▩ 연구논문

다단계 생산공정에서의 검사지점 할당 문제에 관한 연구

이성기 · 윤덕균
한양대학교 산업공학과

The Allocation of Inspection Stations in Multi-Stage Production Systems with 0-1 Integer Programming

Sung-Gi Lee · Deok-Kyun Yun
Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

Abstract

A pure zero-one integer program is formulated for determining where to assign the inspection stations in a multi-stage production system. The objective fuction is formulated to minimize the overall inspection costs. One of the major characteristics of this system is that an assigned inspection station is to inspect only the items produced in previous manufacturing stages. Each inspection station can be assigned to any possible inspection stage between two manufacturing stages. Error-free and screening inspection policy is assumed in this system and the defective items found in any inspection station will be reworked at once. The integer programming model presented in this paper has the advantages in the ease of modeling and modifiing as compared with the existing dymanamic programming methods. The solutions of the model can be easily obtained by the commercially available softwares like LINDO and GAMS.

1. 서론

품질에 대한 개념은 산업사회가 발달해 가고 소비자의 품질에 대한 요구가 증대됨에 따라 점점 더 중요해지고 있다. 이에 따라 생산공정의 계획과 관리에 있어서 고려되어야 할 가장 중요한 요소중의 하나가 바로 생산되는 제품의 품질이다. 품질을 보증하기 위한 검사 방법과 검사를 어디에서 실행할 것인가에 대한 연구는 거의 모든 생산시스템에서 행해지

고 있다. 검사의 목적은 결국 불량의 요소를 가지고 있는 제품이 최종 소비자에게 도달하는 것을 막는 것이다. 원재료가 연속적으로 배치 되어있고 서로 다른 각각의 공정단계를 거쳐 최종제품으로 변환되는 다단계 생산공정은 여러곳에서 검사가 가능하다. 불량의 요소를 가진 제품은 시스템에서 제거될 수도 있고, 대체될 수도 있으며, 다시 양품으로 수리되거나 재작업과정을 거쳐 양품으로 변환될 수도 있고, 시스템에 그대로 남아있을 수도 있다. 과거 대부분의 검사노력은 최종제품이나 반제품이 출하되기 전에 검사하는 것이었다. 그러나, 이러한 검사는 만약 불량품이 제품생산의 초기 단계에서 나왔을 경우 불필요하게 많은 재작업비용이 들게 마련이다. 또한 생산시스템의 특성상 이전 단계들에 대한 검사가 어렵거나 지나치게 많은 재작업비용이 드는 경우가 생길 수 있다. 이러한 불합리성을 없애기 위해 검사노력을 최종단계에만 실행하는 것이 아니라 공정의 각 단계가 끝난 후에 검사를 실행 가능하다고 가정하고 검사비용을 고려하여 보다 많은 지점에 검사노력을 할당한다면 보다 효율적인 검사정책을 마련할 수 있을 것이다. 검사노력은 관련된 제품의 특성에 따라 검사자가 있는 경우, 비젼시스템에 의한 자동검사, 컴퓨터를 통한 검사, 이 세가지를 조합한 검사등 여러가지가 있을 수 있다. 다단계 생산 공정에서 시스템 전체에 대한 검사노력과 검사위치를 결정하기 위해서는 이러한 검사방법들을 잘 이해하고 있어야 한다. 현재는 품질을 중요시 여기는 풍토에 따라 이러한 검사방법들이 발달하게 되어 거의 검사오류가 없어지는 추세에 있다.

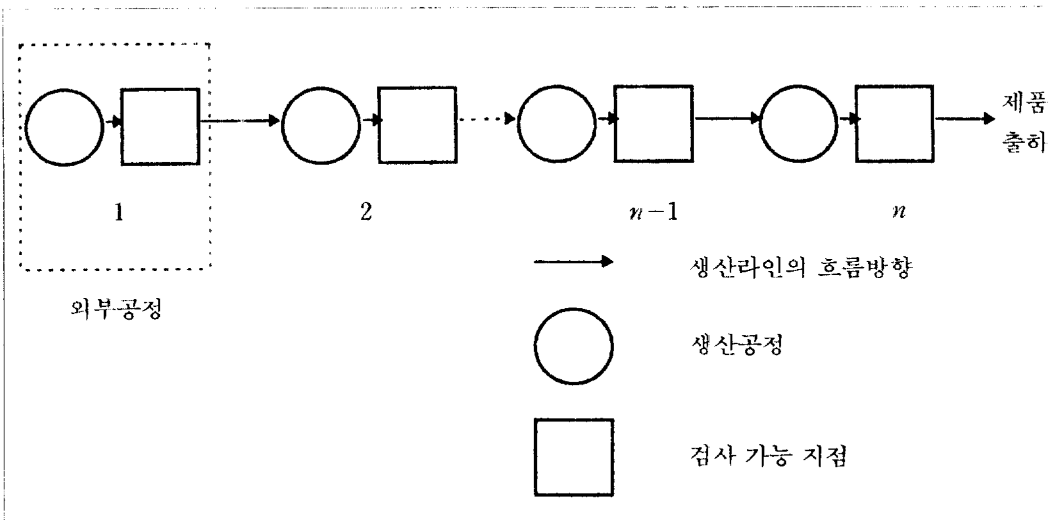
1964년 Beightler & Mitten(1964)이 동적 계획법을 이용하여 최적검사지점 결정을 위한 연구를 시작한 이래로 많은 연구자들이 여러가지 생산조건에 따라 시스템을 모형화 하고, 최적해를 구하는 연구를 수행해왔다. Lindsay & Bishop(1964)은 완벽한 검사 정확도와 함께 검사에 의해 발견된 불량품은 모두 시스템에서 제거하는 것으로 가정하였다. 그들은 만일 최종제품의 품질수준에 대한 제약식이 없다면 검사후보지에서 검사를 하지 않거나 전수검사를 하는 것이 최적해임을 보였다. 이 결과는 불량품이 양품으로 대체되는 경우에 대하여 White(1966)에 의해서 검증되었다. Pruzan & Jackson(1976)은 검사지점 할당의 최적정책이 이전단계에 검사노력을 할당하는 것에 의존하는 적응모형을 개발하였다. 그리고, White(1969)와 Trippi(1966)는 불량을 수리 가능한 불량과 수리 불가능한 불량으로 나누어 최단 경로문제로 모형화하였다. 이러한 모든 결과들이 Eppen & Hurst(1974)에 의해 두가지 종류의 검사에러가 있는 문제로 확대되었고, Ballou & Pazer(1982)는 이러한 검사에러의 효과를 세단계를 가진 시스템에 적용하여 그것을 실증적으로 보여주었다. 이와 비슷한 비직렬(non-serial) 생산라인에서의 검사노력 할당 문제가 Britney(1972)와 Yum & McDowell(1981)에 의해 연구되었고, Beightler & Mitten(1964)에 의해 샘플링 검사에 대한 문제가 연구되었다. 지금까지의 모형들은 White(1969)와 Trippi(1966)를 제외하고는 모두 동적 계획법을 이용하여 그 해를 구하였으며 순수한 0-1 정수계획법에 의한 모형화는 시도되지 않았다. 다만 앞에 열거한 연구들을 바탕으로 불량을 가진 재료를 시스템에서 제거하거나, 양품으로 교체하거나, 수리를 하는 모든 불량처리 방법을 고려하여 Yum & McDowell(1987)이 혼합 0-1 정수계획법 문제로 모형화 하였다. 동적 계획법을 이용한 해법은 단계가 늘어남에 따라 문제의 차원(dimension)이 급격히 증가하며, 계산량과 저장용량이 많이 필요할 뿐 아니라 재귀 방정식(recursive equation)을 찾아 모형화을 하기가 무척 어렵다. 따라서 본 논문에서는 다단계 생산공정에서의 검사노

력을 할당하는 문제를 순수한 0-1 정수계획법 문제로 모형화하여 시스템 변화에 따른 가변성(flexibility)을 높이고 상업적으로 이용가능 한 HYPER LINDO 소프트웨어를 이용하여 문제의 최적해를 풀어봄으로써 문제를 보다 쉽게 해결할 수 있도록 하였다.

2. 다단계 생산공정의 정수계획법 모형화

2.1 문제 정의

본 논문에서는 고려될 수 있는 많은 다단계 생산공정 중에서 주로 반도체의 생산공정이나 연속적인 가공을 통해 생산되는 제품에 이용될 수 있는 시스템을 고려하였다. 이 시스템에서는 가공품들이 한 로트크기로 흘러가며 생산공정이 직렬로 구성되어 있는 다단계 생산라인이다. 〈그림 1〉에서 보이는 바와 같이 이 시스템은 실제 생산작업과 가능한 검사후보지가 하나의 단계를 구성한다.

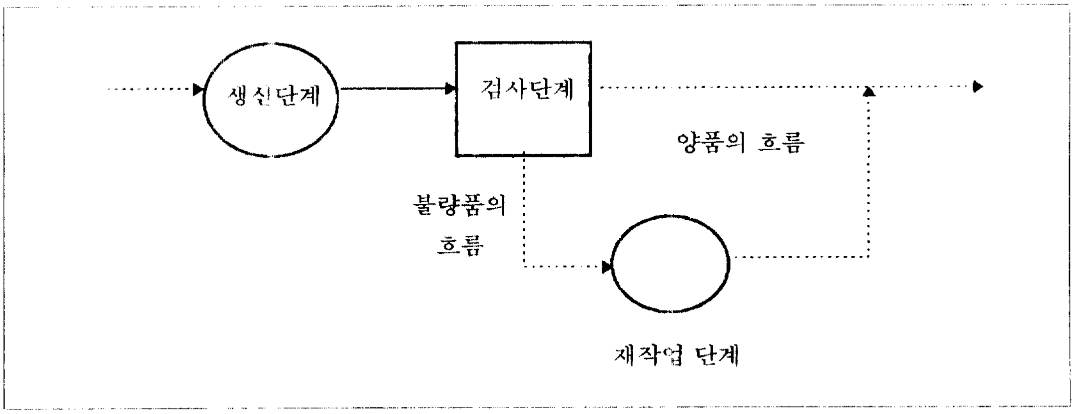


〈 그림 1 〉 생산 시스템

첫번째의 생산단계는 시스템의 첫 생산단계나 혹은 외부로부터 원재료가 들어오는 단계로 볼 수 있으며, 마지막 생산단계가 끝나면 제품을 출하하게 된다. 하나의 생산공정이 끝나면, 바로 검사를 실행할 수가 있으며 이 지점이 바로 검사후보지가 된다. 검사기술이 날로 발전하고 있고 컴퓨터에 의한 검사등으로 검사에는 에러가 없다고 가정하며, 불량은 이어지는 단계에서 그 물품을 검사해야만 발견할 수 있다고 생각한다. 즉 불량은 검사하기 전에는 검출할 수 없으며, 검사하면 모든 불량을 검출해 낼 수 있다. 공정의 n번째 단계(마지막 단계)는 포장이나 저장 단계가 될 수 있으며, 검사의 마지막 후보지가 된다. 그리고 이 단계를 지나는 제품이 소비자에 이르게 된다. 만약 마지막 후보지에서 검사가 이루어지

지 않고 불량이 있는 제품이 소비자에게 도달하게 된다면 많은 에프터 서비스 비용이 들게 될 것이며, 그에 따라 제품의 이미지가 많이 떨어져 결국에는 회사에 막대한 손실을 입히게 될 것이다. 이 비용은 조사에 의해 알려질 수도 있고, 추정할 수도 있을 것이다.

이 시스템에서는 검사가 발생하면 그 이전에 만들어진 불량은 모두 검출해 낼 수 있다고 가정하기 때문에 그 다음 검사에서는 이전의 검사가 발생한 이후의 단계들에 대해서만 검사를 하면 된다. 이러한 조건을 가지고 최적검사지점들을 결정하는데 있어서 중요한 것은 바로 검사비용과 불량품의 처리비용을 최소화 시켜야 하는 것인데 비용식을 구성하는데 있어 검사노력 할당에 대한 고정비용은 따로 고려해 주지 않고 단위당 검사비용에 포함시켜 생각하도록 한다. 검사에서 검출된 불량품을 처리하는데는 여러 방법이 있을 수 있으며 본 논문에서는 불량품을 재작업하여 양품으로 다시 만들도록 하였다. (〈그림 2〉 참조)



〈 그림 2 〉 검사와 재작업 과정

2.2 시스템의 모형화

앞 절에서 설명한 시스템에 대한 검사 노력 할당문제를 순수한 0-1 정수계획법 문제로 모형화 하기 위해 필요한 기본적인 기호들은 다음과 같다.

- 결정 변수

$$x_j = \begin{cases} 0 : j \text{ 검사후보지에 검사노력이 할당되지 않는 경우} \\ 1 : j \text{ 검사후보지에 검사노력이 할당되는 경우} \end{cases}$$

$$j = 1, 2, \cdots, n$$

- 기호

Q : 초기 로트의 크기

I_j : j 검사지점에서의 제품단위당 검사 비용

R_{ij} : j 검사지점에서 i 공정에서 생산된 제품의 불량을 재작업하는 단위당 비용

p_i : i 공정에서 가공된 제품이 불량(불량의 형태)일 확률

Pc_i : i 공정에서 발생한 불량품이 소비자에게 도달할 경우의 단위당 손실비용.

이 시스템을 정수계획법으로 모형화화여 풀어야 할 것은 바로 j번째 검사후보지에 검사노력을 할당할 것인가 말 것인가에 관한 문제이다. 이를 풀기 위한 정수계획법은 변수가 0-1인 정수라는 것 이외에는 제약식이 없는 목적식만을 가진 문제이며, 목적식은 검사노력을 할당하는데 있어서 불량을 검사하는데 드는 비용과 재작업하는 비용 그리고 손실비용의 합을 최소화 시키는 식이다. 여기서 중요한 것은 일단 검사노력이 할당되면 검사는 이전 검사가 있은 후부터 시작해야 한다는 것이다. 예를 들어, i번째 단계에서 처음으로 검사가 있었고 그 다음에 j단계에서 검사가 있다면, i단계에서는 1, $\cdots$, i단계까지 불량을 검사하여 재작업하게 되고 j단계에서는 $i+1$, $\cdots$, j단계까지만 검사를 하여 재작업하게 되는 것이다. 이를 직접 0-1 정수계획법 문제로 모형화 하기는 매우 어렵고 그 형태가 x_i에 대한 다항 식의 꼴로 나타내어 진다. 그래서 새로운 0-1정수 변수인 y_{ij}를 정의한다.

$$y_{ij} = \begin{cases} 0 : i\text{단계부터 } j-1\text{단계까지 검사가 없는 경우} \\ 1 : i\text{단계부터 } j-1\text{단계까지 검사가 있는 경우} \end{cases}$$
$$i = 1, \cdots, j-1 \quad j = 2, \cdots, n$$

다시 말하면 y_{ij}는 x_i부터 x_{j-1}까지의 합의 값이 1보다 크면 그 값이 1이 되고, 합의 값이 0이면 그 값도 0이 된다. 이 변수에 대한 제약식은 후에 첨가될 것이다.

목적식을 구성하기 위해서 먼저 재작업비용에 관계되는 식을 구해야 한다. j검사지점에서 검사노력이 할당될때 i공정에서 발생한 불량을 재작업하는 총비용을 c_{ij}라 하면,

$$c_{ij} = R_{ij} p_i Q \tag{2-1}$$

이된다. 여기서 일단 x_j검사지점에 대한 비용식을 구해보면,

$$\textstyle\sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(1-y_{ij})x_j \tag{2-2}$$

되며, 여기서 $(1-y_{ij})x_j$는 i단계에서 $j-1$단계까지 사이에 검사가 있으면 그 값이 0이 되어 i공정에서의 불량을 j단계에서 검사하여 재작업할 필요가 없음을 나타내주고 1이 될 때는 i단계부터 $j-1$단계까지 검사가 이루어지지 않았으므로 j단계에서 검사를 할 수 있으며 i공정에서 나온 불량을 재작업하게 된다. 또, c_{ij}는 앞에서 설명한 바와 같이 i공정에서 나온 불량을 j검사지점에서 검출하여 재작업하는 비용을 나타낸다. 식(2-2)의 앞에 나온 두개의 합기호를 살펴보면, 두번째 후보지부터 이전의 검사가 있고 없음을 고려하게 되고, 재작업도 $j-1$단계까지만 수행하도록 되어있으므로 여기에 첫번째 후보지에 검사가 있을 경우에 대한 검사비용과 재작업비용, 그리고 j검사후보지에서 검사가 있을 때 검사비용과 j단계에서의 불량에 대한 재작업비용을 표현해 주어야 한다. 그러면 검사비용과 재작업비용을 고려한 비용식은 다음과 같이 표현된다.

$$MIN \quad \textstyle\sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(1-y_{ij})x_j + \sum_{j=1}^{n} (I_j Q + c_{jj})x_j \tag{2-3}$$

이 된다. 두번째 항에서 I_j ,Q, c_{jj}는 각각 j단계에서 검사가 있을 때, 로트의 검사비용과 j 공정에서 나온 불량품의 재작업비용을 나타낸다.

이 시점에서 고려해 주어야 할 사항이 바로 불량품이 소비자에게 도달했을 경우이다. 이 경우를 고려해주기 위해 새로운 변수 w_i를 추가시키면 이 변수는 i단계부터 n단계까지 검사가 있을 경우는 1이 되고, 검사가 없을 경우는 0이 되도록 하여 생산단계이후에 출하에 이르기까지 검사를 거치지않고 소비자에게 도달하는 불량에 대한 손실비용을 계산할 수 있다. 이에 따르는 제약식도 나중에 추가될 것이다. 이 변수를 이용하여 손실비용을 고려한 목적식을 구성해보면,

$$MIN \quad \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(1-y_{ij})x_j + \sum_{j=1}^{n}(I_jQ + c_{jj})x_j$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} Pc_iQp_i(1-w_i) \qquad (2\text{-}4)$$

가 된다. 여기서 Pc_iQp_i는 i에서 발생한 불량제품이 소비자에게 도달했을 때에 발생하는 비용을 말하며, w_i가 검사가 있는 경우에 1이 되므로 $(1-w_i)$로 표현해 주어 검사가 있으면 손실비용을 지불하지 않도록 한다.

제약식을 살펴보면, 결정변수 x_j가 0-1정수라는 것 이외에 새롭게 첨가 된 변수 y_{ij}를 정의해 주기위한 새로운 제약식과 w_i를 정의해 주기위한 제약식이 추가되어야 한다. 따라서

$$\sum_{k=i}^{j-1} x_k / n \le y_{ij} \le \sum_{k=i}^{j-1} x_k \qquad i=1, \cdots, j-1 \quad j=2, \cdots, n \qquad (2\text{-}5)$$

을 추가한다. 여기서 n은 검사후보지의 총 수이며, y_{ij}는 식(2-5)에 의해 i에서 $j-1$까지 검사가 있을 때는 1 없을 때는 0이 된다. 이 식(2-5)는 n의 값이 불필요하게 크므로 보다 타이트(tight)한 제약식을 얻기 위해

$$\sum_{k=i}^{j-1} x_k - (j-i)y_{ij} \le 0$$
$$y_{ij} - \sum_{k=i}^{j-1} x_k \le 0 \qquad i=1, \cdots, j-1 \quad j=2, \cdots, n \qquad (2\text{-}6)$$

으로 나타내 줄 수 있다. 또한 새롭게 추가된 w_i는 y_{in}과 x_n중 하나만 1이 되면 1이 되고 둘 다 0일 때 0이 되므로 제약식에

$$w_i \le y_{in} + x_n \qquad i = 1, \cdots, n$$
$$y_{in} \le w_i \qquad i = 1, \cdots, n \qquad (2\text{-}7)$$
$$x_n \le w_i \qquad i = 1, \cdots, n$$

을 추가해준다. $i=1, \cdots, n$인데 y_{nn}은 정의되지 않았으므로 그 값을 0으로 본다.

여기서 목적식과 제약식을 결합해서 정수계획법 문제로 표현하면

$$(\mathrm{P1})\quad MIN\quad \textstyle\sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(1-y_{ij})x_j+\sum_{j=1}^{n}(I_jQ+c_{jj})x_j+\sum_{i=1}^{n} Pc_iQp_i(1-w_i)$$

s.t

$$\begin{array}{ll}
\sum_{k=i}^{j-1} x_k-(j-i)y_{ij}\le 0 & \\
y_{ij}-\sum_{k=i}^{j-1} x_k\le 0 & i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n\\
w_i-y_{in}-x_n\le 0 & i=1,\cdots,n\\
y_{in}-w_i\le 0 & i=1,\cdots,n\\
x_n-w_i\le 0 & i=1,\cdots,n
\end{array}$$

$x_j\in B$, $y_{ij}\in B$, $w_i\in B$ 단, B는 0-1 정수 집합

이 된다. 그런데, (P1)에서 목적식이 선형이 아니라 비선형식이므로 (P1)을 직접 풀기가 매우 어렵다. 그래서 (P1)의 목적식을 선형으로 고쳐 주어야만 한다. 목적식의 비선형식이 이차식(Quadratic form)으로 나타나 있으므로 비교적 용이하게 선형식으로 바꿀 수 있다. 이를 위해

$$y_{ij}x_j = z_{ij} \tag{2-8}$$

로 치환하면, z_{ij}는 0-1인 정수가 된다. 치환한 식(2-8)은 y_{ij}와 x_j 둘다 1일 경우에는 1이 되고 그 이외 경우에는 0이 된다. 이러한 조건을 만족시켜 주기 위해서는 제약식에 다음과 같은 식들을 첨가 시켜주어야만 한다.

$$-x_j-y_{ij}+2z_{ij}\le 0\qquad i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n \tag{2-9}$$

$$x_j+y_{ij}-z_{ij}\le 1\qquad i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n \tag{2-10}$$

이렇게 하여 최종적으로 앞절에 설명된 시스템을 다음과 같은 0-1정수계획법 문제로 모형화 할 수 있다.

$$(\mathrm{P2})\quad MIN\quad \textstyle\sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(x_j-z_{ij})+\sum_{j=1}^{n}(I_jQ+c_{jj})x_j+\sum_{i=1}^{n} Pc_iQp_i(1-w_i)$$

s.t

$$\begin{array}{ll}
\sum_{k=i}^{j-1} x_k-(j-i)y_{ij}\le 0 & \\
y_{ij}-\sum_{k=i}^{j-1} x_k\le 0 & i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n\\
w_i-y_{in}-x_n\le 0 & i=1,\cdots,n\\
y_{in}-w_i\le 0 & i=1,\cdots,n\\
x_n-w_i\le 0 & i=1,\cdots,n\\
-x_j-y_{ij}+2z_{ij}\le 0 & i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n\\
x_j+y_{ij}-z_{ij}\le 1 & i=1,\cdots,j-1\quad j=2,\cdots,n
\end{array}$$

$x_j\in B$, $y_{ij}\in B$, $w_i\in B$, $z_{ij}\in B$ 단, B는 0-1 정수 집합

이 모형을 이용하게 되면, 목적식에서의 변수의 수는 생산단계가 n일때 n^2개가 되며, 제약식의 수는 약 $(2n^2+n)$개 정도가 된다. 이 정도의 숫자라면 그렇게 많은 수의 변수와 제약식이 증가하는 것이 아니라고 볼 수 있으므로 실제로 사용하는데 있어서 상당히 유효할 것이다.

2.3 모형의 확장

이러한 0-1정수계획법 모형화의 장점은 그 모형화의 용이성과 함께 기존 시스템에 추가되는 제한 사항을 쉽게 적용할 수 있다는 것이다. 예를 들어, 먼저 생산라인에 할당할 수 있는 최대 검사노력의 수가 m으로 한정되어 있을 때 본 논문의 모형화는 제약식의 집합에 다음과 같은식(2-11)을 제약식을 추가해 주기만 하면 된다.

$$\sum_{k=1}^{n} x_k \le m \tag{2-11}$$

또한 검사가 꼭 필요한 곳이 있다면 그 곳의 x_j 값을 1로 고정시켜 준 뒤에 문제를 풀면 된다. 즉 $j+1$번째 공정이후에 물품에 많은 변화가 생겨 j번째 까지의 공정에 대한 불량검사가 어려울 경우에는 j번째 공정이후에 반드시 검사가 발생할 수 있도록 x_j의 값을 1로 고정시켜주면 될 것이다. 또한, 시스템에서 품질 보증적 측면에서 소비자에게 불량이 도달하면 절대로 안된다고 한다면 x_n 값을 1로 고정시켜 준 뒤 문제를 풀 수 있을 것이다.

지금까지 본 논문에서 다루었던 시스템은 검사의 에러가 없이 불량을 100% 감지할 수 있다고 가정하였다. 그러나, 만약 양품을 불량품으로, 불량품을 양품으로 잘못 판정하는 검사에러가 있다고 하면, 이 시스템 에서는 양품으로 판정된 불량품은 계속해서 생산라인을 흘러가서 소비자에게 도달하여 손실를 일으킬 것이며, 불량으로 판정된 양품은 재작업단계에서 다시 작업할 필요는 없으나 재작업단계 이전에 검사를 하거나 재작업중에 불량이 없다는 것을 감지하여 다시 생산라인으로 보내질 것이므로 생산시간을 소비한 새로운 비용이 들게 될 것이다. 이러한 시스템은 〈그림 3〉과 같이 표사 할 수 있을 것이다.

이러한 시스템에 대하여 검사노력을 할당하는데 있어서도 앞서 모형형화 한 정수계획법을 이용할 수 있다. 그러나 목적식의 비용식에 검사에러의 비율을 고려하여 양품을 불량으로 판정하였을 때 유발되는 비용을 추가해 주어야만 할 것이다. 이를 위해 새로운 기호를 정의하면 다음과 같다.

- Type I error

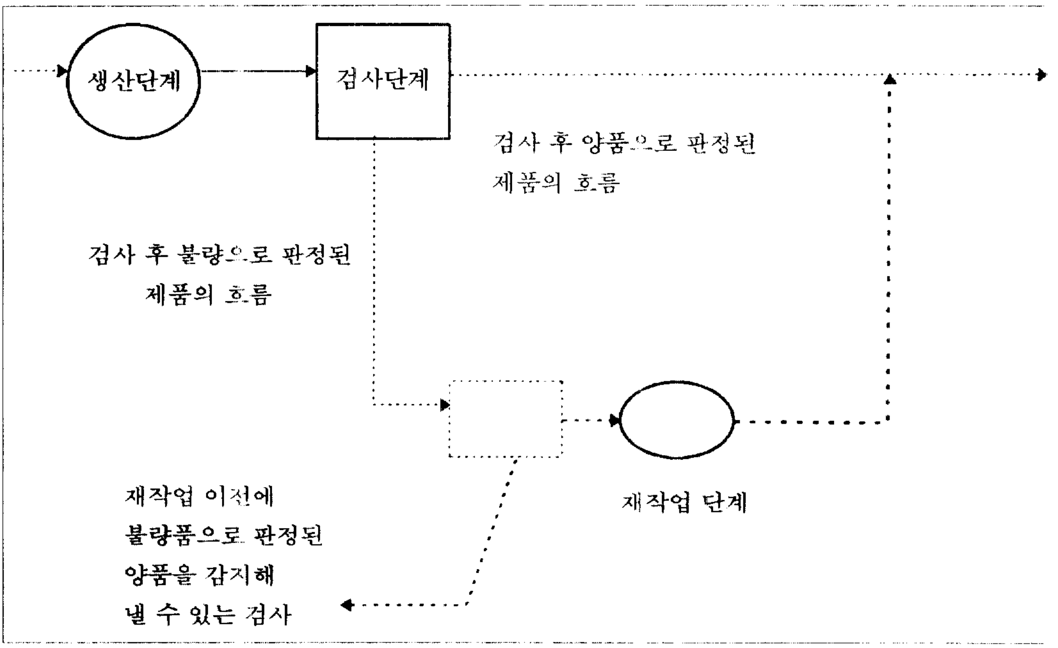
  α_i : i번째 생산단계에서 가공된 양품을 불량품으로 잘못 판정할 확률

- Type II error

  β_i : i번째 생산단계에서 가공된 불량품을 양품으로 잘못 판정할 확률

  D_{ij} : i번째 생산단계에서 가공된 양품을 잘못 판정하였을 때 발생하는 생산 시간 소모에 대한 비용

이를 바탕으로 (P2)의 목적식에서 c_{ij}를 검사비용과 불량을 불량으로 판정할 때의 불량품의 재작업비용 그리고 불량으로 판정된 양품에 대한 생산시간 손실비용을 고려하여 다음



〈 그림3 〉 검사에러가 있을 때의 검사와 재작업 과정

식(2-12)와 같이 변형시키고,

$$c_{ij} = I_j Q + p_i Q(1-\beta_i) R_{ij} + (1-p_i) Q \alpha_i D_{ij} \quad (2\text{-}12)$$

양품으로 잘못 판정된 불량품이 소비자에게 도달할 때 생기는 손실비용 식(2-13)을 목적식에 추가시켜주면 검사에러가 있는 경우에 대해서 검사지점을 할당하는 정수계획법 문제가 된다.

$$\sum_{k=1}^{n} p_i Q \beta_i pc_i w_i \quad (2\text{-}13)$$

3. 수치예제

이 장에서는 앞에서 모형화한 순수 0-1 정수계획법 모형을 바탕으로 수치예제를 풀어볼 것이다. 검사에러가 없다고 가정한 원래의 모형 (P2)에서 소비자에 불량이 도달하지 않도록 마지막 단계에서 반드시 검사를 수행하는 경우에 대해 수치예제를 풀어보도록 한다. 이런 경우에 해당하는 모형화는 (P2)의 목적식과 제약식에서 불량이 소비자에게 도달하는 경우에 대한 부분을 빼내고, $x_n = 1$ (n은 마지막 단계) 이라는 식을 제약식에 첨가하면 된다. 그러면 모형은 (P3)와 같이 될 것이다.

(P2) $MIN \quad \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1} c_{ij}(x_j - z_{ij}) + \sum_{j=1}^{n}(I_j Q + c_{jj})x_j$

s.t

$\sum_{k=i}^{j-1} x_k - (j-i)\,y_{ij} \le 0$

$y_{ij} - \sum_{k=i}^{j-1} x_k \le 0 \qquad i = 1, \cdots, j-1 \quad j = 2, \cdots, n$

$x_i = 1$

$-x_j - y_{ij} + 2z_{ij} \le 0 \qquad i = 1, \cdots, j-1 \quad j = 2, \cdots, n$

$x_j + y_{ij} - z_{ij} \le 1 \qquad i = 1, \cdots, j-1 \quad j = 2, \cdots, n$

$x_j \in B,\ y_{ij} \in B,\ z_{ij} \in B$　단, B는 0-1 정수 집합

수치예제의 계수들은 Lindsay & Bishop(1964)의 논문과 Pruzan & Jackson(1967)의 논문에서 나오는 수치예제를 본 논문의 시스템에 맞도록 적절히 수정하여 사용하였다. 아래 나오는 표들은 생산단계는 6개로 하였을 경우의 계수들을 나타낸다. 〈표 1〉은 i공정에서에서 발생한 불량을 j단계에서 재작업하는 경우의 비용인 R_{ij}를 나타내며, 〈표 2〉는 j단계에서 검사가 일어날 경우 제품 단위당 검사비용인 I_j을 나타내고, 〈표 3〉은 i공정에서 I번째 형태의 불량이 일어날 확률인 p_i를 나타낸다. 이 계수들을 이용하여 초기로트의 크기를 100이라 한 뒤 c_{ij}를 구해 보면 〈표 4〉와 같다.

〈 표 1 〉 재작업 비용 R_{ij}

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	16	17	18	19	30	31
2		18	19	20	31	32
3			22	23	34	35
4				24	34	36
5					24	25
6						32

〈 표 2 〉 단위당 검사 비용 I_j

j	I_j
1	0.1
2	0.2
3	0.2
4	0.3
5	0.3
6	0.3

〈 표 3 〉 i 형태의 불량이 일어날 확률 p_i

i	p_i
1	0.05
2	0.03
3	0.01
4	0.025
5	0.04
6	0.02

〈 표 4 〉 계수 c_{ij}

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	80	85	90	95	150	155
2		54	57	60	93	96
3			22	23	34	35
4				60	85	90
5					96	100
6						64

위의 수치들을 가지고 프로그램을 이용하여 LINDO의 데이타 형식에 맞게 목적식과 제약식을 발생시키고 이를 이용하여, 6, 8, 10, 12, 15 단계를 가지는 시스템에 대하여 HYPER LINDO를 돌린 결과는 <표 5>와 같다. 보는 바와 같이 시스템의 특성에 따라 마지막단계 뿐 아니라 중간단계에도 검사지점을 할당하는 것이 비용을 절감할 수도 있음을 보여주고 있다.

<표 5> 6, 8, 10, 12, 15 생산단계에 대한 LINDO 결과치

stage	obj.	$x1$	$x2$	$x3$	$x4$	$x5$	$x6$	$x7$	$x8$	$x9$	$x10$	$x11$	$x12$	$x13$	$x14$	$x15$
6	403	1	0	0	1	0	1									
8	516	0	1	0	0	0	0	0	1							
10	867	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1					
12	1030	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1			
15	1278	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

4. 결론

본 연구의 목적은 다단계 생산 시스템에서 최적검사지점들을 결정하기 위하여 검사노력 할당 문제를 0-1정수계획법 문제로 모형화하여 그 최적해를 구하는데 있다. 앞의 수치 예제에서 보는 바와 같이 시스템의 특성에 따라 검사비용과 재작업비용을 고려할 때 맨 마지막 단계에서만 검사를 하는 것보다는 중간단계에도 검사노력을 할당하는 것이 비용을 절감시킬 수도 있음을 보여주고 있다. 이와 같이 0-1정수계획법으로 모형화를 하게 되면 비교적 간단하게 모형화가 가능하며, 적용하려는 시스템의 제약조건에 따라 쉽게 수정할 수가 있고, 현재 사용가능한 많은 소프트웨어들을 이용할 수 있을 것이다. 단계 수의 증가에 따른 계산시간은 좀 더 많은 연구를 필요로 할 것이며, 제약식들을 보다 타이트하게 해주기 위한 선처리(preprocessing)과정을 적용해 보는 것도 필요할 것이다. 그리고 이 연구와 이전에 있는 많은 연구를 바탕으로 비선형적인 조립생산라인과 보다 실제의 생산시스템에 가까운 시스템의 검사노력 할당 문제에 대한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] Beightler, C. S., and Mitten, L. G. (1964), "Design of an optimal sequence of interrelated sampling plans," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 59, pp. 96-104.

[2] Ballow, D. P. and Pazer, H. L. (1985), "Processing improvement versus enhanced inspection in optimized systems," *IJPR*, Vol. 23, pp. 1233-1245.

[3] Britney, R. R. (1972), "Optimal screening plans for non-serial production systems," *Management Science*, Vol. 18, pp. 550-559.

[4] Goplolan, M. N. and Kannan, S. (1993), "Muti-type rework in two stage prodution systems," *IJQRM*, Vol. 11, pp. 38-49

[5] Eppen, G. D., and Hurst, F. G. (1974), "Optimal location of inspection stations in a multistage production process," *Management Science*, Vol. 20, pp. 1194-1200.

[6] Lindsay, G. F., and Bishop, A. B. (1964), "Allocation of screening inspection effort: a dynamic programming approach," *Management Science*, Vol. 10, pp. 342-352.

[7] Pruzan, P. M., and Jackson, J. T. (1976), "A dynamic programming application in production line inspection," *Technometrics*, Vol. 9, pp. 73-81.

[8] Raz, T. (1986), "A survey models for allocation inspection effort in multistage production systems," *Journal of quality Technology*, Vol. 18, pp. 239-247.

[9] Raz, T. and Bricker, D. (1987), "Sequencing of imperfect operations subject to constraints quality of accepted and rejected units," *IJPR*, Vol. 25, pp. 809-821.

[10] Trippi, R. R. (1966), "An on-line computational model for inspection resource allocation," *Journal of quality Technology*, Vol. 11, pp. 20-27.

[11] White, L. S. (1966), "The analysis of a single class of multistage inspection plans," *Management Science*, Vol. 12, pp. 685-593.

[12] White, L. S. (1969), "Shortest route models for the allocation of inspection effort on a production line," *Management Science*, Vol. 15, pp. 249-259.

[13] Yum, B. J., and McDowell, E. D. (1987), "Optimal inspection policies in a serial production system including scrap rework and repair: An MILP approach," *International Journal of Production Research*, Vol. 25, pp. 1451-1464.