

취성재료의 가공시 절삭날이 표면거칠기에 미치는 영향

김 주 현*

The Effect of Cutting Edge on the Surface Roughness In Cutting Brittle Materials

Joo-Hyun Kim*

ABSTRACT

A clear understanding of the surface formation mechanism due to cutting is very important to help produce a good quality surface. Much of the roughness along the length of a bar being cut in a lathe can be explained in terms of macroscopic tool shape and feed rate. However, the roughness along the direction of cutting requires a different explanation.

The formation of surface roughness is a problem in flow and fracture of materials in the vicinity of the tool edge. On a microscopic scale the cutting edge is rounded because it is impossible to grind a perfectly sharp cutting edge. Even if a perfectly sharp cutting edge were obtained it would soon become dull as a result of rapid breakdown and wear of the cutting edge.

A research project is proposed in which the main object is to model the surface formation mechanism due to cutting. The tool was assumed to be dull, that is, its edge has a finite radius. In order to study the effect of the radius of cutting edge on the surface formation, tools having different cutting edges were used. For orthogonal cutting experiment, cast iron and glass were chosen as brittle materials. Plowing forces acting in the cutting edge were estimated and its effect on the surface roughness was studied by observing the machined surface using optical microscope.

Key Words : cutting, surface roughness, brittle material, machined surface, edge radius, plowing force

1. 서 론

절삭가공시 표면거칠기가 생기는 메커니즘에 대한 연구는 정밀한 가공면을 얻기 위하여 매우 중요함에도 불

구하고 표면거칠기를 모델링 하는 것은 상당히 어렵기 때문에 지금까지 주로 경험에 의하여 현장에서 표면거칠기를 예측할 뿐이었다. 표면거칠기를 생성하는 요인에는 여러 가지가 있다. 구성인선, 채터링, 불연속칩

* 독립공업기술원

등을 예로 들 수 있다. Masuda¹는 선반가공에서 공구나 공작물에 생기는 비가 표면거칠기에 큰 영향을 미친다는 것을 보여줬고 Dontamsetti와 Fischer²는 통계적 기법을 이용하여 표면거칠기는 공구마모와 그와 관련한 절삭속도, 이송속도, 노우즈반경과의 상관작용에 의하여 영향을 받는다고 발표한 바 있다.

비록 표면거칠기를 생성하는 인자가 무수히 많지만 대부분 절삭시스템 및 절삭조건을 바꿈으로서 이러한 인자들을 상당수 조절할 수 있다. 예를 들면 절삭의 3차원적 현상 및 절삭시스템의 약한 강성 등에 의한 표면거칠기 생성요인은 절삭시스템의 변화에 큰 영향을 받고, 채터현상 및 구성인선(built-up edge)은 절삭속도를 조절함으로써 간단히 제거가 가능하다. 그러나 절삭시스템이나 절삭조건을 조절하더라도 절삭에 의한 근본적인 원인으로 절삭방향으로 표면거칠기를 측정하였을 때 나타나는 표면거칠기에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

선반가공에 의해 생성되는 표면거칠기에 대해서는 많은 연구논문이 발표되었다. 선반가공시 단인공구에 의하여 생성되는 표면거칠기는 Fig. 1(a)에서 보는 바와 같이 공구의 노우즈반경 및 이송속도에 의해 결정되는 기하학적인 성격을 띄고 있어 이를 feed mark라고 부르기도 한다. 그러나 드릴링이나 밀링에 의해 생성되는 표면거칠기는 feed mark에 의한 영향도 있지만 근본적인 절삭 현상에 의하여 생성되는 것이 대부분이다. Fig. 1(b)에 도시되어 있는 바와 같이 2차원 절삭시에 절삭방향으로 측정하였을 때 나타나는 표면거칠기는 노우즈반경 및 이송속도 등의 기하학적 요인보다는 절삭날 형상 및 절삭날 근처에 있는 공작물 재질의 기계금속학적 성질에 많이 의존한다.

가공면의 상태를 최종 결정짓는데 있어서 절삭날의 형상은 매우 중요하다. Albrecht³는 최초로 절삭날의 크기를 정확히 측정하고 절삭날 반경의 크기가 절삭현상에 미치는 영향을 연구하였다. 그는 절삭날 반경은 보통 0.003mm ~ 0.03mm 이라고 주장하였다. Okushima와 Kakino⁴는 연삭에 의하여 완벽하게 날카로운 팁을 가진 절삭날을 얻는 것은 불가능하다고 하였다. 또한 절삭면의 상태는 절삭날에 의하여 직접 영향을 받는 절삭날 주변의 물질유동에 주로 의존한다고 하였다. 따라서 이 분야에 대한 연구는 절삭날이 완벽하게 뾰족하다고 가정하는 종래의 대부분의 절삭이론보다는, 실질적인 절삭날의 형상을 고려하여 어느 정도

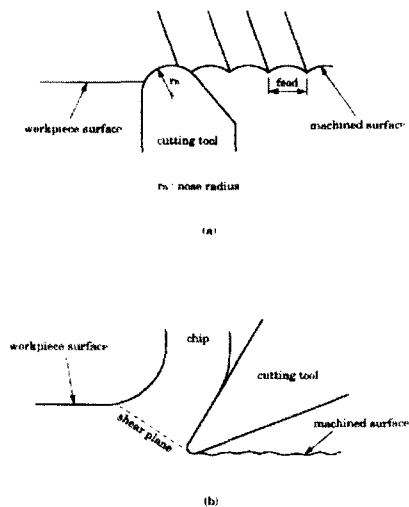


Fig. 1 Surface roughness in (a) turning, (b)orthogonal cutting

등글다고 모델링 하는 것이 중요하다.

절삭날이 날카롭지 않고 등글다고 가정하게 되면 등근 절삭날 근처에서 일어나는 물질유동에 관한 정체점(stagnation point)이라는 개념이 유도된다. Fig. 2에 도시된 바와 같이 절삭날에 존재하는 정체점에 의하여 절삭날 근처의 물질유동은 두 가지로 나눌 수 있다. 칩 형태로 절삭날의 경사면(rake face)을 따라 정체점 위로 올라가는 유동과 정체점 아래로 유동하면서 절삭날의 뒷부분에 의하여 절삭면을 형성하는 유동이다.

절삭날의 앞부분으로 접근하는 물질유동은 큰 압축응력을 받게 되고, 또한 큰 전단스트레인 하에서 수많은 미소균열을 생성하게 된다. Brown과 Luong⁵은 주사형전자현미경(scanning electron microscope)을 이

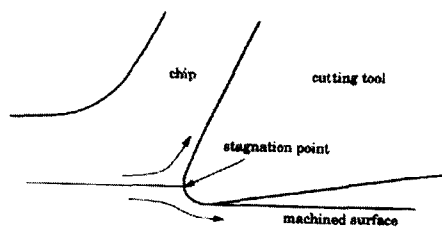


Fig. 2 Metal flow around the round edge of cutting tool

용하여 인강을 절삭할 때 생기는 미소균열을 관찰하였다. 그러나 Walker와 Shaw¹¹⁾는 매우 큰 압축압력의 존재가 미소균열들이 합쳐져서 비교적 큰 균열로 성장하는 현상을 저지한다고 주장하였다.

절삭날이 둥글다는 사실과 정체점에 대한 개념도입은 절삭날 끝에 작용하는 힘의 존재를 의미하고 있다. 다시 말해서 공구에 작용하는 대부분의 힘은 칩의 생성에 소모되지만 일부는 절삭날에 작용하여 절삭면을 생성하는 데 중요한 역할을 한다. 일반적으로 이 힘을 plowing force라고 부르고 있고, 이와 같은 개념은 기존의 절삭력에 대한 개념을 상당히 변화시키는 것이다. 많은 경우 이 plowing force가 작용하는 절삭날의 부분이 날의 둥근 부분인지 절삭가공면과 접촉하는 부분인지에 대한 정확한 연구보고는 없다.

본 논문에서는 plowing force가 전적으로 절삭면의 생성을 위하여 작용하고, 그 힘의 크기가 절삭깊이에 상관없이 항상 일정하다고 가정하고 외삽법을 이용하여 plowing force의 크기를 구하였다. 즉 절삭깊이가 영이 됨에 따라 절삭날의 경사면에 작용하는 힘이 영이 되고 이에 따라 공구에 작용하는 모든 힘은 plowing force가 된다고 가정하는 것이다. Fig. 3에 이와 같은 과정을 도시하였다. 그림에서 F = 절삭력, P = plow-

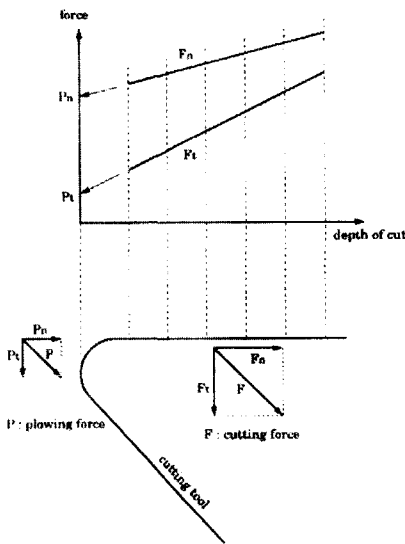


Fig. 3 The determination of plowing force components from the extrapolation of cutting force data to zero depth of cut

ing force를 의미하는데 F_n 과 F_t 은 절삭면에 수직인 방향으로 작용하는 분력이고 F_t 과 F_c 는 절삭면에 접선한 방향으로 작용하는 분력이다.

취성재료를 절삭할 때 절삭날의 형상 및 절삭날에 작용하는 plowing force가 표면거칠기에 미치는 영향을 알아보기 위하여 주철 및 유리에 대한 절삭실험을 하고자 한다.

2. 실험

(1) 공 구

절삭날 반경 크기가 표면거칠기에 미치는 영향을 명확히 하기 위해서는 공구마모가 없다고 가정하여야 한다. 절삭날 반경이 상대적으로 큰 공구를 사용함으로써 이러한 가정을 정당화할 수 있다. 즉 절삭날 반경이 상대적으로 큰 공구를 사용하게 되면 매우 작은 공구 반경을 측정함으로써 생길 수 있는 측정의 불확실성을 제거할 수 있고, 또한 절삭날의 급격한 마모로 인한 공구 마모의 영향을 배제할 수 있다. 물론 절삭날 반경이 큰 공구가 날카로운 공구와 같은 방식으로 표면거칠기를 생성한다는 가정이 필요하다.

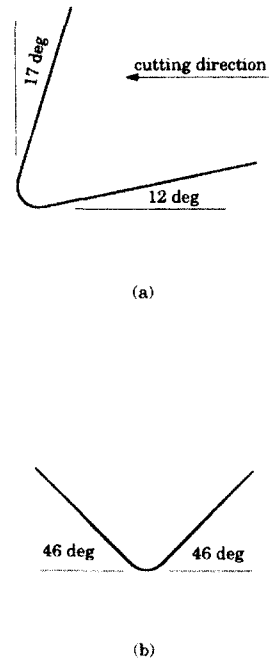


Fig. 4 Tool tip for (a) cutting cast iron, (b) sliding over glass

Table 1 The range of edge radius for each work material

material	edge radius(mm)
cast iron	0.008, 0.03, 0.06
glass	0.05, 0.11, 0.16, 0.23, 0.44, 0.76

고속도공구강에 의한 2차원 절삭실험을 하였다. 공구 연삭기에 의하여 대강의 절삭날 형상을 연삭하여 구한 다음 샌드페이퍼를 이용하여 원하는 절삭날 반경으로 정확히 연마하였다. Fig. 4에 주철과 유리를 절삭하는 데 사용된 절삭날 형상을 도시하였다. 주철을 절삭할 때는 17°의 경사각을 가지는 절삭날로 절삭실험을 하였고, 경도가 높은 유리를 절삭할 때는 그림에 도시한 바와 같이 끝이 둥근 특수한 형태의 절삭날로 절삭실험을 하였다. 절삭날 반경은 광학현미경에 의하여 정확히 측정하였다. 정해진 절삭날 반경을 항상 유지하기 위하여 실험 중에도 광학현미경으로 절삭날을 수시로 확인하여 정해진 절삭날 반경으로 연마하였다. 실험에 사용된 절삭날 반경의 크기를 Table 1에 나타내었다.

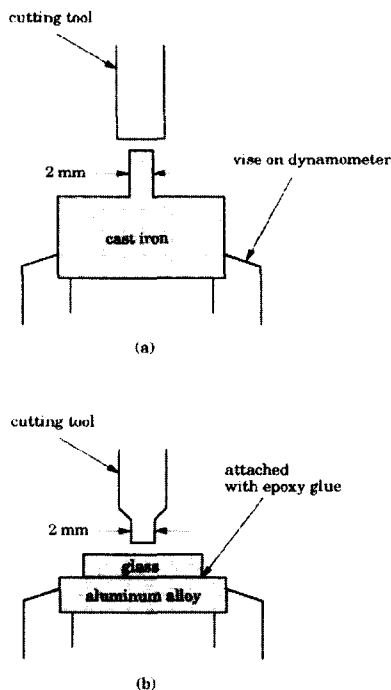


Fig. 5 Orthogonal cutting for (a) cast iron, (b) glass

(2) 공작물

세이퍼를 이용한 2차원 절삭실험을 위하여 두 가지 종류의 취성재료를 사용하였다. 먼저 취성재료로서 많이 사용되고 있는 회주철을 사용하였다. 또한 단상재료 (single phase material)로서 유리를 선택하였다.

먼저 주철을 Fig. 5(a)에서 보인 바와 절삭하였다. 절삭폭을 2mm로 작게 한 것은 채터현상이 표면거칠기에 미치는 영향을 없애기 위해서다. 유리는 직접 가공하면 깨지기 쉽기 때문에 Fig. 5(b)와 같이 알루미늄 합금판에 유리판을 에폭시로 접착시킨 후에 알루미늄 합금판을 세이퍼 테이블에 고정시켰다. 이 경우 절삭날의 폭을 2mm로 하였다. 절삭시 유리판 중심의 최대변형량은 0.5 μ m의 아주 작은 양으로 계산되기 때문에 유리판에 수직한 방향의 힘으로 인한 유리판의 굽힘 현상이 표면균열의 형성에 미치는 영향은 무시할 수 있다.

(3) 실험방법

Fig. 6은 공구동력계를 이용한 실험장치를 보여주고 있다. 절삭력 측정을 위하여 설치한 공구동력계로부터의 신호가 chart recorder에 전달되어 절삭면에 수직한 방향으로 작용하는 수직분력과 절삭면에 평행한 방향으로 작용하는 접선분력을 측정할 수 있다.

본 논문의 목적이 근본적인 절삭현상에 있어서 표면 거칠기에 대한 절삭날의 영향을 연구하는 것이기 때문

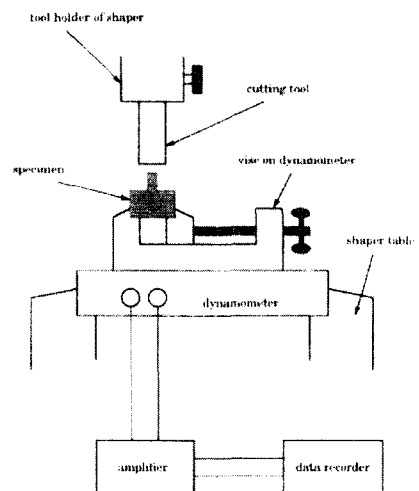


Fig. 6 Experimental setup for orthogonal cutting

에 캐터현상의 영향을 제거하기 위하여 8m/min의 상대적으로 작은 절삭속도로 가공하였다. 비록 작은 절삭속도이지만 일단 절삭현상이 일어난다는 점에서 절삭날의 영향을 충분히 연구할 수 있다고 본다. 또한 정상적인 속도로 절삭한 절삭면의 상태가 낮은 절삭속도로 절삭한 절삭면의 상태와 같은 양상을 보인다는 실험결과가 이를 뒷받침하고 있다.

깨지기 쉬운 유리를 절삭하기 위해서는 세심한 주의가 필요하다. 정확한 절삭깊이 하에서 절삭을 하기 위하여 일단 공구를 공구대에 완전히 고정시키지 않은 상태에서 얇은 종이를 절삭날과 유리 표면사이에 삽입한다. 공구대의 수직방향의 이송을 조정하면서 절삭날 끝의 전체 모양이 얇은 종이에 정확히 찍힐 때까지 공구대에서 공구 위치를 조절한다. 정확하게 공구 위치를 조절한 후에는 공구를 공구대에 완전히 고정하고 일정한 절삭깊이만큼 공구대를 이송시킨다.

절삭면의 생성에 큰 영향을 미치는 plowing force의 산정을 위하여 여러 가지 다른 절삭깊이에 대하여 절삭실험을 하여 각각의 절삭분력들을 측정한다. 측정된 절삭력은 두 가지로 나눌 수 있다. 즉 절삭날의 경사면에 작용하여 칩을 형성하는 역할을 하는 rake face force와 둥근 절삭날에 작용하여 절삭면을 형성하는 역할을 하는 plowing force이다. 측정 결과로부터 외삽법을 이용하여 그래프 상에서 절삭깊이가 영이 될 때 plowing force를 구한다. 다시 말해서 절삭깊이가 영이 됨에 따라 rake face force는 영이 되어 결국 총 절삭력은 plowing force가 된다.

3. 결과 및 고찰

(1) 주철 가공

Fig. 7은 주철을 절삭할 때의 절삭력의 수직 및 접선 분력을 나타낸다. 여기서 r = 절삭날 반경이다. 절삭날에 작용하는 plowing force를 구하기 위하여 절삭깊이가 영이 될 때의 절삭력을 plowing force로 한다.

Fig. 8은 서로 다른 크기의 절삭날 반경을 가진 공구를 사용하여 절삭실험을 하였을 때 plowing force의 수직 및 접선분력을 나타내고 있다 그래프에서 보듯이 절삭날 반경이 증가함에 따라 plowing force가 증가한다.

광학현미경을 이용하여 절삭면뿐만 아니라 절삭면 표면 아래의 상태를 관찰하였다 절삭된 표면아래의 상태를 보기 위하여 절삭실험한 시편을 절삭면에 수직한 방

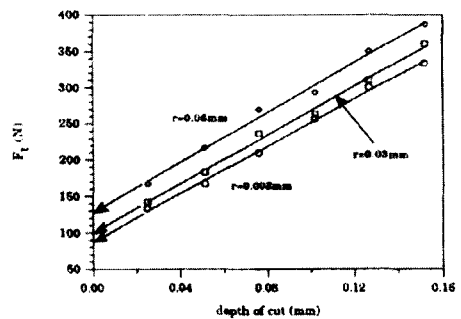
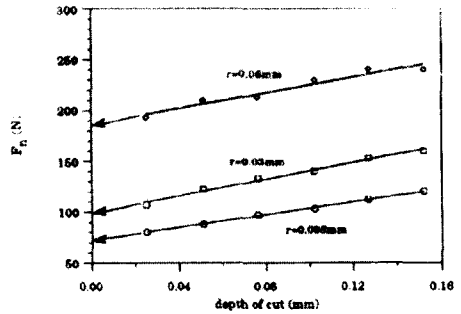


Fig. 7 Normal and tangential components of cutting force for cast iron and extrapolation to zero depth of cut for plowing force components

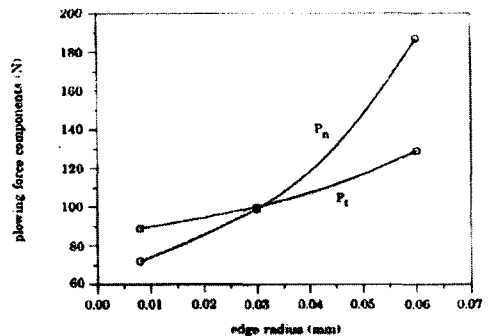


Fig. 8 Normal and tangential components of plowing force for cast iron with respect to the edge radius of cutting tool

향으로 잘라서 베이클라이트에 묻고 굳힌다. 그런 다음 연삭 및 연마작업을 하여 절삭면에 수직한 단면을 매끄럽게 만든 후 광학현미경을 이용하여 관찰하였다.

Fig. 9에 절삭면의 상태를 나타내었다. 사진에서 보



Fig. 9 Periodic surface cracks on machined surface of cast iron (edge radius = 0.03mm, depth of cut = 0.025mm, cutting speed = 8m/min, 400x)

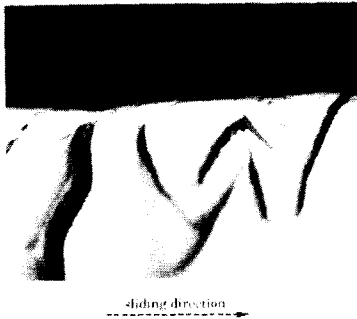


Fig. 10 Cross section of cast iron showing surface breaking cracks and graphite flakes (edge radius = 0.008mm, depth of cut = 0.025mm, cutting speed = 8m/min, 400x)



Fig. 12 Cross section of cast iron showing debris of built-up edge (edge radius = 0.03mm, depth of cut = 0.152mm, cutting speed = 8m/min, 400x)



Fig. 11 Cross section of cast iron showing (a) a particle between graphite flakes and (b) pitted area, (edge radius = 0.06mm, depth of cut = 0.025mm, cutting speed = 8m/min, 400x)

듯이 절삭방향에 수직인 방향으로 걸쳐서 주기적으로 발생하는 표면균열을 볼 수 있다. 절삭과정 중 절삭날 바로 뒤에 있는 공작물의 표면근처에는 절삭날에 의하여 작용하는 plowing force에 의해 높은 인장응력이 발생한다. 이 인장응력에 의해 절삭면에 표면균열이 발생하는 것이다.

Fig. 10에 절삭면의 단면을 도시하였는데 표면균열 뿐만 아니라 많은 편상 흑연(graphite flake)을 관찰할 수가 있다. 따라서 공작물에 존재하는 편상 흑연의 크기와 양이 표면거칠기에 상당히 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 크기가 큰 편상 흑연을 가진 주철을 가공하게 되면 편상 흑연사이의 물질이 떨어져 나가게 되어 파인 구덩이 같은 것이 생기게 된다. Fig. 11(a)에 두개의 편상 흑연사이에 위치하고 있는 입자를 보여주고 있고, Fig. 11(b)의 사진은 두개의 편상 흑연사이로부터 입자가 떨어져 나가서 생긴 구덩이를 보여주

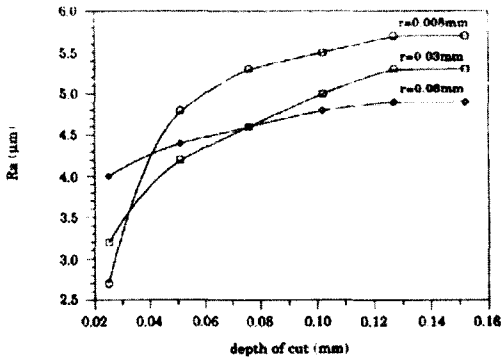


Fig. 13 Variation of surface roughness of cast iron machined with three different edge radii of cutting tools

고 있다. Fig. 12에 절삭면에 존재하는 구성인선의 잔해를 도시하였는데 그 크기가 상대적으로 커서 표면거칠기에 미치는 영향이 크다는 것을 알 수 있다.

서로 다른 절삭깊이에 대한 표면거칠기(Ra)의 변화를 Fig. 13에 보여주고 있다. 여기서 보여주고 있는 표면거칠기의 생성에는 여러 가지 다른 인자가 작용하고 있다. 그림에서 보면 절삭깊이가 클 경우 절삭날 반경이 클 때 더 좋은 절삭면을 얻을 수 있다. 이와 같은 현상이 일어나는 이유는 Fig. 8에 나타낸 바와 같이 절삭날 반경이 커지면 plowing force의 수직분력이 커지게 되어 절삭날과 공작물 사이의 접촉면적이 늘어나서 생기는 현상이다. 다시 말해서 매우 큰 접촉면적으로 인하여 공작물이 뭉개지면서 절삭이 이루어지기 때문에 상대적으로 매끄러운 표면이 되는 것이다.

위와 같은 결과로 미루어 볼 때 표면거칠기에 영향을 미치는 인자를 구하기 위하여 표면거칠기 측정장치에 의존하던 종래의 방법은 별 의미가 없는 것임을 알 수 있다. 상당히 많은 인자가 표면거칠기에 영향을 미치기 때문에 단순히 Ra나 Rq의 값을 가지고 절삭면을 분석하는 것은 매우 어렵다. 특히 피로파괴나 응력부식파손의 원인이 되고 있는 표면균열에 대한 정보는 표면거칠기 측정만으로 알아내기는 불가능하다.

(2) 유리 가공

주철을 절삭할 때 생기는 구성인선의 영향을 배제하기 위해서는 단상재료를 절삭할 필요가 있고, 또한 절삭면에 생성되는 표면균열에 관한 정보를 더 얻기 위하여 충분히 취성이 높은 유리를 선택하여 가공하였다.

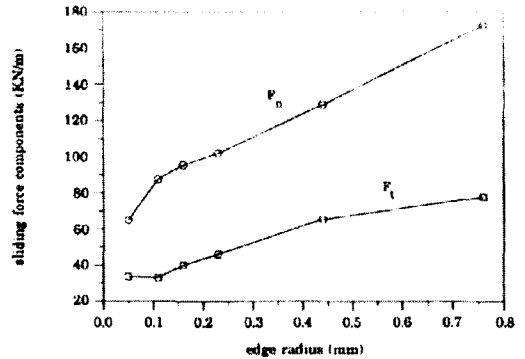


Fig. 14 Normal and tangential components of sliding force per unit thickness for glass with respect to the edge radius

깨지기 쉬운 유리가공시에는 압입깊이(절삭깊이)를 0.05mm로 아주 작게 하여 세이퍼 가공을 하고 공구동력계를 이용하여 수직 및 접선분력을 측정하였다. Fig. 14는 여러 가지 다른 절삭날 반경으로 절삭하였을 때 수직 및 접선 분력의 변화를 보여주고 있다. 수직분력 P_n 및 절삭날 반경 r 으로부터 Hertz theory^[7]에 의하여 다음과 같이 접촉면적을 나타내는 a (half width of contact)를 구할 수 있다. 여기서 유리에 대한 E (elastic modulus) = 70GPa이고 ν (Poisson's ratio) = 0.17이다.

$$a = \left(\frac{4rP_n}{\pi E^*} \right), \quad \text{여기서} \quad E^* = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

Fig. 15는 절삭날 반경에 대한 half width of contact의 변화를 보여주고 있고 Fig. 16은 절삭날 반

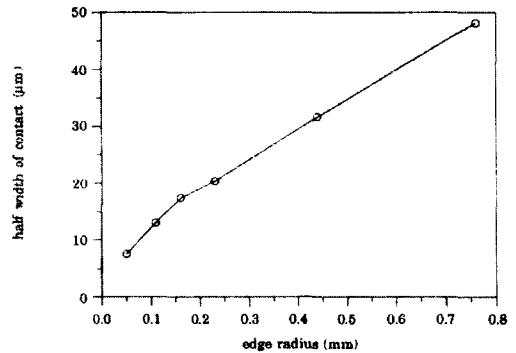


Fig. 15 The half width of contact between cutting tool slider and glass with respect to the edge radius

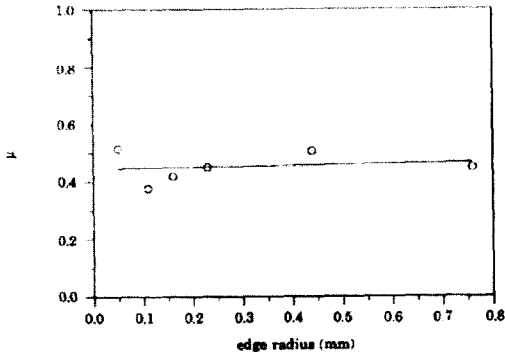


Fig. 16 The friction coefficient for glass with respect to the edge radius

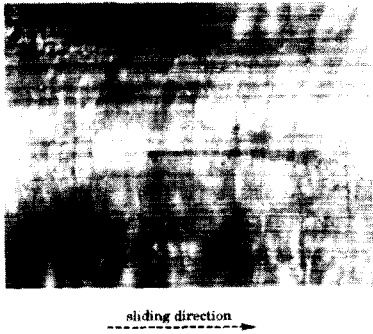


Fig. 17 Periodic surface cracks on glass ($r=0.76\text{mm}$, sliding speed=8m/min, 400x)

Table 2 Crack spacings for each radius of cutting edge

edge radius(mm)	crack spacing(μm)
0.05	3 ~ 9
0.11	4 ~ 15
0.16	6 ~ 22
0.23	9 ~ 24
0.44	15 ~ 28
0.76	37 ~ 55

경에 대한 마찰계수의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 마찰계수는 절삭날 반경의 크기와 상관없이 0.4 ~ 0.5 범위 내에서 비교적 일정한 값을 가진다.

유리가공시 절삭면의 표면에 표면균열이 주기적으로 생성되는 것을 Fig. 17에 나타내었다. 주기적으로 나타나는 균열간격을 광학현미경에 의하여 측정하여 Table

2에 나타내었다. 절삭날 반경이 커질 수록 균열간격도 커짐을 알 수 있다.

절삭날이 유리표면을 슬라이딩할 때 절삭날 끝에 의해 절삭면에 작용하는 수직 및 접선분력으로 인하여 절삭날 바로 뒷부분의 절삭표면에는 아주 큰 인장응력이 생성된다. 이 인장응력에 의해 절삭면에 표면균열이 생성되어 절삭면에 수직인 방향으로 균열이 성장한다. 성장하고 있는 균열로부터 절삭날이 멀어지면서 균열 선단 부분에서의 응력이 작아짐에 따라 성장하던 균열은 멈춰지게 되고, 새로운 균열이 절삭날 뒷부분의 절삭표면에 또 다시 시작되게 된다. 이와 같은 현상의 의하여 취성재료의 표면에 표면균열이 규칙적으로 생기게 되는 것이다. 절삭날 반경의 크기가 달라짐에 따라 분력의 크기도 달라지기 때문에 균열간격도 이에 따라 달라진다.

4. 결 론

(1) 절삭가공시 표면거칠기가 생성되는 현상에 대한 연구를 하는데 있어서 절삭날이 완벽하게 뾰족하다고 가정하는 종래의 연구보다는 절삭날이 어느 정도 반경을 가지고 둥글다고 가정하는 것이 보다 더 현실적인 결과를 얻을 수 있다.

(2) 둥근 절삭날에 작용하여 표면거칠기의 생성에 중대한 영향을 미치는 plowing force의 개념을 유도하여 절삭실험을 통하여 이 값을 구하였다. 절삭날 반경이 커질 수록 plowing force가 커진다.

(3) 채터 등과 같이 절삭시스템에 의한 영향이 없다고 가정할 때 좋은 표면거칠기의 절삭면을 얻는데 있어서 절삭날 반경의 크기 및 적절한 절삭깊이의 산정이 매우 중요하다. 절삭깊이 및 절삭날 반경이 크면 plowing force의 수직분력이 커지게 되어 상대적으로 좋은 표면거칠기를 얻을 수 있다.

(4) 취성재료인 주철과 유리에 대하여 절삭실험을 하여 절삭면의 표면에 주기적으로 나타나는 표면균열을 관찰하였다. 이와 같은 표면균열은 plowing force에 의하여 절삭날 바로 뒷부분에 접촉하고 있는 공작물 표면근처에 발생하는 높은 인장응력 때문에 일어나는 현상이다. 절삭날 반경이 커질 수록 균열간격도 커진다.

참고문헌

1. Masuda K. "Some Observations of the Surface Roughness of Mild Steel Finished by Turning." Bull. JSME, Vol. 13, pp 462, 1970.
2. Dontamsetti, S. K. and Fischer, G. W., "Factors Affecting Surface Roughness in Finish Turning of Gray Cast Iron." Adv. Materials and Manufacturing Processes, Vol. 3, pp 689, 1988.
3. Albrecht, P., "A New Development in the Theory of Metal Cutting - the Ploughing Process in Metal Cutting." J. Eng. Ind., Vol. 82, pp 348, 1960.
4. Okushima, K. and Kakino, Y., "Study on the Generating Process of Machined Surface." Bull. JSME, Vol. 12, pp 141, 1969.
5. Brown, R. H. and Luong, H. S., "Observations of Deformation in the Orthogonal Machining of a Mild Steel." Met. Technol., Vol. 2, pp 2, 1975.
6. Walker, T. J. and Shaw, M. C., "On Deformation at Large Strains", Advances In Machine Tool Design and Research (Proc. of 10th M. T. D. R. Conf. Sept. 1969). Pergamon Press, Oxford, pp 241, 1970.
7. Johnson, K. L., "Contact Mechanics". Cambridge University Press, 1985