

열음향 냉동기의 설계 및 개발: I. 내부공간의 음향해석 및 에너지 변환 예측

Design and Development of Thermoacoustic Refrigerator: I. Acoustic Analysis of Resonator and Prediction of Energy Conversion

박 철 민*, 이 정 권*
(Chul-Min Park*, Jeong-Guon Ih*)

요 약

열음향 냉동기의 설계시 요구되는 냉동기의 내부음장 특성을 예측하기 위해, 냉동기를 이루는 공명기 구조 및 선형화된 스피커의 모델에 대해 전달행렬기법을 이용하여 해석을 수행하였다. 여러가지 기본 음향요소들의 전달행렬을 이용하여 공명기를 음향학적 요소들로 분해하고, 스피커의 선형화된 동특성 방정식과 함께 해석함으로써 음향요소들이 직렬로 배열되어 있는 공명기에 대한 음향특성을 얻어 내었다. 또한, 열음향 냉동기의 개발에 있어서 중요한 목표중 하나인 모세관 스택에서의 온도차이를 에너지 방정식을 이용하여 수치적으로 예측하였다. 한 개의 모세관 기공내에서의 음향일의 흐름, 열음향 흐름, 단위 길이당 에너지 손실 등을 단면변화함수를 이용해 표시한 후, 전체 스택에서의 에너지 흐름과 열평형을 고려하였다. 전체 스택에서의 에너지 흐름에 관한 식에 대하여, 내부음장 예측에 의해 구한 물리량을 이용하여, 수치적인 반복계산을 수행함으로써 온도비 및 성격계수를 예측할 수 있었다. 실제 설계된 공명기의 음향 특성의 해석결과가 실험과 잘 일치함을 관찰한 후, Hofler의 열음향냉동기에 대한 열음향 해석을 수행하여 실험결과와 잘 부합됨을 확인할 수 있었다.

ABSTRACT

Acoustical characteristics of internal pipe structures and a loudspeaker of the thermoacoustic refrigerator are analyzed by using the transfer matrix method. The resonator system is dismantled into various basic acoustic elements, and then linearized transfer matrices are serially combined with the dynamical system of linearized loudspeaker model, that the total system of thermoacoustic refrigerator can be analyzed in terms of frequency characteristics and acoustic field shape. Additionally, by using equations for energy flow through the capillary stack, the temperature distribution over the stack is numerically estimated. After expressing the acoustic work flow, thermoacoustic flow, and energy loss per unit length in a single capillary duct by using the transverse functional variations, overall energy flow rate and energy balance are obtained for the whole capillary stack. The final expression for energy flow through the stack is numerically evaluated by varying physical parameters obtained from the sound field analysis. After confirming good agreements between predicted and experimental results for the interior sound field of a refrigerator model, the thermoacoustic characteristics of Hofler's apparatus is analyzed by the proposed method and it is observed that the results agree well with Hofler's experimental results.

I. 서 론

주로 증발식 냉매에 의존하는 기존의 냉동 기술에서는 냉매를 강제 순환시키기 위해 압축기가 사용되고 여기에 외부에너지가 투입된다. 냉매로써 사용되는 물질이 오존층 파괴 물질로 알려진 CFC계통의 물질이기 때문에, CFC

계통물질의 사용금지를 앞두고 오존층을 파괴하지 않는 새로운 냉매 개발이 활발해지게 되었고, 또 한편으로는 전혀 새로운 냉동기술을 개발하려는 노력이 한창이다. 이의 대표적인 것으로서는 Peltier 효과를 이용한 냉동방식과 열음향 효과를 이용한 열음향 냉동기(thermoacoustic refrigerator)이다¹⁾. 열음향을 이용한 냉동 기술에서는 CFC를 냉매로 사용하지 않기 때문에 환경보존차원에서 지극히 바람직한 기술이며, 또한 움직이는 부품이 적어 소음 및 진동이 적고, 마모 등의 영향이 없으므로 신뢰도가 매

*한국 과학기술원 기계공학과
접수일자: 1996년 5월 31일

우 높아, 미국에서는 고장수리가 어려운 우주공간용 냉동기술로도 중점적으로 연구되고 있다. 이 외에도 냉동기 부품에 까다로운 공차를 요구하지 않으므로, 대량생산시 생산단가가 저렴할 것으로 예상된다. 비단 외국 뿐만 아니라, 국내에서도 최근 열음향 냉동기가 지나고 있는 발전 가능성에 따라 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있는 중이다^{2,3,4)}.

열음향 냉동기는 냉동기에 가해지는 에너지의 형태가 음향일(acoustic work)이므로, 효과적으로 많은 일을 공급해 주기 위해서는 큰 음압 레벨을 요구한다. 따라서, 열음향 냉동기는 특정 주파수에 에너지를 집중시킬 수 있는 공명기의 형태를 취하고 있으며, 작동 주파수로는 대개 내부공간의 공명 주파수를 이용한다. 따라서, 열음향 효과를 살펴보기 위해서는 냉동기 내부의 음향학적 특성, 즉 공명 주파수 및 음장의 모양을 알아야 한다. 열음향 냉동기의 내부는 Fig. 1(a)에서 처럼 직렬로 연결된 음향요소들과 음향요소들 사이에 스피커가 연결되어 있어, 내부의 음장이 스피커에 의해 두 부분으로 나뉘어지고, 나뉘어진 두 부분의 음향학적 특성은 연성되어 나타난다. 따라서, 이러한 형태의 음향학적 특성을 살펴보기 위해서는 스피커에 대한 해석과 내부공간의 음장 해석을 함께 하여야 한다.

본 연구에서는 먼저 직관 사이에 스피커가 연결되어진 공명기 형태의 주파수 특성을 스피커의 선형화된 모델⁵⁾과 직관의 전달 행렬(transfer matrix)을 이용하여 해석하고, 실험과 비교하여 보았다. 직관, 원추형 연결부(conical connector), 모세관^{6,7)}, 단순 축소(sudden contraction)등의 기본적인 음향요소들의 전달행렬은 잘 알려져 있다^{8,9)}. 이를 이용하여 공명기를 음향학적 요소들로 분해하고, 스피커에 대한 선형화된 모델식과 함께 해석함으로써 음향요소들이 스피커를 사이에 두고 직렬로 연결되어져 있는 형태의 공명기에서의 주파수 특성 및 음장의 모양을 해석하고, 실험과 비교하였다. 또한, 이러한 방법으로 열음향 냉동기에 이용되는 공명기의 주파수 특성을 살펴보았다¹⁰⁾.

또한, 음장 해석의 결과를 유도된 에너지 평형식에 적용하여, 열음향 효과에 의해 모세관 스택(stack)에서 일어나는 온도분포를 수치적으로 예측하였다. 이 방법의 타당성을 확인하기 위하여 Hofler가 제작하여 실험한 열음향 냉동기¹¹⁾에 대한 해석을 수행하여, Hofler가 논문에 제시한 실험값과 계산값들을 본 연구에 의한 예측치와 비교하였다¹⁰⁾.

II. 공명기의 음향 해석

II-1. 공명기의 주파수 특성

전달행렬을 이용해 음장을 해석하는 방법은 소음기 등의 음향특성 해석에 널리 이용되어 지는 방법이다. 직렬로 연결된 음향요소들 사이에 스피커가 배치되어 있을 때, 선형화된 스피커의 모델식과 각 음향요소들의 전달

행렬을 이용하여 공명기의 음향 특성을 알아볼 수 있다. Fig. 1(a)는 직관이 스피커를 사이에 두고 연결되어 있는 형태의 공명기를 보여주는데, 스피커에 의해 공명기의 음장이 둘로 나뉘어지고, 두 음장이 상호 영향을 미친다.

Fig. 1(b)와 같이 두 개의 음향요소와 스피커로 나누어 생각하면, 스피커 양 측면의 음압이 각각 p^L, p^R 이라고 할 때, 입력 전압과 스피커 표면의 진폭(X_{sp}) 사이에 다음과 같은 관계가 성립한다⁵⁾:

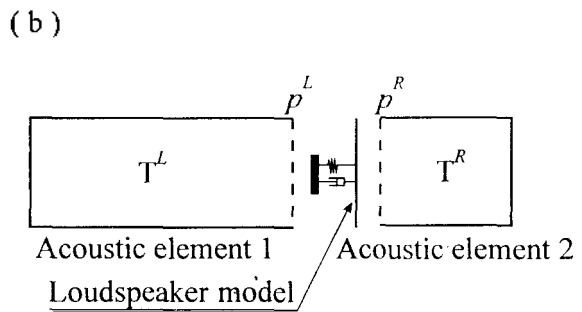
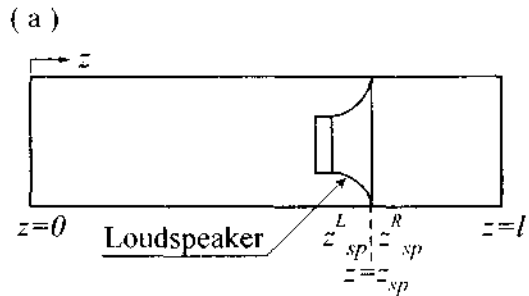


Fig. 1. (a) 음향요소들 사이에 스피커가 위치한 공명기, (b) 전달 행렬을 위한 모델.

$$E = (R_{sp} + j\omega L_{sp})I + \alpha_{sp}j\omega X_{sp}, \quad (1)$$

$$(-\omega^2 M_{sp} + j\omega C_{sp} + K_{sp})X_{sp} = \alpha_{sp}I + A_{sp}(p^L - p^R), \quad (2)$$

$$u_{sp} = j\omega X_{sp}. \quad (3)$$

여기서, E 는 입력전압, R_{sp} 는 스피커의 전기저항, L_{sp} 는 스피커의 전기 인덕턴스(inductance), α_{sp} 는 스피커의 가진 계수(force factor), M_{sp} 는 스피커의 선형화된 질량, C_{sp} 는 스피커의 감쇠계수, K_{sp} 는 스피커의 스프링 상수, I 는 입력전류, u_{sp} 는 스피커 표면에서의 진동속도, A_{sp} 는 스피커의 단면적이다. 식 (1)은 스피커의 선형화된 전기적인 모델을 나타내며, 식 (2)는 선형화된 스피커의 기계적인 모델식이며, 식 (3)은 스피커 진동판 표면의 속도와 변위 사이의 관계를 나타낸다. 이러한 스피커의 선형화 모델로부터 압력 전압에 대한 스피커 표면에서의 음압, 입자 속도를 계산할 수 있다.

한편, 스피커 왼쪽에 위치한 음향요소의 전달행렬을 T^L , 스피커 오른쪽에 연결된 음향요소의 전달행렬을 T^R 이라고 할 때, T^L 과 T^R 을 이용하면 스피커 양 측면의 음

압(p^L , p^R)과 스피커 표면에서의 입자속도(u_{sp}) 사이의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\begin{bmatrix} p \\ uA \end{bmatrix}_{z=l} = \begin{bmatrix} T_{11}^R & T_{12}^R \\ T_{21}^R & T_{22}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ uA \end{bmatrix}_{z=l} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ uA \end{bmatrix}_{z=0} = \begin{bmatrix} T_{11}^L & T_{12}^L \\ T_{21}^L & T_{22}^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ uA \end{bmatrix}_{z=0} \quad (5)$$

한편, $z=0$ 과 $z=l$ 에서 입자속도 $u=0$ 이므로, 식 (4)와 (5)로부터 스피커 양측면에서의 음압은

$$p^L = -A_{sp} u_{sp} T_{22}^L / T_{21}^L \quad (6)$$

$$p^R = A_{sp} u_{sp} T_{11}^R / T_{21}^R \quad (7)$$

이고, 관의 양 끝단($z=0$ 및 $z=l$)에서의 음압은

$$p_0 = T_{11}^L p^L + T_{12}^L u_{sp} A_{sp} \quad (8)$$

$$p_l = p^R / T_{11}^R \quad (9)$$

로 표현된다. 이상과 같이 스피커에 대한 선형화된 모델 식과 직렬로 연결되어진 공명기를 구성하는 음향요소들의 전달행렬, 또, 공명기 양 끝단에서 입자속도가 0이라는 경계조건을 이용하면 공명기의 전체 음향 특성을 알 수 있다.

하모닉 발란스를 이용한 실험^[5]에 의해 측정된 Table 1 과 같은 동특성을 갖는 스피커를 사용하여, Fig. 1(a)와 같은 공명기를 제작하였다. 식 (1-3) 및 식 (8, 9)로부터 p_0 , p_l 을 이론적으로 구하고, 동 위치에서 측정된 음압을 비교한 결과를 Fig. 2에 보여주고 있다. 이 그림에서, 스피커의 저주파수 한계 이하에서는 많은 오차를 지니고 있지만, 대체적으로 음향 특성을 잘 표현하고 있음을 볼 수 있다. 고주파수 영역에서의 오차는 스피커의 선형화된 매개변수들의 측정시 고주파수에서는 많은 오차를 포함하기 때문이다^[5]. 또한 변수 값들은 자유음장에서 측정된 값이므로, 공명기 내부에 삽입되어졌을 경우에는 내부음장과의 연성에 의해 약간의 오차를 수반할 수 있다는 점도 생각할 수 있다^[12]. 측정된 스피커의 감쇠계수보다 약 10배 정도의 감쇠계수를 주고 계산한 결과가 공명기의

음향특성을 더욱 잘 표현하고 있는데, 이는 앞서 언급한 것처럼 공명기 내부로 삽입되어지면서 스피커의 특성이 바뀌는 영향과 구성된 공명기 표면 및 내부의 다른 감쇠 효과들 때문이라고 사료된다.

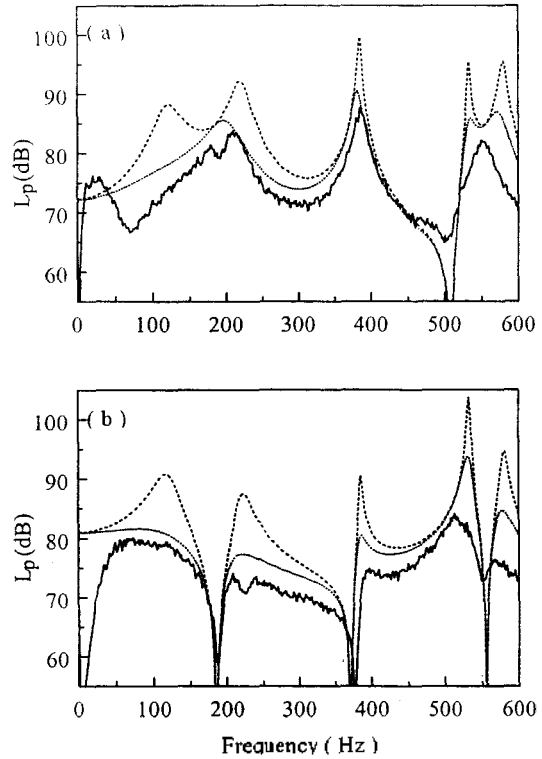


Fig. 2. (a) $z=0$ 에서의 음압, (b) $z=l$ 에서의 음압.
 —, 측정치; ---, 이론치($C=C_{sp}$); ·····, 이론치($C=10C_{sp}$).

II-2. 음장의 모양

Fig. 3(a)와 같은 스피커 양쪽에 여러개의 음향요소들이 직렬로 연결되어져 있는 경우에도 마찬가지로 방법으로 공명기의 음향특성을 알아낼 수 있다. Fig. 3(a)의 공명기는 열음향냉동기에 사용되어진 것으로, 헬름홀츠공명기처럼 해석할 수도 있다. 공명주파수와 정상파가 생기는 모양을 알아보기 위해 공명기를 Fig. 3(b)와 같이 음향학적인 여러 요소로 나누고, 각 요소들의 양 끝단에서의 음압과 체적속도들 사이의 전달행렬을 이용하였다. SP, B, E, G와 I는 직관, A는 원추형 연결부(conical connector), C는 모세관^[6,7], D와 H는 미관에서의 음향방사, F는 단순 축소(sudden contraction)로 각 음향요소들의 전달행렬은 이미 잘 알려져 있다^[8,9]. 단, 전체에 대한 전달행렬 T^L , T^R 는 각 요소의 전달행렬의 곱, 즉

$$T^L = T_{SP}, \quad (10)$$

$$T^R = T_A T_B T_C T_D T_E T_F T_G T_H T_I, \quad (11)$$

Table 1. 사용된 스피커의 동특성.

Frequency range	50.9-17000 Hz
Resistance (R_{sp})	6.84 ohm
Mass (M_{sp})	1.69e-2 kg
Inductance (L_{sp})	6.4885e-5 H
Damping (C_{sp})	2.5417 Ns/m
Force factor (α_{sp})	7.34 N/A
Stiffness (K_{sp})	2.8257e3 N/m

으로 구할 수 있으며, T_i 는 요소 i 의 전달행렬을 의미한다. 또한, Fig. 3(a)의 공명기는 G를 목(neck)으로 하는 헬름홀츠 공명기처럼 동작하며, 이는 Fig. 4 처럼 집중된 음향학적 질량(lumped acoustic inductance: M)과 집중 음향 커플라이언스(lumped acoustic compliance: C)로 모델링할 수 있다. Fig. 4(a)에서 커플라이언스로 작용하는 구의 부피를 각각 V_1, V_2 라 하고, 목의 길이, 반경을 각각 l, r 이라 표시하였을 때, 목 안에서 하나의 질량처럼 움직이는 매질의 음향학적 질량은

$$M = \rho_0(l + 1.7r)/\pi r^2, \quad (12)$$

으로 표현되고, 부피가 V 인 구가 기체스프링으로 동작할 때의 음향학적 커플라이언스는

$$C = V/\rho_0 c^2 \quad (13)$$

으로 표현된다^[8,9]. 식 (12) 및 (13)을 음향 필터 이론에 적용하면

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{M} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \\ = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{(L + 1.7r) \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)}}. \quad (14)$$

과 같이 공명 주파수가 정해진다. 식 (14)로부터 Fig. 3(a)의 공명기의 공명 주파수를 구하면 62.6Hz인데, 이 때의 파장은 집중 질량계로서의 가정인 $\lambda \gg l, \lambda \gg V^{1/3}$ 및 $\lambda \gg r$ 의 조건을 만족한다. Fig. 5는 전달행렬을 이용하여 $z=l$ 에서 예측된 주파수 응답 특성과 공기매질에서의 측정치를 비교하여 보여주고 있으며, 거의 잘 일치하고 있음을 살펴볼 수 있다.

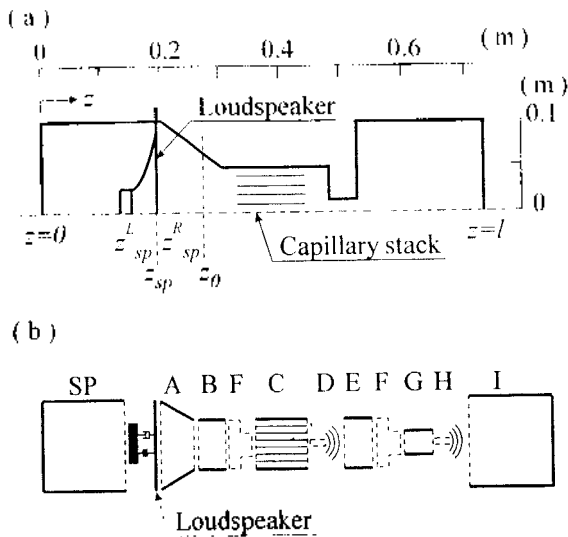


Fig. 3. (a) 열음향 냉동기로서의 공명기, (b) 음향 요소 분해 모델.

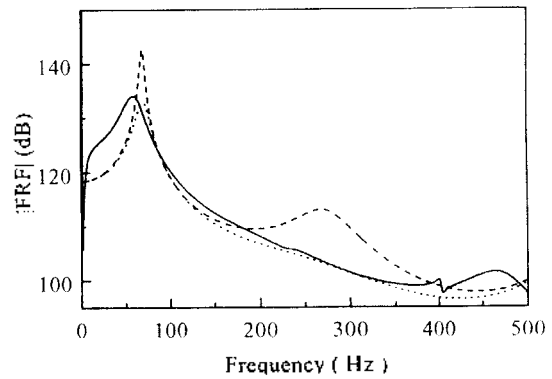


Fig. 5. $z=l$ 에서의 주파수 응답 특성: —, 실험치; ---, 이론치($C=C_{sp}$); ----, 이론치($C=10C_{sp}$).

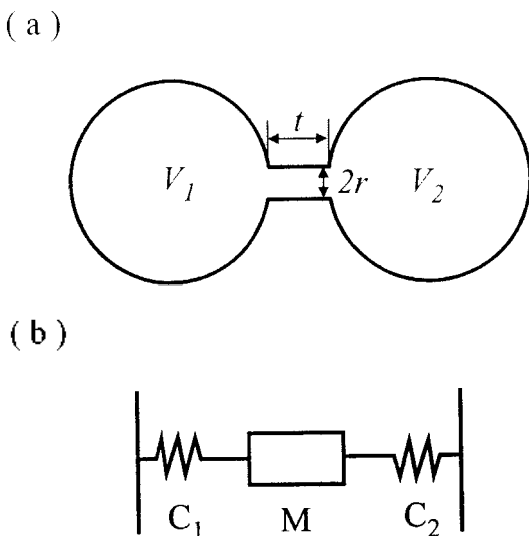


Fig. 4. 헬름홀츠 공명기: (a) 집중계 모델, (b) 기계적 상사.

입의 위치, z_0 에서의 음압 및 입자 속도에 대해서도, 그 지점까지의 전달행렬을 구함으로써 입력전압에 따른 값을 계산할 수 있다. 또한, 입의 주파수로 구동할 때 공명기 내부에 생기는 정상파의 모양은 z_0 를 변화시키면서 구할 수 있다. 전달행렬과 선형화된 스피커의 모델식을 이용하여 입력전압에 대한 정상파의 모양을 예측해보면 Fig. 6과 같다. 축 방향의 음압 분포는 긴 탐촉자를 이용하여 측정하였다. Fig. 6에서 보면 $z=0.2$ m 부근에서 실험치가 끊기는데, 이는 스피커의 존재 때문에 측정상 곤란하기 때문이다. 첫번째 공명주파수에서의 음장을 Fig. 6(a)에서 살펴보면, 61Hz에서 이 시스템이 앞서 언급된 집중계 모델로 작동하는 것을 알 수 있다. Fig. 6(b)로부터 공명주파수 이외의 주파수에서도 위와 같은 방법으로 공명기 내부의 음장을 잘 묘사할 수 있음을 알 수 있으며, 두 주파수 모두 음장의 모양을 실제와 거의 비슷하게 예측하고 있음을 볼 수 있다. 이 경우 스피커의 감쇠계수에

악한 영향은 거의 없었다. 추후의 연구에서는 스피커가 공명기 내부에 삽입되어졌을 때의 동특성 변화 및 내부음장에서의 손실량에 관한 평가법에 관한 개선이 수반되어야 한다.

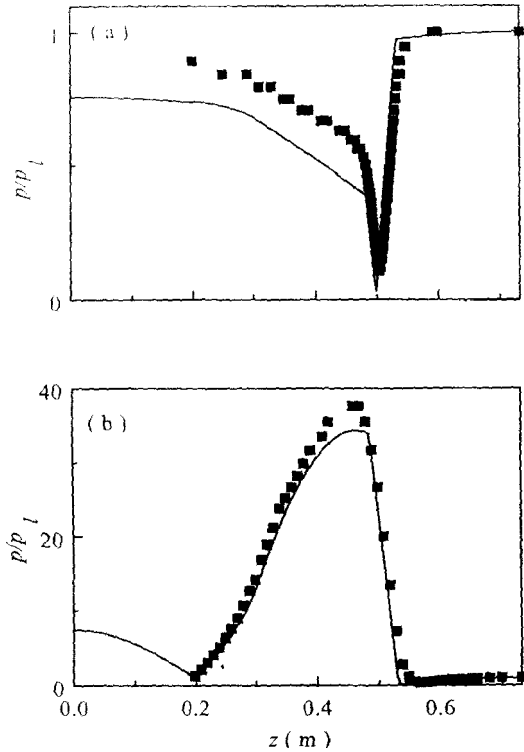


Fig. 6. 중심축을 따른 음압의 분포: ■■■, 측정치; —, 예측치. 가진 주파수: (a) 61 Hz, (b) 400 Hz.

Ⅲ. 스택 양단에서의 온도차 계산

Ⅲ-1. 수식화

열음향 냉동기에서의 에너지 변환은 Fig. 7에서처럼 도식화할 수 있다. 이 그림에서, \dot{W}_{el} 은 스피커에 가해진 전기적 일률(work flux), \dot{W}_{ac} 은 스피커에서 내부음장에 전달하는 음향학적 일률, \dot{Q}_{sp} 은 스피커에서의 열손실, \dot{W}_{st} 은 정재파(standing wave)의 형태로 저장되는 음향에너지, \dot{W}_{ls} 은 벽면 등에서의 음향에너지 손실, ΔU 는 내부에너지(internal energy) 증가를 의미하며, 경계면을 통한 에너지 흐름을 구성하는 요소로서는 열전달 경계 조건 \dot{Q}_a 와 열교환기에서의 열 흐름 \dot{Q}_{hc} 가 있다. Fig. 7(a)에서 묘사하는 것처럼, 전기에너지의 형태로 음압구동장치에 공급되어진 에너지는 음압구동장치의 효율에 따라 일부는 음향에너지로 전환되어지고, 나머지는 음압구동장치 자체에서 열로 소실된다. 음압구동장치에서 발생한 음향에너지는 Fig. 7(b)와 같이 공명기에 정재파의 형태로 저장되는 음향에너지, Fig. 7(c)와 같이 벽면 등에서의 음향에너지 손실, 또 내부에너지의 증가의 3가지로 나누어 생각할 수

있으며, 정상 상태(steady state)라고 가정한다면 내부에너지의 증가량은 0으로 놓을 수 있다. 공명기 내부의 적절한 위치에 Fig. 8과 같은 모세관 스택을 삽입함으로써, 음향에너지를 모세관의 경계층에서 흡수하도록 하여 열 흐름으로 유도할 수 있다.

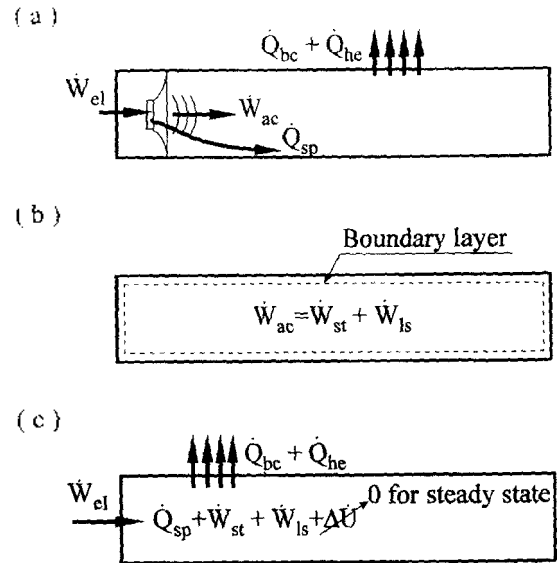


Fig. 7. 열음향 냉동기의 공명기에서의 에너지 변환: (a) 전기에너지 = 스피커에서 발생하는 열 + 음향에너지, (b) 스피커에서 발생한 음향 에너지 = 정재파의 형태로 저장되는 음향에너지 + 경계층에서의 음향에너지 손실, (c) 정상상태에서의 에너지 평형.

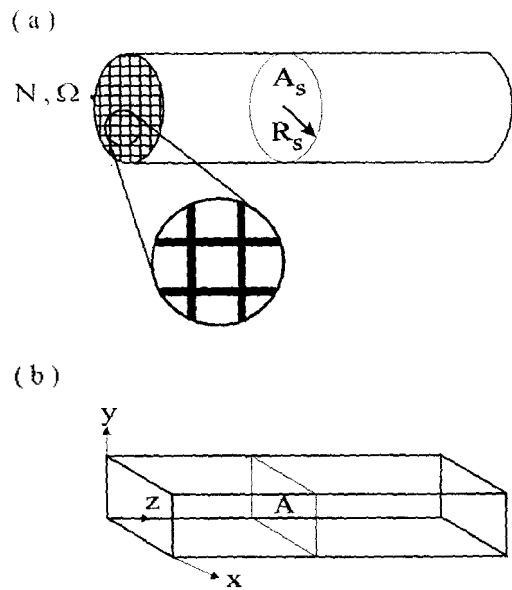


Fig. 8. 열음향 냉동기의 모세관 스택: (a) 모세관 스택의 형상, (b) 직사각형 단면모양의 모세관 모델.

공명기에서 일어나는 음향에너지의 손실은 공명기 표면에서의 손실과 모세관 스택에서의 음향에너지 손실로 나누어 생각할 수 있다. 단위면적당 국부적 손실(time-averaged local losses per unit area)은 다음과 같이 표현된다^[11,13,14]:

$$\dot{w}_{loss} = \frac{1}{4} \rho_0 \omega \delta_v \left[|u|^2 + \left(\frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \frac{1}{\rho_0^2 c^2} |p|^2 \right]. \quad (15)$$

여기서, ρ_0 는 매질의 밀도, ω 는 각주파수, δ_v 는 점성 침투 깊이(viscous penetration depth), γ 는 비열비(specific heat ratio), Pr 은 프란틀수(Prandtl number = $c_p \mu / K$), c 는 음속, u 는 입자속도, p 는 음압을 나타낸다. 점성 침투 깊이는 다음과 같이 정의되는데, μ 는 점성계수(viscosity)를 의미한다:

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\omega\rho_0}}. \quad (16)$$

한개의 모세관내에서의 일유동률(work flow rate)은 모세관 단면을 통과하는 액티브 음향 인텐시티(acoustic active intensity)를 단면에서 적분한 값을 의미한다. Fig. 8과 같은 스택에서, 한개의 모세관내에서의 일유동률로부터 스택 전체 단면에서의 양을 구할 수 있다. 모세관의 기공(pore) 한개의 단면적을 A 라 하고, N 개의 기공이 존재한다고 하면, 스택 전체의 단면적 A_s , 기공률 Ω 사이에는 다음과 같은 관계가 있다:

$$NA = A_s \Omega. \quad (17)$$

따라서, 모세관 스택의 전체 단면을 통한 일유동률은 다음과 같이 표현할 수 있는데,

$$\dot{W}_i = \frac{\Omega A_s}{A} \int_A \overline{p_1 u_2} dA, \quad (18)$$

여기서, p_1 은 압력의 1차 섭동량인 음압이고, u_2 는 속도의 1차섭동량인 입자속도를 나타내며, $(\overline{\quad})$ 은 시간에 대한 평균을 나타낸다.

음향에너지 흐름의 변화량은 바로 스택에서의 단위길이당 음향에너지 손실을 나타내므로, 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\dot{W}_{abs} = \frac{\partial \dot{W}_i}{\partial z} = \frac{\Omega A_s}{A} \int_A \frac{d}{dz} (\overline{p_1 u_2}) dA. \quad (19)$$

마찬가지 방법으로, 열이동률(heat flow rate)을 열역학적 상태방정식을 이용하여 정리하면 다음과 같다:

$$\dot{Q}_i = \frac{\Omega A_s}{A} \int_A \overline{\rho_0 T_0 s_1 u_2} dA = \frac{\Omega A_s}{A} \int_A \overline{(\rho_0 c_p T_1 - p_1) u_2} dA. \quad (20)$$

또한, 임의의 단면적을 가지는 모세관에서의 음향일의 흐름, 열음향 흐름과 스택에서의 단위길이당 음향에너지

손실을 Arnott 등의 단면변화함수를 이용하여 정리하면 다음과 같다^[6,15,16]:

$$\dot{W}_i = \frac{\Omega A_s}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \text{Im} \left[F_{s_r} \frac{\partial p_{1z}}{\partial z} p_{1z}^* \right], \quad (\text{Watt}) \quad (21)$$

$$\dot{Q}_i = \frac{\Omega A_s}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1+\text{Pr}} \text{Im} \left[p_{1z}^* \frac{\partial p_{1(z)}}{\partial z} (G_{1s_r}^* - F_{s_r}) \right] \\ - \frac{c_p T_{0z}}{\omega^2 (1-\text{Pr}^2)} \text{Im} \left[\frac{\partial p_{1z}}{\partial z} \left(\frac{\partial p_{1z}}{\partial z} \right)^* (\text{Pr} F_{s_r} + G_{1s_r}^*) \right] \end{array} \right\}, \quad (\text{Watt}) \quad (22)$$

$$\dot{W}_{abs} = \frac{\Omega A_s}{2\rho\omega} \text{Im} \left[p_1^* \frac{d^2 p_1}{dz^2} F_{s_r} \right] + \frac{\Omega A_s}{2\rho\omega} \text{Im} \left[\left(\frac{dp_1}{dz} \right)^* \frac{dp_1}{dz} F_{s_r} \right]. \quad (\text{Watt/m}) \quad (23)$$

여기서, F_{s_r} , G_{1s_r} 은 단면변화함수, 뒀첨자 *는 켈레복소수, T_{0z} 는 평균온도 T_0 의 1차미분항, s_r 는 전단파수(shear wave number)이다. Fig. 8(a)와 같은 직사각형 단면의 경우에 단면변화함수와 전단파수는 다음과 같다^[15]:

$$s_r = R_p \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{\mu}} = \sqrt{2} \frac{R_p}{\delta_v}, \quad (24)$$

$$R_p = \frac{2ab}{a+b}, \quad (25)$$

$$F(x, y; s_r) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{m,n=odd} \frac{\sin\left(\frac{m\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{2b}\right)}{mn \left(1 - j \frac{\pi^2}{s_r^2} \frac{b^2 m^2 + a^2 n^2}{(a+b)^2} \right)}, \quad (26)$$

$$F_{s_r} = \frac{1}{A} \int_A F(x, y; s_r) dA = \frac{64}{\pi^4} \sum_{m,n=odd} \frac{1}{m^2 n^2 \left(1 - j \frac{\pi^2}{s_r^2} \frac{b^2 m^2 + a^2 n^2}{(a+b)^2} \right)} \quad (27)$$

스택에서의 음향에너지 손실은 다시 점성침투깊이에서의 점성에 의한 손실과 열침투깊이(thermal penetration depth)에서의 열음향 효과에 기인하는 열역학적인 손실로 나눌 수 있는데, 식 (23)의 우변에서 첫째 항은 열역학적인 손실에 기인하는 항이고, 둘째 항은 점성에 의한 손실을 표현하고 있다. Pr 가 작을 수록 열침투깊이에 비해 점성침투깊이가 작아지므로, 스택에서의 손실 중 열음향 효과에 기인하는 요인이 더 커진다. 따라서, Pr 가 작을 수록

열음향 냉동기에 더 유리함을 알 수 있다.

스택 단면에서의 에너지 흐름은 크게 3가지 요인으로 나누어 생각할 수 있다. 첫째는 식 (21)과 같이 나타나는 음향에너지의 흐름이고, 둘째는 식 (22)와 같이 나타나는 열음향효과에 의한 열음향 흐름이며, 마지막으로는 스택에 형성된 온도구배에 따른 열전도에 의한 열흐름이다. 이 때, 에너지 흐름을 해석하기 위해, 공명기의 축에 따른 온도 변화는 Fig. 9(a)와 같이 스택에서 선형적으로 변화한다고 가정하며, 나머지 부분에서는 일정하다고 가정하고, 단면 상에서의 온도변화는 없다고 가정한다. Fig. 9(b)와 같이 스택에서의 에너지흐름과 열교환기에서의 열평형을 고려하면,

$$\dot{Q}_t(z_{st}^-) + \dot{Q}_{cd}(z_{st}^-) + \dot{Q}_H = 0, \tag{28}$$

$$\dot{Q}_t(z_{end}^+) + \dot{Q}_{cd}(z_{end}^+) + \dot{Q}_L = 0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial z} = \dot{W}_{abs} + \dot{Q}_{ts} + \dot{Q}_{bc} = \dot{Q}_{bc} \text{ for } z_{st}^+ \leq z \leq z_{end}^-, \tag{30}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, \dot{Q}_t 는 단면적 전체에서의 열음향 흐름을 나타내고, \dot{Q}_H 는 고온부를 통해 열음향 냉동기 밖으로 빠져 나가는 열흐름, \dot{Q}_{cd} 는 온도구배에 의한 열전도량, \dot{Q}_L 는 저온부에 작용하는 열부하, \dot{H} 는 스택 단면을 통과하는 에너지흐름, \dot{Q}_{ts} 는 스택내부에서 흡수된 음

향에너지가 열에너지로 전환된 양, \dot{Q}_{bc} 는 공명기 표면을 통한 외부와의 열출입, 즉 스택주위의 열적인 경계조건을 나타낸다. Fig. 9(b)와 같은 검사체적(control volume)을 잡아서, 스택단면을 통과하는 음향에너지 흐름과 단위길이당 스택에서 흡수되어지는 음향에너지 사이의 관계 및 열흐름을 살펴보면 다음과 같다:

$$\dot{W}_t(z + \Delta z) - \dot{W}_t(z) = \Delta z \dot{W}_{abs}, \tag{31}$$

$$(\dot{Q}_t(z + \Delta z) + \dot{Q}_{cd}(z + \Delta z)) - (\dot{Q}_t(z) + \dot{Q}_{cd}(z)) = \Delta z (\dot{Q}_{ts} + \dot{Q}_{bc}). \tag{32}$$

열전도에 의한 열흐름은 공명기를 따라 전도되는 흐름과 내부의 기체 매질을 따라 전도되는 흐름, 및 스택을 통한 열흐름의 3가지 측면으로 나누어 볼 수 있으며, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{Q}_{cd}(z) = (A_{out} K_2 + \Omega A_s K_{He} + (1 - \Omega) A_s K_{stack}) T_{0z}. \tag{33}$$

여기서, K_2 는 공명기를 구성하는 외피의 열전도도(thermal conductivity), K_{He} 는 매질로 사용한 헬륨의 열전도도, K_{stack} 은 스택의 축방향 열전도도, A_{out} 은 공명기 외피의 단면적, A_s 는 공명기의 내부 단면적이다. 열역학적으로 정상상태에 있다고 가정하고, 공명기 외부로의 열출입은 열교환기에서만 이루어 진다고 가정하면,

$$\dot{Q}_{bc} = 0, \tag{34}$$

의 경계조건을 줄 수 있다. 이는 열교환기를 제외한 나머지 부위의 열적인 경계조건이 단열조건임을 의미한다. 따라서, 식 (30)에서 스택에서의 에너지흐름의 단위길이당 변화율은 0이 되므로, 스택 단면에서의 에너지흐름은 상수가 된다. 앞의 식들을 정리하면, 스택 단면에서의 에너지 흐름은 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\dot{H} = -\dot{Q}_L. \tag{35}$$

따라서, 스택내에서의 에너지흐름은 저온부에 \dot{Q}_L 만큼의 열부하가 걸려있을 경우 다음의 식으로 정리될 수 있다:

$$\dot{H} = -\dot{Q}_L = \dot{Q}_t + \dot{Q}_{cd} + \dot{W}_t. \quad (\text{Watt}). \tag{36}$$

이 경우, 스택에서의 음압($p_1(z)$), 입자속도($u_2(z)$)와 온도구배(T_{0z})는 아직 모르는 미지수이고, 음압과 입자속도와 온도구배가 서로 영향을 주고 있으므로, 스택에서의 온도구배를 가정하고 공명기 전체에서의 음압 및 입자속도를 II절에서와 같이 전달행렬기법을 이용하여 구한 후, 다시 이 음압 및 입자속도에 의한 스택에서의 온도구배를 구하는 것을 수치적으로 반복계산한다.

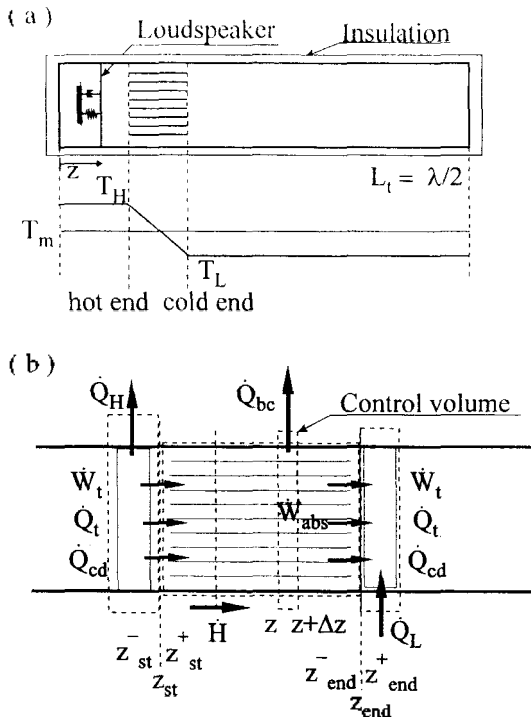


Fig. 9. 열음향 냉동기에서의 온도분포와 스택에서의 에너지 흐름: (a) 단순화한 열음향 냉동기 모델에서의 온도분포, (b) 스택에서의 에너지 흐름.

III-2. 예측 결과

이상의 방법으로 Hofler의 열음향냉동기^[11]에 대한 특성을 계산하여, 실험치와 비교해 보면 Fig. 10 및 11과 같다. Fig. 10은 평균압과 음압의 비가 0.015 일 때, Fig. 11은 음압이 평균압의 0.03 만큼의 비율일 때의 고온부와 저온부의 온도비 및 성적계수의 결과를 보여주고 있다. 두 그림에서, 음압을 크게 걸어 주었을 때가 더 큰 열부하에서도 열음향 효과에 의한 온도구배를 유지하는 것을 알 수 있다. Fig. 10(a) 및 11(a)는 저온부에 작용하는 열부하에 대해 스택의 양단에 생기는 온도의 비를 보여주고 있다. 공명기 표면에서의 음향에너지 손실이 저온부 열교환기에 대한 열부하로서 작용하므로, 열부하가 0이 되는 상황은 실제로는 발생하지 않는다. 그림에서 보듯이, 열부하가 작을수록 온도구배는 커지므로, 공명기 표면에서의 손실을 줄여 열부하를 줄이는 것이 큰 온도차를 만들기 위해 유리함을 알 수 있다. Fig. 10(b) 및 11(b)는 저온부에 작용하는 열부하에 따른 Carnot cycle의 효율에 대한 열음향 냉동기의 효율의 비를 보여주고 있다. 본 연구의 계산방법과 Hofler가 제시한 실험값과 계산값^[11]을 비교하여 보면, 본 연구에서 제시한 방법으로 계산한 열음향 냉동기의 특성이 훨씬 타당한 방법임을 알 수 있

다. 오차의 원인으로 생각되어지는 것은 매질의 밀도, 음속 등의 물성치들이 축방향 온도변화에 따라 변화에도 불구하고 평균온도에 대한 상수로써 취급하였다는 점과, 스택평판에서의 열용량을 무한대로 가정하여 평판상의 매질의 섭동온도에 대한 경계조건을 0이라고 한 것, 실제로는 공간주파수가 스택에 형성되는 온도구배에 따라 바뀌는 점, 스택아외의 부분에서의 에너지흐름을 무시한 것, 반경방향의 온도구배에 따른 열전도를 무시한 것 등을 들 수 있다. 추후 연구에서는 이와 같은 오차의 원인에 대한 보다 엄밀한 반영이 뒤따라야 한다고 사료된다.

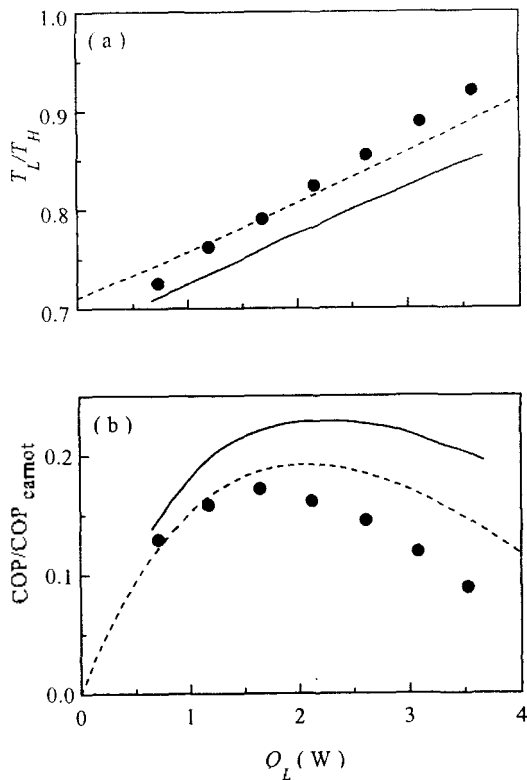


Fig. 10. Hofler^[11]의 열음향 냉동기에 대한 특성도($\beta_1 = 0.015 \beta_m$): (a) 스택 양단의 고온부 온도와 저온부 온도의 비, (b) 카르노효율에 대한 성적계수의 비. ●, Hofler의 실험; —, Hofler의 계산; ---, 본 연구의 계산.

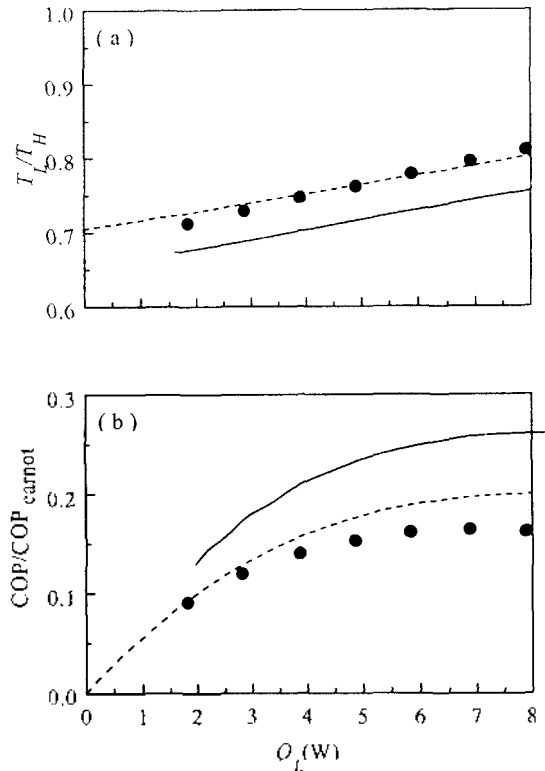


Fig. 11. Hofler^[11]의 열음향 냉동기에 대한 특성도($\beta_1 = 0.03 \beta_m$): (a) 스택 양단의 고온부 온도와 저온부 온도의 비, (b) 카르노효율에 대한 성적계수의 비. ●, Hofler의 실험; —, Hofler의 계산; ---, 본 연구의 계산.

IV. 결론

직렬로 연결된 음향요소들 사이에 스피커가 연결되어 있어, 공명기 내부의 음장이 스피커에 의해 두 부분으로 나뉘고 음향학적 특성이 연성되어 나타나는 형태의 공명기에서, 음향학적 특성을 살펴보기 위해서 선형화된 스피커의 모델식과 공명기를 구성하는 음향요소들의 전달행렬의 직렬적 배치를 이용하였다. 직관 사이에 스피커가 연결되어진 형태의 공명기에서의 주파수 특성을 해석하고, 실험과 비교하여 잘 일치함을 확인하였다. 이 방법

을 이용하여, 열음향 냉동기에 이용되는 실재 공명기 형태의 주파수 특성을 살펴보고, 해석모델과 실험 결과를 비교한 결과, 주파수 특성과 내부음장의 형상을 잘 예측하는 것을 알 수 있었다.

내부음장의 해석 결과를 이용하여, 내부 매질의 음장과 에너지 흐름에 대한 식을 동시에 고려함으로써 보세관 스택에 생기는 온도차이분 예측하는 방법을 제시하였다. 이를 통해, 열루하 상태 하에서 보세관 스택 양단에서의 온도차 및 정적계수 등과 같은 열음향 냉동기의 특성을 예측할 수 있었으며, 실험결과와 비교하여 타당한 방법임을 입증할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. G. W. Swift, "Thermoacoustic engine," J. Acoust. Soc. Am., v.84, pp.1145-1180, 1988.
2. 이상권, 송태호, 김한준, "열음향 냉동기의 개발에 관한 연구," 한국과학기술원 선행연구보고서, 1993, 11.
3. 서상준, 조문세, 우삼용, 서재갑, "열음향을 이용한 냉동기술 개발," 한국표준과학연구원, 1994~1995.
4. 하재규, 안철용, 심광모, "열음향 냉장시스템," 한국음향학회지, v.14, pp.5-20, 1995.
5. 성희, 이정권, "직접방사형 스피커의 비선형성 예측," 한국음향학회 추계학술포럼대회 논문집, 1995; 또는 H. Jeong and J.-G. Ih, "Harmonic balance method for estimating the nonlinear parameters of electrodynamic direct-radiator loudspeakers," J. Audio Eng. Soc., v.44, pp.245-257, 1996.
6. 김한준, "일 및 점성의 영향을 고려한 다공구조물내의 음향 전파," 한국과학기술원 기계공학과 석사학위 논문, 1994.
7. P. Arnott, H. E. Bass, and R. Raspet, "General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrary shaped pore cross section," J. Acoust. Soc. Am., v.90, pp.3228-3237, 1991.
8. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York, 1982.
9. M. L. Munjal, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, John Wiley & Sons, New York, 1987.
10. 박철민, "열음향 냉동기의 공명기에 관한 연구," 한국과학기술원 기계공학과 석사학위 논문, 1996.
11. T. J. Hofler, "Thermoacoustic refrigerator design and performance," Ph. D. Dissertation, Physics Department, University of California at San Diego, 1986.
12. J.-S. Lee and J.-G. Ih, "On the method for estimating the volume velocity of an acoustic source in a chamber," J. Sound Vib., v.182, pp.505-522, 1995.
13. Lord Rayleigh, J. W. Strutt, *The Theory of Sound*, 2nd ed., Vol. 2, Sec. 322, Dover Publ., New York, 1945.
14. P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
15. P. Arnott, H. E. Bass, and R. Raspet, "General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily

shaped pore cross section," J. Acoust. Soc. Am., v.90, pp. 3228-3237, 1991.

16. 구본기, "열음향 냉동기 개발을 위한 기초실험 및 이론," 한국과학기술원 기계공학과 석사학위논문, 1995.
17. Ref.[11], Fig. 16, 17.

▲박 철 민(Chul-Min Park)

1972년 2월 17일생



1990년 3월~1994년 2월: 한국과학기술원 기계공학과(학사)
 1994년 3월~1996년 2월: 한국과학기술원 기계공학과(석사)
 1996년 3월~현재: 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

▲이 정 권(Jeong-Guon Ih)

11권 4호 참조

현재: 한국과학기술원 기계공학과 부교수