

Continuous straight archwire에 의하여 발생하는 force system의 분석

최 광 철¹⁾ · 손 병 화²⁾

Edgewise bracket에 continuous straight archwire를 장착했을 때 각 bracket에 발생하는 force system은 statically indeterminate system이기 때문에 임상적으로 측정이 어렵다. 이에 본 연구는 linear beam theory를 도입하여 full arch에 straight wire가 장착된 경우 geometry(a/b), 재질, 단면의 모양, interbracket distance에 관계없이 발생 가능한 모든 상태를 설명할 수 있는 식을 유도하고 일례의 분석을 통하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. Bilateral fixed beam의 양끝에서 발생하는 force system을 알 수 있는 계산식을 얻었다.
2. 이를 이용하여 continuous straight archwire가 장착된 경우 각 치아에 발생하는 force system을 알 수 있다.
3. Continuous straight archwire장착시 영구변형의 발생여부와 발생위치를 예측 할 수 있다.

(주요단어: 생역학, force system, bending moment, linear beam theory)

I. 서 론

교정치료시 치아의 3차원적인 위치는 rectangular wire가 edgewise bracket에 정확히 맞음으로써 정해질 수 있다. 과거에는 이상적인 치아 배열을 얻기 위해 wire에 first-, second-, 그리고 third-order bending으로 이를 해결하였으나 현대 교정학에서는 bending시 술자의 오차를 줄이고 술식을 간편화 하기 위해 bracket내에 이들 first-, second-, 그리고 third-order angulation을 미리 설계하여 놓았다. 이렇게 함으로써 straight한 wire를 flexible한 것에서부터 stiff한 것으로 점차 교환하여 감으로 어느 정도 치료목표를 달성할 수 있겠으나 이러한 straight wire만으로는 개개 치아에 술자가 원하는 force system을 정확하게 구사하기 어렵다.^{15,29)} 또한 wire에 축적된 energy를

치아에 전달하여 이상적으로 배열하고자 하는 것이 교정치료의 한 목적이라고 한다면 그 과정은 교정의 사에 의해 조절되는 force system에 의해서 함에도 불구하고 상당 부분이 경험과 직관에만 의존되고 있다.

최상의 force system을 제공하기 위해 많이 사용되는 것이 preformed ideal arch이다. 즉 이상적인 형태의 arch wire를 activation 시켜서 bracket에 삽입하는 것이다. 이러한 개념은 미리 일정 형태로 정해진 wire의 모양이 적절한 작용을 한다 하여 shape-driven orthodontic appliance라고 한다.¹⁰⁾ 실제로 ideal arch가 적절한 force system을 발휘하는데 많은 부분 기여하지만 이에 전적으로 의존하는 것은 예기치 못한 많은 부작용을 초래하게 된다.

또한 시술과정에 있어서는 NiTi, Beta-titanium 등 종래의 18-8 stainless steel에 비하여 stiffness가 낮은 wire가 개발되고^{4,17,22,25,26)} 그와 동시에 이를 bracket내에 bending없이 삽입 가능한 straight wire

¹⁾ 연세대학교 치과대학 교정학 교실, 연구 강사

²⁾ 연세대학교 치과대학 교정학 교실, 교수

appliance가 소개됨에 따라 교정장치와 치료 술식이 단순화 되었으나, 전 악궁내에 동일한 stiffness의 wire가 장착됨에 따라 의도하는 작용에 대한 반작용을 여러 치아에 나누어 부담시키지 못하고 바로 인접한 치아에 전달하게 된다. 이때 일어나는 작용, 반작용이 모두 다 치료 목표에 부합되는 경우 (consistent system)도 있고 작용은 치료 목표에 부합되나 이와 동시에 발생하는 반작용은 치료 목표와는 반대로 나타나는 경우(inconsistent system)도 있을 수 있는데 대개 이러한 부작용은 교정용 wire가 장착된 후 조직이 이에 대해 반응하고 치아의 이동이 육안적으로 확인된 후에야 발견이 된다. 이러한 부작용을 미리 예측할 수 있다면 필연적으로 발생하는 부작용을 인접부위 이외의 다른 부분에서 consistent하게 해소시키거나 최소한 여러 치아에 나눌 수 있도록 장치를 설계하는데 도움을 줄 수 있다.

교정학이 예측 가능하고 구체적인 치료 목표를 추구하는 과학이기 위해 이의 force system을 분석하고자 하는 선학들의 노력이 있었으나 couple이 발생할 수 없는 bracket을 model로 하였거나 치아배열의 임의성을 고려하지 않았다.^{21,24,28,30,32)} 현대 교정학에서 많이 사용되는 edgewise bracket은 bracket에 force 뿐만 아니라 moment도 동시에 발생하기 때문에 simple support로는 설명할 수 없고 임상에서 단순히 force gauge로 force system이 완전히 설명되어지지 않는다. 이는 측정의 부정확성 때문이 아니라 경사진 bracket이 moment를 발생시키기 때문이며 force gauge 만으로는 근본적인 측정이 불가능하다.^{13,27)}

이에 본 연구의 목적은 휘어진 wire에서 발생하는 force system을 해석하기 위해 linear beam theory를 도입하여 (1) 불규칙적으로 배열된 bracket에 continuous straight archwire가 삽입된 경우 발생하는 force system을 이론적으로 설명할 수 있는 방법을 제시 함으로써 발생할 수 있는 부작용을 미리 알 수 있게 해 주고 (2) 이를 이용하여 교정 장치의 설계에 도움을 주는데 있다.

II. 연구 대상 및 방법

가. 연구 대상

불규칙적으로 배열된 edgewise bracket에 각종 재질, 각종 모양과 크기의 wire가 임의의 interbracket distance와 geometry(a/b)를 갖고 straight wire가 삽

입된 상황을 연구 대상으로 하여 이때 발생하는 force system을 수학적으로 해석하였고, 이 이론에 따라 심한 crowding을 갖고 있는 한 환자의 상악 석고모형을 일례의 분석 대상으로 하였다.

나. 연구 방법

1. Linear beam theory

가) 부호의 정의

사용되는 물리량의 부호는 좌측의 bracket을 A, 우측의 bracket을 B라고 할 때 bracket이 downward force를 받거나 clockwise moment를 받으면 + 값을 그 반대 방향인 경우에는 - 값을 가지도록 정의하였다. (그림 1.)

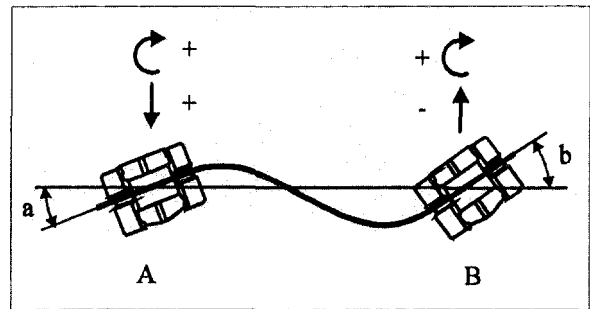


그림 1. 부호의 정의

나) 계산식의 유도

Statically indeterminate system의 일종인 bilateral fixed beam의 경우 beam의 양끝에서 발생하는 moment와 force는 그 크기가 같고 방향이 반대인 반작용이 bracket에 발생하게 되는데 이 force system을 유도하면 다음과 같다. (부록 참조)

$$Fa = -Fb = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{6EI}{L^2}\right) (a+b)$$

$$Ma = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{2EI}{L}\right) (2a+b) \quad \text{식 1}$$

$$Mb = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{2EI}{L}\right) (a+2b)$$

- a, b 두 bracket A, B의 중심을 연결한 가상선과 bracket slot이 이루는 각도 (degree)
- Fa bracket A에 발생하는 수직힘 (N)

Fb	bracket B에 발생하는 수직힘 (N)
Ma	bracket A에 발생하는 moment (N m)
Mb	bracket B에 발생하는 moment (N m)
L	bracket간 거리 (m)
E	modulus of elasticity (N/m ²)
I	moment of inertia (m ⁴)

임상교정학에서 사용되는 단위는 힘의 경우 gram (g), ounce(oz), 또는 pound(lb)를 많이 사용하고, 길이의 경우 wire 단면을 나타낼 때는 inch 또는 mm 그리고 각도는 degree를 많이 사용하므로 모든 처리는 metric system을 사용한 후 force와 moment를 각각 임상적으로 많이 사용되는 g과 g mm로 변환하였다.

E (modulus of elasticity)는 물질이 proportional limit내에서 변형 되는 경우 stress와 strain간의 비율이다. 일반적으로 물질 고유한 값이고 물리적인 변화로 변화시킬 수 없는 특성 이므로 열처리를 하여도 거의 변화가 없으나, 측정 방법에 따라서 조금씩의 변화는 있을 수 있다. 재질에 따라 다르므로 material stiffness를 나타내는 척도가 되고 동일한 모양의 단면과 크기를 가진 beam의 경우 stiffness는 E에 비례한다. 이 연구에 사용된 stainless steel wire(yield strength 400,000 p.s.i.의 high temper stainless steel)의 material stiffness를 1로 할 때 beta-titanium은 0.42, Nitinol 은 0.20, NiTi 는 small deflection시 0.28, large deflection시는 0.07의 상대적 material stiffness를 갖게 된다.^{5,8,17,20)}

I (moment of inertia)는 물체가 굽힘 변형에 대해 저항하는 정도이고 일반적으로 단면의 크기와 모양에 영향을 받는다. Circular cross section에서는 $I = \pi d^4/64$ (d:diameter), rectangular cross section에서는 edgewise에서 second order bending시 $I = bh^3/12$ (b:base, h: height)가 된다. 따라서 I는 cross sectional stiffness를 나타내는 척도가 되고 0.016inch

round의 경우를 1 로 하였다. 표 2.

이들 두 값을 곱한 EI (flexural rigidity)는 물질적 특성과 물체적 특성, 즉 wire의 material stiffness와 cross sectional stiffness정보를 모두 나타내게 된다.^{25,27)}

다) Yield bending moment, maximum bending moment

실제로 구강 내에서 wire를 장착할 때 항상 proportional limit내에서 사용하게 되지는 않는다. 교정 초기에 최대한의 action range를 주기 위해 stiffness가 낮은 wire를 최대한 변형시켜서 장착을 하게 된다. 이때 wire의 yield bending moment를 넘어서게 되면 그 부위의 wire는 영구 변형이 일어나기 시작하고 이를 넘어서는 경우 thermal energy로 변화되어 deactivation은activation시킨 만큼의 energy를 방출하지 못하게 된다. 따라서 wire의 yield bending moment 이후부터는 영구 변형이 일어나기 시작하며 maximum bending moment는 bracket이 편측에서 받을 수 있는 최대의 bending moment가 된다.^{6,23)}

라) 분석의 범위

Wire에 의해 발생하는 force system은 first, second 그리고 third order의 3가지 방향으로 일어나게 되나, 본 연구에서는 second order에 대해서만 분석하였다. first order 방향으로는 결찰의 강도에 따라 geometry (a/b)가 영향을 받고, 여러 가지 모양의 preformed arch wire가 있는 관계로 그 분석에 있어서 보편성을 이루기 어려워서 분석을 하지 않았으나 그 기본적인 방법은 second order시의 분석과 동일하다. Third order action는 edgewise bracket만이 가질 수 있는 독특한 특성이기는 하지만 wire가 bracket내에 삽입될 때 생기는 play의 양이 second order에 비해 너무 많고

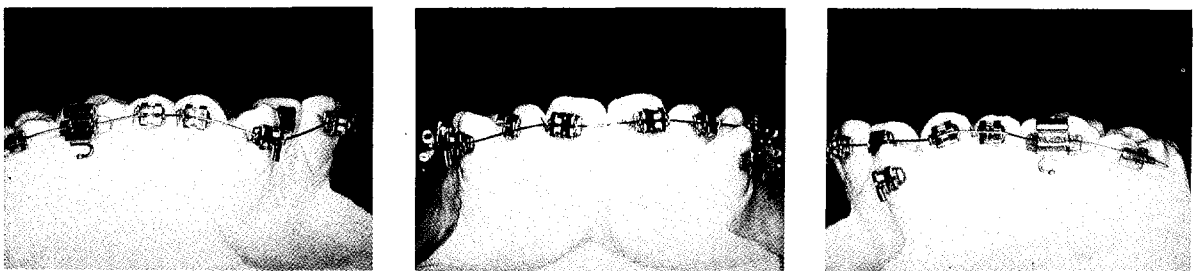


사진 1. 분석대상 모형 A우측, B 좌측, C좌측

가장 중요한 것은 wire의 bending에 의한 것이 아니고 전적으로 torsion에 의한 것이기 때문에 play를 감안한 다른 계산식을 사용해야 한다. 따라서 이 분석은 round wire를 삽입한 경우 또는 rectangular wire라면 third order로 passive 하여 third order action을 하지 못하는 경우로, 그리고 bracket에 근원심의 교정력을 가하지 않은 상태이므로 bracket과 wire사이의 마찰력은 없다고 가정하였다. 분석은 initial force system에 대해서만 고려되었고 force에 의해 치아가 이동되면 force system은 바뀌게 될 것이다.

2. 일레에 대한 분석

Bracket이 붙은 상태에서 base와 수직으로, 두개의 bracket을 연결한 가상선과 film이 평행하도록 하여 두 치아씩 한 치아가 중첩되도록 좌측 제 2대구치부터 우측 제2 대구치까지 11장의 1:1 사진을 촬영하고 tracing 하였다.

완성된 투사도를 digitizer를 사용하여 두개의 bracket씩 wire가 장착되는 모든 치아 bracket의 각 원심, 근심 point를 입력하였다. 이렇게 입력을 마치면 각 bracket의 중심점을 연결하는 선분과 각 bracket slot이 이 선분과 이루는 각도 (a, b), bracket간 거리 (L) 그리고 이때 발생하는 force system이 식 1에 의해 계산되어져 나오도록 program을 작성하였다. 각도는 degree로 소수점 이하 1자리, 길이는 mm로 소수점 이하 1자리까지 유효자리 3자리까지 측정하였다.

III. 연구 성적

가. Force system

유도한 식 1에 의해 각 변수에 측정된 값(a, b, L)과 원하는 값(EI)을 대입하면 구하고자 하는 force와 moment의 절대값을 알 수 있다. 발생하는 force, moment는 EI (flexural rigidity)에 비례하며 bracket angulation (a, b), interbracket distance(L)에 영향을 받음을 알 수 있다. 그러나 식은 wire가 deflection될 때 strain은 stress에 비례한다는 Hooke's law에 기초하고 있기 때문에²⁷⁾ 실제 wire를 proportional limit 내에서 deflection될 때만 계산식이 유효하다. 그러나 proportional limit의 위치를 정확히 찾기는 어려우므로 임상적으로 yield point 까지 계산식이 유효하며

bracket의 편측에서 그 wire의 maximum bending moment이상 발생할 수 없다. (표 1. 참조)

1. Geometry(a/b)에 따른 moment의 비율

Geometry(a/b)에 따른 두 bracket간에 발생하는 moment의 비율을 구하였다.

식 1 에서

$$\frac{Ma}{Mb} = y, \quad \frac{a}{b} = x \text{ 라고 하면}$$

$$y = \frac{(2x+1)}{x+2} \text{ 가 되고}$$

이는 y = 2, x = -2를 점근선으로 하고 (-0.5, 0), (0, 0.5)를 지나는 쌍곡선이 된다. (그림 2.)

이때 geometry (a/b)가 정해지면 Ma 와 Mb의 비율은 interbracket distance, wire 단면, wire 재질, angulation의 크기에 무관하게 나타남을 알 수 있고 geometry (a/b) = -0.5, -2.0인 경우 각각Ma = 0, Mb = 0이 되어 bracket A 또는 bracket B에 moment가 발생하지 않고 이 geometry를 중심으로 moment의 비는 역전되어 (a/b) > -0.5 또는 (a/b) < -2.0이면 bracket A, Bracket B의 moment는 서로 같은 방향으로, -2 < (a/b) < -0.5 인 경우는 서로 다른 방향의 moment를 받게 됨을 알 수 있다.

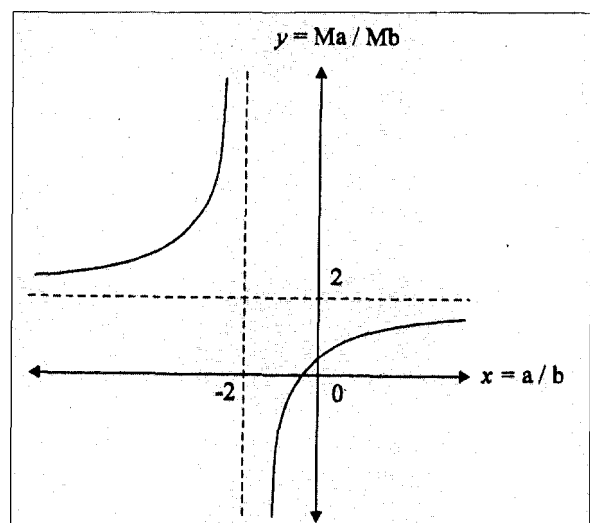


그림 2. Geometry(a/b)에 따른 moment의 비율

2. Geometry(a/b)에 따른 moment to force ratio

치아 이동시 회전 중심은 force의 양과는 무관하고 moment to force ratio에만 영향을 받으므로 치아 이동양상을 알기 위해서 geometry(a/b)에 따른 두 bracket간에 moment to force를 구하였다.

식 1에서

$$\frac{(Ma / Fa)}{L} = y, \quad \frac{a}{b} = x \quad \text{라고 하면}$$

$$y = \frac{2x+1}{3(x+1)} \quad \text{가 되고}$$

이는 $x = -1, y = 0.66$ 을 점근선으로 하고 $(-0.5, 0), (0, 0.33)$ 을 지나는 쌍곡선이 된다. (그림 3.) Couple과 force를 합성하여 single force로 대치할 경우 wire deflection의 양에 관계없이, geometry (a/b)가 정해지면 interbracket distance의 일정한 비율 (Ma/Fa)/L에 single force가 위치하게 된다. (a/b) = -0.5 인 경우 bracket A의 moment to force ratio는 0 이 되어 Bracket A의 직상방에서 single force가 작용하고, (a/b) = -1 인 경우 즉 동량의 반대 방향의 각도를 가지는 경우 힘의 작용점의 위치는 무한대가 되어 A, B 두 치아는 저항중심을 중심으로 순수회전을 하게 된다.

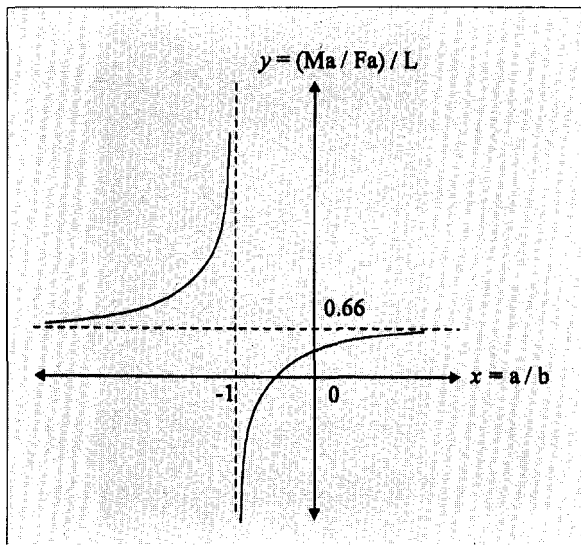


그림 3. Geometry(a/b)에 따른 moment to force ratio의 L에 대한 상대적인 위치

3. Force system의 절대값

식 1로 부터 두 bracket간에 발생하는 force system의 절대값을 알 수 있으나 매번 E (modulus of elasticity), I (moment of inertia)를 찾고 계산하기가 복잡하므로 각종 wire에 대한 상대적인 EI (flexural rigidity)를 미리 계산 해놓고^{8,9,34)} 이 상대적인 EI에 상수 (K=28100)을 곱하면 절대값 EI를 구할 수 있다. 표 1.은 기본적으로 임상에서 가장 많이 사용되고 있는 0.016inch stainless steel의 flexural rigidity를 1로 놓았을 때 다른 wire들의 상대적인 flexural rigidity, yield bending moment, 그리고 maximum bending moment를 나타내고 있다.

나. 일례에 대한 분석 결과

심한 crowding을 가진 case로서 (사진 1) 특히 3, 12 은 심하게 ectopic하게 위치하고 있어서 wire의 걸찰을 하지 않았다. 0.018inch slot의 bracket을 붙이고 0.016inch NiTi (Ormco사 제품)를 full arch로 장착하고 분석하여 다음과 같은 결과를 얻었다. (표 2.)

NiTi는 activation초기에 bending moment 500 gmm까지는 상대적 EI가 0.28이고 그 이후는 EI = 0.07의 값을 가지며, deactivation 시는 초기와 말기에 stiffness가 크고 그 이외의 부분에서는 stiffness가 작은 특징적인 hysteresis곡선을 보인다. 즉 wire를 장착하는 방법, deflection시킨 양, 온도, 시간 등 많은 요인에 의해 영향을 받기 때문에¹⁷⁾ 일정한 값으로 나오지 않고 범위로 나오게 된다. 그러나 Hooke의 법칙을 따르는 NiTi 이외의 대부분의 재질에 대해서는 정확하게 구해질 수 있다.

이 예에서 wire의 bending moment가 최대로 발생하는 곳은 4 원심(1670gmm)이고 따라서 영구 변형이 일어날 가능성은 4 원심 > 15 원심 > 14 원심 > 11 원심 = 13 근심 = 16 근심 순으로 크게 나타났으나 실제로 wire를 모형에서 제거한 후 육안적으로 확인할 수 있는 영구변형은 일어나지는 않았다.

개개의 치아가 받는 force system은 그 치아의 양단의 두 force system을 합하면 된다. 즉 4에는 2300gmm의 clockwise moment와 596g의 intrusive force가 발생하고 있음을 알 수 있다.

IV. 총괄 및 고찰

치아에 known force가 가해졌을 때 치아의 초기 이동양상 또는 치근주위의 응력분포에 관하여는 유한요소분석법^{1,3,33)}, 광탄성 분석법¹⁸⁾, laser 간섭법 및 반사법^{2,11,16)}, strain gauge 및 computer를 이용한 측정법 등 다양한 보고들이 있다. 즉 2차적으로 치아 및 그 주위 조직이 known force에 대해 반응하는 양상 또는 후방 견인 시 사용되는 loop의 moment to force ratio는 비교적 잘 알려졌다^{7,14,19)}, 1차적으로 bracket에 장착된 wire가 초기 leveling시 각 치아에 어떤 force와 moment를 발생하느냐에 관한 실험적, 역학적 해석에 대한 보고가 매우 적다.

이 연구에 사용된 이론의 기초 자료가 되는 재료학적인 특성에 관하여는 여러 가지 실험 방법과 방대한 실험 data가 보고되어 있다.^{4,5,6,8,17,20,25,26,30,31)} 이때 인장, 굽힘, 비틀림 실험들을 통하여 조사한 yield strength, ultimate strength, modulus of elasticity, yield bending moment, 그리고 maximum bending moment에 대해 보고된 자료들을 토대로 표 1을 만들었다.

Continuous straight wire에 의해 발생하는 force system에 관한 연구는 1952년 Sved가 3 moment equation을 도입하여 force system을 설명했고³²⁾ 1988년 Drenker역시 3 moment equation을 이용하여 continuous arch에서 발생하는 force system을 설명하면서 이상적으로 배열되어 있는 치열궁에서 한 개의 치아만이 변이되어 있어도 continuous arch wire가 장착될 경우 그 영향은 전 악에 걸쳐서 과급됨을 일례를 통해서 수학적으로 계산해 내었다.²¹⁾ 1988년 Rock은 arch wire에 발생하는 force의 직접 측정을 시도하였다.²⁸⁾ 그러나 이들 연구에서는 simple support (moment를 발생시키지 못하는 single point contact만 하는 지지구조)를 model로 하였기 때문에 그 이론들은 임상교정학적으로로는 Begg bracket에 straight wire가 장착된 경우에만 적용이 가능하다. 반면에 edgewise bracket은 wire가 장착된 후 한쪽에서 deflection되는 경우 그 stress가 bracket을 통과해서 다른 쪽으로 전달되지 않는 fixed support의 양상을 나타내게 된다. 이러한 model에서 발생하는 force system에 대해서는 1974년 Burstone이 angulated

표 1. 각종 wire에 대한 relative EI, yield moment, ultimate moment^{6,8)}

wire type	cross section(inch)	relative EI (1st/2nd)	My (g mm) yield moment	Mmax (gmm) ultimate moment
Solid				
18/8 S.S.	0.014	0.59	1190 ± 100	1570 ± 50
	0.016	1.00	1960 ± 200	2525 ± 50
	0.018	1.60	2700 ± 200	3475 ± 50
TMA	0.016	0.42	1175 ± 100	1470 ± 100
Nitinol	0.016	0.26	975	2112
Niti	0.016	0.28(0.07)*	850	1233
TMA	0.018	0.67	1450 ± 150	2000 ± 50
Nitinol	0.018	0.42	N/A	N/A
TMA	0.016 × 0.022	1.85 / 0.98	2292 ± 144	2917 ± 100
TMA	0.017 × 0.025	N/A	3150 ± 300	3800 ± 150
18/8 S.S.	0.018 × 0.025	7.30 / 3.80	N/A	N/A
TMA	0.018 × 0.025	3.06 / 1.59	N/A	N/A
Nitinol	0.018 × 0.025	1.90 / 0.98	N/A	N/A
Braided				
D-Rect	0.016 × 0.022	0.16 / 0.12	N/A	N/A
	0.018 × 0.025	0.35 / 0.29	N/A	N/A
Force 9	0.017 × 0.025	1.0 / 0.5	N/A	N/A
	0.018 × 0.025	1.1 / 0.5	N/A	N/A

*Large deflection

bracket에 0.016inch stainless steel straight wire가 장착 될 경우 two tooth segment의 경우에 대해서 특징적인 6가지 상황에서 상대적인 값과 절대적인 값을 계산하면서 force system을 분석하는 방법을 소개한 바 있다.¹³⁾

이상적인 형태의 wire가 deflection되어 bracket에 삽입된 경우 bracket은 초기의 wire의 형태와는 상관 없이 deflection된 wire에 의해 발생하는 force system에만 의존하게 되며 일반적으로 초기 wire의 형태대로 배열되지 않는다. 임상적인 예로서 편평한 교합평면을 가지고 있으면서 제1 대구치를 제외한 치아는 잘 배열되어 있고 제1대구치만 근심으로 경사되어 있는 경우 continuous straight archwire가 삽입되면 제1 대구치만 tip back되는 것이 아니라 제1 대구치는 extrusion되고 소구치부는 intrusion되어 편평하던 교합평면에 의도하지 않았던 curve of Spee가 발생하게 되어 배열이 초기 wire의 형태와는 차이가 있다.¹⁰⁾

교정치료를 시 치아는 deflection된 wire에 의해 힘과

moment를 받고 이에 의해 이동이 일어나는데 움직임이 매우 느리기 때문에 일정 순간 순간은 항상 외부에서 작용된 힘이 주위조직과 평형을 이루고 있다. 공간에서 물체가 평형을 이루는 필요충분 조건은

$$F_x = 0 \quad M_x = 0$$

$$F_y = 0 \quad M_y = 0$$

$$F_z = 0 \quad M_z = 0$$

6가지로서 이들을 동시에 만족하고 있어야 한다. 평면에서 second order만을 고려한다면

$$F_x = 0$$

$$F_y = 0 \quad \text{식 2}$$

$$M_z = 0$$

의 3가지만 만족하면 된다. 임상적으로 근심방향으로 경사되어 있는 구치를 직립 시킬 때 cantilever upri-

표 2. 분석대상 모형의 bracket angulation (a, b), 두 bracket간의 force system, 그리고 최종적인 full arch상에서의 force system (0.016inch NiTi)

치아	7	6	5	4	2	1	1	3	4	5	6	7
ab (degree)	-6.7	13.8		10.1	0.5		-14.9	-14.9		-12.5	-3.8	
		15.2	-4.1		3.1	3.7		-1.9	8.2		-3.1	4.0
			-1.5	10.8		3.8	-7.1		-7.8	0.0		
L (mm)	7.7	5.0	3.3	9.0	7.3	9.8	13.8	8.0	3.6	6.2	6.9	
a/b	-0.49	-3.71	-0.14	20.2	0.84	-0.54	1.00	-0.23	∞	3.29	0.76	
F(g)	98.7	-98.7		108	-108		-129	129		-349	349	
		366	-366		105	-105		81.1	-81.1		15.6	-15.6
			704	-704		-28.3	28.3		-496	496		
M(gmm)	14.3	746		632	339		-890	-890		-1280	-890	
		145	385		373	395		151	498		-87.6	195
			644	1670		14.0	-292		-1190	-595		
F(net)	98.7	267	338	-596	-3	-133	-101	210	-577	147	333	-15.6
	(24.7)	(66.8)	(84.5)	(-149)	(-0.8)	(-33.3)	(-26.3)	(52.5)	(-144)	(36.8)	(83.3)	(-3.6)
M(net)	14.3	891	1030	2300	712	409	-1182	-739	-692	-1845	-978	195
	(3.6)	(223)	(258)	(575)	(178)	(102)	(-296)	(-185)	(-173)	(-461)	(-245)	(48.8)

Force와 moment는 상대적 EI = 0.28인 small deflection시의 값이고 괄호 속은 EI = 0.07 인 large deflection시의 값

+ downward force, clockwise moment acting on the bracket

- upward force, counterclockwise moment acting on the bracket

a, b bracket angulation L interbracket distance

F force by two tooth segment F(net) net force

M moment by two tooth segment M(net) net moment

yield bending moment = 850 gmm

maximum bending moment = 1233 gmm

ghting spring을 설계하는 경우가 많다. 이때 free end에 force gauge로 vertical force를 측정하고 구치의 저항중심에서 힘의 작용점까지의 거리를 측정해서 force와 distance라는 두 가지 정보를 얻었다면, 식 2에서 horizontal force는 없으므로 $F_x = 0$ 가 되고 $F_y = 0$ 을 만족하기 위한 크기는 같으나 방향이 서로 반대 방향인 두개의 힘 (구치는 extrusive, free end는 intrusive)이 발생하고 $M_z = 0$ 을 만족하기 위해 구치에 생기는 moment (force \times distance)는 두개의 vertical force에 의해 발생하는 couple로 서로 상쇄된다. 즉 3가지 변수를 알기 위해 3개의 식이 마련되어 평형조건만 가지고 force system을 설명할 수 있다. 이렇게 평형조건이 force system을 설명하는 충분 조건이 되는 경우의 force system을 statically determinate system이라고 한다. 그림 1은 두개의 edgewise bracket에 wire가 장착된 상태를 도식한 그림인데, 이 경우는 양단에 발생하는 4가지 변수 가운데 일반적으로는 어느 한가지도 슬자는 정확한 값을 알 수 없다. 이러한 경우는 평형 조건만으로 force system에 관한 설명이 불가능한 상태로서 statically indeterminate system이라고 한다.

두개의 bracket의 slot이 서로의 연장선상에 평행하게 위치 하지 못하는 경우에 이들 둘 간에는 statically indeterminate force system이 발생하게 되므로 통상 edgewise bracket으로 교정치료시 장치에서 발생하는 force system은 임상에서 force gauge에 의해서 측정이 안되고 다른 방법으로의 접근이 필요하다. 이때 일반적으로 moment와 force가 동시에 발생하게 되고 이의 크기는 거의 대부분이 wire 재질, wire단면의 크기와 모양, bracket과 bracket간의 각도의 비(geometry), 그리고 bracket간의 거리(interbracket distance)에 의해 영향을 받는다. 이때의 이러한 statically indeterminate force system은 평형 조건 외에 linear beam theory로 설명될 수 있다. 이는 구조물내의 beam이 stress를 받을 경우 이의 변형을 해석하기 위해 발달된 이론이나 arch wire에 의해 bracket에 발생하는 force system에 적용시킬 수 있다.

본 연구는 initial force system에 국한 하여 설명하고 있는데, 초기 상태에서 치아가 이동을 시작하여 wire가 deactivation됨에 따라 geometry(a/b)는 변화하여 더 이상 같은 force system을 발생하지는 않는다. 치아이동시 회전중심을 결정하는 것이 moment to force ratio 인데 치아가 이동을 시작하면 geometry(a/b)가 변화하여 moment to force ratio가 변하고

따라서 회전중심이 변하게 된다. 즉 consistent system에서 처음에 flexible한 wire에서 stiff한 wire로 교환하여 감에 따라 치아는 불필요한 이동 없이 최종 위치를 향해 최단 거리를 이동하는 것 같지만 consistent system에서도 wiggling movement가 일어남을 알 수 있다. wire가 장착된 초기의 initial force system의 중요성은 이때의 force, moment가 가장 강력하고 치아이동의 가장 많은 부분을 차지하고 있기 때문이다.¹³⁾ 따라서 initial force system으로 wire가 deactivation됨에 따라 energy가 소실되어 다음 단계의 wire로 바꾸어야 할 때까지의 상태는 설명할 수 있을 것이다.

이 이론을 이용하면 예에서 보인 바와 같이 arch에서 각종 wire가 발휘하는 force system을 설명하는 것 외에도 arch를 전치부와 구치부의 segment로 나누어 각 segment를 rigid하게 한 후 segment전체의 이동을 시키는 root spring을 장착하는 경우에 root spring의 geometry(a/b)를 결정하는데 사용될 수도 있다.¹²⁾

V. 결 론

Edgewise bracket에 continuous straight arch wire를 장착 했을 때 각 bracket에 발생하는 force system은 statically indeterminate system이기 때문에 임상적으로 측정이 어렵다. 이에 본 연구는 linear beam theory를 도입하여 full arch 에 straight wire가 장착된 경우 geometry(a/b), 재질, 단면의 모양, 그리고 interbracket distance에 관계없이 발생 가능한 모든 상태를 설명하고 다음과 같은 결과를 얻었다.

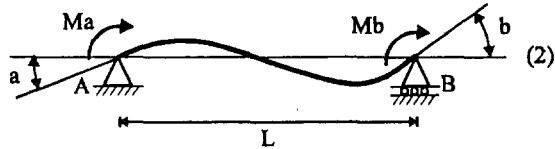
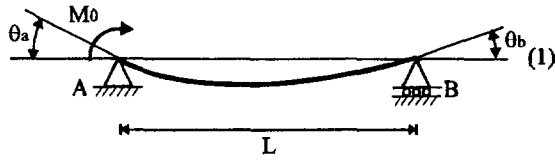
1. Bilateral fixed beam의 양끝에서 발생하는 force system을 알 수 있는 계산식을 얻었다.
2. 이를 이용하여 continuous straight archwire가 장착된 경우 각 치아에 발생하는 force system을 알 수 있다.
3. Continuous straight archwire장착시 영구변형의 발생여부와 발생위치를 예측 할 수 있다.

참 고 문 헌

1. 김영원. 견치 원심이동시의 초기변화에 관한 유한요소법적 연구. 연세치대논문집 1989;5:556-583.
2. 이수룡. 상악 견치의 저항중심에 관한 laser speckle interferometry와 holographic interferometry를 이용한 실험적

- 연구. 연세치대논문집 1989: 6:818-537.
3. 장재완. 상악 중절치 후방이동시의 이동양상에 관한 유한 요소법적 연구. 대치교정지 1991: 21:617-633.
 4. Andreasen GF, Morrow RE. Laboratory and clinical analysis of nitinol wire. Am J Orthod Dentofac Orthop 1978;73:142-151.
 5. Asgharnia MK, Brantley WA. Comparison of bending and tension tests for orthodontic wires. Am J Orthod Dentofac Orthop 1986: 89:228-236.
 6. Burstone CJ, Goldberg AJ. Maximum forces and deflections from orthodontic appliances. Am J Orthod Dentofac Orthop 1983: 84:95-103.
 7. Burstone CJ. A device for determining the mechanical behavior of orthodontic appliances. Trans. biomech., 1977 :24:438.
 8. Burstone CJ. Variable modulus orthodontics. Am J Orthod Dentofac Orthop 1981: 80:1-16.
 9. Burstone CJ. Application of bioengineering to clinical orthodontics. In: Graber, T.M., Swain B.F., Orthodontics, current principles and techniques. : St. Louis, C.V. Mosby Co., 1985: 193-228.
 10. Burstone CJ. The biomechanical rationale of orthodontic therapy. In: Melsen B., Current controversies in orthodontics. Chicago, Quintessence publishing Co, Inc, 1991: 131-146.
 11. Burstone CJ, Every TW, Pryputniewicz RJ. Holographic measurement of incisor extrusion. Am J Orthod Dentofac Orthop 1982: 82:1-9.
 12. Burstone CJ, Hanley KJ. Modern edgewise mechanics Segmented arch technique. Dept of Orthod., University of Connecticut, 1989.
 13. Burstone CJ, Koenig HA. Force systems from an ideal arch. Am J Orthod Dentofac Orthop 1974: 65:270-289.
 14. Burstone CJ, Koenig HA. Optimizing anterior and canine retraction. Am J Orthod Dentofac Orthop 1976: 70:1-19.
 15. Burstone CJ, Koenig HA. Creative wire bending- the force system from step and V bend. Am J Orthod Dentofac Orthop 1988: 93:59-67.
 16. Burstone CJ, Pryputniewicz RJ. Holographic determination of center of rotation produced by orthodontic forces. Am J Orthod Dentofac Orthop 1980: 77:396-409.
 17. Burstone CJ, Qin B, Morton JY. Chinese NiTi wire - a new orthodontic alloy. Am J Orthod Dentofac Orthop 1985: 87:445-452.
 18. Caputo AA, Chaconas SJ, Hayash RK. Photoelastic visualization of orthodontic force during canine retraction. Am J Orthod Dentofac Orthop 1974: 65:250-259.
 19. Christiansen RL, Burstone CJ. Centers of rotation within the periodontal space. Am J Orthod Dentofac Orthop 1969: 55:353-369.
 20. Drake SR, and et al. Mechanical properties of orthodontic wires in tension, bending, and torsion. Am J Orthod Dentofac Orthop 1982: 82:206-210.
 21. Drenker E. Calculating continuous arch wire forces. Angle Orthod 1988:58:59-70.
 22. Goldberg AJ, Burstone CJ. An evaluation of beta titanium alloys for use in orthodontic appliances. J Dent Res 1979:58:593-600.
 23. Goldberg AJ, Burstone CJ, Koenig HA. Plastic deformation of orthodontic wire. J Dent Res 1983:62:1016-1020.
 24. Haack DC. The science of mechanics and its importance to Analysis and research in the field of orthodontics. Am J Orthod Dentofac Orthop 1963: 49:330-344.
 25. Kusy RP, Greenberg AR. Effects of composition and crosssection on the elastic properties of orthodontic wire. Angle Orthod 1981:51:325-341.
 26. Lopez I, Goldberg J, Burstone CJ. Bending characteristic of nitinol wire. Am J Orthod Dentofac Orthop 1979:75: 569-575.
 27. Popov EP. Mechanics of materials, 2nd Ed Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, New Jersey, 1978:91-161.
 28. Rock WP, Wilson HJ. Forces exerted by orthodontic aligning archwires. Br J Orthod 1988:15:255-259.
 29. Ronay F, Melson B, Burstone CJ. Force system developed by V bends in an elastic orthodontic wire. Am J Orthod Dentofac Orthop 1989:96:295-301.
 30. Schaus JG, Nikolai RJ. Localized, transverse, flexural stiffness of continuous arch wire. Am J Orthod Dentofac Orthop 1986:89:407-414.
 31. Steiner CC. Power storage and delivery in orthodontic appliances. Am J Orthod Dentofac Orthop 1953:39:859-880.
 32. Sved A. The application of engineering methods to orthodontics. Am J Orthod Dentofac Orthop 1952:38:399-421.
 33. Tanne K, et al. Moment to force ratios and center of rotation. Am J Orthod Dentofac Orthop 1988:94:426-431.
 34. Waters NE. A rationale for the selection of orthodontic wires. Europ J Orthod 1992:14:240-245.

부 록



Bilateral fixed end beam인 (2)를 분석하기 위해 먼저 한 쪽은 roller support 반대쪽은 hinge support에 bending moment Mo만큼 가해서 (a 만큼 angulation이 되었다면 휘어진 beam (1)의 방정식은

$$y = \frac{M_o x}{6LEI} (2L^2 - 3Lx + x^2)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{M_o}{6LEI} (2L^2 - 6Lx + 3x^2)$$

$$\theta_a = \frac{M_o L}{3EI} \quad (x=0), \quad \theta_b = \frac{M_o L}{6EI} \quad (x=L)$$

가 되어 θ_a 가 θ_b 의 2배가 됨을 알 수 있다. 휘어진 beam (1)의 방정식은 linear differential equation이므로 여러 개의 loading condition이 중첩될 수 있다. 따라서 method of superposition을 이용하면 (2)에서 양단의 각도는

$$a' = \frac{M_a L}{3EI} - \frac{M_b L}{6EI} \quad b' = \frac{M_a L}{6EI} + \frac{M_b L}{3EI}$$

$$\therefore M_a = \frac{2EI}{L} (2a' + b') \quad M_b = \frac{2EI}{L} (a' + 2b')$$

Radian을 degree로 고치면,

$$M_a = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{2EI}{L}\right) (2a + b)$$

$$M_b = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{2EI}{L}\right) (a + 2b)$$

Fa와 Fb는 평형조건으로 부터

$$F_a = -F_b = \frac{M_a + M_b}{L}$$

$$\therefore F_a = -F_b = \left(\frac{\pi}{180}\right) \left(\frac{6EI}{L^2}\right) (a + b)$$

- x, y coordinate of a point on a curve
- L interbracket distance
- M bending moment
- E modulus of elasticity
- I moment of inertia
- a', b' angulation (radian)
- a, b angulation (degree)
- Fa, Fb force acting on bracket A, B
- Ma, Mb moment acting on bracket
- A, B bracket

-ABSTRACT-

Analysis of force system developed by continuous straight archwire

Kwangchul Choy, D.D.S., M.S., Byung Hwa Sohn, D.D.S., Ph.D.

Department of Orthodontics, College of Dentistry, Yonsei University.

Determination of force system and prediction of side effects from unbent straight wire engaged in edgewise bracket is clinically very difficult because it is statically indeterminate system. This study is to develop a linear beam theory that explains the force system for straight wire engaged in edgewise bracket regardless of geometry(a/b), material, cross section of wire, and interbracket distance.

1. Formula for force system of bilateral fixed end beam was derived.
2. It is possible to calculate force system of each tooth engaged in continuous straight wire.
3. The possibility and location of permanent deformation can be predicted.

KOREA. J. ORTHOD. 1996 ; 26 : 281-290

※ Key words: biomechanics, force system, bending moment, linear beam theory