

[논문] 태양에너지
Solar Energy
Vol. 16, No. 4, 1996

선형이론에 의한 Supercavitation 익렬의 유동해석

박이동* · 황윤**

* 성균관대학교 기계공학과

** 서울산업대학교 기계공학과

The Flow Analysis of Supercavitating Cascade by Linear Theory

Pak Ee-Tong* · Hwang Yoon**

* *Sung Kyun Kwan University*

** *Seoul National Polytechnic University*

요 약

Supercavitation이 발생하는 익주위의 유동을 선형이론으로 해석하기 위하여 유동장에 용출과 와를 분포시켜서 선형 적분방정식을 유도하고, 익의 영각과 cavitation 수의 변화에 따른 양력계수, 항력계수를 구하여 실험치와 비교하였다.

특이점법을 이용한 선형이론에 의하여 구한 계산치를 실험치와 비교한 결과 익의 영각이 작을 경우에는($\alpha < 10^\circ$) 잘 일치하지만 영각이 클 경우($\alpha > 10^\circ$)에는 오차가 크므로 선형이론에 의한 해석은 적합하지 않았다.

선형이론에 의한 해석에서 실험치와의 오차가 커지는 주요한 원인은 cavity의 모델이 서로 다르기 때문이며, 따라서 유한한 길이의 cavity가 발생하여도 교란속도는 무한한 후방까지 영향을 미치므로 익렬의 전후에서 운동량이 보존되도록 후류를 모델화하여야 함을 알았다.

ABSTRACT

In order to reduce damages due to cavitation effects and to improve performance of fluid machinery, supercavitation around the cascade and the hydraulic characteristics of supercavitating cascade must be analyzed accurately. And the study on the effects of cavitation on fluid machinery and analysis on the performances of supercavitating hydrofoil through various elements governing flow field are critically important.

In this study comparison of experiment results with the computed results of linear theory using singularity method was obtainable. Specially singularity points like sources and vortexes on hydrofoil and freestreamline were distributed to analyze two dimensional flow field of supercavitating cascade, and governing equations of flow field were derived and hydraulic characteristics of cascade were calculated by numerical analysis of the governing equations.

I. 서 론

액체는 정압이 포화증기압 이하로 낮아지면 증발하여 기체로 되는 성질이 있으며, 액체의 유동 중에 서로 국부적으로 정압이 증기압 이하로 낮아지면 기포가 발생하여 cavitation이 생긴다.

특히 펌프, 수차등의 액체를 작동유체로 하는 수력기계의 익면부근에서 국부적으로 유속이 빨라지면, 압력이 낮아져 기포의 성장으로 cavity가 발생한다. 역으로 유동의 정압이 액체의 포화증기압보다 높아지면 cavity가 급격히 축소하여 소멸되며 익면에 형성되어 있던 기포가 소멸하는 순간 액체가 익면에 충돌하게 된다. 이와같이 유동의 정압의 변동에 따른 반복적인 cavity의 생성과 소멸은 유체기계의 성능에 부정적인 영향을 미치게 되는데 이 현상을 cavitation이라 한다¹⁾.

Cavitation이 발생하면 익면부근에 형성된 cavity가 액체의 유동을 방해하여 유체기계의 성능을 저하시키며, cavity의 반복적인 생성과 소멸에 의하여 심한 소음과 진동이 발생하고, cavity의 소멸에 의한 반복적인 충격에 의하

여 익면재료의 피로파괴를 일으켜서 유체기계의 수명을 단축시킨다²⁾.

Cavitation의 발생으로 인한 이러한 영향들은 유체기계의 성능향상을 방해하는 문제가 되고 있지만, 유체기계에서 더 높은 출력을 얻기 위해서는 유속이 빨라져야 하므로 cavitation의 발생을 피할 수 없게 된다.

일반적으로 cavitation은 익면의 일부에 cavity가 형성되는 부분cavitation으로 되지만, 익면에서의 정압이 부분 cavitation의 경우 보다 더 낮아지면 cavity의 길이가 익의 길이 보다 길어지는 supercavitation이 발생하게 된다.

이러한 supercavitation 상태에서 유체기계를 작동하면 고속으로 운전이 가능하므로 출력을 높일 수 있고 익면보다 하류에서 cavity가 소멸하므로 익면에서의 침식과 진동은 피할 수 있으며, 또한 익의 배면에 cavity가 형성되므로 배면에서 익과 유체의 마찰저항이 거의 없는 이점이 있다²⁾.

이와같은 supercavitation의 이점을 이용하여 유체기계에 미치는 cavitation의 부정적인 영향을 감소시키고 supercavitation의 발생을

고려한 익렬을 이용하여 초고속 유체기계를 개발하고자 하는 연구가 이루어 지고 있으며, supercavitation의 발생을 고려한 유체기계의 성능해석 혹은 합리적인 설계에 있어서 중요한 문제는 cavitation이 발생하는 익렬 주위의 유동과 익형에 대한 압력분포, 양력계수, 항력계수 등 성능을 정확하게 해석하는 것이다.

따라서 supercavitation이 발생하는 익주위의 유동장을 해석하기 위한 선형이론으로는 종래부터 주로 등각사상법이 이용되어 왔다⁴⁾.

이 등각사상법을 이용한 해석들은 계산결과가 서로 일치하지 않으며 2차원 유동인 경우에만 적용이 가능하여 3차원 유동으로의 확장이 어렵다는 중대한 결점이 있다.

또 특이점법을 이용한 선형이론⁵⁾에서도 계산결과가 서로 일치하지 않으며, 그 주요한 요인으로는 cavity의 모형이 서로 다르기 때문이다. 즉 cavitation이 발생하는 유동장에서는 유한한 길이의 cavity가 발생하여도 교란 속도는 무한한 후방까지 영향을 미치므로 익의 검사역에서 운동량이 보존되도록 후류를 모델화 하여야 한다.

이러한 배경하에서 supercavitation이 발생하는 익과 익렬의 2차원 유동장에 용출과 와 등의 특이점을 분포시켜서 특이점분포를 선형적으로 조합하여 유동장을 지배하는 적분방정식을 나타내고 이 식으로부터 해를 구하고 실험결과와 비교하여 해의 정확성을 분석하였다.

II. 관련이론

2. 1 지배방정식

Supercavitation이 발생하는 2차원 유동장을 선형이론으로 해석하기 위하여 다음과 같이 가정하였다.

- (1) Cavity와 후류는 익면과 자유유선에 의하여 외부유동과 분리된다.
- (2) 외부유동은 비점성, 비회전유동이다.
- (3) Cavity의 길이는 유한하며 cavity의 후류는 일정한 형상으로 가정한다.

Fig. 1은 두께를 무시할 수 있는 얇은 평판익의 배면에 cavity의 길이가 일정한 supercavitation이 발생하는 단일익의 경우에 supercavitation을 발생시키는 익과 자유류선을 나타낸 그림이다.

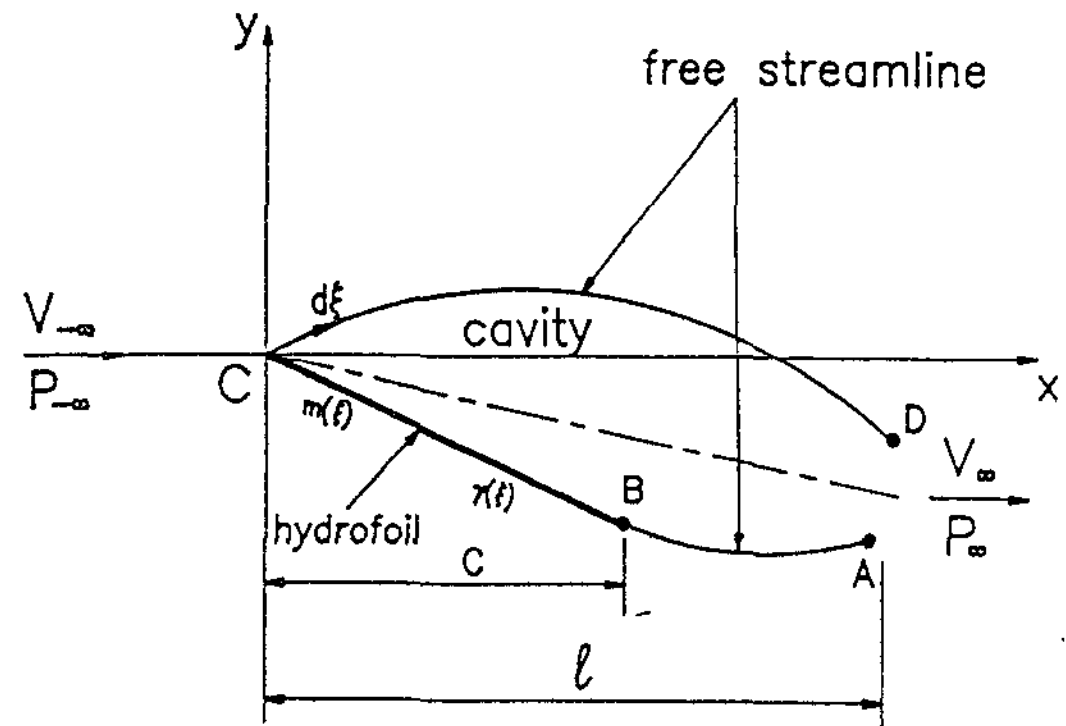


Fig. 1. Physical model for the supercavitating hydrofoil

Fig. 1에서 직선 B-C는 익면을 나타내는 경계이며 곡선 A-B, C-D는 익면과 분리되어 cavity를 형성하는 자유류선을 나타내는 경계이다.

유동장에 대한 지배방정식을 유도하기 위하여 익의 길이를 c , cavity의 길이를 l 이라 하고, $x = -\infty$ 에서의 속도는 V_∞ , 압력은 P_∞ 로 하고, 속도와 압력을 선형화하기 위하여 익의 길이 $c=1$, 상류에서의 속도 $V_\infty=1$ 로 하면 cavitation이 발생하는 익의 x 축상에 분포한 용출 $m(\xi)$ 과 와 $\gamma(\xi)$ 에 의하여 유기되는 교란 속도포텐셜 $\phi(x, y)$ 는 다음과 같다.

$$\phi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^l m(\xi) \ln \{ (x-\xi)^2 + y^2 \}^{1/2} d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \gamma(\xi) \tan^{-1} \left(\frac{x-\xi}{y} \right) d\xi \quad (1)$$

익렬인 경우는 Fig. 2와 같이 익렬의 pitch를 t , 익렬각을 β 라 하면 supercavitation이 발생하는 익렬의 유동장에서 교란 속도포텐셜 $\phi(x, y)$ 는

$$\phi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^l m(\xi) \sum_{-\infty}^{\infty} \ln \{ (x - n t \sin \beta - \xi)^2 + (y - n t \cos \beta)^2 \}^{1/2} d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \gamma(\xi) \sum_{-\infty}^{\infty} \tan^{-1} \left(\frac{x - n t \sin \beta - \xi}{y - n t \cos \beta} \right) d\xi \quad (2)$$

로 되며 $y = \pm 0$ x 축상에서 교란속도 $u(x, \pm 0)$, $v(x, \pm 0)$ 는 식(2)를 미분하면,

$$u(x, \pm 0) = \pm \frac{\gamma(x)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{m(\xi)}{x-\xi} d\xi + \frac{1}{2t} \int_0^l m(\xi) R(x, \xi) d\xi - \frac{\sin \beta}{2t} \int_0^c \gamma(\xi) d\xi \quad (3)$$

$$v(x, \pm 0) = \pm \frac{m(x)}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{x-\xi} d\xi - \frac{1}{2t} \int_0^c \gamma(\xi) R(x, \xi) d\xi - \frac{1}{2t} \int_0^l m(\xi) I(x, \xi) d\xi \quad (4)$$

로 된다. 여기서 $R(x, \xi)d\xi$, $I(x, \xi)d\xi$ 는 다음과 같이 정의되는 함수이다.

$$R(x, \xi) = \frac{\cos \beta \sinh \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \cos \beta \right) + \sin \beta \sin \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \sin \beta \right)}{\cosh \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \cos \beta \right) - \cos \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \sin \beta \right)}$$

$$I(x, \xi) = \frac{t}{\pi(x-\xi)} \quad (5)$$

$$I(x, \xi) = \frac{\sin \beta \sinh \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \cos \beta \right) - \cos \beta \sin \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \sin \beta \right)}{\cosh \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \cos \beta \right) - \cos \left(2\pi \frac{x-\xi}{t} \sin \beta \right)} \quad (6)$$

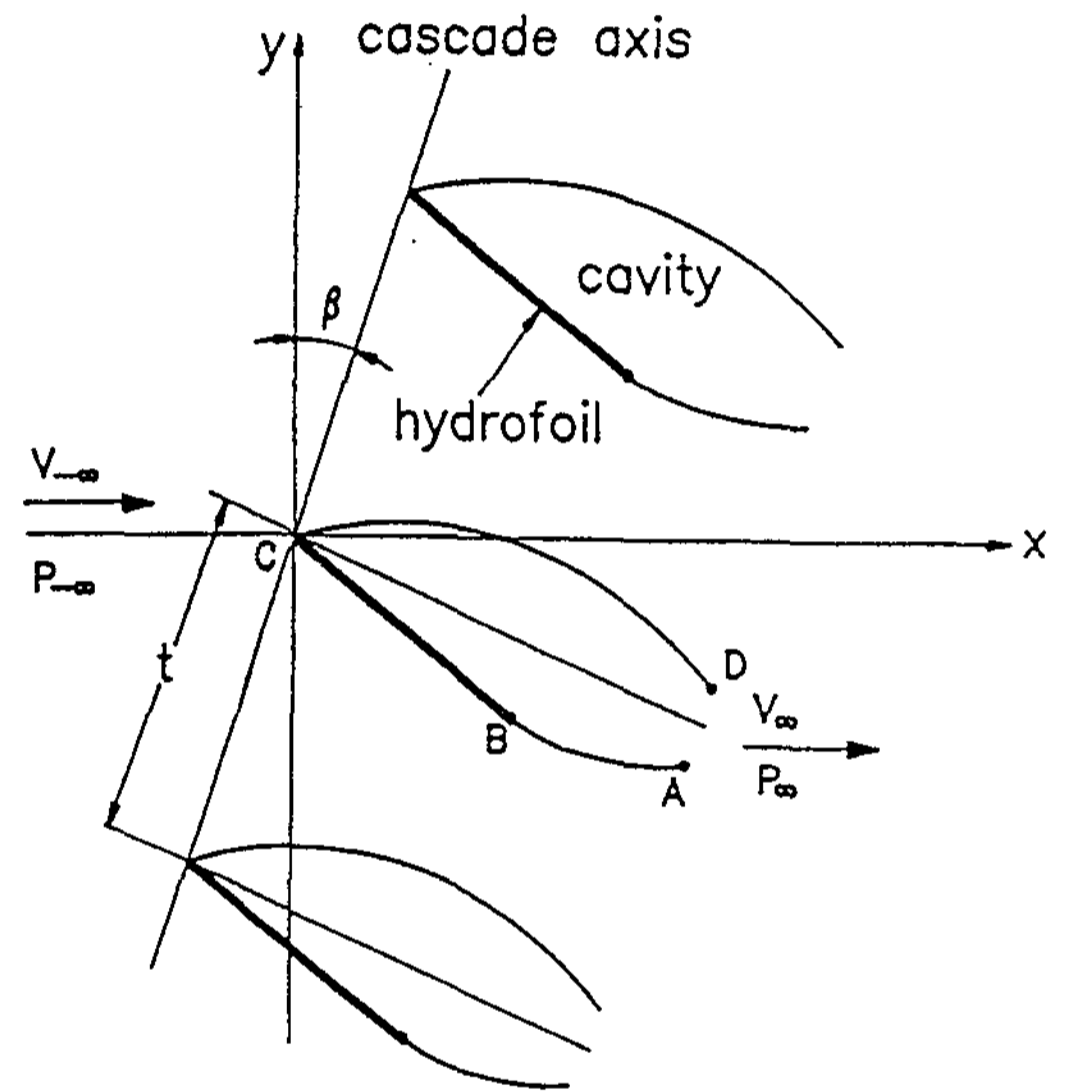


Fig. 2. Configuration of supercavitating cascade

식(3), (4)에서 익렬의 무한전방에서 교란속도가 0이 되도록 하기 위하여 $u(-\infty, \pm 0)$, $v(-\infty, \pm 0)$ 를 빼면 교란속도는 다음과 같다.

$$u(x, \pm 0) = \pm \frac{\gamma(x)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{m(\xi)}{x-\xi} d\xi + \frac{1}{2t} \int_0^l m(\xi) R(x, \xi) d\xi - \frac{1}{2t} \int_0^c \gamma(\xi) I(x, \xi) d\xi + \frac{\cos \beta}{2t} \int_0^l m(\xi) d\xi \quad (7)$$

$$v(x, \pm 0) = \pm \frac{m(x)}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{x-\xi} d\xi$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2t} \int_0^c \gamma(\xi) R(x, \xi) d\xi \\
 & - \frac{1}{2t} \int_0^l m(\xi) I(x, \xi) d\xi \\
 & - \frac{\sin \beta}{2t} \int_0^l m(\xi) d\xi \quad (8)
 \end{aligned}$$

식(7), (8)의 경계조건으로는 익하면에서 유선은 익형과 같은 유선을 가지며, cavity 유선 상에서 압력은 일정하다는 조건을 적용하면, $c(x < l$ 인 범위에서 $p^+ = p^- = p_c$, 즉 $u^+ = u^-$ 로 된다.

식(7), (8)에서 양력계수와 항력계수는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 C_L &= \frac{1}{\frac{1}{2} \rho V_{-\infty}^2 c} \int_0^c (p^- - p^+) dx = \\
 & \frac{2}{c} \int_0^c (u^+ - u^-) dx = \frac{2}{c} \int \gamma(x) dx \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_D &= - \frac{1}{\frac{1}{2} \rho V_{-\infty}^2 c} \int_0^c (p^- - p^+) v^- dx \\
 &= - \frac{2}{c} \int_0^l (u^+ - u^-) v^- dx \\
 &= \frac{2}{c} \left[\frac{P_{-\infty} - P_c}{\frac{1}{2} \rho V_{-\infty}^2} \int_0^l m(x) dx \right. \\
 & \quad \left. - \frac{v_{\infty}}{c} \int_0^l \gamma(x) dx - \frac{u_{\infty}}{c} \int_0^l m(x) dx \right] \quad (10)
 \end{aligned}$$

식(10)에서 $x = \infty$, u_{∞} , v_{∞} 는 각각 다음 식으로 표시된다.

$$u_{\infty} = \frac{1}{t} \left(\cos \beta \int_0^l m(x) dx - \sin \beta \int_0^c \gamma(x) dx \right) \quad (11)$$

$$v_{\infty} = - \frac{1}{t} \left(\sin \beta \int_0^l m(x) dx + \cos \beta \int_0^c \gamma(x) dx \right) \quad (12)$$

또 $c\Delta = \int_0^l m(x) dx$, $c\Gamma = \int_0^c \gamma(x) dx$ 라 하면 u_{∞} , v_{∞} 는 각각 다음식으로 표시된다.

$$u_{\infty} = \frac{c}{t} (\Delta \cos \beta - \Gamma \sin \beta) \quad (13)$$

$$v_{\infty} = - \frac{c}{t} (\Delta \sin \beta + \Gamma \cos \beta) \quad (14)$$

2.2 후류의 모델화

일반적인 익형의 수력특성은 상류와 하류의 유동조건으로부터 구할 수 있다. 그러나 cavitation이 발생하는 익렬의 유동장에서는 익면의 압력분포로부터 구한 수력특성과 특이점법으로 계산한 유동장의 속도분포로부터 얻은 수력특성이 일치하지 않는다. 이것은 cavity의 후류에서 cavity가 붕괴하여 액체와 기체의 혼합상태로 되고, 난류유동이 되어 에너지의 손실이 초래되므로 cavity 내에서 압력이 일정하다는 조건을 만족할 수 없기 때문이다. 즉 후단에서 cavity의 붕괴로 인하여 운동량의 손실이 발생하므로 일반적인 운동량보존법칙이 적용되지 않는다.

본 연구에서는 cavity 후류에서의 유동은 정체되고 압력은 일정하다는 가정 하에 다음과 같이 익 주위의 검사역에 연속방정식을 적용하여 후류의 두께를 구하고, 후류의 두께의 변화에 따른 운동량보존법칙을 적용하여 익렬의 수력특성을 구하는 semi-closed 모델을 채용하였다.

Fig. 3으로부터 익렬축에 평행인 상류의 경계 A-B와 하류의 경계 C-D에서 유동의 조건이 동일하고, 익렬축에 수직인 단면 A-D, B-C에서 유동은 동일한 상태가 되므로 경계 A-B-C-D를 검사역으로 취할 수 있으며, 이 검사역에 연속방정식과 운동량방정식을 적용하여 양력계수, 항력계수를 구하도록 한다.

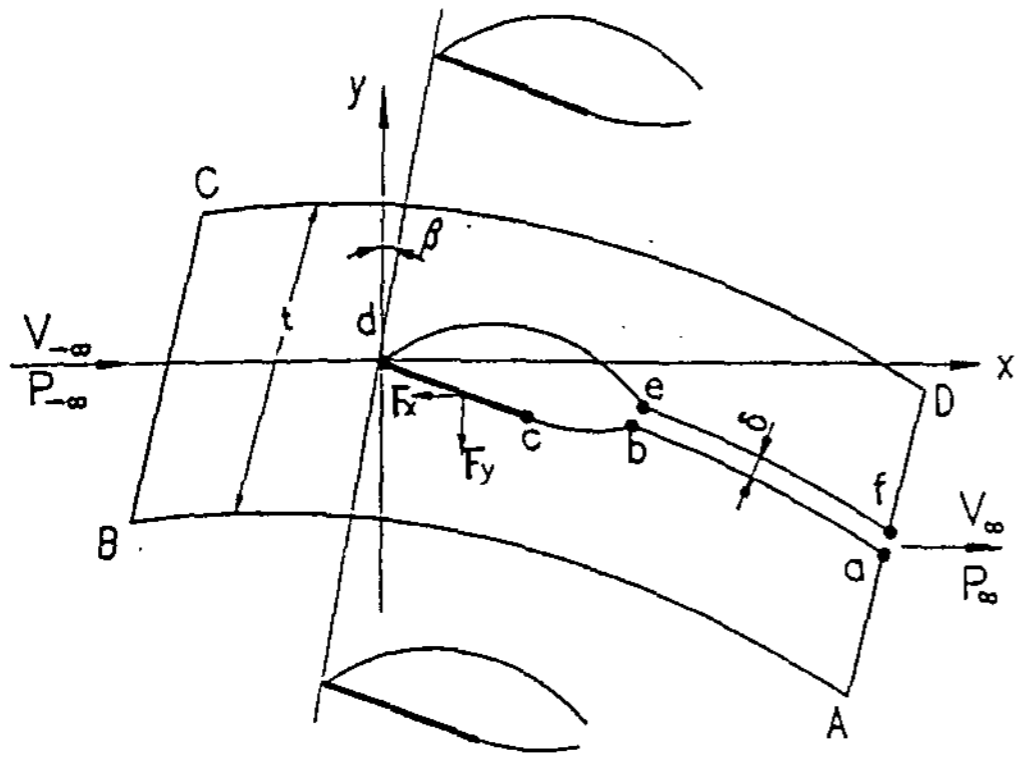


Fig. 3. Control surface for application of the momentum theory

Fig. 3에서 유속이 무한한 하류에서의 유속 V_∞ 와 같은 것으로 간주하여 두께 δ 인 후류의 영역 $abef$ 에서 운동량을 보존하면 검사면에 적용된 연속방정식은 다음과 같다.

$$\rho(u_\infty \cos \beta - v_\infty \sin \beta) = \delta \cos \beta + \rho(u_\infty \cos \beta - v_\infty \sin \beta) \quad (15)$$

식(13), (14)를 식(15)에 대입하면,

$$c\Delta = \delta \cos \beta + \rho(u_\infty \cos \beta - v_\infty \sin \beta) \quad (16)$$

로 되며, 익면에 작용하는 힘의 x, y방향의 분력 F_x, F_y 는 다음식으로 표시할 수 있다.

$$F_x = \frac{1}{2} \rho t (u_\infty^2 + v_\infty^2) \cos \beta \quad (17)$$

$$F_y = -\rho t (u_\infty \sin \beta + v_\infty \cos \beta) - \frac{1}{2} \rho t (u_\infty^2 + v_\infty^2) \sin \beta \quad (18)$$

식(13), (14)를 식(17), (18)에 대입하면,

$$F_x = \frac{1}{2t} \rho c^2 (\Delta^2 + \Gamma^2) \cos \beta \quad (19)$$

$$F_y = \frac{1}{2t} \rho c \Gamma - \rho c^2 (\Delta^2 + \Gamma^2) \sin \beta \quad (20)$$

로 되며, 식(19), (20)의 양변을 $\frac{\rho V_\infty c}{2}$ 로 나누면 항력계수 C_D 와 양력계수 C_L 는 각각 다음과 같다.

$$C_D = \frac{c}{t} (\Delta^2 + \Gamma^2) \cos \beta \quad (21)$$

$$C_L = 2\Gamma - \frac{c}{t} (\Delta^2 + \Gamma^2) \sin \beta \quad (22)$$

2.3 결과 및 고찰

본 연구의 특이점법을 이용한 선형이론에 의하여 구한 계산결과의 타당성을 확인하기 위하여 大場⁶⁾와 Dinh⁷⁾의 실험결과와 비교 검토하여 Fig. 4 ~ Fig. 6에 나타내었다.

실험조건과 계산조건을 일치시키기 위해서 $V_\infty=1, P_\infty=1$ 로 하고, 평판 단일익의 길이 $c=1$ 로 하였을 때 cavity의 길이 $l/c=1.5$, cavity후류의 모델은 후류두께 $\delta=0.5$ 인 semi-closed 모델로 하였으며, cavitation 수 $\sigma = 0.32$, 익의 영각 $\alpha=8^\circ, 10^\circ$ 로 하였다.

Fig. 4는 특이점법을 이용한 선형이론에 의하여 구한 계산치를 大場의 실험결과와 비교

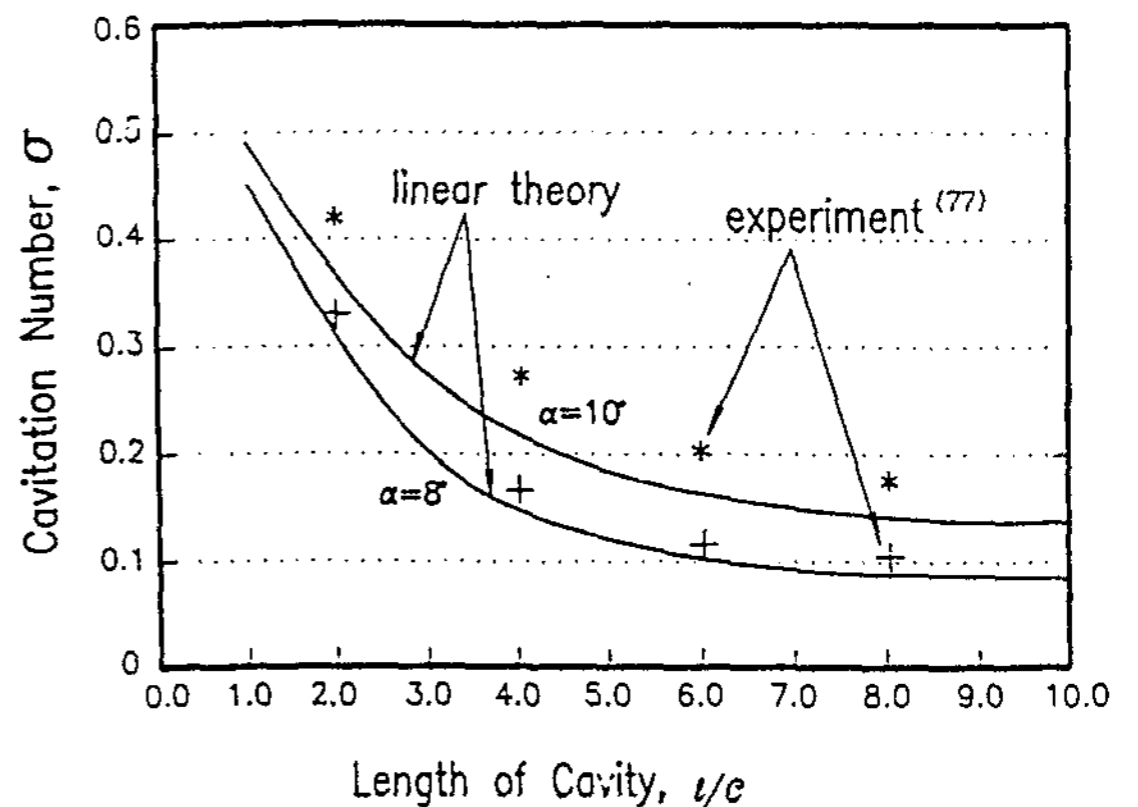


Fig. 4. Comparison of cavitation number for supercavitating flat hydrofoil at $\delta = 0.5$

하여 표시한 것이며, 평판 단일익의 길이 $c=1$, cavity 후류의 두께 $\delta=0.5$ 인 semi-closed 모델, 영각 $\alpha=8^\circ, 10^\circ$ 인 경우에 cavity의 길이 l/c 를 1에서 10까지 변화시켰을 때 cavitation 수 σ 의 변화를 표시한 것이다.

Fig. 5과 Fig. 6은 cavitation 수의 변화에 대한 항력계수 C_D 와 양력계수 C_L 의 변화를 *Dinh*의 실험치와 비교하여 표시한 것이다. 실

험조건과 계산조건을 일치시키기 위해서 평판 단일익의 길이 $c=1$, cavity 후류의 모델은 후류두께 $\delta=0.5$ 인 semi-closed 모델, 익의 영각 $\alpha=8^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ 로 하였다.

III. 결 론

Supercavitation이 발생하는 익주위의 유동을 선형이론으로 해석하기 위하여 유동장에 용출과 외를 분포시켜서 선형 적분방정식을 유도하고 익의 영각과 cavitation 수의 변화에 따른 양력계수, 항력계수를 구하여 실험치와 비교하였으며 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 본 연구에서는 supercavitation이 발생하는 익렬의 2차원 유동장에 용출과 외 등의 특이점을 분포시켜서 특이점분포를 선형적으로 조합하여 유동장을 지배하는 적분방정식을 나타내고 이 식으로부터 해를 구하여 익렬의 특성을 해석하였다.

2. 특이점법을 이용한 선형이론에 의하여 구한 계산치를 실험치와 비교한 결과 익의 영각이 작을 경우에는 ($\alpha < 10^\circ$) 잘 일치하지만 영각이 클 경우 ($\alpha > 10^\circ$)에는 오차가 크므로 선형이론에 의한 해석은 적합하지 않다.

3. 선형이론에 의한 해석에서 실험치와의 오차가 커지는 주요한 원인은 cavity의 모델이 서로 다르기 때문이며 따라서 유한한 길이의 cavity가 발생하여도 교란속도는 무한한 후방까지 영향을 미치므로 익렬의 전후에서 운동량이 보존되도록 후류를 모델화하여 야 한다.

참 고 문 헌

1) R. T. Knapp, Cavitation, McGraw-Hill, 1970

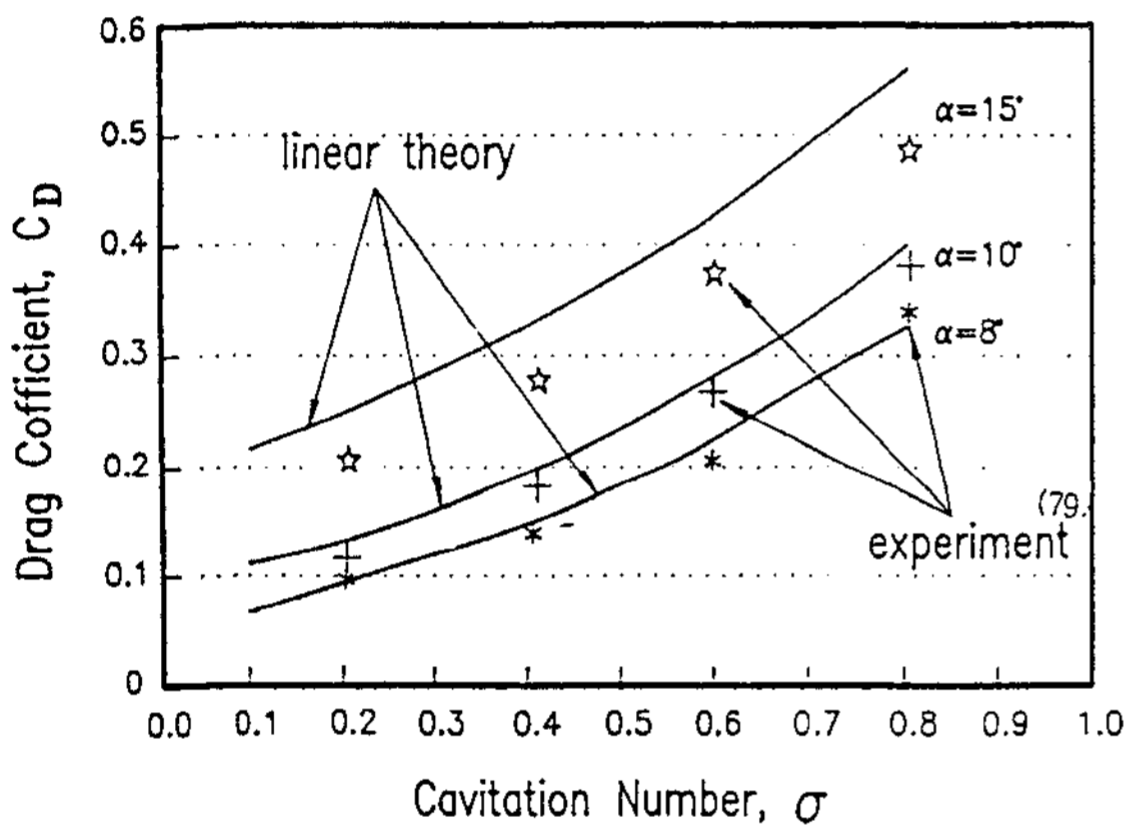


Fig. 5. Comparison of drag coefficients for supercavitating flat hydrofoil at $l/c=1.5, \delta=0.5$

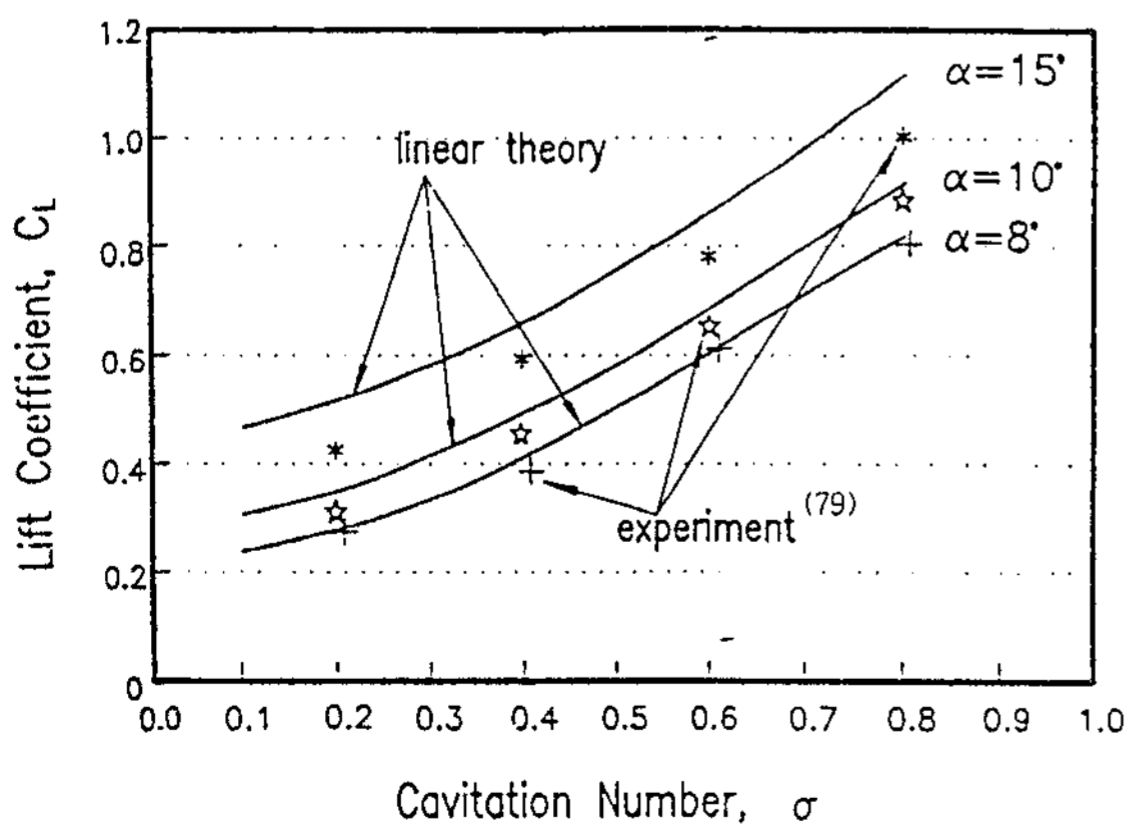


Fig. 6. Comparison of lift coefficients for supercavitating flat hydrofoil at $l/c=1.5, \delta=0.5$

- 2) Roger E. A. Arndt, Cavitation in Fluid Machinery and Hydraulic Structure, Annual Reviews Inc., 1981
- 3) W. C. Leith, "Some Corrosion Effects in Accelerated Cavitation Damage", Trans. ASME, Journal of Basic Eng. , Vol. 82, No. 4, pp. 795-887, 1960
- 4) P. C. Pien, "The Calculations of Marine Propellers Based on Lifting Surface theory", Journal of Ship Research, Vol. 5, No. 2, pp. 1-4, 1961
- 5) T. Nishiyama and T. Ota, "Linealized Potential Flow Models for Hydrofoils in Supercavitating Flow", Trans. ASME, Journal. of Basic Eng., Vol. 93, No. 3, pp. 550-564, 1971
- 6) 大場利三郎, 佐藤恵一, 任意長さの空どうを伴なうスーパーキャビテーション翼形の特性 東北大學高速力學研究所報告, 第36卷第352號, pp. 171-196, 1975
- 7) N. N. Dinh, "Some Experiment on a Supercavitating Plane Hydrofoil with Jet Flap", J. of Ship Research Vol. 13, 1969

The Flow Analysis of Supercavitating Cascade by Linear Theory

Pak Ee-Tong* · Hwang Yoon**

* *Sung Kyun Kwan University*

** *Seoul National Polytechnic University*

ABSTRACT

In order to reduce damages due to cavitation effects and to improve performance of fluid machinery, supercavitation around the cascade and the hydraulic characteristics of supercavitating cascade must be analyzed accurately. And the study on the effects of cavitation on fluid machinery and analysis on the performances of supercavitating hydrofoil through various elements governing flow field are critically important.

In this study comparison of experiment results with the computed results of linear theory using singularity method was obtainable. Specially singularity points like sources and vortexes on hydrofoil and freestreamline were distributed to analyze two dimensional flow field of supercavitating cascade, and governing equations of flow field were derived and hydraulic characteristics of cascade were calculated by numerical analysis of the governing equations.