

유연 링크 로봇의 특이섭동모델 최적제어

한 기 봉,* 이 시 복**

Optimal control of a flexible robot arm using singular perturbation model

Ki-Bong Han,* Shi-Bok Lee**

ABSTRACT

Linear controllers, such as LQG/LTR controller, have been investigated to control flexible link manipulators. The performance and complexity of these depend largely on the linearized model upon which the controller is designed.

In this study, singular perturbation model is tested in designing a LQG/LTR controller for a flexible link manipulator. The order of the resulting controller is much lower than the one based on a full model. Through numerical study, it is shown that the performance of the proposed controller reaches reasonably to the one based on the full model.

Key Words : Flexible link manipulator(유연 링크 매니플레이터), Linearized model(선형화된 모델), Singular perturbation model(특이 섭동모델), Full model(3차 모드까지 고려한 유연 링크 모델)

1. 서 론

고기능, 고속, 고정밀을 추구하는 현 생산 시스템에 로봇의 활용 범위를 확대시키려면 로봇 운동의 정확성, 고속성, 안정성을 더욱 연구 개선 해야 한다. 매니플레이터 고속 운동에 대한 정확성을 유지하기 위해서는 여러 가지 동적 특성들을 고려하여야 한다.

최근 유연 링크 매니플레이터의 제어에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다.^[1] 링크를 강체와 같이 제작하려면

큰 강성을 얻기 위해서 무게가 커지게 되고, 작동시키는데 많은 동력이 소요되며, 또한 동작이 느려지게 된다. 이런 단점들을 보완하기 위해서 링크를 경량화 할 필요가 있다. 그러나 경량화된 링크 매니플레이터는 고속으로 동작하는 동안 굽힘 변형으로 인한 링크의 진동 때문에 기존의 강체 매니플레이터 보다 복잡한 동적 특성을 갖는다. 또한 유연 링크 매니플레이터는 분포 파라미터계로서 구동점에 적당한 토크를 가하여 끝단의 운동을 제어하는 데는 많은 어려움이 있다. 이 문제점

* 부산대학교 대학원 기계설계공학과

** 부산대학교 기계설계공학과, 기계기술연구소(정회원)

들을 해결하기 위해서, 유연 링크 모형화에 관한 연구, (1,2) 구동기와 축정 위치가 동일하지 않은 유연 링크 매니플레이터의 궤적 제어를 위한 시간역에서의 역 동역학 기법, (3) 최적제어 기법을 이용한 LQG/LTR방법 등(4,5)의 제어기 설계에 관한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 이 가운데 LQG/LTR제어기는 설계시 모형화 오차에 대한 강인성을 체계적으로 고려할 수 있는 장점이 있어서 유연 링크 매니플레이터 제어기로 연구되어 왔다. 그런데 LQG/LTR제어기는 기본적으로 모델기준 보상기이기 때문에 기초가 되는 모형이 제어기의 구조 및 성능에 중요한 영향을 미친다. 유연 링크 매니플레이터의 진동을 무시하고 강체계로 모형화한 모델을 기본으로 한 LQG/LTR제어기는 제어기 전달함수의 차수가 낮지만 성능이 문제가 되고, 진동 모드를 고려한 모형을 이용한 제어기는 성능은 양호하지만 전달함수의 차수가 높게 되어 제어기가 복잡해진다.

본 연구에서는 특이섭동모형을 이용하여 LQG/LTR 제어기를 설계하였다. 시스템 내의 변수들을 빠른 시간 척도 변수와 느린 시간 척도 변수로 구분하여, (6,7,8) 강체 운동 변수에 진동을 나타내는 섭동매개변수를 포함시킨 특이섭동모형을 구하였다. 빠른 시스템 변수는 1차, 2차, 3차 진동 모드를 고려하였다. 그 이상 고차 모드는 영향이 작기 때문에 무시하였다. 특이섭동모형, 강체계로 모형화한 모델, 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델에 대하여 LQG/LTR제어기를 설계하고, 각각의 제어 성능과 제어기의 복잡성을 비교하였다.

2. 시스템 모형 및 특이 섭동모형

Fig. 1은 평면에서 작동하는 1관절 유연 링크 매니

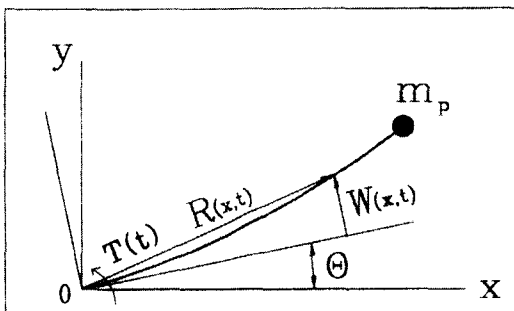


Fig. 1 Schematic diagram of deformed one-link flexible manipulator

플레이터를 나타낸다. 팔관절 O에 서보 모터에 의해 발생하는 토크 $T(t)$ 가 입력되고, 관절각 θ 와 매니플레이터의 끝점 처짐 $w(l,t)$ 가 출력된다. 유연 링크를 한쪽 단은 고정되고, 다른 한쪽은 자유단인 외팔보로 가정하여 운동방정식을 구하였다. (9) 링크의 탄성변형 $w(x,t)$ 는 다음과 같이 고유모드 $\phi_i(x)$ 와 조화진동 $q_i(t)$ 의 선형 결합으로 가정하였다.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^n q_i(t)\phi_i(x) \quad (1)$$

Lagrange식을 이용하여 3차 진동 모드까지 고려한 운동방정식을 구하고, 고차항을 무시하여 선형화한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (I_p + \rho \int_0^l x^2 dx + m_p l^2) \ddot{\theta} + \left(\rho \int_0^l x \phi_{1,1}(x) dx + m_p l \phi_1(1) \right) \ddot{q}_1 \\ & + \left(\rho \int_0^l \phi_2(x) dx + m_p l \phi_2(1) \right) \ddot{q}_2 \\ & + \left(\rho \int_0^l x \phi_3(x) dx + m_p l \phi_3(1) \right) \ddot{q}_3 + D \dot{\theta} = T \\ & \left(\rho \int_0^l x \phi_1(x) dx + m_p l \phi_1(1) \right) \ddot{\theta} \\ & + \left(\rho \int_0^l \phi_1^2(x) dx + m_p \phi_1^2(1) \right) \ddot{q}_1 \\ & + EI \int_0^l \left[\frac{\partial^2 \phi_1(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx \cdot q_1 = 0 \\ & \left(\rho \int_0^l x \phi_2(x) dx + m_p l \phi_2(1) \right) \ddot{\theta} \\ & + \left(\rho \int_0^l \phi_2^2(x) dx + m_p l \phi_2^2(1) \right) \ddot{q}_2 \\ & + EI \int_0^l \left[\frac{\partial^2 \phi_2(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx \cdot q_2 = 0 \\ & \left(\rho \int_0^l x \phi_3(x) dx + m_p l \phi_3(1) \right) \ddot{\theta} \\ & + \left(\rho \int_0^l \phi_3^2(x) dx + m_p l \phi_3^2(1) \right) \ddot{q}_3 \\ & + EI \int_0^l \left[\frac{\partial^2 \phi_3(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx \cdot q_3 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = \{T(t)\} \quad (3)$$

여기서 [M]은 계의 관성행렬, [C]은 계의 감쇠행렬, [K]는 계의 강성행렬이며, $\{y\}$ 는 θ, q_1, q_2, q_3, T 이다.

식(3)을 상태 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + Bu(t) \\ Y(t) &= CX(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 A, B, C, X는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M] [K] & -[M] [C] \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} [0] \\ [M] \end{bmatrix} \\ C &= [I \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ X &= \{\theta \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dot{\theta} \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3\}^T \end{aligned}$$

식 (4)의 상태 방정식은 다음과 같이 두개의 시간 척도 변수로 나누어 표현할 수 있다.

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u \quad (5)$$

$$\epsilon \dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u \quad (6)$$

$$y = C_1x_1 + C_2x_2 \quad (7)$$

여기서 x_1 과 x_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= \{\theta \ \dot{\theta}\}^T \\ x_2 &= \{q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2 \ q_3 \ \dot{q}_3\}^T \end{aligned}$$

그리고 ϵ 은 다음과 같다.

$$\epsilon = (k_1)^{-1/2}$$

여기서 k_1 는 첫번째 진동형의 일반 강성을 나타내고, 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$k_1 = EI \int_0^l \left[\frac{\partial^2 \phi_1(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx$$

특이섭동이론에 입각하여 수정된 저차 모델인 특이 섭동모델을 구성하기 위해서 식 (5)와 (6)은 다음 조건을 만족해야 한다. (6), (7)

$$\begin{aligned} 0 < \epsilon << 1 \\ \det[A_{22}] &\neq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$\epsilon=0$ 로 놓으면 식 (12)은 다음과 같다.

$$x_2 = -A_{22}^{-1}A_{21}x_1 - A_{22}^{-1}B_2u \quad (9)$$

식 (9)를 식 (5)에 대입하면 다음과 같은 특이 섭동 모델이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_o x_1 + B_o u, x_1(t_0) = x_o \\ y &= M_o x_1 + N_o u \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 A_o, B_o, M_o, N_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_o &= A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} \\ B_o &= B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2 \\ M_o &= C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21} \\ N_o &= -C_2A_{22}^{-1}B_2 \end{aligned}$$

3. LQG/LTR 제어기 설계

LQG/LTR 제어기는 Fig. 2와 같이 모델기준 보상기의 구조와 같다. 두개의 피드백 루프를 가진 설계 플랜트 모델의 복사된 구조로 되어 있고 각각 이득 행렬 G와 H를 포함한다. 행렬 G와 H가 설계 변수로서, 요구되는 시스템의 강인성을 고려하여 선정된다.

LQG/LTR에서 루프 전달회복을 위해 LQR제어칙을 사용하기 때문에 LQR에 대한 제어 방법을 먼저 고찰한다.

3.1 LQR 설계 방식에 의한 제어

LQR 설계에 필요한 시스템 성능 지수 J를 다음과 같이 둔다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (y^T y + u^T R u) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T M_o^T M_o x + 2u^T N_o^T x + u^T R_o u) dt \end{aligned} \quad (11)$$

이다.

여기서 R_o 는 다음과 같다.

$$R_o = R + N_o^T N_o$$

성능 지수를 최소화할 수 있는 LQR제어 법칙은 다

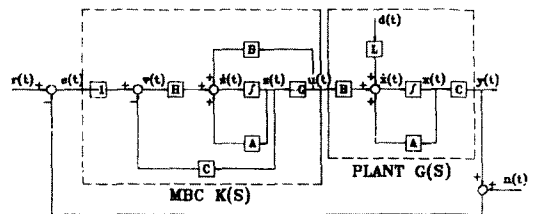


Fig. 2 Output feedback control system

음과 같다.

$$u_s = -Gx_s \quad (12)$$

여기서, 제어 이득 G는

$$G = R_s^{-1} (N_s' M_s + B_s' K_s) \quad (13)$$

이고, K_s 는 다음의 제어대수 리카티식의 해로 구해진다.

$$0 = K_s (A_s - B_s R_s^{-1} N_s' M_s) + (A_s - B_s R_s^{-1} N_s' M_s)' K_s - K_s B_s R_s^{-1} B_s' K_s + M_s' (I - N_s R_s^{-1} N_s') M_s \quad (14)$$

3.2 목표필터 설계

목표필터 루프 설계에서는 가상적인 외란과 센서잡음을 고려하여 필터 게인 행렬 H를 선정한다. 식 (5)와 (6)과 (7)에서, 프로세스와 센서에 가상적인 백색 잡음을 고려하면 상태 공간 모델식은 다음으로 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u + L_1\xi(t) \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u + L_2\xi(t) \\ y &= C_1x_1 + C_2x_2 + \theta(t) \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)를 특이 섭동이론에 입각하여 특이 섭동모델을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_s x_s + B_s u_s + L_s \xi(t) \\ y &= M_s x_s + \theta(t) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 L_s 는 $L_1 - A_{12} A_{22}^{-1} L_2$ 이고, $\xi(t)$ 와 $\theta(t)$ 는 각각 강도가 I와 μ 인 평균 0인 백색잡음 벡터이다. 설계행렬 H를 선정하기 위하여 가상적인 측정 잡음에 대한 칼만필터링 문제를 풀어야 한다. 필터 이득행렬 H는 다음과 같이 표현된다.

$$H = [P_s M_s' + L_s S_s'] / \mu_s \quad (17)$$

여기서 P_s 는 다음 필터대수 리카티식에서 구한다.

$$0 = [A_s - L_s S_s' / \mu_s] P_s + P_s [A_s - L_s S_s' / \mu_s]' + L_s [I - S_s' S_s / \mu_s] L_s' - P_s M_s' M_s P_s / \mu_s \quad (18)$$

식(18)에서 S_s 와 μ_s 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_s &= -C_2 A_{22}^{-1} L_2 \\ \mu_s &= \mu + S_s S_s' \end{aligned}$$

설계파라미터 μ 와 L_s 는 요구되는 교차주파수를 만족하도록 칼만필터 주파수역 등가식으로부터 구한다. 주파수역 등가식은 다음과 같다.

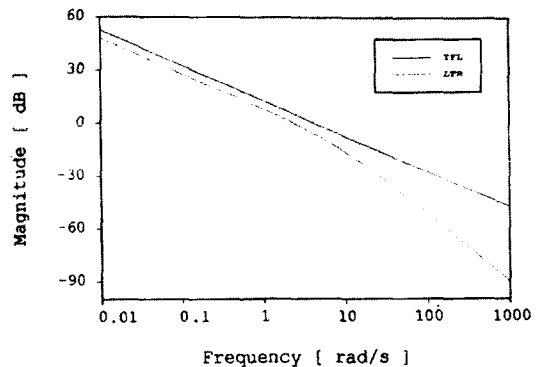
$$G_{TFL}(s) = M_s (sI - A_s)^{-1} H \quad (19)$$

3.3 루프 전달회복

루프 전달회복 단계는 보상된 플랜트의 전달함수를 목표필터 루프로 회복시키는 단계이다. LTR를 시도하기 위해서는 LQR문제를 이용한다. 설계행렬 G를 선정하기 위해 식 (14)와 (13)을 풀어야 한다. 반복에 의해 목표필터 루프로 잘 회복할 수 있는 $R = \rho I$ 에서 제어 가중 파라미터값 ρ 를 선정한다. 여기서 제어 가중 파라미터 ρ 가 0으로 접근할 때, 플랜트 전달함수 $G(s)$ 와 모델기준 보상기의 전달함수 $K(s)$ 의 곱인 루프 전달함수 $T(s)$ 의 극한 거동은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} T(s) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} G(s)K(s) \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} G(s)G(s)^{-1}G_{TFL}(s) = G_{TFL}(s) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)은 루프 전달함수 $T(s)$ 가 목표필터 루프 전달함수 $G_{TFL}(s)$ 로 회복됨을 나타낸다. Fig. 3(a)와 (b)와 (c)는 특이섭동모델을 이용하여 설계된 제어기, 강체계로 모형화한 모델 그리고 3차모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기의 목표필터 루프와 회복된 루



(a) Singular perturbation model

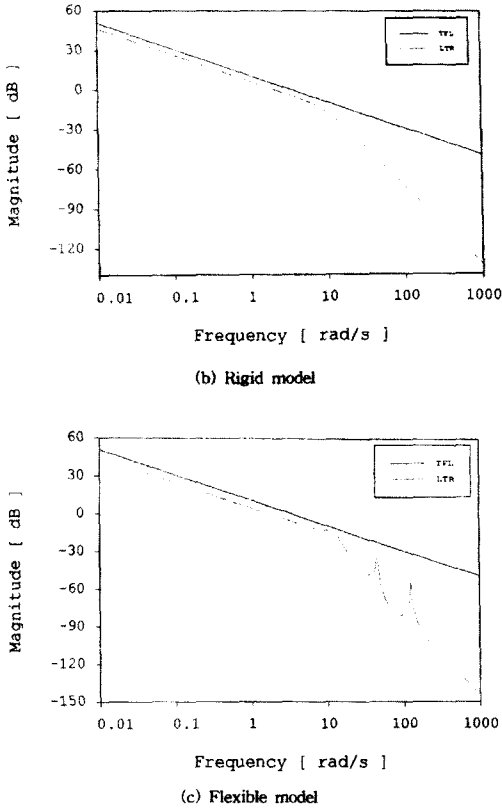


Fig. 3 Singular values of the loop transfer function

프의 특이값 선도를 나타낸다.

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

특이섭동이론에 입각하여 수정된 저차 모델인 특이

Table 1 System parameters

링크 길이 (l)	0.5 m
허브의 관성(I _h)	0.020 kg m ²
링크의 단위 길이당 질량(ρ)	0.15 kg/m
강 성(EI)	0.5 N m ²
pay load 질량(m _p)	0.005 kg
모터 감쇠 (D)	0.01 N.S/rad

섭동모델, 유연 링크의 진동을 무시하고 강체계로 모형화한 모델, 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 각각 설계된 최적 제어기의 성능을 평가하기 위하여, 3차 진동 모드까지 고려한 단일 유연 링크 매니플레이터의 모델식을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다.

Table 1은 시뮬레이션에 사용된 유연 링크 매니플레이터의 시스템 매개변수를 나타내고 있다. 유연 링크 매니플레이터의 1차, 2차, 3차 고유 진동수값들은 각각 10.5 rad/sec, 46 rad/sec, 125 rad/sec이다.

Table 2는 각각 보상기들의 전달함수를 나타내고 있다. 제어기 설계시 고차 주파수는 4.5 rad/sec로 동일하게 하였다. 특히 섭동모델과 강체계로 모형화한 모델을 이용하여 설계된 보상기의 전달함수는 각각 2차 시스템이고, 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 보상기의 전달함수는 8차 시스템임을 알 수 있다.

Fig. 4는 보상기가 부착된 플랜트의 폐루프 전달함수의 크기를 나타낸다. 특이섭동모델, 강체계로 모형화한 모델, 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델을 대상으로 각각 설계된 제어기의 주파수 특성을 살펴보면 다음과 같다. 특이섭동모델과 3차 진동 모드까지 고려한

Table 2. Transfer function of compensator

Compensator	Transer function
Singular perturbation model	$K(S)_{red} = \frac{13.82 S + 40.24}{S^2 + 22.98 S + 104.2}$
Rigid model	$K(S)_{rigid} = \frac{15.8 S + 45.83}{S^2 + 15.284 S + 106.4}$
Flexible Model	$K(S)_{fl} = \frac{1.24996 \times 10^4 S^7 + 1.155 \times 10^5 S^6 + 2.267 \times 10^8 S^5 + 1.990 \times 10^9 S^4 + 4.39 \times 10^{11} S^3 + 3.564 \times 10^{12} S^2 + 5.5977 \times 10^7 S^4 + 1.851 \times 10^9 S^3 + 3.9958 \times 10^{10} S^2 + 5.973 \times 10^{13} S + 1.730 \times 10^{14}}{S^8 + 5.06 \times 10^1 S^7 + 1.93 \times 10^4 S^6 + 8.999 \times 10^5 S^5 + 5.463 \times 10^{11} S + 3.6386 \times 10^{12}}$

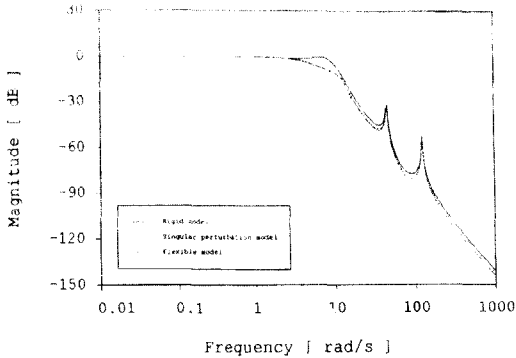


Fig. 4 Singular values of the closed loop transfer function with the compensator

고차 모델로 설계된 제어기의 주파수 특성은 비슷함을 알 수 있다. 그러나 강체계로 모형화한 모델을 이용하여 설계된 제어기는 플랜트의 1차 진동 모드의 영향으로 6.9 rad/sec 주파수 근처에서 공진이 일어남을 알 수 있다.

Fig. 5는 단위 스텝입력에 대한 시간역 응답을 나타내고 있다. 특히 섭동모델로 설계된 제어기 성능을 살펴보면 다음과 같다. 지연시간과 2% 정착시간은 각각 0.5 sec와 1.07 sec임을 알 수 있고, 최대 언더슈트는 0.14 sec에서 -5.25 mm이고, 최대 오버슈트는 1.32 sec에서 7.13 mm이다. 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기는 지연시간과 2% 정착시간이 각각 0.49 sec와 1.10 sec이고, 최대 언더슈트는 0.14 sec에서 -5.24 mm이고, 최대 오버 슈트는 1.75 sec에서 1.1 mm이다. 강체계로 모형화한 모델을 이용하여 설계된 제어기는 지연시간과 2% 정착시간은 각각 0.43 sec와 1.35 sec이고, 최대 언더슈트는 0.14 sec에서 -7.54 mm이고, 최대 오버슈트는 7.1 sec에

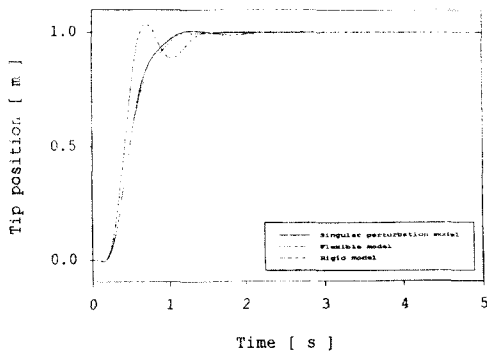


Fig. 5 Step response of the closed system

서 37 mm이다.

Fig. 6은 유연 링크 매니플레이터 끝점의 처짐을 나타내고 있다. 특히 섭동모델로 설계된 제어기는 0.26 sec에서 최대 처짐이 199.8 mm이고, 2.14 sec 이후에 수렴한다. 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기는 0.26 sec에서 최대 처짐이 205 mm이고, 2.0 sec 이후에 수렴한다. 강체계로 모형화한 모델을 이용하여 설계된 제어기는 0.25 sec에서 최대 처짐이 293.6 mm이고, 2.6 sec 이후에 수렴한다.

Fig. 7은 유연 링크 매니플레이터의 허브 각을 나타낸다. Fig. 8은 세어력을 나타내고 있다. 특히 섭동모델로 설계된 제어기, 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기, 강체계로 모형화한 모델을 이용하여 설계된 제어기의 최대 제어력은 각각 0.573 N, 0.603 N, 0.86 N이다.

이들 결과에서, 유연 링크 매니플레이터의 끝점 제어를 위하여, 강체계로 모형화된 모델을 이용하여 설계된 제어기는 탄성의 영향으로 제어 성능이 저하됨을 알 수 있다. 3차 진동 모드 까지 고려한 고차 모델로 설계된

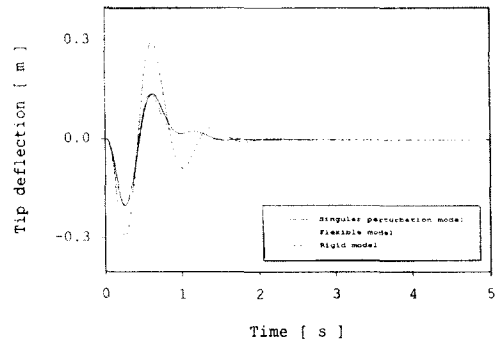


Fig. 6 deflection of end point

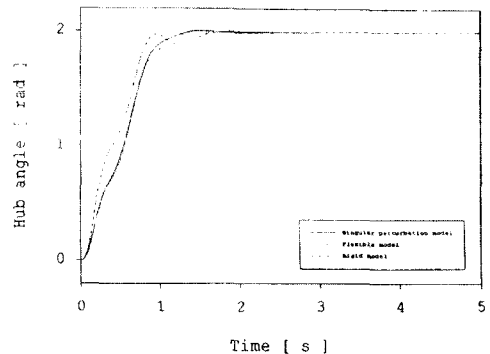


Fig. 7 Hub angle

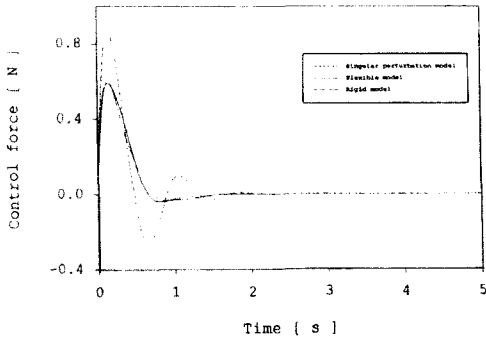


Fig. 8 Control force

제어기는 성능면에서 제일 양호하나 구조가 복잡한 단점을 가지고 있다. 또한 이 모델은 비최소 위상 플랜트이기 때문에 목표필터 설계시 설계파라미터를 영점 다항식을 이용하여 구해야 함으로 LQG/LTR제어기 구현에 어려움이 있다. 특이섭동모델을 이용하여 설계된 제어기는 진동 모드를 어느 정도 보상하고, 성능면에서도 고차 진동 모드항을 고려하여 설계된 제어기의 성능과 비슷함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 1관절 유연 링크 매니퓰레이터의 특이섭동모델을 이용하여 LQG/LTR제어기를 설계하였다. 그리고 강체계로 모형화한 모델과 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델을 이용하여 설계한 LQG/LTR제어기의 제어 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기와 특이섭동모델을 이용하여 설계된 제어기는 비슷한 성능을 나타내고 있다.

(2) 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델로 설계된 제어기는 8차 시스템이고, 특이섭동모델을 이용하여 설계된 제어기는 2차 시스템이다. 따라서 특이섭동모델을 대상으로 설계된 제어기의 구조는 3차 진동 모드까지 고려한 고차 모델을 이용하여 설계된 제어기 보다 단순하다.

(3) 강체계로 모형화된 모델을 이용하여 설계된 제어기는 특이섭동모델로 설계된 제어기의 구조와 같다. 그

러나 제어 성능이 떨어짐을 알 수 있다.

(4) 유연 링크 매니퓰레이터의 제어기 설계에 있어서, 특이섭동모델을 이용하여 LQG/LTR제어기를 설계함으로써 진동 모드를 분리하여 보상할 수 있다.

참고문헌

1. F. Rakhsha, A. A. Goldenberg, "Dynamics modelling of a Single-link Flexible Robot", IEEE, PP. 984-991, 1985.
2. David Wang, M. Vidyasagar, "Transfer Functions of a Single Flexible Link", IEEE, PP. 1042-1047, 1989.
3. Dong-Soo Kwon, Wayne J. Book, "A time-domain inverse Dynamic Tracking Control of a Single-link Flexible Manipulator", ASME, Vol. 116, PP. 193-200, 1994.
4. 하영균외 3명, "유연 단일 링크 로봇 조작기의 최적기환제어", 대한기계학회 논문집 11권 6호, PP. 923-934, 1987.
5. 한기봉, 이시복, "유연 링크 매니퓰레이터의 LQG/LTR제어", 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(I), PP. 611-615, 1992.
6. P. Kokotovic, "Singular Perturbation Methods in Control", Academic press, 1986.
7. A. Haddad, P. Kokotovic, "Stochastic control of linear singularly perturbed system", IEEE Trans. Auto. contr., Vol. AC-22, PP. 815-821, 1977.
8. A. J. Calis, J. V. R. prasad, B. Sicillano, "Design of optimal output feedback compensators in Two-time scale Systems", IEEE Trans. Auto. contr., Vol. 35, no. 4, 1990.
9. W. J. Book, "Feedback control of Two Beam Joint System with Distributed Flexibility", ASME Trans., PP. 425-432, December, 1975.