비정상 시변신호의 AR모델 파라메터 인식을 위한 최적의 웨이브렛 선택

Optimal Wavelet Selection for AR Model Parameter Identification of Nonstationary Time-Varying Signal

신 동 환*, 김 성 환*
(D. H. Shin*, S. H. Kim*)

요 약

본 논문에서는 최적의 웨이브렛 선택방법과 이 선택된 웨이브렛으로 F-검정을 이용하여 AR파라메터를 전개시키는 방법을 제안하였으며 웨이브렛 선택 방법으로서 평가함수를 도입하였다. 이 평가함수를 이용하여 웨이브렛들(D4-D20)을 합성신호에 대해서 시험하였다. 이때 선택된 웨이브렛을 이용하여 합성신호와 실재 음성신호에 대해서 AR파라메터들을 웨이브렛 전개 했을때의 웨이브렛 계수를 구하였다. 제안된 방법을 평가하기 위해서 칼만필터 알고리즘과 비교하였다. 그 결과 제안된 알고리즘이 칼만필터보다 약5-10dB정도 더 우수한 성능을 나타내었다.

ABSTRACT

In this paper, we proposed the method of optimal wavelet selection and wavelet expansion of AR(autoregressive) parameters by selected wavelet using F-test. A cost function is introduced as a wavelet selection method. Using this cost function, wavelets (D4 to D20) are tested to the synthesized signal. With this selected wavelet, we get the wavelet coefficients of AR parameters to both synthesized signal and real speech signal. To evaluate the proposed method, this wavelet based algorithm is compared with the Kalman filering algorithm. As a results, the proposed method shows a better performance by about 5-10dB than the Kalman filter.

I. 서 론

통계적 특성이 시간에 따라 변화하는 비정상(nonstationary) 신호는 실제 응용 분야에서 접하게 되는 대부분의 신호이기 때문에 이러한 비정상 신호 처리에 대한 관심이 점점 더 증대되고 있으며, 많은 연구자들에 의해 새로운 알고리즘 개발이 시도되고 있다[1][2]. 이중 특히 시변 파라메터 해석 방법은 음성신호 분석, 통신에서 페이딩 채널(fading channel) 모델, 지진파 해석등과 같은 다양한 시스템 인식의 문제에 있어서 신호의 분석과 합성 방법의 유연성을 제공하며, 높은 신호대 잡음비를 갖는 비정상 신호처리의 정밀성을 향상시킬 수 있다는 잇점으로 널리 사용되고 있다[3][4].

시변 시스템을 인식하기 위해 가장 널리 쓰이는 방법은 적응 신호처리 알고리즘을 이용하여 그 시변 파라메터를 추정하는 것이나, 이는 대상 신호의 시변 파라메터값이 적응 알고리즘의 수렴 시간보다 더 빨리 변화하는 경우에는 인식하고자 하는 시스템의 시변특성을 정확하게 추정할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

그러므로 이를 해결하기 위한 방법으로 Anderson과 Moore는[5] 계수들의 시간에 따른 변화에 확률 구조를 도입해서 그것들을 통계적 프로세스(stochastic processes)로 해석하였으며, 각 계수들은 칼만 필터(Kalman filter)를 이용하여 실시간으로 시변 파라메터를 추정하는 방법을 제안하였다[6].

또한 Tsatsanis와 Giannakis[7]는 각 시변 계수들을 기저 시퀀스(basis sequence)로 전개시켜 시변계수의 인식 문제를 시불변 파라메터의 인식 문제로 바꾸어 처리하는 방법을 제안하였다.

그러나, Anderson과 Moore의 방법은 각 시변계수들의 통계적 특성을 우리가 정확히 알아야 한다는 단점이 있으며, Tsatsanis와 Giannakis는 기저 시퀀스로 전개를 위한 최적의 기저함수 설정하는 문제를 충분히 고려치 않아 여러 가지 비정상 신호에 대해서 정밀한 인식을 할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 시간에 따라 분산과 주파수 성분이 불

*서울 시립대학교 전자공학과
Dept. of Electronics Eng., Seoul City University
접수일자: 1996년 5월 6일

규칙하게 변화하는 시변신호에 대해서 신호의 전체적인 특성뿐만 아니라 지역적인 특성을 잘 모델링하는 성질이 있는 웨이브렛을 기저 시퀀스로하여 시변계수를 전개 하였으며 최적의 기저 웨이브렛을 선택하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 또 일반적으로 AR(autoregressive)모델링 방법이 ARMA(autoregressive moving average)모델과 MA 모델 방법보다 모델차수 결정에 따른 오차가 민감하지 않고 시스템 인식 문제에 있어서는 주로 AR모델을 사용하기 때문에 본 논문에서는 AR모델로 신호를 모델링하였다. 제안된 방법은 시변신호의 AR파라메터를 웨이브렛 변환했을 때 대부분의 신호 에너지가 저해상도 신호에 집중될 수 있도록 최적의 웨이브렛을 선택하기 위한 평가함수를 도입했으며 선택된 웨이브렛을 이용하여 시변 AR파라메터를 웨이브렛 전개하고, 전개된 웨이브렛 계수들에 대해서 F-검정을 이용하여 각 계수들의 통계적 의미를 검증하였다. 그리고 여기서 얻은 웨이브렛 계수를 역 웨이브렛 변환하여 구하고자 하는 시변 AR파라메터를 결정하였다. 웨이브렛 전개에 의해 AR파라메터를 인식하는 알고리즘에서 최적의 웨이브렛을 선택하는 것은 매우 중요한 요소임을 실험을 통해서 증명했으며 제안된 최적의 웨이브렛 평가 방법의 타당성을 실험을 통해 입증하였다.

Ⅱ. 시변 시스템 AR 모델링과 최적 웨이브렛 선택법의 제안

본절에서는 본논문 연구결과와 비교하려는 칼만 필터를 이용한 AR모델링 방법과 AR파라메터의 웨이브렛 전개 그리고 이를 근거로 하는 최적의 웨이브렛 선택법의 제안에 대해서 언급한다.

Ⅱ-1. 칼만필터를 이용한 AR모델링

관측 데이터를 식(2.1)과 같이 시변 AR 모델로 나타낼 수 있다.

$$y(n)=\sum_{k=0}^{p} a(n;k)*y(n-k)+v(n) \tag{2.1}$$

여기서 p는 필터 최대 차수, a(n;k)는 인식하려는 AR 파라메터(여기서 n은 시간, k는 차수)이다. $v(n)$는 평균이 0이고 분산이 σ_v^2이며 Gaussian 분포를 따른다고 가정하자.

식(2.1)을 전개하면 식(2.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$y_n=-a_n^{(1)}y_{n-1}-a_n^{(2)}y_{n-2}-,\ \cdots,\ -a_n^{(k)}y_{n-k}+v(n) \tag{2.2}$$

식(2.2)로부터 $a_n^{(i)}$이 불규칙한 섭동(perturbation)을 받는다고 가정하면, 현재의 AR파라메터 $a_n^{(i)}$와 $a_{n+1}^{(i)}$ 사이의 관계는 식(2.3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$a_{n+1}^{(i)}=a_n^{(i)}+w_n^{(i)} \tag{2.3}$$

칼만 필터를 시스템 인식 문제에 적용시키기 위해 상태 벡터 x(n)를 시변 AR모델의 파라메터로 정의하면 식(2.4)와 같이 나타낼 수 있다

$$x_n^{(1)}=a_n^{(1)},\ x_n^{(2)}=a_n^{(2)},\ \cdots,\ x_n^{(k)}=a_n^{(k)} \tag{2.4}$$

그러므로 식(2.3)과 식(2.4)로부터 식(2.5)와 같은 상태 방정식을 유도할 수 있다.

$$x_{n+1}=x_n+w_n \tag{2.5}$$

만약, 행렬 C를 식(2.6)과 같이 정의하면 식(2.2)와 식(2.6)으로부터 식(2.7)이 유도됨을 알 수 있다.

$$C_n^T=[-y_{n-1}-y_{n-2}\cdots -y_{n-k}] \tag{2.6}$$

$$y_n=C_n^T x_n+v_n \tag{2.7}$$

식(2.5)에서 식(2.7)로부터 시변 AR파라메터를 연속적으로 갱신하여 구할 수 있는 칼만알고리즘식을 식(2.8)과 같이 나타낼 수 있다[5].

$$\begin{aligned}\hat{x}_{n+1/n}&=[I-K_nC_n^T]\hat{x}_{n/n-1}+K_ny_n\\ K_n&=P_{n/n-1}C_n[C_n^TP_{n/n-1}C_n+R_n]^{-1}\\ P_{n+1/n}&=P_{n/n-1}-K_nC_n^TP_{n/n-1}+Q_n\end{aligned} \tag{2.8}$$

여기서 $R_n=E[v_n^2]$, $Q_n=E[w_n w_n^T]$, $P_{n+1/n}$:오차공분산행렬(*error covariance matrix*)이다.

Ⅱ-2. AR파라메터의 웨이브렛 전개

(2.1)의 각각의 계수 a(n;k)를 기저 시퀀스 $f_l(n)$, $l=1, \dots, L$의 선형 조합으로 모델링 하면 식(2.9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$a(n;k)=\sum_{l=1}^{L}\xi_{kl}f_l(n) \tag{2.9}$$

시스템 인식 문제는 시불변 계수들인 ξ_{kl}를 추정하는 것과 같다[7]. $f_l(n)$으로서 웨이브렛 기저를 선택하면 웨이브렛 기저는 기저의 특성상 a(n;k)의 전체적 모양뿐만 아니라 지협적인 특성도 잘 나타낸다. 이것은 웨이브렛 기저가 하나의 함수가 스케일(scale)되고 병진(translate)된 성분들로 구성되어 있고, 신호에 대한 정보를 각각 다른 해상도에서 나타내고 있기 때문이다.

임의의 k의 a(n;k)대한 웨이브렛 계수는 식(2.10)과 식(2.11)로 나타낼 수 있다.

$$\zeta_{1,m}^{(ak)}=\sum h_0(l)\,a(2m-l;k) \tag{2.10}$$

$$\xi_{1,m}^{(ak)} = \sum_{l} h_1(l)\, a(2m-l;k) \tag{2.11}$$

여기서 h_1, h_0는 이분 완전 재구성 필터뱅크(dyadic perfect reconstruction filter bank)를 나타낸다. h_1는 고주파 부분을 나타내는 필터이고, h_0는 저주파 부분을 나타내는 필터이다.

신호 a(n;k)는 위의 웨이브렛 계수를 이용하여 아래의 합성 식(2.12)에 의해서 복원될 수 있다.

$$a(n;k) = \sum_{m} \zeta_{1,m}^{(ak)} \tilde{h}_0(n-2m) + \sum_{m} \xi_{1,m}^{(ak)} \tilde{h}_1(n-2m) \tag{2.12}$$

여기서 1 = 웨이브렛 변환단계(depth), $\tilde{h}_l(n) = h_l(-n)$, $l = 1, 0$를 나타낸다. 변환단계 j에서의 시퀸스 $\zeta_{j,n}^{(ak)}$는 변환단계 j+1의 정보를 가지고 (2.13)식과 같이 복원 가능하다.

$$\zeta_{j,n}^{(ak)} = \sum_{m} \zeta_{j+1,m}^{(ak)} \tilde{h}_0(n-2m) + \sum_{m} \xi_{j+1,m}^{(ak)} \tilde{h}_1(n-2m) \tag{2.13}$$

이산 웨이브렛 변환에서 $J_{\max}$인 변환단계의 경우 전달함수는 $J_{\max+1}$개의 가지를 갖는 필터뱅크를 이루게 된다.

저해상도 가지(low-resolution branch)는 $2^{J_{max}}$만큼의 언더 샘플링(undersampling)을 수반하며 등가 필터는 식(2.14)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_0^{(J_{max})}(z) = H_0(z)\, H_0(z^2) \cdots H_0(z^{2^{J_{max}-1}}). \tag{2.14}$$

변환단계 j의 고주파 성분 신호에 해당하는 가지는 2^j만큼의 언더 샘플링을 수반하고 이때의 필터는 식(2.15)처럼 주어진다.

$$H_1^{(J_{max})}(z) = H_0(z)\, H_0(z^2) \cdots H_0(z^{2^{j-2}})\, H_1(z^{2^{j-1}}),$$
$$j = 1, \cdots, Jmax. \tag{2.15}$$

$h_0^{(J_{max})}(n)$과 $h_1^{(j)}(n)$을 각각 $H_0^{(J_{max})}(z)$과 $H_1^{(j)}(z)$의 역 Z-변환이라 하면, 각 k에 대해서 파라메터 a(n;k)는 (2.16)식처럼 n의 함수로서 전개될 수 있다.

$$a(n;k) = \sum_{m} \zeta_{J_{max}}^{(ak)} \cdot \tilde{h}_0^{(J_{max})}(n - 2^{J_{max}} m) + \sum_{j=1}^{Jmax} \sum_{m} \xi_{j,m}^{(ak)} \tilde{h}_1^{(j)}(n-2^j m) \tag{2.16}$$

(2.16)을 식(2.1)에 대입하여 아래 (2.17)식을 얻을 수 있다.

$$y(n) = \sum_{k=1}^{p} \sum_{m} \zeta_{J_{max},m}^{(ak)} [\tilde{h}_0^{(J_{max})}(n-2^{J_{max}} m)(y(n-k))] + \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=1}^{Jmax} \sum_{m} \xi_{j,m}^{(ak)} [\tilde{h}_1^{(j)}(n-2^j m)(y(n-k))] \tag{2.17}$$

식(2.17)이 시변 시스템 인식에 대한 다해상도(multiresolution) 접근 방법의 기본을 이루고 행렬식으로 표현하면 식(2.18)과 같다.

$$y = H\underset{\sim}{\xi} + e \tag{2.18}$$

여기서 $y = [y(0), \cdots, y(N-1)]^T$, $e = [e(0), \cdots, e(N-1)]^T$

$$\underset{\sim}{\xi} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\xi}^{(a1)} \\ \vdots \\ \underset{\sim}{\xi}^{(ap)} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

여기서

$$\underset{\sim}{\xi}^{(ak)} = [\zeta_{Jmax,0}^{(ak)} \cdots \zeta_{Jmax,[(N/2^{Jmax})-1]}^{(ak)}\ \xi_{Jmax,0}^{(ak)} \cdots \xi_{Jmax,[(N/2^{Jmax})-1]}^{(ak)} \cdots \xi_{1,0}^{(ak)} \cdots \xi_{1,[(N/2)-1]}^{(ak)}]^T \tag{2.20}$$

H 메트릭스 n번째 행(row)은 $h(n) = [h_c(n)y(n-1) \cdots h_c(n)\, y(n-p)]$이고, $h_c(n)$는 H_c의 n번째 행이다.

$$H_c = [H_{0c}^{(Jmax)}\ H_{1c}^{(Jmax)} \cdots H_{1c}^{(1)}] \tag{2.21}$$

여기에서 $H_{0c}^{(Jmax)}$와 $H_{1c}^{(j)}$의 열(column)은 $\tilde{h}_0^{(Jmax)}(n)$과 $\tilde{h}_1^{(j)}(n)$을 2^{Jmax}, 2^j의 단계를 갖고 각각 순환 이동(circular shift)을 한 것이다.

$$H_{0c}^{(Jmax)} = [\tilde{h}_0^{(Jmax)}(n)\ \tilde{h}_0^{(Jmax)}(n-2^{Jmax}) \cdots \tilde{h}_0^{(Jmax)} \cdot (n - 2^{Jmax}[(N/2^{Jmax})-1])],$$
$$H_{1c}^{(j)} = [\tilde{h}_1^{(j)}(n)\ \tilde{h}_1^{(j)}(n-2^j) \cdots \tilde{h}_1^{(j)}(n-2^j \cdot [(N/2^j)-1])], \quad j = 1, \cdots, Jmax \tag{2.22}$$

예를 들면 $\tilde{h}_1^{(j)}(n-2^j)$은 2^j만큼 순환 이동된 $\tilde{h}_1^{(j)}(n)$의 임펄스 응답 샘플들을 포함한 열 백터를 나타낸다.

식(2.18)-(2.22)에서 $y(n)$을 단지 해상도 $j = J_{\min}, \ldots, J_{\max}$로만 전개 하므로써 간단하게 될 수 있다. 즉 $0 < j \le Jmin$에서는 $\xi_{j,m}^{(ak)} = 0$이다. 이렇게 하면 각 방정식당 미지수의 개수를 p에서 $p/2^{Jmin-1}$개로 줄일 수 있다. 이런 방법으로 식(2.17)에서 미지수의 수가 방정식의 수보다 많은 문제점을 해결할 수 있다.

식(2.17)을 식(2.22)같이 바꾸는 것은 해상도 선택 문제를 회귀인자 선택 문제(regressor selection problem)로 바꾼 것을 의미한다. 이 경우에 (2.17)에서 고주파 신호의 몇 개를 0으로 하는 것은 식(2.22)에서 더 적은 수의 회귀인자를 갖는 모델을 선택하는 것과 같게 된다.

표시를 간단하게 하기 위해 (2.19)의 백터 $\underset{\sim}{\xi}$의 원소를 식(2.23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underset{\sim}{\xi} = [\xi_1, \ldots, \xi_{\max}]^T \tag{2.23}$$

모델 $\mu=[m_1, m_2, \cdots, m_{d(\mu)}]$로써 ξ의 몇 개를 미리 0으로 만듦으로써 식(2.24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{\xi}=[0, \cdots, \xi_{m1}, 0, \cdots, \xi_{m2}, 0, \cdots, \xi_{md(\mu)}, \cdots] \tag{2.24}$$

여기서 $d(\mu)$는 0이 아닌 ξ의 개수를 나타내고 모델 μ의 차원을 의미한다. 모델 μ에서는 식(2.18)이 다음식(2.25)과 같이 된다.

$$y=H_\mu \underline{\xi}_\mu + e \tag{2.25}$$

여기서 ξ_μ, H_μ는 ξ와 H에서 0인 원소와 해당되는 열을 각각 제거하고 난 나머지를 나타낸다. 만일 H_μ의 행들이 선형적으로 독립이라면 (2.18)의 최소 자승해는 식(2.26)과 같다.

$$\hat{\underline{\xi}}_\mu=(H_\mu^T H_\mu)^{-1} H_\mu^T y \tag{2.26}$$

모델 μ에서 나머지가 독립된 균일한 분포를 갖고 가우시안(Gaussian)일 때 식(2.26)은 가장 근사한 해(maximum likelihood solution)를 갖는다.

평가 함수(cost function)를 식(2.27)과 같이 정의한다.

$$V_\mu=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \hat{e}^2(n\,|\,\mu) \tag{2.27}$$

여기서 $\hat{e}_\mu=y-H_\mu\hat{\underline{\xi}}_\mu$는 추정된 나머지 이다.

평가 함수 V_μ은 모델 μ를 다른 모델 μ'에 대해서 타당성을 검증하는 중요한 요소가 된다. 파라메터의 수가 n_1에서 n_2로 증가했을 때 평가 함수의 감소가 의미 있는 수준인가를 판별하기 위한 정량적인 방법은 식(2.28)과 같다.

$$t=\frac{V_1-V_2}{V_2}\;\frac{N-n_2}{n_2-n_1} \tag{2.28}$$

여기서 V_i는 파라메터가 n_i(i=1, 2)이고 관계된 입출력 방정식의 숫자가 N인 모델에 대한 평가 함수의 최소 값이다. 만일 N이 크다면 확률변수 t는 $F(n_2-n_1, N-n_2)$분포를 이루게 된다[13]. 완전한 모델(하나의 회귀인자도 제거하지 않은 모델)로부터 시작하여 F-검증에 실패한 회귀인자들을 한 번에 하나씩 제거하게 된다. J_{min}에서 J_{max}까지의 모든 회귀인자들을 검사하게 된다. 검사 순서는 해상도에서 J_{min}에서 J_{max}(저주파 영역)로, 그리고 각 해상도에서는 (2.18)에서 얻어진 가장 작은 값의 계수부터 먼저 검사한다. 여기서 N값을 선택하는데 있어서 주의가 필요하다. 각각의 회귀인자들이 영향을 미치는 길이가 해상도에 따라 다르다. 즉 식(2.25)의 일부분의 방정식들이 시험 중인 회귀인자에 의해서 영향을 받지 않기 때문에, N값을 고정시킬 수 없다.

Ⅱ-3. 최적의 웨이브렛 선택법의 제안

여러가지 신호 변환에 있어서 중요한 목적은 신호의 정보를 적은 수의 의미 있는 계수로 압축하고 그 나머지는 거의 0으로 되게 하는 것이다. 이를 이용해 신호의 압축과 더불어 신호를 간략하게 표현 할 수 있도록 하는 것이다. 특히 앞의 식(2.17)을 이용한 시스템 인식 방법은 미지수가 계수가 방정식의 개수보다 많은 시스템을 구성하게 된다. a(n;k)의 웨이브렛 변환에서 대부분이 0이 아니라면 식(2.17)으로부터 시변 계수를 구할 수 없다. 그러므로 분석하고자 하는 신호의 에너지가 대부분 저해상도 신호에 집중 될 수 있도록 웨이브렛 필터를 잘 선택하는 것이 중요하며 웨이브렛 선택에 대한 평가 방법을 도입할 필요가 있다.

신호를 하나의 웨이브렛 함수 $\psi(t)$의 확장(dilate)과 병진을 이용한 직교 전개 표현이 지난 몇 년간 연구되어 왔다. 임의의 어떠한 자승 적분 가능한 함수 $f(t)$는 웨이브렛 전개를 이용하여 식(2.29)처럼 표현할 수 있다[9][10].

$$f(t)=\sum\sum \sqrt{2^j}\, a_{jk}\,\psi(2^j t-k), \quad where\ \ j, k\in Z \tag{2.29}$$

웨이브렛 함수 $\psi(t)$는 스케일링 함수 $\phi(t)$와 밀접한 관계가 있다. $\phi(2^j t)$의 병진은, 주어진 레벨 이하의 모든 해상도의 웨이브렛 함수들에 의해서 확장공간, V_j에 대한 정규화된 직교 기저(orthonormal basis)를 형성한다. 즉 V_0는 $\sum\sum \psi(2^j t-k)$, $-\infty<j<0$, $k\in Z$에 의해 확장된 공간이다.

신호 $f(t)$는 V_j 공간으로 신호를 투사시키므로써 해상도 j에서 근사화 시킬 수 있다. $\psi(t)$와 병진에 의해 확장된 공간은 공간 V_1안에서 V_0와 직교 상보(orthogonal complement)관계를 이룬다. 그림1에 웨이브렛 변환에서의 대역제한(bandlimited)함수에 의해 확장된 공간 V_i에 대해서 나타내었다. 여기서 $V_{i-1}\subset V_i$이다. $\phi(2t)$은 V_1에 대해 직교 기저를 형성하기 때문에 식(2.30)와 같이 나타낼 수 있다[11].

$$\phi(t)=\sum_k c_k\,\phi(2t-k), \tag{2.30}$$

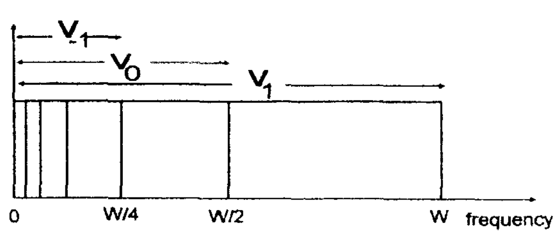


그림 1. 다양한 스케일(i)에 대한 V_i 공간의 주파수 분할

Fig 1. Frequency division of V_i space for various scale(i)

또 직교성 때문에 식(2. 31)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\psi(t)=\sum_k (-1)^k c_{1-k}\,\phi(2t-k) \tag{2.31}$$

부허 함수 $\phi(t)$와 $\psi(t)$는 식(2.30), (2.31)안의 계수들 c_k에 의해 완전하게 특징 지워 질 수 있다. 위의 성질이 유지되기 위해서는 $\phi(t)$와 $\psi(t)$는 다음과 같은 조건들을 만족해야 한다[12].

$$\sum c_k = 2 \tag{2.32}$$

$$\sum c_k c_{k-2n} = 2\delta(n), \tag{2.33}$$

$$\sum (-1)^k c_k = 0. \tag{2.34}$$

위 조건을 만족하는 시퀀스 $\{c_k\}$는 또한 흥미 있는 주파수 특성을 갖는다. $P(w)$를 단위원 상에서 $\{c_k\}$의 z변환이라 하자. 즉

$$P(w) = \frac{1}{2} \sum_k c_k e^{-jwk}. \tag{2.35}$$

위 조건들로부터 다음이 유도된다[8][9].

$$P(0)=1, \quad P(\pi)=0, \quad |P(w)|^2 + |P(w+\pi)|^2 = 1. \tag{2.36}$$

이는 $P(w)$가 저역 필터이고 전력 상보성과 반대역 대칭성을 갖고 있음을 의미한다. 해상도 M에서 연속 신호 $f(t)$의 근사화를 식(2.37)처럼 나타낼 수 있다.

$$\hat{f}(t) = \sqrt{2^M} \sum_k b_{M,k} \phi(2^M t - k). \tag{2.37}$$

근사화에 따른 오차는 M값을 크게 하므로써 작아질 수 있다. $\phi(2^M t-k)$는 정규화된 직교 기저이므로 $b_{M,k}$는 $\langle f(t), \phi(2^M t-k)\rangle$로 정의된다. 따라서 M이 크다면, 계수들 $\{b_{M,k}\}$은 함수 $f(t)$를 $f(k2^{-M})$점에서 샘플링 하므로써 결정된다. 왜냐하면 함수 $f(t)$는 $\phi(2^M t-k)$의 범위에서 거의 상수이기 때문이다.

시퀀스 $\{b_{M,k}\}$를 다음으로 낮은 해상도 M−1로 근사화 시키는 것은 그 시퀀스를 직교 기저 함수들인 $\phi(2^{M-1}t-k)$에 의해 확장하는 공간으로 투사 시키므로써 얻을 수 있다.

식(2.30)를 사용하여 식(2.38)을 유도할 수 있다.

$$b_{M-1,n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k b_{M,k} c_{k-2n} \tag{2.38}$$

이는 $\{b_{M,k}\}$의 샘플들을 시퀀스 $\{c_{-k}\}$로 필터링하고 출력을 2로 솎음(decimation)한 것과 같다. 계수들 $\{c_k\}$의 순서를 역으로 바꾸는 것이 조건(2.32), (2.33), (2.34)에 영향을 미치지 못한다. 이 때문에 웨이브렛 계수는 항상 여기서처럼 $\{c_k\}$로 나타낼 수 있다. 근사화 결과인 $\{b_{M-1,k}\}$는 샘플 숫자의 반으로 표현되고 더 낮은 해상도에서 근사화를 얻기 위해서 몇 개의 똑같은 필터 단계들이 솎음과 함께 직렬로 연결된 형태를 취한다.

원래의 신호와 같은 수의 샘플 숫자로 근사화를 하기 위해서는 보간연산이 낮은 해상도로 근사화된 것에 대해서 취해진다. 시퀀스 $\{\hat{b}_{M,k}\}$는 원래 시퀀스 $\{b_{M,k}\}$를 근사화 한 것으로 식(2.39)처럼 계산된다.

$$\hat{b}_{M,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n c_{k-2n} b_{M-1,n} \tag{2.39}$$

특별한 해상도에서 주어진 신호를 가장 잘 표현하는 웨이브렛을 선택하고자 하는 것이 목표이다. 웨이브렛을 임의로 선택 하므로써 얻은 근사화 오차는 최적의 웨이브렛을 선택했을 때의 오차보다는 상당한 차이가 있게 된다. 최상의 웨이브렛을 선택하므로써 낮은 해상도에서 신호를 표현해도 근사화 오차는 아직도 작게 된다.

결국 적절한 웨이브렛의 선택은 근사화 오차를 최소화 하는 것으로써 식(2.40)을 최소로 하는 웨이브렛을 선택하는 것과 같다.

$$E^2 = \| b_M - \hat{b}_M \| = (b_M - \hat{b}_M)^T (b_M - \hat{b}_M) \tag{2.40}$$

여기서 b_M은 원래의 신호 벡터이고 $\hat{b}_M$은 식(2.39)로 주어지는 임의의 저해상도에서 얻은 웨이브렛 근사화이다.

여러 웨이브렛을 식(2.40)을 이용해 평가해 보면 웨이브렛이 신호를 잘 표현할 때 작은 오차 값을 갖게 된다. 즉 웨이브렛 필터가 신호의 시간에 따른 변화와 유사할 때 최적이 될 수 있다.

Ⅲ. 실험 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 합성한 데이터(synthesized data)와 실제 음성 데이터를 가지고 실험하였다.

Ⅲ-1. 합성 데이터 실험

첫 번째 경우로 인위적으로 합성한 데이터를 가지고, 평가 함수(2.40)를 이용하여 사용하고자 하는 웨이브렛에 대한 적합성을 검사한다. 또 제안된 알고리즘을 위에서 구한 가장 좋은 웨이브렛을 이용해서 수행하였다. 사용된 합성 신호는 4차의 시변 AR모델에 의해서 생성된 데이터이다. 식(2.1)에 의해서 만든 신호로서 구동 함수를 분산 σ_e^2이 1인 백색 가우시안 잡음으로 하였고 AR파라메터 a(n;1), a(n;3), a(n;4)는 상수로 일정하게 놓았고 a(n;2)는 데이터 중간에 순간적인 변화를 주었다. 이러한 신호는 주파수 평면에서 강한 협대역의 간섭 성분이 순간적으로 나타나는 특성을 갖고있고 현실적으로 많은 예를 갖고 있다.

칼만 필터를 사용하기 위해 시변 계수들에 대해서 랜덤워크모델(random walk model)을 가정했고 측정 잡음 공분산 $R_n=0.1$로 놓고 프로세스 잡음 공분산 $Q_n=0.001$로 놓았다. 특히 프로세스 잡음공분산 값의 크기에 따라서 칼만 필터의 성능은 크게 달라진다. 값이 너무 크면 작은 추정 오차에 대해서 너무 민감하게 AR 파라메터 값을

변화시키게 되고, 그 반대로 너무 작게 되면 실제 AR파라메터가 민감하게 변하는 부분을 정확히 추정하지 못하게 된다. 여기서 최적으로 정한 값을 이용해 추정한 결과는 실제 AR파라메터의 예민한 변화 부분을 추적하지 못하고 있다.

본 논문에서 사용하고자 하는 웨이브렛은 Daubechies에 의해 제안된 D4에서부터 D20까지의 웨이브렛들이다 [12]. 제안된 알고리즘은 AR파라메터의 시간에 따른 변화 양상을 웨이브렛 전개하여 AR파라메터를 구하는 것이다. 그림2에 9개의 웨이브렛에 대한 근사화 오차를 나타내었다. 여기서 오차는 식(2.40)을 이용하여 구하였고 근사화한 웨이브렛 단계는 J가 3일 때이며 근사화 오차가 가장 작은 웨이브렛은 D4이다.

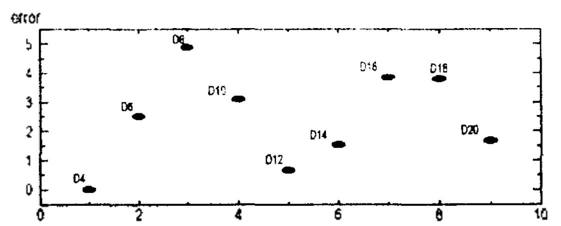


그림 2. 각 웨이브렛 함수에 대한 근사화 오차 (J = 3)
Fig 2. Approximation error of each wavelet function (J = 3)

합성된 데이터에 대해서 제안된 알고리즘을 사용할 때에 사용 가능한 웨이브렛 중 가장 적합한 것은 D4라고 판단할 수 있다. AR파라메터의 시간 변화에 대한, 웨이브렛 함수의 유사성이 크면 클수록 식(2.40)의 근사화 오차가 줄어들게 됨을 알 수 있다.

제안된 웨이브렛 선택 알고리즘의 타당성을 증명하기 위해서 위에서 비교한 웨이브렛 중에서 D4, D6와 D12만을 선택해 웨이브렛 전개 알고리즘을 이용해 신호를 복원했을 때의 평균자승오차(MSE)를 그림3에서 비교해 보았다. 웨이브렛 선택을 위한 평가함수의 결과와 평균자승오차 값이 일치함을 알 수 있다.

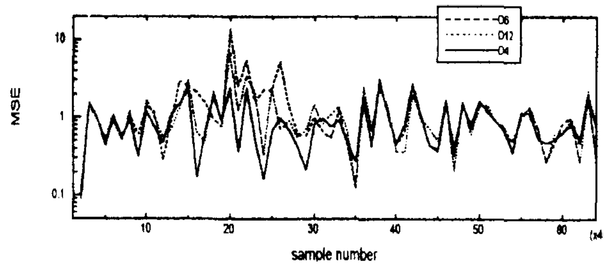
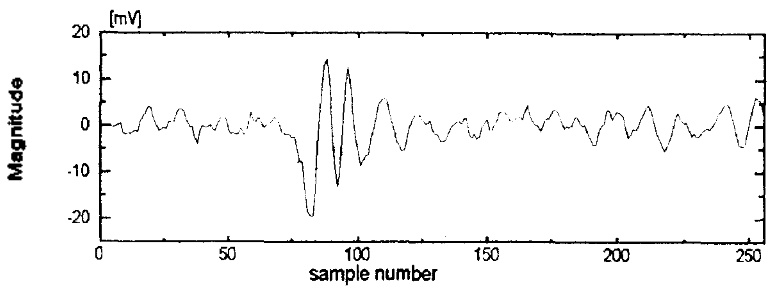
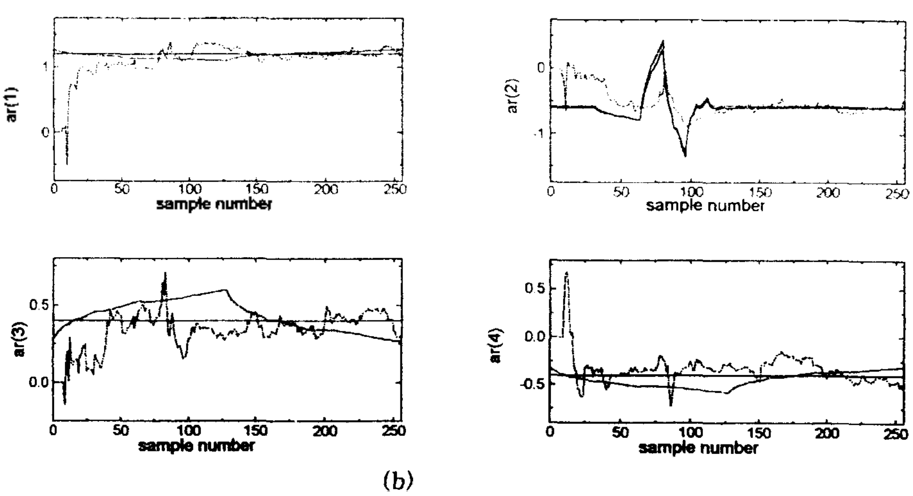


그림 3. 웨이브렛 선택에 따른 평균자승오차(D4, D6, D12)
Fig 3. Mean squared error on choosing wavelets(D4, D6, D12)



(a)



(b)

그림 4. 합성된 신호와 사용된 AR파라메터 (실선 : 실제 AR 파라메터, 점선 : 칼만 필터, 이점쇄선 : 제안된 방법)
(a) 합성 신호 (b) AR 파라메터

Fig 4. Synthesized signal and used AR parameters (solid : true AR parameter, dot : Kalman filter, dotted line : proposed method)
(a) synthesized signal(p = 4) (b) AR parameter

그림4에 합성된 신호와 이에 사용된 AR파라메터들을 나타내었다. 실선이 실제의 AR파라메터이고 이점쇄선은 위 알고리즘에 의해서 추정된 AR파라메터를 나타낸다. 또 점선은 칼만 필터에 의한 AR파라메터이다. F-검정의 허용 오차 범위를 5%로 하였고 웨이브렛 변환단계는 $J_{min}=3$과 $J_{max}=7$로 하였다. 웨이브렛은 D4를 사용하였다. 웨이브렛 전개에 의한 AR파라메터 인식 알고리즘은 신호의 구체적인 통계적 특성을 모르더라도 신호를 잘 분석할 수 있음을 보여주고 있다.

위에서 언급한 두 가지 방법을 평균자승오차 관점에서 비교하기 위해 그림5에 신호를 추정했을 때의 각각 평균자승오차를 나타내었다. 실선이 웨이브렛 기반 알고리즘이고 점선이 칼만 필터를 이용해 구한 평균자승오차를 나타내고 있는데 제안된 알고리즘이 우수하다는 것을 보여주고 있다.

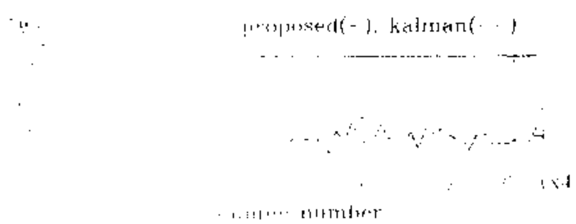


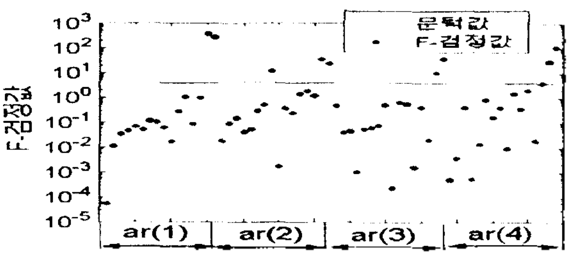
그림 5. 합성신호에 대한 추정 평균자승오차 (실선 : 제안된 방법, 점선 : 칼만필터)

Fig 5. Estimated mean square error of synthesized signal(solid : proposed method, dot : Kalman filter)

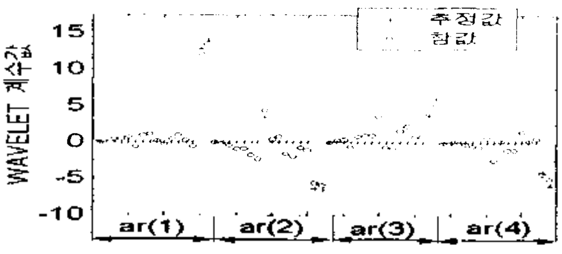
그림6은 F-검정을 한번 할 때마다 하나의 회귀인자에 대한 의미를 판별하는 과정을 그림으로 표시하였다. 세로축은 각 회귀인자에 대한 F-통계치를 나타내며 만일 이 통계치가 문턱값(오차 확률=5%)을 넘는다면 이 회귀인자는 의미가 있는 것으로 간주되고, 의미 있는 회귀인자는 유지되고 의미 없는 회귀인자는 제거되게 된다. 그림 6(b)는 각 회귀인자의 순서는 같고 웨이브렛 전개를 했을 때 실제 계수(o기호)와 추정 계수(+기호)를 나타내었다. 제안한 알고리즘으로 추정한 계수가 실제 계수와 F-검정을 통과한, 의미 있다고 판단된 계수 부분에서는 거의 같은 값을 갖는 것을 보여주고 있다. 그림에서 ar(1)-ar(4)의 AR파라메터를 각각 16개의 웨이브렛 계수로 표현하였다. 특히 F검정을 통과 했을때 ar(2)를 표현하기 위한 의미있는 웨이브렛계수가 더 많이 나타났다. 이 사실로 부터 ar(2)가 다른 AR파라메터 보다 변화가 심한 것을 알 수 있다.

Ⅲ-2. 음성 데이터 실험

두 번째 경우는 본 논문에서 제안된 알고리즘을 성대의 시간에 따른 변화를 모델링 하기 위해서 음성 데이터에 적용하였다. 여기서 사용한 단어는 "away"로 남자 음성을 8 KHz로 샘플링 한 후에 4 KHz로 다운 샘플링 하였다.



(a)



(b)

그림 6. 합성신호의 AR파라메터에 대한 F-검정
(a) F-검정값 (b) 웨이브렛 계수

Fig 6. F-test for AR parameters of synthesized signal
(a) F-statistic (b) wavelet coefficient value

그림7은 제안된 알고리즘에 의한 AR파라메터의 추정과정을 나타내고 있다. 여기서 음성신호를 12차로 AR 모델링하고 오차확률은 5%로 하였으며 F-검정을 통과한 웨이브렛 계수만을 이용하여 원하는 AR파라메터를 구하였다.

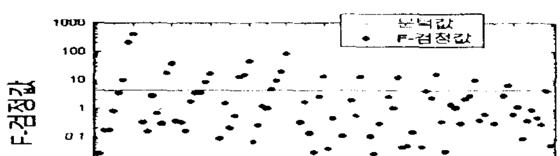


그림 7. 음성신호의 AR파라메터에 대한 F-검정값

Fig 7. F-statistics for AR parameters of speech signal

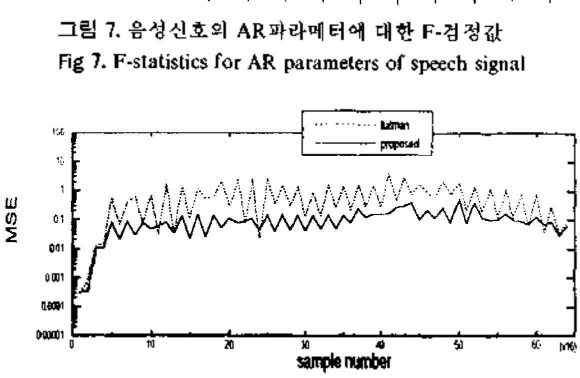


그림 8. 제안된 알고리즘과 칼만필터 알고리즘의 평균자승오차 (음성 신호)

Fig 8. Mean squared error of proposed and Kalman filter algorithm (speech signal)

그림8에는 본 논문에서 비교한 2개의 알고리즘의 수행 결과에 대한 평균자승오차를 나타내었다. 제안된 알고리즘이 칼만필터 알고리즘보다 우수한 성능을 보여주고 있다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 AR 모델 파라메터를 웨이브렛 기저를 이용 전개하여 시변AR 모델 파라메터를 추정할 수 있는 새로운 방법을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 웨이브렛 선택에 대한 평가함수를 도입해 최적의 웨이브렛을 선택할 수 있는 방법과 이를 바탕으로 시변 신호의 AR모델을 세운 후 앞에서 구한 최적의 웨이브렛 기저를 가지고 전개시켜 시변 AR모델의 파라메터들을 추정할 수 있는 알고리즘으로 구성되어 있다.

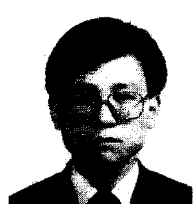
웨이브렛 전개에서 웨이브렛 선택은 제안된 알고리즘에서 중요한 요소가 된다. 웨이브렛의 선택에 따라서 해당 신호를 얼마나 간략하게 표현할 수 있느냐가 결정되기 때문이다. 따라서 다양한 기저 웨이브렛을 가지고 실험하였으며 최적의 웨이브렛 기저 선택이 변환하고자 하는 신호와 밀접한 관련이 있음을 보여 본 논문에서 제안한 웨이브렛 기저에 대한 적합성 평가 방법의 중요성을 입증하였다. 또한 인위적으로 합성한 데이터와 실제 음성신호에 대해서 기존의 칼만필터와 제안된 웨이브렛 기반의 알고리즘을 적용시켜 본 결과, 웨이브렛 기반의 알고리즘이 신호를 잘 표현하는 것을 실험을 통해 확인하였다.

결과적으로 제시한 알고리즘은 기존의 칼만필터 알고리즘에 비해 시변 AR파라메터의 순간적인 변화를 더욱 잘 추정할 수 있었다. 특히 음성신호의 분석에 있어서 음성신호를 더욱 잘 모델링할 수 있었으며 이를 바탕으로 음성신호 합성, 인식, 코딩등 여러 응용 분야에 파급적인 효과를 얻을 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. Y. Grenier, "Time-dependent ARMA modeling of nonstationary signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.ASSP-31, pp.899-911, Aug. 1983.
2. A. T. Moser and D. Graupe, "Identification of Nonstationary Models with Application to Myoelectric Signals for Controlling Electircal Stimulation of Paraplegics," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.ASSP-39, pp. 713-719, May. 1989.
3. 김종원, 김성환, "웨이브렛 변환과 디지탈 신호처리에의 응용", 전기학회지, 제44권 제3호, pp. 3-8, 1995.
4. 김종원, 김성환, "웨이브렛 변환평면에서의 병렬 신호 추정 알고리듬의 제안", 대한전자공학회지, 제33권, 제9호, pp. 52-61, 1995.
5. Brian D. O. Anderson and John B. Moore, Optimal Filtering, Prentice-Hall, chap. 3, 1976.
6. Simon Haykin, Adaptive filter theory, 2nd Ed., Prentice-Hall, chap. 7, 1991.
7. Michail K. Tsatsanis and Georgios B. Giannakis, "Time-Varying System Identification and Model Validation Using Wavelets," IEEE Trans. Signal Processing, vol.41, pp. 3512-3523, Dec. 1993.
8. Ali N. Akansu and Richard A. Haddad, Multiresolution Signal Decomposition, Academic Press Inc., chap.3.4 and chap. 5, 1992.
9. Paul Jorgensen, "Choosing discrete orthogonal wavelets for signal analysis and approximation," IEEE International conference on A.S.S.P., Minneapolis, vol III, pp.308-311, 1993.
10. A. H. Tewfik, D. Shinha, and P. Jorgensen, "On the Optimal choice of a Wavelet for Signal Representation," IEEE Trans. on Information Theory, vol.38, no.2, pp.747-765, Mar. 1992.
11. M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and Filter Bank: Theory and Design," IEEE Trans. on Signal Processing, vol.40, pp.2207-2232, Sep. 1992.
12. I. Daubechies, "Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets," Comm. on Pure and Appl. Math., vol. 41, pp.909-996, 1989.
13. Murrary R. Spieged, Statistics 2nd Ed., Schaum's outline series, McGRAW-HILL, chap.6 and 11, 1990.

▲신 동 환(D. H. Shin) 1967년 9월 25일생



1992년 : 서울시립대 전자공학과 졸업
1992년~1994년 : LG 전자연구원
1996년 : 서울시립대 대학원 전자공학과 졸업(석사)
1996년~현재 : 한국체육과학연구원
※주관심분야 : 음성인식, 디지탈 신호처리, 영상 신호처리

▲김 성 환(S. H. Kim) 1952년 6월 12일생
1975년 : 연세대 전기공학과 졸업
1980년 : 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사)
1977년~1982년 : 국방과학연구소
1982년~현재 : 서울시립대 전자공학과 교수
※주관심분야 : 제어 및 신호 처리, 의용전자