lambda^2 c\{(w_1\cdot w_2\cdot w_3)+(w_1\cdot w_2\cdot w_4)+(w_1\cdot w_3\cdot w_4)+(w_2\cdot w_3\cdot w_4)\} \\ & \lambda^3 c\{(w_1\cdot w_2\cdot w_3\cdot w_4) \end{aligned}$$

이며, $g_\lambda(X)=1.0c+1.05c^2+0.45c^3+0.07c^4$을 얻는다.

이를, $g_\lambda(X)=1$로 두어서 c에 관해서 풀면 $c=0.569$의 값을 구할 수 있으며, 다음과 같은 14개의 퍼지측도를 얻는다. 즉, 전체집합 X의 부분집합의 λ-퍼지측도는, 예를 들어 부분집합 $\{x_1, x_2\}$에 대해

$$\begin{aligned} g_\lambda(\{x_1, x_2\}) &= \{x_1\}+\{x_2\}+3\{x_1\}\{x_2\} \\ &= 0.184 \end{aligned}$$

또, $\{x_1, x_2, x_3\}$에 대해

$$g_\lambda(\{x_1, x_2, x_3\}) = \{x_1\} + \{x_2\} + \{x_3\} + 3\{x_1\}\{x_2\} + 3\{x_1\}\{x_3\} + 3\{x_2\}\{x_3\} + 9\{x_1\}\{x_2\}\{x_3\} = 0.472$$

가 얻어지며, 이 계산결과를 〈표 4-4〉에 나타내었다.

〈 표 4-4 〉 항목조합별 비가법적 퍼지측도

항목조합	퍼지측도	항목조합	퍼지측도	항목조합	퍼지측도
$\{x_1\}$	0.063	$\{x_1, x_2\}$	0.184	$\{x_1, x_2, x_3\}$	0.472
$\{x_2\}$	0.102	$\{x_1, x_3\}$	0.283	$\{x_1, x_2, x_4\}$	0.523
$\{x_3\}$	0.186	$\{x_1, x_4\}$	0.322	$\{x_1, x_3, x_4\}$	0.688
$\{x_4\}$	0.219	$\{x_2, x_3\}$	0.344	$\{x_2, x_3, x_4\}$	0.789
		$\{x_2, x_4\}$	0.388		
		$\{x_3, x_4\}$	0.526		

〈표 4-4〉로 부터 얻은 각 부분집합에 대한 퍼지측도를 사용하여, 식(13)에 따른 퍼지적분에 의해 부품별 종합평가치를 구하면, 부품 A의 종합평가치 μ_A는

$$\mu_A = 0.45 \times 1.0 + (1.0 - 0.45) \times 0.688 = 0.828$$

또, 부품 B에 대한 종합평가치를 다음과 같이 계산한다. 먼저 〈표 4-3〉의 각항목에 대한 멤버쉽 값을 큰 순서대로 나열하면, $x_3 = 0.850$, $x_2 = 0.800$, $x_4 = 0.517$, $x_1 = 0.005$ 이며, $g_\lambda(\{x_1, x_2, x_3, x_4\}) = 1$과 〈표 4-4〉에서의 $\{x_2, x_3, x_4\} = 0.789$, $\{x_2, x_3\} = 0.344$ 및 $\{x_3\} = 0.186$을 사용하면

$$\mu_B = (0.005)(1.0) + (0.517 - 0.005)(0.789) + (0.8 - 0.517)(0.344) + (0.85 - 0.8)(0.186) = 0.515$$

으로 되며, 이와 같이 해서 구한 나머지 부품 C, D, E, F, G에 대한 종합평가는

$$\mu_C = 0.427,\ \mu_D = 0.234,\ \mu_E = 0.201,\ \mu_F = 0.595,\ \mu_G = 0.758$$

이 얻어진다. 이들 값으로 Sokal(1978)등이 제안한 최소거리기준(minimum distance between group)에 의해 임계치(threshold value) 0.55로써 부품간 유사도를 구하여 7가지 부품을 2개의 군(group)으로 나누면,

Ⅰ군 : { B, C, F }

Ⅱ군 : { A, D, E, G }

가 된다. 또한, 항목간 상호작용효과가 열가법적일 경우를 가정하여 λ= −0.5일 때의 군집화 결과를 구하면 이는 〈표 4-5〉와 같다.

〈 표 4-5 〉 λ의 값에 따른 군집화 결과

군	λ=3일 때	λ= −0.5일 때
Ⅰ	{ B, C, F }	{ B, C, D, F }
Ⅱ	{ A, D, E, G }	{ A, E, G }

이 같이 비가법모델을 가정하면 λ값의 변화에 따라 각 부품이 속하는 군이 달라질 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

다품종소량생산시스템에 있어서 질적 · 양적품질특성이 혼재하는 부품의 군집화를 위해 각 부품의 평가항목별 평가치와 항목간 중요도를 고려한 부품별 종합평가치로써 부품간 유사도를 구함에 있어, 종래 가법모델을 가정하는 선형결합방식에는 부품의 평가항목간 상호작용효과를 고려하지 않은 문제점이 있다.

따라서, 본 연구에서는 인간의 주관적인 평가에는 부품이 지닌 질 · 양적 품질특성간 상호작용이 존재함을 전제로 한 비가법모델을 가정하여 λ-퍼지측도와 퍼지적분을 사용하여 질적, 양적 품질특성이 혼재하는 부품들의 군집화를 행하는 한 방법을 제시하였다. 즉, λ값의 변화에 따라 부품들이 속하는 군이 달라짐이 현실적이나, 종래 이러한 품질특성을 가지는 부품들의 군집화에 전제된 가법모델에서는, 부품의 특성간 상호작용이 인간의 주관적인 평가에 영향을 미치게 됨을 고려하지 않은 문제점이 있으므로 λ-퍼지측도와 퍼지적분을 사용하여 이러한 문제를 해결할 수가 있는 것이다.

그러나, 본 연구에서는 특정한 λ의 값에 대한 군집화의 수치예를 들었으나, 실제 λ값의 정형화(identification)에는 많은 어려움과 논란이 따르고 있으므로 이에 대한 보완적인 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

[1] Benarieh, D. and Triantaphyllou, E. (1992), “Quantifying Data for Group Technology with Weighted Fuzzy Features,” *International Journal of Production Research*, Vol. 30, pp. 1285-1299.

[2] Federov, V. V. and Kuzimin, V. B. (1982), “Membership Degrees Determination from Saaty Matrix Totalities,” *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, edited by M. M Gupta and E. Sanchez, Amsterdam.

[3] King, J. R. (1980), "Machine-component Grouping in Production Flow Analysis: an Approach using a Rank Order Clustering Algorithm," *International Journal of Production Research*, Vol. 18, No. 3, pp. 213-232.

[4] Murofushi, T. and Sugeno, M. (1991), "A Theory of Fuzzy Measure representations, the Choquet Integral and Null Sets," *Journal of Mathematical Analysis and Application*, Vol. 15, No. 9, pp. 532-549.

[5] Saaty, T. L. (1977), "A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures," *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 15, No. 3, pp. 234-281.

[6] Socal, R. R. and Michener, C. D. (1978), "A Statiscal Mithod for Evaluating Systematic Relationships," *University of Kansas Science Bulletin*, Vol. 38 pp. 1409-1438.

[7] Triantaphyllou, E. and Mann, S. H. (1990), "An Evaluation of the Eeginvalue Approach for Determining the Membership Values in Fuzzy Sets," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 53, No. 3, pp. 295-301.

[8] Triantaphyllou, E. and Pardalos, P. M. (1990), "A Minimization Approach to Membership Evaluation in Fuzzy Sets and error Analysis," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 66, No. 2, pp. 275-287.