

## 공작기계 오차 모델링과 보정에 관한 연구

송 일 규, \* 최 영\*\*

### On Error Modeling and Compensation of Machine Tools

Il-Gyu Song, \* Young Choi\*\*

#### ABSTRACT

The use of composite hyperpatch model is proposed to predict a machine tool positional error over the entire work space. This is an appropriate representation of the distorted work space. This model is valid for any configuration of 3-axis machine tool. Tool position, which is given NC data or CL data, contains error vector in actual work space. In this study, off-line compensation scheme was investigated for tool position error due to inaccuracy in machine tool structure. The error vector in the work space is corrected by the error model using Newton-Raphson method. The proposed error compensation method shows the possibility of improving machine accuracy at a low cost.

**Key Words** : Positional Error(위치 오차), Compensation(보정), Hyperpatch(하이퍼패치), Accuracy(정밀도)

#### 1. 서 론

공작기계에서 발생하는 오차는 크게 기구학적 형상의 설계결함 및 부정확한 눈금 등에 의하여 반복적으로 나타나는 계통오차와 컨트롤 에러, 외부환경 (온도, 압력), 백래시 및 하중에 대한 변형 등에 의해 기인되는 랜덤오차 성분으로 구분할 수 있다. 랜덤오차는 주로 하드웨어에 의해 발생하며 이미 제작된 기계에서는 그 부품 또는 구동방식을 바꾸지 않는 이상 보정이 불가능

하다. 반면에 계통오차는 언제나 같은 값의 오차로 나타나기 때문에 그 교정이 가능하며 소프트웨어적 방법으로 처리될 수 있다. 공작기계의 정밀도를 반복정밀도(repeatability)와 위치정밀도(accuracy)로 구분해 볼때 계통오차는 위치정밀도에 영향을 주지만 반복정밀도에는 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 공작기계의 이송기구의 랜덤오차를 제외한 절대 위치 정밀도가 높지 않다 하더라도 반복정밀도가 높은 경우에는 소프트웨어적으로 보정을 함으로써 위치정밀도를 상당히 향상

\* 중앙대학교 대학원 기계공학과

\*\* 중앙대학교 기계설계학과

시킬 수 있다. 즉 공작기계의 이송기구의 제작시 절대 위치에 대한 정밀도에는 큰 비중을 두지 않고 반복정밀도를 높임으로써 하드웨어 제작에 있어서 비용을 절감할 수 있다.

## 2. 공작기계의 오차

3차원 운동기계에서 발생하는 계통오차는 일반적으로 21개의 오차 성분으로 분류된다. 이것은 각 축 방향으로의 각오차(roll, pitch, yaw 오차), 위치 오차, 직각도 오차 및 진직도 오차들이다. 공작기계에서 이송체가 원점으로부터 임의의 점까지 움직일 때 위의 오차 성분들이 복합적으로 작용하여 위치 오차로서 나타나게 된다.

오차를 모델링하는 방법은 작업 공간을 기반으로 하는 방법과 기계요소를 통한 접근 방법이 있다. 작업 공간을 기반으로 하는 방법은 측정된 오차를 통해 실제의 작업 공간을 이상적인 작업 공간의 변형으로서 모델링하는 방법이다. 실제 보정을 위해서는 위치오차 벡터를 격자점에서 측정하여 작업 공간내에서 육면체 형태의 오차 맵을 구성하고 격자점 이외의 점에서는 보간법으로 오차를 계산하여 보정하게 된다. 이 방법은 오차 모델을 세우기 위해 많은 측정 데이터가 요구된다. 반면에 기계요소를 통한 접근 방법은 기구학적 연쇄에 의한 오차 모델로서 개별적인 공작기계 요소와 그들의 상호작용으로 발생하는 오차를 작업 공간 내의 위치 오차에 연관시키는 것이다. 이 방법은 작업 공간을 기반으로 하는 방법과 비교하여 소수의 데이터가 필요하지만 기계 내의 모든 오차 성분이 측정되어야 하고 이의 합성으로 인한 오차 추정여과가 개입될 우려가 있다.

NC 공작기계 또는 3차원 좌표 측정기에서 발생하는 오차를 소프트웨어적으로 보정하기 위한 몇몇 연구가 발표되었다. 박 준호 등은 오차 방정식을 사용하여 3차원 좌표 측정기의 측정 공간에서 발생하는 계통오차를 교정하는 방법을 제안하였다.<sup>[1]</sup> 이 방법은 21개의 오차 성분을 인수로 하는 오차 방정식을 구성한 후 오차 벡터를 오차 방정식으로부터 계산함으로써 운동계의 오차를 보정하는 것이다. 이 오차 교정 방법은 측정되어야 하는 오차 데이터가 작은 반면 정확한 오차 성분의 측정이 필수적이다. Jan 등은 NC 공작기계의 작업 공간을 통한 오차 장(error field)을 표현하기 위해 오차 맵에 기초한 하이퍼패치 모델을 제시하였다.<sup>[2]</sup> 여기서

오차 맵은 공작기계의 기구학적 연계에 따른 상관관계 없이 일련의 측정점에 의해 생성된 것이다. 경제조건으로는 점의 좌표만을 사용한 단일 하이퍼패치 모델을 이용하였으며 모델의 성능을 평가하기 위해 다양한 차수의 하이퍼패치들을 실험을 통해 서로 비교하였다. Duffie 등은 tricubic 하이퍼패치 데이터베이스를 물체의 기하학적 형상 표현, 가공경로의 생성 및 최종적인 제품 형상의 정밀도 향상을 위한 제조과정의 보정등의 목적에 사용할 수 있음을 보여주었다.<sup>[3]</sup> 본 연구에서는 위치 오차를 모델링하기 위해서 복합 하이퍼패치를 사용하였다.

## 3. Tricubic 하이퍼패치를 이용한 위치오차 모델링

### 3.1 하이퍼패치 모델

3차원 매개변수 공간에서  $u, v$  및  $w$  에 의해 표현된 육면체모양의 매개변수 영역을  $x, y$  및  $z$  에 의해 표현된 모델링 영역으로 매핑할때 얻어진 결과적인 솔리드를 매개변수 솔리드(parametric solid) 또는 하이퍼패치(hyperpatch)라고 한다.<sup>[4,5]</sup>

하이퍼패치 표현은 매개변수 곡선 표현으로부터 확장된다. 즉 1차원 매개변수 공간( $u$ )에서의 3차 보간 스플라인, 베지에르(Bezier) 및 B-스플라인(B-spline) 곡선으로부터 2차원 매개변수 공간( $u, v$ )에서의 쌍삼차 스플라인, 베지에르 및 B-스플라인 곡면을 유추하고, 다시 tricubic 솔리드, 베지에르 및 B-스플라인 솔리드의 표현을 유도할 수 있다. 각 하이퍼패치는 여섯개의 경계면을 가지며 이들 각각은 위에서 언급한 곡면 패치에 해당된다. 각 면은 곡면 패치와 같은 형태의 네개의 에즈 곡선과 네개의 코너 버텍스를 가진다. Tricubic 하이퍼패치의 경우에 여섯개의 쌍삼차 패치에 의해 경

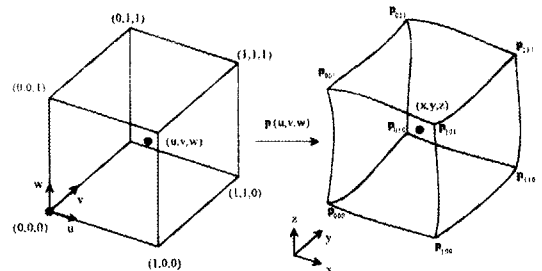


Fig. 1 Mapping of a parametric space into a modeling space

제되고 그 각각은 네개의 3차 스플라인에 의해 경계된다.

일반적으로 하이퍼패치는  $u, v$  및  $w$ 의 매개변수 구간을 각각 0에서 1까지로 설정한 단위 육면체로 모델링한다. Fig.1은 함수  $\mathbf{p}(u, v, w)$ 에 의해서 매개변수 좌표계에서의 단위 육면체가 직교 좌표계로 매핑되는 예를 보여준다. 직교 좌표계에서의 각 코너 포인트와 곡선, 곡면들은 매개변수 좌표계에서 단위 육면체의 코너 포인트와 에지와 면에 해당된다.

$$B_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{000} & \mathbf{p}_{001} & \mathbf{p}_{000} & \mathbf{p}_{010} \\ \mathbf{p}_{100} & \mathbf{p}_{110} & \mathbf{p}_{100} & \mathbf{p}_{110} \\ \mathbf{p}_{000}^u & \mathbf{p}_{010}^u & \mathbf{p}_{000}^v & \mathbf{p}_{010}^v \\ \mathbf{p}_{100}^w & \mathbf{p}_{110}^w & \mathbf{p}_{000}^{uv} & \mathbf{p}_{110}^{uv} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{001} & \mathbf{p}_{011} & \mathbf{p}_{001} & \mathbf{p}_{011} \\ \mathbf{p}_{101} & \mathbf{p}_{111} & \mathbf{p}_{101} & \mathbf{p}_{111} \\ \mathbf{p}_{001}^u & \mathbf{p}_{011}^u & \mathbf{p}_{001}^v & \mathbf{p}_{011}^v \\ \mathbf{p}_{101}^w & \mathbf{p}_{111}^w & \mathbf{p}_{101}^{uv} & \mathbf{p}_{111}^{uv} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{000}^w & \mathbf{p}_{000}^{uw} & \mathbf{p}_{000}^{vw} & \mathbf{p}_{010}^{vw} \\ \mathbf{p}_{100}^w & \mathbf{p}_{110}^w & \mathbf{p}_{100}^{uw} & \mathbf{p}_{110}^{uw} \\ \mathbf{p}_{000}^{uw} & \mathbf{p}_{010}^{uw} & \mathbf{p}_{000}^{vw} & \mathbf{p}_{010}^{vw} \\ \mathbf{p}_{100}^{uw} & \mathbf{p}_{110}^{uw} & \mathbf{p}_{000}^{uvw} & \mathbf{p}_{110}^{uvw} \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{001}^w & \mathbf{p}_{011}^w & \mathbf{p}_{001}^{uw} & \mathbf{p}_{011}^{uw} \\ \mathbf{p}_{101}^w & \mathbf{p}_{111}^w & \mathbf{p}_{101}^{uw} & \mathbf{p}_{111}^{uw} \\ \mathbf{p}_{001}^{uw} & \mathbf{p}_{011}^{uw} & \mathbf{p}_{001}^{vw} & \mathbf{p}_{011}^{vw} \\ \mathbf{p}_{101}^{uw} & \mathbf{p}_{111}^{uw} & \mathbf{p}_{101}^{uvw} & \mathbf{p}_{111}^{uvw} \end{bmatrix}$$

하이퍼패치를 높은 차수의 다항식으로 표현할 수도 있지만, 각 매개변수에 대한 3차 다항식이면 실제적인 응용에 충분하다. 매개변수 영역에서 모델링 영역으로의 매핑에  $u, v$  및  $w$ 에 대한 3차식(tricubic)을 사용하고 다음과 같이 코너 포인트에서의 좌표,  $u, v$  및  $w$  방향으로의 접선벡터, 트위스트 벡터(twist vector) 그리고 triple mixed partial을 이용하면

- 코너 좌표  $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u, v, w)$
- 접선 벡터  $\mathbf{p}^u = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u}, \mathbf{p}^v = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v}, \mathbf{p}^w = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial w}$
- 트위스트 벡터  $\mathbf{p}^{uv} = \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial u \partial v}, \mathbf{p}^{vw} = \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial v \partial w}, \mathbf{p}^{uw} = \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial u \partial w}$  (1)
- triple mixed partial  $\mathbf{p}^{uvw} = \frac{\partial^3 \mathbf{p}}{\partial u \partial v \partial w}$

하이퍼패치는 다음과 같은 식에 의해 표현된다.

$$\mathbf{p}(u, v, w) = \begin{bmatrix} \mathbf{UMB}_0 \mathbf{M}^t \mathbf{V}^t \\ \mathbf{UMB}_1 \mathbf{M}^t \mathbf{V}^t \\ \mathbf{UMB}_2 \mathbf{M}^t \mathbf{V}^t \\ \mathbf{UMB}_3 \mathbf{M}^t \mathbf{V}^t \end{bmatrix} \mathbf{M}^t \mathbf{W}^t \text{ for } u, v, w \in [0, 1] \quad (2)$$

여기서

$$\mathbf{U} = [u^3 \ u^2 \ u \ 1]$$

$$\mathbf{V} = [v^3 \ v^2 \ v \ 1]$$

$$\mathbf{W} = [w^3 \ w^2 \ w \ 1]$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.2 C<sup>2</sup> 연속 복합 하이퍼패치

모델링하고자 하는 3차원 형상이 복잡하여 단일 하이퍼패치 만으로는 모델링하기 힘든 경우에 형상을 임의적으로 분할하여 여러개의 하이퍼패치의 조합으로 표현할 수 있다. 이때 각 하이퍼패치간의 경계면에서 연속성을 고려하여야 하는데 본 연구에서는 매개변수 C<sup>2</sup> 연속을 만족시키도록 하였다.

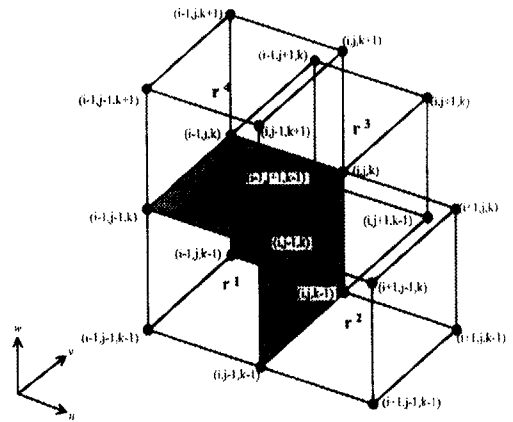


Fig.2 Continuity across hyperpatch cell boundaries

Fig.2 에는 하이퍼패치  $\mathbf{r}^1$ 과  $u$ 방향으로 연결되어 있는 하이퍼패치  $\mathbf{r}^2$ ,  $v$ 방향으로 연결되어있는 하이퍼패치  $\mathbf{r}^3$ ,  $w$ 방향으로 연결되어있는 하이퍼패치  $\mathbf{r}^4$ 가 도시되어있다. 각각의 경계면(음영 처리된 면)에서 C<sup>2</sup> 연속이 되기 위해서는 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$\mathbf{r}_{uu}^1(1, v, w) = \mathbf{r}_{uu}^2(0, v, w)$$

$$\mathbf{r}_{vv}^1(u, 1, w) = \mathbf{r}_{vv}^3(u, 0, w)$$

$$\mathbf{r}_{ww}^1(u, v, 1) = \mathbf{r}_{ww}^4(u, v, 0) \quad (3)$$

식(3)의 첫 번째 식에 해당되는  $u$  방향의  $C^2$  연속성을 고려하기 위해서 하이퍼패치식  $\mathbf{r}^1$ 의  $u$ 에 대한 2차 도함수를 구하면 아래와 같다.

$$\mathbf{r}_{uu}^1(u, v, w) = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}\mathbf{M}\mathbf{B}_1^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \ddot{\mathbf{U}}\mathbf{M}\mathbf{B}_2^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \ddot{\mathbf{U}}\mathbf{M}\mathbf{B}_3^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \ddot{\mathbf{U}}\mathbf{M}\mathbf{B}_4^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \end{bmatrix} \mathbf{M}'\mathbf{W}' \quad (4)$$

여기서

$$\ddot{\mathbf{U}} = [0 \ 0 \ 2 \ 6u]$$

$$\mathbf{B}_1^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{i-1j-k-1}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk-1}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk-1}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1j-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk-1}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1jk-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_3^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1k-1}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_4^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1k}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1k}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 & \mathbf{p}_{i-1j-1k}^1 & \mathbf{p}_{i-1jk}^1 \\ \mathbf{p}_{i-1k}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 & \mathbf{p}_{i-1k}^1 & \mathbf{p}_{ijk}^1 \end{bmatrix}$$

하이퍼패치  $\mathbf{r}^1$  과  $\mathbf{r}^2$  의  $u$  방향의  $C^2$  연속성 관계는 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B}_1^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B}_2^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \quad (5a)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 & 2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{B}_1^1 = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{B}_2^1$$

및

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B}_3^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}\mathbf{B}_4^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \quad (5b)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 & 2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{B}_3^1 = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{B}_4^1$$

식(5)는 각각 네개의 선형 벡터식을 나타내며 이 식을 정리하면 아래와 같은 관계식이 구해진다.

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (6a)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (6b)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (6c)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (6d)$$

이상으로 식(3)의 첫 식, 즉  $u$  방향으로의  $C^2$  조건을 유도하였다.

동일한 방법으로, 식(3)의 두 번째 식, 즉  $v$  방향으로의  $C^2$  연속조건이 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (7a)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (7b)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (7c)$$

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^1 + 4\mathbf{p}_{ijk}^1 + \mathbf{p}_{i+1jk}^1 = 3(\mathbf{p}_{i-1jk}^1 - \mathbf{p}_{i+1jk}^1) \quad (7d)$$

마지막으로 식(3)의 세 번째 식인,  $w$  방향의  $C^2$  연속성을 고려하기 위해서 하이퍼패치식의  $w$  에 대한 2차 도함수를 구하면 아래와 같다.

$$\mathbf{r}_{ww}^1(u, v, w) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_1^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_2^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_3^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_4^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \end{bmatrix} \mathbf{M}'\ddot{\mathbf{W}}' \quad (8)$$

여기서

$$\ddot{\mathbf{W}} = [0 \ 0 \ 2 \ 6w]$$

하이퍼패치  $\mathbf{r}^1$  과  $\mathbf{r}^1$  의  $w$  방향의  $C^2$  연속성 관계는 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_1^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_2^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_3^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_4^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_1^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_2^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_3^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \\ \mathbf{U}\mathbf{M}\mathbf{B}_4^1\mathbf{M}'\mathbf{V}' \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

정리하면

$$6\mathbf{B}_1^1 - 6\mathbf{B}_2^1 + 2\mathbf{B}_3^1 + 4\mathbf{B}_4^1 = -6\mathbf{B}_1^1 + 6\mathbf{B}_2^1 - 4\mathbf{B}_3^1 - 2\mathbf{B}_4^1 \quad (9)$$

가 구해진다.

여기서 하이퍼패치  $\mathbf{r}^1$  과  $\mathbf{r}^4$  의 다음과 같은 관계를 고려한다.

$$\mathbf{B}'_1 = \mathbf{B}'_4, \quad \mathbf{B}'_2 = \mathbf{B}'_3 \quad (10)$$

식(10)을 식(9)에 대입하면

$$6\mathbf{B}'_0 - 6\mathbf{B}'_1 + 2\mathbf{B}'_2 + 4\mathbf{B}'_3 = -6\mathbf{B}'_1 + 6\mathbf{B}'_2 - 4\mathbf{B}'_3 - 2\mathbf{B}'_4$$

$$\text{즉 } 3\mathbf{B}'_0 + \mathbf{B}'_2 + 4\mathbf{B}'_3 = 3\mathbf{B}'_4 - \mathbf{B}'_3 \quad (11)$$

이 되고 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$\mathbf{p}''_{ijk+l} + 4\mathbf{p}''_{ijk} + \mathbf{p}''_{ijk+l} = 3(\mathbf{p}''_{ijk+l} - \mathbf{p}''_{ijk-l}) \quad (12a)$$

$$\mathbf{p}''_{ijk-l} + 4\mathbf{p}''_{ijk} + \mathbf{p}''_{ijk+l} = 3(\mathbf{p}''_{ijk+l} - \mathbf{p}''_{ijk-l}) \quad (12b)$$

$$\mathbf{p}''_{ijk-l} + 4\mathbf{p}''_{ijk} + \mathbf{p}''_{ijk+l} = 3(\mathbf{p}''_{ijk+l} - \mathbf{p}''_{ijk-l}) \quad (12c)$$

$$\mathbf{p}''_{ijk-l} + 4\mathbf{p}''_{ijk} + \mathbf{p}''_{ijk+l} = 3(\mathbf{p}''_{ijk+l} - \mathbf{p}''_{ijk-l}) \quad (12d)$$

이상으로 본 절에서는 연결되는 하이퍼패치들이  $C^2$  연속이 되기위한 조건들을 유도하였다.

### 3.3 복합 하이퍼패치 모델링을 위한 3차원 격자 데이터의 보간

#### 3.3.1 경계조건의 가정

3차원 솔리드 형상을 모델링하기 위한 데이터로  $(l+1) \times (m+1) \times (n+1)$  개의 격자 형태의 측정 데이터가 주어진 경우, 이 데이터들을 세 방향으로 부드럽게 ( $C^2$  연속) 보간하고자 한다. 이때 주어진 데이터 좌표 이외에도 다음과 같은 추가 경계조건이 필요하다.

- $(l+1) \times (m+1) + (l+1) \times (n+1) + (m+1) \times (n+1)$  개의 보간곡선 양단에서의 접선 벡터
- $(l+1) \times (m+1) \times (n+1)$  개의 보간곡면 코너에서의 트위스트 벡터
- 8개의 최외곽 코너에서의 triple mixed partial

본 연구에서는 보간곡면 코너에서의 트위스트 벡터와 최외곽 코너에서의 triple mixed partial의 값을 0으로 가정하였다. 접선 벡터를 지정하는 방법으로는 양단에서의 원호 보간, 2차 혹은 3차의 다항식 보간, 곡률이 0이 되도록 하는 free-end 조건 등이 사용될 수 있다.

주어진 격자 형태의 데이터 포인트와 가정된 경계조건들을 만족하고 식(6), (7) 및 식(12)로 표현되는  $C^2$

연속 조건을 만족하는 각 하이퍼패치에 대한 접선 벡터와 트위스트 벡터 그리고 triple mixed partial은 다음의 과정에 의해서 계산된다.

#### 3.3.2 접선 벡터의 계산

하이퍼패치의 모서리를 나타내는 에지는 같은 방향으로 있는 인접 하이퍼패치의 에지와  $C^2$  연속이어야 한다. 곡선의 관점에서 보면 이것은 한 방향으로 정렬된 데이터 포인트들을 부드럽게 연결하는 3차 스플라인을 생성하는것이다. 아래에 free-end 조건과  $C^2$  연속 조건을 사용하여 각 축방향 데이터 포인트들을 연결하는 보간곡선을 생성하기 위한 접선 벡터의 계산 과정을 나타내었다.

접선 벡터  $\mathbf{p}''$  를 먼저 구하기 위해,  $(l+1)$  개의 데이터 포인트를 가지는  $u$  방향 스플라인 곡선이 양단에서 곡률이 0이 되기 위한 조건식

$$2\mathbf{p}''_{0jk} + \mathbf{p}''_{1jk} = 3(\mathbf{p}_{1jk} - \mathbf{p}_{0jk}) \quad (13)$$

$$2\mathbf{p}''_{l-2jk} + \mathbf{p}''_{l-1jk} = 3(\mathbf{p}_{l-1jk} - \mathbf{p}_{l-2jk})$$

과 접선 벡터의  $C^2$  연속 조건을 만족시키는 관계식

$$\mathbf{p}''_{l-1jk} + 4\mathbf{p}''_{ijk} + \mathbf{p}''_{l+1jk} = 3(\mathbf{p}_{l+1jk} - \mathbf{p}_{l-1jk}) \quad (6a)$$

로부터 다음과 같은 행렬식을 구성한다.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & 2 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}''_{0jk} \\ \mathbf{p}''_{1jk} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}''_{l-1jk} \\ \mathbf{p}''_{ljk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(\mathbf{p}_{1jk} - \mathbf{p}_{0jk}) \\ 3(\mathbf{p}_{2jk} - \mathbf{p}_{0jk}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{ijk} - \mathbf{p}_{l-2jk}) \\ 3(\mathbf{p}_{l+1jk} - \mathbf{p}_{l-2jk}) \end{bmatrix}$$

윗 식으로부터 일렬로 정렬된  $u$  방향 데이터 포인트에서의 접선 벡터를 계산할 수 있다. 여기서 하첨자  $j = 0, 1, \dots, m$  및  $k = 0, 1, \dots, n$ 를 가진 각 보간 곡선에 대하여 계산하면 모든 격자점에서의  $\mathbf{p}''$ 를 구할 수 있다.

접선 벡터  $\mathbf{p}''$ 를 계산하기 위하여 하첨자  $i = 0, 1, \dots, l$  및  $k = 0, 1, \dots, n$ 를 가진  $v$  방향의 각 보간 곡선을 고려한다. free-end 조건과 식(7a)로부터  $j$

$=1, \dots, m-1$  에서의  $\mathbf{p}^v$ 를 계산한다.

접선 벡터  $\mathbf{p}^w$ 를 계산하기 위하여 하첨자  $i = 0, 1, \dots, l$  및  $j = 0, 1, \dots, m$ 를 가진  $w$  방향의 각 보간 곡선을 고려한다. free-end 조건과 식(12a)로 부터  $k = 1, \dots, m-1$ 에서의  $\mathbf{p}^w$ 를 계산한다.

이상으로 모든 격자점에서의 접선 벡터를 계산하였다.

### 3.3.3 트위스트 벡터의 계산

보간곡면 코너를 제외한 모든 포인트에서의 트위스트 벡터의 계산은 각 매개변수 방향으로 두 단계에 걸쳐서 계산하여야 한다. 먼저 보간곡면의 코너에서의 트위스트 벡터로부터 경계 에즈에서의 트위스트 벡터를 구하고 이로부터 보간곡면 내부에서의 트위스트 벡터를 계산한다.<sup>(6)</sup> 그 과정은 다음과 같다.

트위스트 벡터  $\mathbf{p}^m$ 의  $C^2$  연속 조건식은 앞에서 유도한 다음의 두 식이다.

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^m + 4\mathbf{p}_{ijk}^m + \mathbf{p}_{i+1jk}^m = 3(\mathbf{p}_{i+1jk}^i - \mathbf{p}_{i-1jk}^i) \quad (6b)$$

$$\mathbf{p}_{ij-k}^m + 4\mathbf{p}_{ijk}^m + \mathbf{p}_{ij+k}^m = 3(\mathbf{p}_{ij+k}^j - \mathbf{p}_{ij-k}^j) \quad (7b)$$

먼저 식(6b)로 부터 아래와 같은 행렬식을 구성하여  $j = 0$  과  $j = m$ 인 경계 에즈에서의 트위스트 벡터를 구한다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{0jk}^m \\ \mathbf{p}_{1jk}^m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}_{l-1jk}^m \\ \mathbf{p}_{ljk}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3(\mathbf{p}_{2jk}^i - \mathbf{p}_{0jk}^i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{ljk}^i - \mathbf{p}_{l-2jk}^i) \\ 0 \end{bmatrix}$$

그리고 식(7b)에서 아래와 같은 행렬식을 구성하여 보간 곡면 내부에서의 트위스트 벡터를 구한다. 여기서 양끝의 트위스트 벡터는 위에서 계산한 경계 에즈에서의 트위스트 벡터이다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^m \\ \mathbf{p}_{ljk}^m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}_{m-1k}^m \\ \mathbf{p}_{mk}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^m \\ 3(\mathbf{p}_{2k}^i - \mathbf{p}_{0k}^i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{m-1k}^i - \mathbf{p}_{m-2k}^i) \\ \mathbf{p}_{mk}^m \end{bmatrix}$$

위의 행렬식을 하첨자  $k = 0, 1, \dots, n$ 를 가진 각 보간

곡면에 대하여 계산하면 모든 격자점에서의  $\mathbf{p}^{uv}$ 가 구해진다.

동일한 방법으로 식(7c)와 식(12c)에 의해 모든 격자점 위치에서의  $\mathbf{p}^m$ 가 구해지고, 식(6c)와 식(12b)에 의해 모든 격자점 위치에서의  $\mathbf{p}^{mv}$ 가 구해진다.

### 3.3.4 Triple mixed partial의 계산

최외곽 코너를 제외한 모든 포인트에서의 triple mixed partial의 계산은 각 매개변수 방향으로 다음 세 단계의 절차를 따라 순차적으로 구한다. 먼저 최외곽 코너에서의 triple mixed partial로부터 경계 에즈에서의 triple mixed partial을 구하고 이로부터 최외곽 경계면에서의 triple mixed partial을 구한다. 마지막으로 하이퍼패치 내부의 전 영역에서의 triple mixed partial을 계산한다. 그 과정은 다음과 같다.

Triple mixed partial의  $C^2$  연속 조건식은 이미 유도된 다음 세 식이다.

$$\mathbf{p}_{i-1jk}^{muv} + 4\mathbf{p}_{ijk}^{muv} + \mathbf{p}_{i+1jk}^{muv} = 3(\mathbf{p}_{i+1jk}^{iv} - \mathbf{p}_{i-1jk}^{iv}) \quad (6d)$$

$$\mathbf{p}_{ij-k}^{muv} + 4\mathbf{p}_{ijk}^{muv} + \mathbf{p}_{ij+k}^{muv} = 3(\mathbf{p}_{ij+k}^{uj} - \mathbf{p}_{ij-k}^{uj}) \quad (7d)$$

$$\mathbf{p}_{ijk-l}^{muv} + 4\mathbf{p}_{ijk}^{muv} + \mathbf{p}_{ijk+l}^{muv} = 3(\mathbf{p}_{ijk+l}^{uv} - \mathbf{p}_{ijk-l}^{uv}) \quad (12d)$$

먼저 식(12d)로 부터 아래와 같은 행렬식을 구성하여  $i = 0, 1$  및  $j = 0, m$ 인 경계 에즈에서의 triple mixed partial을 구한다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^{muv} \\ \mathbf{p}_{ljk}^{muv} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}_{m-1k}^{muv} \\ \mathbf{p}_{mk}^{muv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3(\mathbf{p}_{2k}^{uv} - \mathbf{p}_{0k}^{uv}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{m-1k}^{uv} - \mathbf{p}_{m-2k}^{uv}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

그리고 식(6d)에서 아래와 같은 행렬식을 구성하여  $j = 0$ 과  $j = m$ 인 경계면에서의 triple mixed partial을 구한다. 여기서 양끝의 triple mixed partial은 위에서 계산한 경계 에즈에서의 triple mixed partial이다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & 1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^{muv} \\ \mathbf{p}_{ljk}^{muv} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}_{m-1k}^{muv} \\ \mathbf{p}_{mk}^{muv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^{muv} \\ 3(\mathbf{p}_{2k}^{uv} - \mathbf{p}_{0k}^{uv}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{m-1k}^{uv} - \mathbf{p}_{m-2k}^{uv}) \\ \mathbf{p}_{mk}^{muv} \end{bmatrix}$$

끝으로 식(7d)에서 아래와 같은 행렬식을 구성하여 하이퍼패치 내부인  $j=1, \dots, m-1$ 에서의 triple mixed partial을 구한다. 여기서 양끝의 triple mixed partial은 위에서 계산한 경계면에서의 triple mixed partial이다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 & 4 \\ \cdot & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \\ \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \\ \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \\ \cdot \\ \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \\ \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \\ 3(\mathbf{p}_{i,j,k}^{(m)} - \mathbf{p}_{ijk}^{(m)}) \\ \cdot \\ 3(\mathbf{p}_{i,j,k}^{(m)} - \mathbf{p}_{i,j,k}^{(m)}) \\ \mathbf{p}_{ijk}^{(m)} \end{bmatrix}$$

따라서 최외곽 코너를 제외한 모든 격자점에서의 triple mixed partial  $\mathbf{p}^{(m)}$ 이 구해진다.

이상의 방법으로 각 하이퍼패치를 구성하는 모든 기하학적 상수들이 구해지고 하이퍼패치간의 경계에서는  $C^2$  연속조건이 만족된다.

### 3.4 오차의 거동과 하이퍼패치 모델

실제의 작업공간(actual work space)을 오차가 없는 이상적인 작업공간(ideal work space)의 변형으로 생각하면 작업공간 내의 임의의 공구 위치  $\mathbf{p}(x, y, z)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{p}(x, y, z) = \bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + \mathbf{e}(x_e, y_e, z_e) \tag{14}$$

여기서  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 는 이상적인 공구위치를 나타내고,  $\mathbf{e}(x_e, y_e, z_e)$ 는 오차벡터를 나타낸다.

오차를 하이퍼패치를 통해 모델링하는 것은 이상적인 작업 공간상의 점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 를 매개변수 좌표계의 점  $\mathbf{p}(u, v, w)$ 로 매핑한 다음 실제의 작업공간상의 점  $\mathbf{p}(x, y, z)$ 로 다시 매핑하는 것이다. 이때 점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 와 점  $\mathbf{p}(x, y, z)$ 의 차이가 오차를 나타낸다. 작업공간내의 모든점은 매개변수  $u, v$  및  $w$ 로 표현할 수 있으므로 임의의 공구위치가 주어지면 매핑을 통하여 하이퍼패치에서 그 점의 오차를 계산할 수 있다.

오차로 인하여 변형된 작업공간을 하이퍼패치 모델로 표현한 예를 위치 데이터와 함께 Fig.3에 도시하였다. 여기서 사용한 오차 모델은 공간 내에서 등간격으로 배치된 3차원 격자점들에 임의로 오차를 부여한 것으로서 실제의 경우에는 각 격자점에서 오차가 측정되어야 한

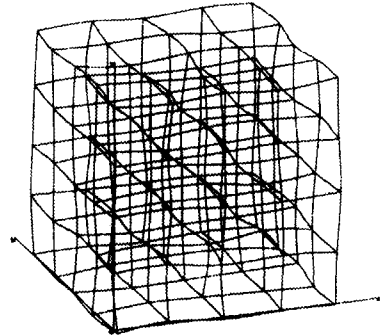


Fig.3 An example of hyperpatch error map

다. 그림에서 도시된 하이퍼패치는 각 측정점 사이를 부드럽게 곡선으로 연결하여 표현한 것으로서 이 오차 모델을 생성하기 위하여 모두 125개의 격자점을 육면체 형태로 배치하였다.

## 4. 오차의 보정

### 4.1 보정점의 계산

주어진 공구 위치점은 실제의 작업공간에서 오차가 나타나므로, 실제의 작업공간에 공구가 정확히 위치하도록 하는 이상적인 작업공간 내의 어떤 점을 구하여 보정점으로 사용하고자 한다. 예를들어 이상적인 작업공간 내의 점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 는 실제의 작업공간 내에서  $\mathbf{p}(x, y, z)$ 의 좌표값을 가지고, 이상적인 작업공간 내의 다른 한 점  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 는 실제의 작업공간 내에서  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 의 좌표값을 가진다고 하자. 이를 아래의 Fig.4에 나타내었다.

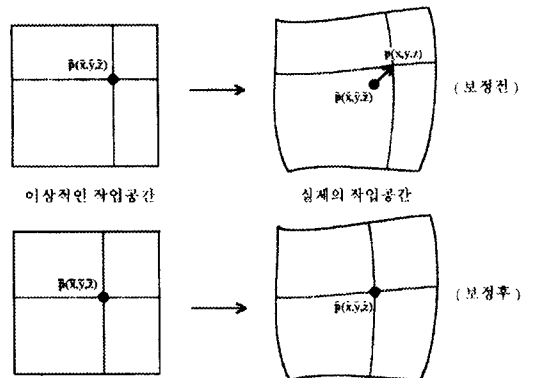


Fig.4 Compensation of tool locating position

이때 점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 가 실제 공구를 위치 시키고자 하는 점일 경우에 오차를 보정한다는 것은 결국 점  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 를 구해서 공구를  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 점으로 위치시키기 위한 보정점으로 사용한다는 것이다. 본 연구에서 제안된 오차 모델에서 점  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 를 해석적으로 구하는 것은 불가능하므로 수치적으로 해를 구하기 위해 Newton-Raphson method를 사용한다.<sup>[7]</sup>

하이퍼패치의 표현식인 식(2)로 부터 주어진 공구 위치점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 에 대응되는 매개변수 값  $\mathbf{u}=[u, v, w]^T$ 를 수치적으로 구해야 한다. 이를 연립 방정식의 형태로 표현하여 함수  $\mathbf{f}(\mathbf{u})$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(f_x(\mathbf{u}), f_y(\mathbf{u}), f_z(\mathbf{u})) = 0$$

여기서

$$\begin{aligned} f_x(\mathbf{u}) &= x(u, v, w) - \bar{x} = 0 \\ f_y(\mathbf{u}) &= y(u, v, w) - \bar{y} = 0 \\ f_z(\mathbf{u}) &= z(u, v, w) - \bar{z} = 0 \end{aligned}$$

그리고 현재의 추정값을  $\mathbf{u}_i$ 이라고 하면 다음 스텝의 추정값  $\mathbf{u}_{i+1}$ 을 구하기 위해 식(15)를 근사하는 선형식을 쓴다. 특히 증분 벡터가  $\mathbf{du}=[du, dv, dw]^T$ 로 표시될 때,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{du}$ 이면 total differential을 사용하여  $f_i(\mathbf{u}_i + \mathbf{du}) = 0$ 의 식으로 근사할 수 있다.

$$f(\mathbf{u}_i) + du \frac{\partial f_x(\mathbf{u}_i)}{\partial u} + dv \frac{\partial f_x(\mathbf{u}_i)}{\partial v} + dw \frac{\partial f_x(\mathbf{u}_i)}{\partial w} = 0 \quad (16)$$

여기서  $i = x, y, z$  이다.

이 식은 선형이며 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial u} & \frac{\partial f_x}{\partial v} & \frac{\partial f_x}{\partial w} \\ \frac{\partial f_y}{\partial u} & \frac{\partial f_y}{\partial v} & \frac{\partial f_y}{\partial w} \\ \frac{\partial f_z}{\partial u} & \frac{\partial f_z}{\partial v} & \frac{\partial f_z}{\partial w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} du \\ dv \\ dw \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} f_x(\mathbf{u}_i) \\ f_y(\mathbf{u}_i) \\ f_z(\mathbf{u}_i) \end{bmatrix} \\ \downarrow & \quad \downarrow \quad \downarrow \\ J = \mathbf{f}'(\mathbf{u}_i) & \quad \mathbf{du} \quad -\mathbf{f}(\mathbf{u}_i) \end{aligned} \quad (17)$$

Newton-Raphson 방법은 다음 두개의 단계를 거쳐서 수행하여야 한다. 먼저  $J(\mathbf{u}_i)\mathbf{du} = -\mathbf{f}(\mathbf{u}_i)$ 를 만족하는  $\mathbf{du}$ 를 구하고, 그 다음에  $\mathbf{u}_i$ 에  $\mathbf{du}$ 를 더함으로써

새로운 근사값  $\mathbf{u}_{i+1}$ 을 구한다. 이때 각 하이퍼패치에서  $u, v$  및  $w$ 의 매개변수 구간은 각각 0에서 1사이에서 정의되므로  $\mathbf{u}_{i+1}$ 의 값이 이 구간의 범위내에 있어야 한다. 만일 구간의 범위를 넘어서면 보정을 위한 점의 위치가 현재 고려하고있는 하이퍼패치 셀(cell)이 아닌 인접 하이퍼패치 셀에 존재한다는 의미이다.

벡터  $\mathbf{u}$ 를 구하기 위한 이 과정에서 해의 위치로부터 오차만큼의 차이가 있는 값을 초기치로 하기때문에 수렴 속도가 상당히 빠르다.

증분 벡터  $\mathbf{du}$ 가 허용오차 이하로 수렴할 때까지 위의 과정을 반복 수행하여 최종적인  $u, v$  및  $w$  값을 얻는다. 이 매개변수 값을  $x, y, z$  좌표계로 매핑하면 점  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 를 구할 수 있는데 이점이 바로 실제의 작업공간 내에 점  $\bar{\mathbf{p}}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 로 위치시키기 위한 보정점이다. 주어진 공구 위치점들을 위와 같은 방법을 사용하여 모두 보정함으로써 가공의 정밀도가 높아질 수 있다.

#### 4.2 오차 보정의 수행 예

실제 가공에 사용되는 NC 데이터가 하이퍼패치 오차 모델내에서 표현될 때 위의 오차 보정방법을 이용하여 보정을 가하였다. 여기서 사용한 데이터는 평면(Fig.5)과 CRT형상(Fig.6)의 가공경로이며, 각각에 대하여 두 가지의 형태로 출력하였다. 하나는 작업공간내에서 공구경로의 위치를 나타내고 다른 하나는 오차가 포함된 경로와 보정된 경로를 동시에 나타내어 비교가 되도록 하였다. 그림에서 가는 선은 보정 전의 CL데이터에 의한 공구 경로를 나타내며 굵은 선은 보정 후의 CL데

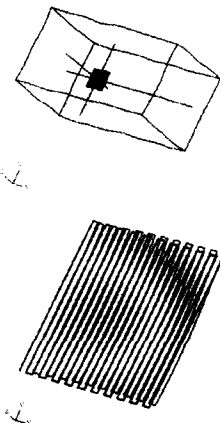


Fig.5 An example of tool path compensation (plane shape)



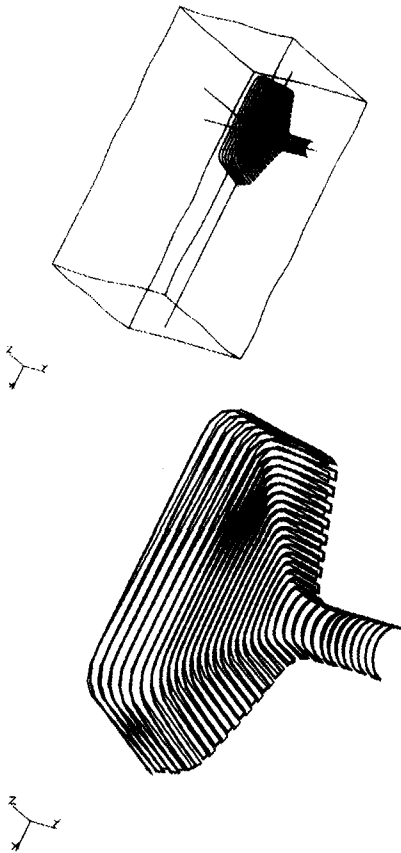


Fig. 6 An example of tool path compensation (CRT shape)

이타에 의한 공구 경로를 나타낸다.

### 5. 결론

공작기계의 위치 정밀도를 하드웨어적으로 높히는 데는 많은 비용이 소요된다. 따라서 공작기계의 설계 및 제작시 절대위치 정밀도를 향상시키기 위해서 소요되는 많은 비용을 줄이고 반복정밀도에만 비중을 두면 상대적으로 비용이 저렴한 소프트웨어적인 방법으로 원하는 위치결정 정밀도를 얻을 수 있어서 경제적인 효과를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 소프트웨어적으로 오차를 보정하기 위한 방법으로 실제 측정 데이터를 기준으로 하는 3차원

오차 맵 방식을 채택하였으며 이것으로 부터 공작기계의 오차 장을 모델링하기 위해서  $C^2$  연속인 복합 하이퍼 패치의 사용을 제안하였다. 복합 하이퍼패치 표현이 3차원 공간의 비선형으로 표현되므로, 실제 보정점의 계산을 위해서 Newton-Raphson 방법을 사용하였다.

오차의 보정이 취해지는 단계는 3차원 측정기나 3축 NC 가공기의 경우 공히 컨트롤러에서 이루어질 수 있다. 또 다른 방법으로 측정기의 경우는 측정데이터에, NC 가공기의 경우에는 NC 데이터에 보정을 가할 수도 있다. 본 연구에서는 가공의 경우 컨트롤러와는 별개로 오프라인(off-line)으로 가능한 NC 데이터 보정 방법을 이용하여 보정을 수행하였다. 이 방법은 직선가공의 경우와 같이 스텝길이(step length)가 긴 경우에는 보정을 위한 중간점을 필요로 하겠으나 일반적인 곡면가공의 경우에는 좋은 결과를 기대할 수 있다.

본 연구에서 제시된 오차 보정 방법을 실제로 적용하기 위해서는 다음과 같은 연구가 계속 수행되어야 한다. 먼저 오차 맵을 구성하기 위해서는 많은 측정 데이터가 필요하므로 작업 영역내에서 오차를 효율적으로 측정하기 위한 방법이 강구되어야 한다. 또한 실제 가공 및 측정에 의해서 본 연구에서의 오차 보정 방법을 이용한 보정효과를 정량적으로 확인하는 연구가 수행되어야 한다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 특장기초연구 (과제번호 92-47-00-01) 지원에 의해 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사로 드립니다.

### 참고문헌

1. 박준호, 이응식, 양종화, 조소형, 3차원 좌표 측정기의 Software에 의한 Volumetric 오차교정, 한국정밀공학회지, 제11권, 제4호, 1994. 8, p158~164
2. Hung-Kang Jan, Chong N. Chu, and C. Richard Liu, A Configuration Independent Error Model of Machine Tools: Hyperpatch Model and Metrology Pallet, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol 9, p201~p210

3. N. Duffie, S. Feng and J. Kann, CAD-Directed Inspection, Error Analysis and Manufacturing Process Compensation Using Tricubic Solid Databases, Annals of the CIRP Vol.37, 1988.1
4. Michael E. Mortenson, Geometric Modeling, John Wiley & Sons, 1985
5. Ibrahim Zeid, CAD/CAM Theory and Practice, McGraw-Hill, 1991
6. Byoung K. Choi, Surface Modeling for CAD/CAM, Elsevier Science Publishers B.V., 1991
7. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Numerical Methods for Engineers 2nd edition, McGraw-Hill, 1989