

스펙트럴 포물선 방정식 법을 이용한 수중음파 전달해석

Analysis of Acoustic Propagation using Spectral Parabolic Equation Method

김 국 현*, 성 우 제*
Kookhyun Kim*, Woojae Seong*

요 약

본 논문에서는 2차원 양방향 포물선 방정식 법과 푸리에 변환을 이용하여 3차원 굴절현상 및 3차원 후방 산란과를 포함하는 $2\frac{1}{2}$ 차원 문제를 푸는 방법에 대해 다루었다. 여기서 $2\frac{1}{2}$ 차원 문제란 2차원적 해양환경 하에 3차원적 음원이 존재할 경우를 의미한다. 2차원 양방향 포물선 방정식법은 수치기법으로 깊이 방향과 수평거리 방향에 대해 각각 Galerkin법과 Crank-Nicolson법을 사용하며 수직 불연속 경계면에 의한 후방 산란과를 포함한 수평거리 의존 문제에 대해 유용한 해를 제공한다. 2차원 해양환경에서는 파수 k 가 종 또는 횡 수평거리 방향과 깊이 방향에 대한 함수이므로 3차원 Helmholtz 방정식을 그 방향에 대한 푸리에 변환하면 2차원 Helmholtz 방정식을 구할 수 있고 이 식으로부터 2차원 포물선 방정식 법을 이용해 스펙트럴 해를 구하여 다시 푸리에 역변환하면 최종 해를 구할 수 있다. 본 연구방법의 정확성을 시험하기 위해서 계단형 해저면을 갖는 간단한 해양환경에서 계산을 수행해 보았으며 대한해협 특정지역에서의 3차원적 음파전달 특성을 살펴보았다.

Abstract

This thesis deals with a method to solve a two-and-one-half-dimensional ($2\frac{1}{2}$ D) problem, which means that the ocean environment is two-dimensional whereas the source is fully three-dimensionally propagating, including three-dimensional refraction phenomena and three-dimensional back-scattering, using two-dimensional two-way parabolic equation method combined with Fourier synthesis. Two-dimensional two-way parabolic equation method uses Galerkin's method for depth and Crank-Nicolson method and alternating direction for range and provides a solution available to range-dependent problem with wave-field back-scattered from discontinuous interface. Since wavenumber, k , is the function of depth and vertical or horizontal range, we can reduce a dimension of three-dimensional Helmholtz equation by Fourier transforming in the range direction. Thus transformed two-dimensional Helmholtz equation is solved through two-way parabolic equation method. Finally, we can have the $2\frac{1}{2}$ D solution by inverse Fourier transformation of the spectral solution gained from in the last step. Numerical simulation has been carried out for a canonical ocean environment with stair-step bottom in order to test its accuracy using the present analysis. With this spectral parabolic equation method, we have examined three-dimensional acoustic propagation properties in a specified site in the Korean Straits.

I. 서 론

1946년 Leontovich와 Fock는 포물선 방정식 법을 공기 중에서의 radio파의 전달 문제에 처음 도입하였다[1]. 그 이후 포물선 방정식 법은 광학, 지질학, 수중음향학과 같은 물리학의 여러 응용분야에서 널리 사용되고 있다. 특히 수중음향학으로의 도입은 1973년 Tappert와 Hardin

*인하대학교 선박해양공학과 수중음향 실험실
접수일자: 1996년 2월 26일

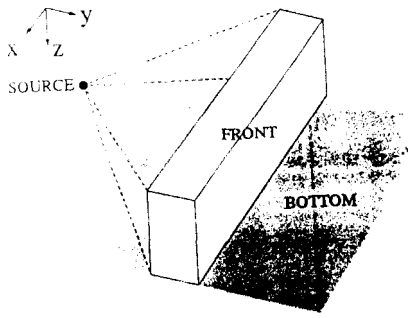


그림 1. Coordinate system of $2\frac{1}{2}$ D problem.

[2]에 의한 것이며 표준 포물선 방정식 법(standard parabolic equation method)으로 불린다. 이는 축 근방 근사(paraxial approximation)를 사용하였기 때문에 장거리 음파전달 문제에만 유용한 해를 제공하였다. 이와 같은 표준 포물선 방정식 법의 제약을 극복하기 위해 재곱근 형태의 연산자를 사용하고 이를 근사하는 새로운 정식화 방법이 소개되었다. 이러한 근사 방법은 처음에는 분수함수를 이용했으며 해의 정확도를 더하기 위해 지금에 와서는 분수함수들의 합이나 곱의 형태로 근사하는 Padé 근사식을 사용하여 수평축으로부터 거의 수직인 전파각에 대한 정확한 해를 구할 수 있게 되었다[3-7]. 이러한 노력들에 힘입어 포물선 방정식 법은 넓은 전파각에 대한 수평의존 음파전달 문제를 해석할 수 있는 강력하고 대표적인 파이프론으로 발전하였다[8].

2차원 포물선 방정식 모델은 수평방향의 굴절현상을 포함하는 정확한 해를 제공해주지 못한다. 이는 이 모델이 원통좌표계에서의 3차원 Helmholtz 방정식으로부터 방위각 방향 의존항을 그 방향의 의존도가 없거나 약하다고 가정하여 소거한 후 해를 구하기 때문이며 방위각 방향으로 해양환경 인자의 변화가 클 경우에 대한 수평 굴절 현상을 포함하는 정확한 해를 구하기 위해서는 다른 3차원 해석법(FEM, FDM 등)을 사용하는 수밖에 없다. 이와 같은 2차원적 접근 방법은 후방 산란 문제에 있어서도 유용한 해를 제공해주지 못한다. 예를 들어 음원을 중심으로 원통 모양이 아닌 직선 모양의 산란자가 일정한 해양환경에 존재할 경우에 대한 후방 산란 해를 생각해 보면, 2차원 해는 전진파의 진행방향과 산란자의 분포방향이 수직을 이룰 때를 제외하고는 유용한 해를 제공해 주지 못한다. 왜냐하면, 2차원적 후방 산란파의 진행 방향은 방위각에 관계없이 항상 음원을 향하므로 실제 현상과는 관계없는 음원에서의 에너지 집중현상을 유발하게 된다. 이러한 문제들을 해결하기 위해서는 3차원적 해법이 반드시 필요하다.

3차원 거리의존 수치모델로는 유한요소 모델(finite element model)[9], 연성 모드 모델(coupled mode model)[10] 등이 있으나 컴퓨터 용량이나 계산시간의 문제로 인

해 근거리 해양 환경에 대해서만 해석이 가능하였다. 이 밖에도 고주파수 영역에서 쓰이는 3차원 음선이론(ray theory)[11], 유한차분법을 이용한 3차원 포물선 방정식 법[12] 등이 있다.

본 논문에서는 컴퓨터 용량이나 계산시간에 있어서 효율적인 것이 이미 증명된 Collins의 2차원 양방향 포물선 방정식 법[13]을 사용하여 전선이나 해류, 계단모양의 해저면 등의 불연속 경계면이 존재할 경우에 대한 3차원적 수치 해법을 소개한다. 특히 계산의 간소화를 위해 완전한 3차원 해법이 아닌 $2\frac{1}{2}$ 차원 문제에 대해 다룬다. 여기서 $2\frac{1}{2}$ 차원이란 그림 1과 같이 2차원적 해양 환경에 3차원으로 전파되는 음원이 존재할 경우를 말한다.

$2\frac{1}{2}$ 차원 문제로 정식화하는 방법으로는 푸리에 변환을 이용하는 방법이 있는데, 이는 직교 좌표계에서의 3차원 Helmholtz 방정식을 x방향으로 푸리에 변환(Fourier transform)하여 2차원 형태의 Helmholtz 방정식을 만든 후 2차원 포물선 방정식 법을 적용하여 구한 스펙트럴 압력을 푸리에 역변환(inverse Fourier transform)하여 최종 해를 구한다. 이러한 알고리즘은 그 접근방법이 간단하므로 2차원 수치모델을 3차원으로 간단히 확장하고자 할 때 자주 쓰이는 방법이다[14, 15].

II 장에서는 $2\frac{1}{2}$ 차원 해를 구할 수 있는 스펙트럴 포물선 방정식 법을 정식화하였고, III 장은 스펙트럴 포물선 방정식 법을 이용해 이상화된 해양환경과 실제 해양 환경에 적용시켜 보았다.

II. 스펙트럴 포물선 방정식 법

서론에서 언급한 바와 같이 깊이 및 종 수평 방향에만 의존하는 2차원 해양환경에 대해 3차원적인 음원이 존재할 경우 3차원으로 가는 중간 단계인 $2\frac{1}{2}$ 차원 문제가 되고, 이는 횡 수평 방향에 대하여 푸리에 변환을 가능하게 하여 2차원 문제의 합으로서 해를 구할 수 있다.

그림 1에서와 같이 x를 횡 수평방향, y를 종 수평방향, z를 수면으로부터의 깊이방향이라 할 때, 직교좌표계에서 밀도항을 포함하는 3차원 Helmholtz 방정식(1)을 생각할 수 있다[16].

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + k^2 p = s_w \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_s) \quad (1)$$

여기서 ρ : 밀도 [g/cm^3]

k : 파수 (= $(1 + i\eta\beta)\omega/c$)

ω : 각주파수 [rad/sec]

c : 음파전달 속도 [m/sec]

$\eta = (40 \log_{10} e)^{-1}$

β : 해저층 음파전달 손실계수 [dB/λ]

s_w : 음원의 세기

(0, 0, z_s): 음원의 위치 벡터

푸리에 변환쌍을 (2)식과 (3)식으로 정의하고 (1)식을 (2)식에 의해 횡 수평 방향으로 푸리에 변환하면 (4)식을 얻는다.

$$\hat{p}(h, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z) \exp(-ihx) dx \quad (2)$$

$$p(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(h, y, z) \exp(ihx) dh \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial y^2} + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} \right) + (k^2 - h^2) \hat{p} = s_w \delta(y) \delta(z - z_s) \quad (4)$$

여기서 h 는 분리 인자(separation parameter)이다.

(4)식 우변에 있는 음원항은 포물선 방정식 법에서 필요로 하는 초기조건으로서의 starter로 놓을 수 있고 인수분해하여 시간 조화항 $\exp(-i\omega t)$ 에 관한 전진파와 후진파로 분리한 후 전진파만을 쓰면 (5), (6)식과 같다.

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} = ik_0 \sqrt{1+L} \hat{p} \quad (5)$$

$$L = k_0^{-2} \left[(k^2 - h^2) - k_0^2 + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \quad (6)$$

여기서, $k_0 = \omega/c_0$

c_0 : 기준음속 (reference sound speed)

한편 $\sqrt{1+L}$ 은 다음과 같은 Padé 식으로 표현할 수 있다[4].

$$\sqrt{1+L} = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{a_{j,m} L}{1 + b_{j,m} L} + O(L^{2m+1}) \quad (7)$$

$$\text{여기서, } a_{j,m} = \frac{2}{2m+1} \sin^2 \left(\frac{j\pi}{2m+1} \right) \quad (8)$$

$$b_{j,m} = \cos^2 \left(\frac{j\pi}{2m+1} \right) \quad (9)$$

이고, m 이 커질수록 넓은 전파각에 대한 해의 정도가 향상된다.

$\hat{p} = \exp(ik_0 y)u$ 와 같이 정의된 새로운 변수 u 를 도입하여 (5)식에 대입하고 (7)식의 Padé 식으로 근사시키면 (10)식이 되고,

$$\frac{\partial u}{\partial y} = ik_0 \sum_{j=1}^m \frac{a_{j,m} L}{1 + b_{j,m} L} u \quad (10)$$

y 에 대해 Crank-Nicolson 방법[17]을 적용시키면 (11)식이 된다.

$$\frac{u(y + \Delta y) - u(y)}{\Delta y} = ik_0 \left(\sum_{j=1}^m \frac{a_{j,m} L}{1 + b_{j,m} L} \right) \frac{u(y + \Delta y) - u(y)}{2} \quad (11)$$

이 때 연산자 L 은 Galerkin 방법[18]을 사용하여 (6)식의 각 항에 대해 (12), (13), (14)식과 같이 이산화하고 [19]

$$u|_{z-z_i} \approx \frac{1}{6} [u_{i-1} + 4u_i + u_{i+1}] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} ku|_{z-z_i} &\approx \frac{1}{12} [(k_{i-1} + k_i)u_{i-1} \\ &+ (k_{i-1} + 6k_i + k_{i+1})u_i \\ &+ (k_i + k_{i+1})u_{i+1}] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_i} &\approx \frac{1}{2(\Delta z)^2} \left[\left(\frac{1}{\rho_{i-1}} + \frac{1}{\rho_i} \right) u_{i-1} \right. \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{i-1}} + \frac{2}{\rho_i} + \frac{1}{\rho_{i+1}} \right) u_i \\ &+ \left. \left(\frac{1}{\rho_i} + \frac{1}{\rho_{i+1}} \right) u_{i+1} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Σ 에 대해서는 alternating direction[20]을 사용하여 (15)식과 같은 행렬식을 구할 수 있다.

$$SU(y + \Delta y) = RU(y) \quad (15)$$

여기서 $U(y)$ 와 $U(y + \Delta y)$ 는 각각 종 수평거리 y 와 $y + \Delta y$ 에서 깊이방향으로의 각 절점에 대한 u 값을 나타내는 벡터를 의미하고 S 와 R 은 삼요소 대각행렬(tridiagonal matrix)을 이루기 때문에 y 방향으로 점진(marching)하면서 해를 구할 수 있다. 이 때 $y=0$ 에서의 초기조건으로는 여러 가지 starter들이 있지만 그 중에서 $y=0$ 에서의 푸리에 변환된 normal mode를 계산하여 초기조건을 구하는 modal starter[21]를 사용한다. 이 modal starter는 수치계산상 $k^2 - h^2 = 0$ 부근에서 안정된 해를 제공하지 못한다. 이러한 현상은 횡 수평축에 가까운 곳에서 발생하는데 해저면의 깊이나 해수와 해저층사이의 매질 특성 차이가 심해질수록 그 영향은 더욱 커진다.

이렇게 구해진 \hat{p} 는 (3)식에서 정의된 푸리에 역변환하여 최종적인 p 를 구할 수 있다. (3)식의 적분식을 계산할 때 샘플링 간격 및 적분구간의 설정이 매우 중요하다. h 의 실수축 상에 특이점들이 분포하므로 Cauchy 이론에 의해 적분경로를 변화시켜 계산해야만 한다[14]. 또한 음원을 중심으로 넓은 전파각에 해당하는 z 축과 y 축 근방에서의 정확한 해를 구하기 위해서는 Padé 식의 정도 m 을 충분히 크게 설정해야 한다(본 논문에서는 $m=7$ 사용).

마지막으로 후방 산란 해는 불연속 경계면에서의 압력과 입자속도의 연속조건으로 부터 구한 반복식으로 구할 수 있다[13]. 이러한 반복식은 수직 불연속 경계면의 크기와 매질특성 차이가 커짐에 따라 해의 수렴성에 문제가 있다. 뿐만 아니라 앞서 언급한 $k^2 - h^2 = 0$ 부근에서

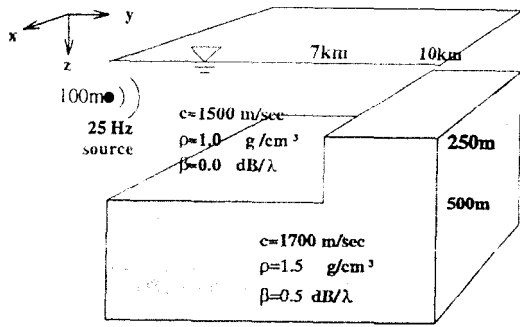
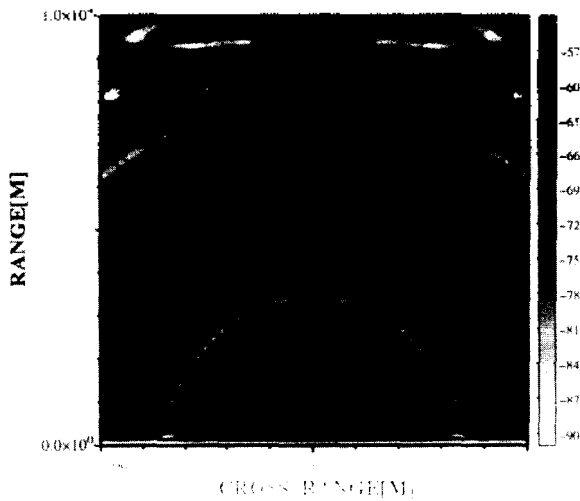


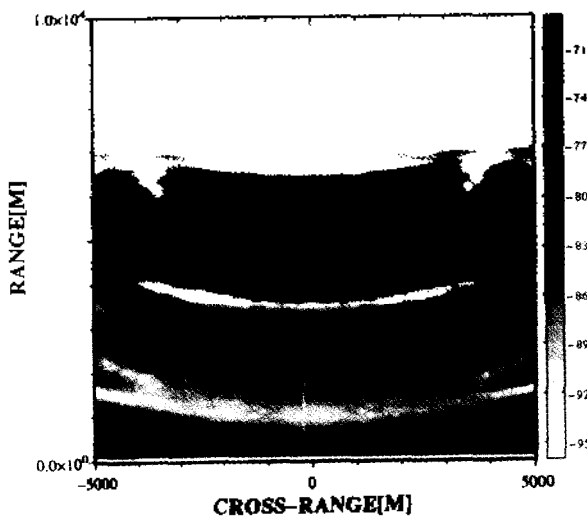
그림 2. Schematic for the stair step problem.

TL CONTOUR (outgoing)



(a)

TL CONTOUR (incoming)



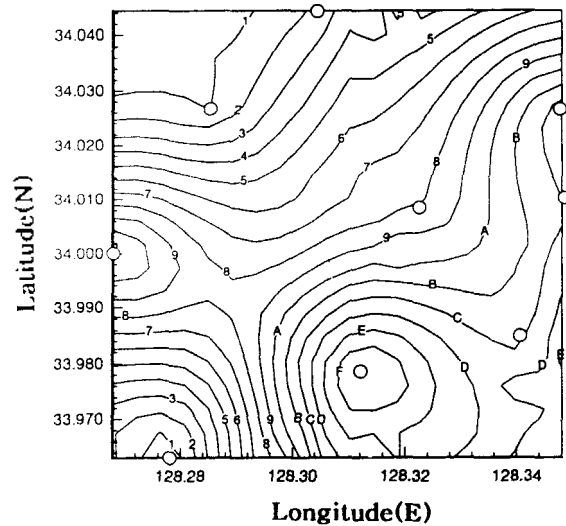
(b)

그림 3. Contoured transmission loss at $z=60m$ for the ocean environment with stair-step bottom. (a) Outgoing field and (b) back-scattered field.

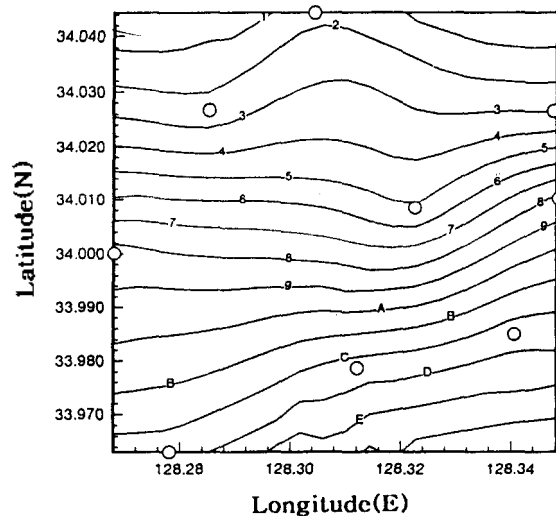
발생한 해의 불안정성은 수직 불연속 경계면에서의 반복 계산 회수를 더해감에 따라 그 영향이 더욱 가중된다.

III. 계산결과 및 고찰

포물선 방정식법과 스펙트럴 방법을 혼용한 3차원 음 전달 해석 방법의 정확성을 알아보기 위해 참고문헌 [14]에서 다룬 계산 예인 계단형 해저면을 갖는 간단한 해양환경에 대한 계산을 수행해 보았다. 또한 전선이 존재하고 동시에 경사진 해저면을 갖는 대한 해협의 특정 지역에서 1995년 9월 실험을 통해 얻은 해양환경자료를 이용해 본 연구방법을 적용시킨 후 그 결과로부터 이 지점에서 경사진 해저면에 의한 3차원 굴절현상과 전선에 의한 3차원 후방 산란해를 검토해 보았다.



(a)



(b)

그림 4. (a) Contoured sound speed at $z=40m$ and (b) bathymetry in the Korean Straits.

④ 계단형 해저면에 의한 후방 산란파 계산

주파수가 25Hz인 음원이 수심 100m에 그림 2와 같은 해양 환경 하에 있다고 하자. 해저면의 깊이가 처음 7km에 걸쳐서 500m로 일정하다가 해저지형의 음기에 의한 계단형 불연속면이 존재하여 수심이 250m로 줄어들었다. 그림 3은 스펙트럴 포물선 방정식 법으로 전달 손실

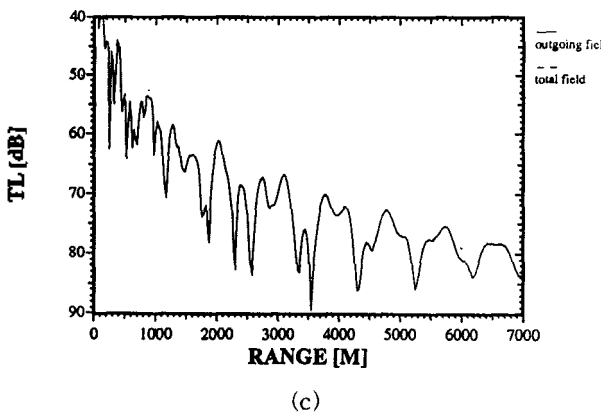
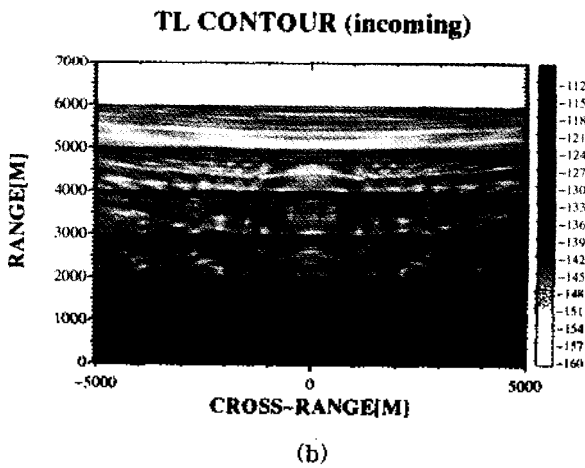
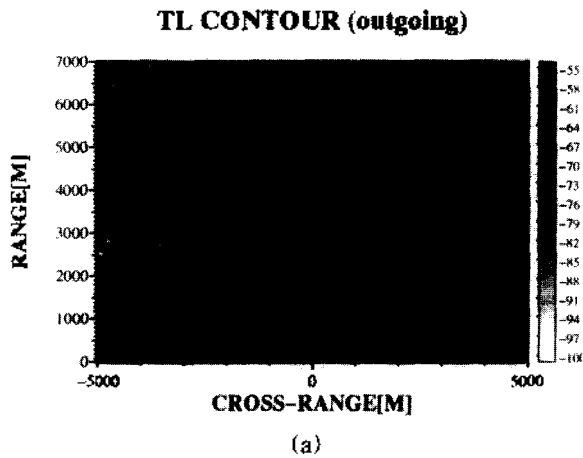


그림 5. Contoured transmission loss at $z=5m$ for the Korean Straits. (a) Outgoing field, (b) back-scattered field, and (c) comparison between the outgoing (solid-line) and total field (dashed-line).

을 계산한 결과이다. 전진파(그림3(a))와 계단형 해저면에 의한 후방 산란파(그림3(b))를 수신기의 깊이가 60m일 때 x-y평면상에서의 contour plot으로 나타내었다. 앞서 언급한 바와 같이 $k^2 - k^2 = 0$ 부근, 즉 x축에 가까워질수록 수치 계산이 잘 안되는 것을 볼 수 있다.

이 결과는 참고문헌[14]의 결과(J. Acoust. S. Am. 96, p.1726 FIG.1)와 일치하고 있다. 단 횡 수평거리 방향으로의 음전달에 있어서는 약간의 차이를 보이고 있으며 이는 self-starter[22]를 사용한 것과 modal starter를 사용한 것의 차이로 생각된다.

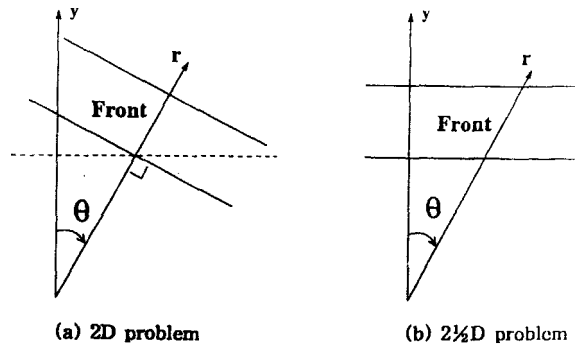


그림 6. Schematic of 2D and $2\frac{1}{2}D$

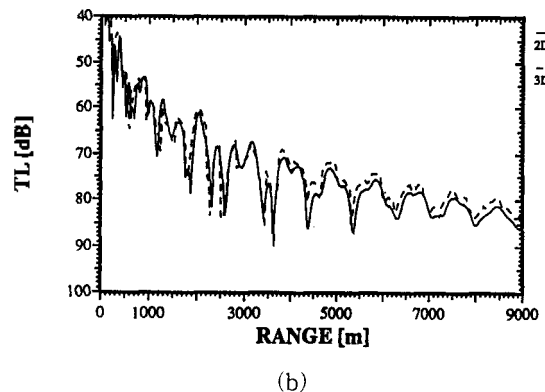
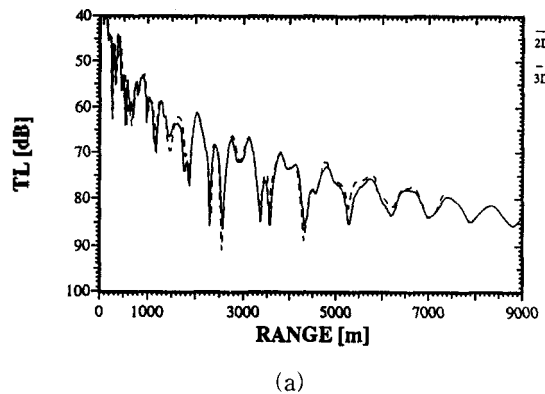


그림 7. Comparisons between 2D and $2\frac{1}{2}D$ solution for calculation angle, (a) 20° and (b) 40° (2D: Solidline, $2\frac{1}{2}D$: Dashed line).

② 대한해협에서의 수중음파 전달 손실 예측

그림 4는 대한 해협의 N33° 48', E128° 10' 지점에서 1995년 9월에 측정된 해양환경 자료[23]로 부터 구한 $z = 40\text{m}$ 에서의 음파속도와 해저층의 형상을 나타낸다. 이를 앞서 설명한 $2\frac{1}{2}$ 차원 해양환경으로 가정하여 50Hz의 음원이 50m 깊이에 있을 때 수신기 깊이 5m에서 얻은 결과를 그림 5와 같이 음파 전달 손실로 나타내었다. 그림 5(a)와 그림 5(b)는 각각 전진파와 후방 산란파를 나타낸 것이며 그림 5(c)는 후방산란파의 영향을 살펴보기 위해 전진파와 후방산란파를 합한 음전달 손실과 전진파만의 그것을 y 축 상에서 비교한 것이다. 이는 후방 산란파의 손실이 전진파의 그것에 비해 상대적으로 커서 전체 장(total field)에 거의 영향을 미치지 못하고 있음을 보여준다.

그림 7은 그림 6에서 표시한 θ 값, 즉 y 축과 계산방향 이 이루는 각이 20°, 40°일 경우에 대해 그 계산방향을 따라가며 2차원 해와 $2\frac{1}{2}$ 차원 해를 비교한 결과이다. 여기서 2차원 해는 그림 6(a)와 같이 계산 방향에 대해 불연속 경계면이 수직일 경우를 말하고 $2\frac{1}{2}$ 차원 해는 그림 6(b)와 같이 계산 방향에 대해 불연속 경계면이 비스듬한 경우를 말한다. 계산각이 커지면서 그 차이가 커짐을 알 수 있다. 이는 참고문헌 [12]에서 언급한 바와 같이 경사진 해저면에서의 수평굴절현상에 의한 것으로 생각된다.

실제 해양환경에서의 거리중속 전달 현상은 그림 6(b)와 같이 일어나지만 많은 경우 그림 6(a)의 경우라 가정하여 계산을 수행한다. 따라서 그림 7에서의 차이만큼 계산결과가 달라지며 정확한 음전달을 구하기 위해서는 3차원적 효과를 고려해 주어야 한다.

IV. 결 론

양방향 스펙트럴 포물선 방정식법은 3차원 중수평거리 방향 의존 문제에 대한 3차원적 굴절현상을 규명하는데 적합하고 3차원적 후방 산란파를 정량적으로 해석하는데 유용하다. 다만 수치 계산상 보다 안정된 starter의 도입이 필요하다.

대한 해협에 존재하는 전선에 대한 계산 결과 후방 산란파의 음파전달 손실이 전진파의 그것보다 상대적으로 커서 그 영향을 고려하지 않아도 되지만 경사진 해저면에 의한 영향에 있어서는 계산 각에 따라 다소 차이를 보였다.

앞으로 좀더 빠른 계산을 위해서는 푸리에 역변환시 보다 효과적인 수치기법이 필요하며, 본 연구 방법의 적용범위를 중 수평거리 의존 문제에서 뿐 아니라 횡 수평거리 의존 문제로 확장하기 위해서는 완전한 3차원으로의 확장이 이루어져야 할 것이다.

본 연구는 1995년도 인하대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었음.

참 고 문 헌

1. V. A. Fock, *Electromagnetic Diffraction and Propagation Problem*(Pergamon, New York, 1965).
2. F. Tappert, "The parabolic approximation method," in *Wave Propagation and Underwater Acoustics*, edited by J. B. Keller and J. S. Papadakis(Springer-Verlag, New York, 1977), pp. 224-287.
3. R. R. Greene, "The rational approximation to the acoustic wave equation with bottom interaction," *J. Acoust. Soc. Am.* 76, 1764-1773 (1984).
4. A. Bamberger, B. Enquist, L. Halpern and P. Joly, "Higher order parabolic wave equation approximations in heterogeneous media," *SIAM J. Appl. Math.* 48, 129-154 (1988).
5. L. Halpern and L. Trefethen, "Wide angle one-way wave equation," *J. Acoust. Soc. Am.* 84, 1397-1404 (1988).
6. E. H. Verfrig and S. Mjølhusnes, "A parabolic equation based on a rational-cubic approximation," *J. Acoust. Soc. Am.* 87, 619-623 (1990).
7. M. D. Collins and E. K. Westwood, "A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed, and density," *J. Acoust. Soc. Am.* 89, 1068-1075 (1991).
8. M. D. Collins, "Benchmark calculations for higher order parabolic equations," *J. Acoust. Soc. Am.* 87, 1535-1538 (1990).
9. S. A. Chin-Bing, "Acoustic wavefield distortion by seamounts: A finite element analysis," in *Computational Acoustics: Ocean-Acoustic Models and Supercomputing*, edited by D. Lee, A. Cakmak, and R. Vichnevetsky (North-Holland, Amsterdam, 1990), pp. 123-132.
10. M. B. Porter, "The KRAKEN Normal Mode Program," (SACLANT Underwater Research Centre, La Spezia, Italy, 1994).
11. A. E. Newhall, J. F. Lynch, C. S. Chiu, and J. R. Daugherty, "Improvements in three-dimensional ray tracing codes for underwater acoustics," in *Computational Acoustics: Ocean-Acoustic Models and Supercomputing*, edited by D. Lee, A. Cakmak, and R. Vichnevetsky(North-Holland, Amsterdam, 1990), pp. 169-185.
12. D. Lee, G. Botseas, and W. L. Siegmann, "Examination of three-dimensional effects using a propagation model with azimuth-coupling capability(FOR3D)," *J. Acoust. Soc. Am.* 91, 3192-3202 (1992).
13. M. D. Collins, "A two-way parabolic equation for acoustic backscattering," *J. Acoust. Soc. Am.* 91, 1357-1730 (1992).
14. G. J. Orris and M. D. Collins, "The spectral parabolic

- equation and three-dimensional backscattering." *J. Acoust. Soc. Am.* **96**, 1725-1731 (1994).
15. J. A. Fawcett and T. W. Dawson, "Fourier synthesis of three-dimensional scattering in a two-dimensional oceanic waveguide using boundary integral equation methods," *J. Acoust. Soc. Am.* **88**, 1913-1920 (1990).
 16. P. G. Bergman, "The wave equation in a medium with a variable index of refraction," *J. Acoust. Soc. Am.* **17**, 329-333 (1946).
 17. J. D. Hoffman, *Numerical Methods for Engineers and Scientists*(McGraw-Hill, 1992), pp. 543-548.
 18. W. B. Bickford, *A First Course in the Finite Element Method*(RICHARD D. IRWIN, INC., 1990).
 19. A. R. Mitchell and D. F. Griffiths, *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*(John Wiley & Sons, New York, 1980), pp. 59-70.
 20. M. D. Collins, "The time-domain solution of the wide angle parabolic equation including the effects of sediment dispersion," *J. Acoust. Soc. Am.* **84**, 2114-2125 (1988).
 21. F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*(AJP press, 1993), pp. 361-362.
 22. M. D. Collins, "A self-starter for the parabolic equation method," *J. Acoust. Soc. Am.* **92**, 1357-1368 (1992).
 23. J. Mazurek and P. Cable, "Shallow water area surveillance program: Area characterization test III operations plan," (BBN, New London, 1995).

▲ 김 국 현(Kookhyun Kim) 1971년 5월 25일생



1994년 2월 : 인하대학교 선박해양
공학과 졸업(학사)

1996년 2월 : 인하대학교 대학원 선
박공학과 졸업(석사)

현재 : 인하대학교 대학원 선박공학
과 박사과정

※주관심 분야 : 수중음향 모델링(PE)

▲ 성 우 제(Woojae Seong)

현재 : 인하대학교 선박해양공학과 부교수

(1994년 제13권 2E호 참조)