유통연구 제1권 제2호
Journal of Korea Distribution. Vol.1.No.2 Nov. 1996

복수상품 거래비용 절감을 위한 묶음가격조정에 관한 연구

박홍수*
김동훈**

목 차

I. 서 론

구매자의 구매정책의 변화를 통해 구매자-판매자간 거래의 효율성을 증진하는 모형들이 많은 연구자들에 의해 발전하였다(Dolan 1978, Lal and Staelin 1984, Dada and Srikanth 1987, Kohli and Park 1989). 이러한 모형들에 대한 근거는, 1) 구매자의 주문량 증가는 계획된 기간 동안의 주문회수의 감소를 가져오고, 따라서 구매자의 주문비용과 판매자의 주문처리비용을 감소시킨다는 것과, 2) 구매자의 재고유지비용이 판매자의 비용보다 더 클 경우, 더 많은 양의 구매는 구매자와 구매자-판매자 시스템의 재고유지비용을 증가시킨다는 것이다. 구매자와 판매자의 전체 재고유지비용을 최소화시키는 최적 주문량은 이들 두 비용 즉, 주문처리비용/주문비용과 재고유지비용의 상충적인 관계에 따라 결정된다. 구매자-판매자 시스템의 가장 비용 효율적인 구매정책은 구매자가 EOQ보다 더 많은 양을 구매해야 함을 필요로 한다. 구매자가 자신의 EOQ에서 변경하도록 유인하는 수량할인은 파레토 효율적인 구매자와 판매자간 거래를 보장해주는 메카니즘으로 이해되었다.

* 연세대학교 상경대학 부교수
** 연세대학교 상경대학 조교수

이러한 기존의 모형들에서의 분석은 구매자와 판매자 간에 있어서 오직 한 제품만의 거래를 가정하고 있지만, 현실적으로 구매자는 판매자로부터 여러 제품들을 구입할 수 있다. 예컨대, 자동차 제조업체는 협력 공급업자들에 의해 생산되는 수많은 부품들을 구입할 수 있으며, 컴퓨터회사의 조립사업부는 같은 회사의 독립된 부품생산부서로부터 서로 다른 메모리칩들을 구입할 수도 있으며, 소매업자는 일련의 제품들을 중간상으로부터 구입할 수도 있다. 각각의 제품들은 수요, 재고유지비용, 주문, 주문처리비용 등에 있어서 서로 다를 수 있기 때문에, 각각의 제품들의 거래비용을 개별적으로 최소화한다 해도 그것이 복수 제품들에 걸친 거래 비용 전체의 최소화를 보장하지는 않는다. 이러한 현상의 주된 이유는 만약 복수의 제품들이 동시에 주문된다면, 제품 전체에 있어서 주문회수가 감소하므로, 구매자의 주문비용과 판매자의 주문처리비용이 감소하기 때문이다. 이는 결과적으로 각각의 제품에 대한 구매정책의 개별적 최적화 이상으로 구매자-판매자간 거래의 효율성을 증가시킨다. 달리 말하면, 수량할인의 방법으로 각각의 제품의 구매정책을 개별적으로 조정함으로써 얻게 되는 효율성은 복수 제품에 걸친 구매 정책의 조정을 통해 얻는 효율성보다 작다는 것이다. 복수 제품에 걸친 구매의 조정에 있어서 다음의 3가지 중요한 문제가 있다.

1. 어떤 경우에 복수 제품들에 걸친 전체적인 거래 조정이 각 제품의 구매정책의 개별적인 조정 보다 효율적인가?
2. 단일 제품에 대한 구매들의 조정과 복수제품에 걸친 거래의 전체적 조정간에는 어떤 관계가 있는가?
3. 단일제품에 있어서의 수량할인과 같이, 복수제품의 효율적으로 조정된 거래를 보장하고 구매자와 판매자 모두를 이탈하지 않게 만드는 메카니즘이 존재하는가?

본 논문에서 위의 문제들이 논의될 것이다. 먼저 복수 제품에 걸친 구매 조정이 개별제품 구매의 효율성 극대화보다 더 효율적일 수 있는 경우는 언제인가를 검토해 보겠다. 그 다음, 복수제품간 최적조정의 문제를 고려하고, 이것이 단일제품에 대한 구매자-판매자 거래의 최적조정의 문제와 구조적으로 동일하다는 것을 보일 것이다. 그러나, 단일제품 경우와는 달리, 복수 제품에 걸친 효율적인 조정된 거래를 위해 각 제품의 조정 이전의 단위가격들이 반드시 변화될 필요는 없다. 조정 전 원래의 가격 하에서도 효율적이고 조정된 구매가 이루어질 수 있는 조건은 무엇인지 밝혀질 것이다. 그러나, 원래 가격들이 효율적이고 조정된 거래를 지원해 주지 못할 경우, 또는 판매자와 구매자가 서로 다른 가격군을 제시하고 협상할 경우, 구매자와 판매자 어느 쪽도 협상 가격에서 이탈하지 못하게 하는 메카니즘이 필요한데, 그러한 메카니즘 중 하나는 제품묶음(product bundling)으로서, 이는 우리의 분석으로부터 바로 도출되게 된다. 제품묶음에는 두 종류가 있는데 하나는 혼합-선도형 묶음(mixed-leader bundling)이며 다른 하나는 혼합-결합형 묶음(mixed-joint bundling)이다 (Guiltinan 1987). 단일제품에 있어서의 수량할인과 같이 이러한 제품묶음이 어떻게 효율적이고 조정된 거래를 보장해주는 메카니즘으로서 작용하는지 토론해 보겠다.

II. 모　형

우리가 제시하는 모형의 주요가정들은 단일제품에 대한 효율적 구매정책을 분석하기 위해 Dolan(1987), Lal & Staelin(1984), Dada & Srikanth(1987), Kohli & Park(1989) 등이 사용한 것과 동일하다. 첫 번째 가정은 각각의 제품들은 계획된 기간동안 고정된 수요(fixed demand)를 가진다는 것이다. 이 가정은 우리가 제시하는 모형은 (1) 논의되는 제품들이 구매자의 최종 제품에 있어서 주된 구성요소가 아닌 경우(예, 자동차 제조업자가 협력 업체로부터 구입하는 부품들의 경우), (2) 구매자는 최종 소비자이고, 제품들에 대한 요구사항이 고정된 경우 또는, (3) 구매자와 판매자가 한 회사 내의 독립된 사업부로서, 한 부서의 생산품이 다른 부서의 투입물로 사용되는 경우(예, IBM 내에서 오직 조립 부문만을 위해 생산하는 부품 부문의 경우) 에 적합하다는 것을 의미한다. 고정 수요의 가정은 따라서 다음의 2가지 중요한 시사점을 가진다(Lal & Staelin 1984): (1)수요량(demand)과 준비비용(setup costs)에 의존하는 판매자의 생산 일정(production schedule)은 구매자의 주문정책이 변화하더라도 변하지 않는다; (2) 단일기간의 문제(single-period problem)로 모형화할 수 있다.

두 번째 가정은 구매자와 판매자가 자신과 상대방의 주문 및 재고유지비용에 대하여 완전 정보(perfect information)를 갖고 있다는 것이다. 이전의 문헌에서 나타나는 것처럼, 이러한 가정은 분석을 단순화하기 위한 것이다(Kohli & Park 1989). 완벽한 정보를 가진 단순한 상황을 분석하는 것은 이후에 계속되는 좀더 현실적이고 복잡한 상황 즉, 구매자와 판매자가 자신과 상대방의 재고비용에 대해 불완전한 정보를 가진 상황을 분석하는 데 있어서 유용하여야 할 것이다.

세 번째 가정은 복수 제품간의 구매조정 이전에 개별 제품들은 계획된 기간동안 각각의 독특한 주문 주기를 가진다는 것이다. 이러한 가정은 다음에 논의될 모형의 일반성을 제한하지는 않는다. 왜냐하면, 조정 이전에 주문 주기가 동일한 제품들은 "혼합" 제품들이며, 구매자는 이 혼합 제품의 각 단위를 적절히 가중평균된 가격으로 구매한다고 간주할 수 있기 때문이다.

네 번째의 가정은 구매자가 판매자로부터 구매하기로 한 사전에 명시된 모든 제품들간에만 걸쳐서 조정이 이루어진다는 것이다. 구매자가 판매자로부터 구매하는 제품들을 가능한 모든 부분 집합으로 할당하고, 부분집합들에 대한 구매를 조정함으로써 거래 효율성을 극대화하는 경우는 본 논문에서 고려되지 않는다. 그 이유는 지금부터의 분석이 판매자와 구매자가 거래를 조정하기를 원하는 특정한 하나의 부분 집합에 대한 효율적 거래의 조건과 특성을 밝히는 것이기 때문이다. 따라서 분석적 관점에서는 가능한 각각의 부분집합들을 분리하여 개별적으로 검토함으로써 얻는 추가적인 통찰력은 없다.

다섯째 가정은 개별 제품들 각각의 구매정책들은 구매자 판매자간 거래의 효율성이 극대화되도록 이미 조정되어 있다는 것이다. 즉, 제품들이 개별적으로 분리하여 취급될 경우, 구매자의 주문정책 변화를 통해서 더 이상 효율성을 얻을 수 없다는 것이다. 따라서, 지금부터 논의될 효율성은 전적으로 구매자의 제품들 전체에 걸친 조정에 기인하는 것이다. 이러한 가정은 반드시 필요한 것이 아니라, 이전의 문헌에서 논의되었던 단일 제품에 대한 효율성과 본 논문에서 제시하고 있는 복수 개의 제품들에 걸친 효율성 사이의 구분을 위한 것이다. 따라서, Lal & Staelin(1984)의 연구를 따라서 우리는 만약 판매자의 재고유지비용이 구매자의 비용보다 크다면, 판매자는 고정 단위가격(=평균 단위가격)에 제품을 제공하고 구매자는 그의 경제적 주문량을 구입한다고 가정한다. 그러나, 판매자의 재고유지비용이 구매자의 비용보다 작을 경우, 판매자는 수량할인을 제공하고, 구매자는 더 큰 규모의 로트를 구매하지만 부담하는 평균 단위 비용은 더 낮게 된다고 가정한다.

마지막으로, 우리는 구매자의 주문비용과 판매자의 주문처리비용이 각 제품에 대해 일정하다고 가정하는 모형을 먼저 분석한다. 그리고 나서, 이러한 비용들이 주문량의 2차함수로 변화하도록 하여 좀 더 일반화된 문제에서도 핵심적인 결론은 변하지 않는다는 것을 보일 것이다.

본 논문에 사용되는 기호는 다음과 같다.

$\Omega=\{1,2,...,I\}$ =구매자가 판매자로부터 구입하는 I 개 제품들의 집합
FC_i =제품 i에 대한 판매자의 고정비용
V_i = 판매자의 제품 i에 대한 (일정한)단위당 변동비용
D_i = 구매자의 제품 i에 대한 연간 수요
H_i =구매자의 제품 i의 단위당 연간 재고유지비용
h_i =판매자의 제품 i의 단위당 연간 재고유지비용
P_i =제품들간의 구매 조정 전 제품i의 평균단위가격
Q_i =제품들간의 구매 조정 전 구매자의 제품 i에 대한 주문량
A_i =제품들간의 구매 조정 전 구매자의 제품 i에 대한 주문비용

a_i =제품들간의 구매 조정 전 판매자의 제품 i에 대한 주문처리비용
p_i =제품들간의 구매 조정 후 제품 i의 평균단위가격
q_i =제품들간의 구매 조정 후 구매자의 제품 i에 대한 주문량
A =제품들간의 구매 조정 후 구매자의 주문비용
a =제품들간의 구매 조정 후 판매자의 주문처리비용

제품들간 구매의 조정이 이루어지기 전에는 각 제품별로 구매자는 개별 주문비용 A_i을 부담하고, 판매자는 개별 주문처리비용 a_i을 부담한다. 그러나, 제품들간 구매 조정 후 구매자는 제품들에 대해 단 한 번의 주문을 하게 되어 주문비용 "A"를 부담하는데, 이는 개별제품들에 대한 주문비용과 다를 수 있다. 이와 마찬가지로 판매자도 제품들간에 조정된 구매에 대해 단일의 주문처리비용 "a"을 부담하며, 이는 개별적인 제품들에 대한 주문처리비용과 다를 수 있다. 위에서 제시한 바와 같이, 먼저 주문비용과 주문처리비용이 제품들간 구매의 조정 전과 후에 일정한 단순한 모형을 고려할 것이다. 그 후, 이 비용들이 제품들간의 주문량에 따라 변화하는 모형으로 일반화할 것이다.

제품 i의 평균단위가격들이 여러 제품에 걸친 구매의 조정 전과 후 서로 다를 수 있다(즉, P_i 와 p_i 가 서로 다를 수 있다)는 사실에 주목할 필요가 있다. 그 이유는 어떤 특수한 조건 하에서는, 제품간 구매의 조정을 통해 구매자-판매자간 거래의 효율성의 증가를 위해 가격 변화가 필요하기 때문이다. 어떤 경우에는 평균단위가격이 변하지 않는데(즉, 모든 $i \epsilon \Omega$에 대해서 $p_i = P_i$), 이 경우에는 구매자와 판매자 사이의 효율적 거래를 위해서 여러 제품들에 걸쳐 주문 주기의 최적 조정만으로도 충분하다.

1. 구매자의 분석

여러 제품에 걸친 구매의 조정 이전에, 제품 $i \ \epsilon \Omega$ 에 대한 구매자의 연간 구매비용은(Lal & Staelin 1984),

(1) $C_{i0} = D_i P_i + H_i \frac{Q_i}{2} + A_i \frac{D_i}{Q_i}$ 이며, 여기서

$D_i P_i$ = 제품 i 를 단위가격 P_i 로 D_i 개에 대한 구입가격,

$H_i \frac{Q_i}{2}$ = 구매자의 연간평균재고량 $\frac{Q_i}{2}$ 개의 유지 비용,

$A_i \frac{D_i}{Q_i}$ = 구매자의 연간 $\frac{D_i}{Q_i}$ 회 주문 비용이다.

따라서, 각각의 제품 $i \in \Omega$ 모두에 대한 구매자의 연간 총비용은,

(2) $C_0 = \sum_{i \in \Omega} C_{i0} = \sum_{i \in \Omega} \left(D_i P_i + H_i \frac{Q_i}{2} + A_i \frac{D_i}{Q_i} \right)$ 이다.

각 제품 $i \in \Omega$가 q_i 개인 주문으로서, I 개 제품들에 대한 구매의 조정을 생각해 보자.

구매자는 제품 $i \in \Omega$에 대해 D_i 단위 만큼의 연간 수요를 가지고 있으므로, 연간 주문회수는

(3) $N = \frac{D_i}{q_i}$ 가 된다.

제품들이 동시에 주문되기 때문에, 식 (3)은 구매자가 판매자로부터 구매하는 모든 제품들에 대해 만족되어야 한다. 제품 $b \in \Omega$를 임의의 어떤 제품이라 하면. 식 (3)으로부터,

(3-1) $N = \frac{D_b}{q_b}$ 이 된다.

따라서, 각 제품 $i \in \Omega$에 대한 주문량은 식 (3)과 식 (3-1)에 의해 제품 b의 주문량으로 표현될 수 있다. 즉, 식 (3)과 식 (3-1)으로부터

(4) $q_i = \frac{D_i}{N} = \frac{D_i}{D_b} q_b = k_i q_b$ 이며, 이 때

(5) 모든 $i \in \Omega$에 대해 $k_i = \frac{D_i}{D_b}$ 가 된다.

제품 i와 b 각각의 연간수요량의 비율 k_i는 제품에 대한 주문량에 의존하지 않는다.

따라서 식 (5)가 의미하는 바는 기준이 되는 제품(base product)에 대한 "최적"주문량인 q_b을 알면 다른 제품 $i \in \Omega$에 대한 "최적"주문량을 구체화하기에 충분하다는 것이다. 만약 구매자가 여러 제품들에 대한 구매 조정을 할 때 제품 $i \in \Omega$의 $q_i = k_i q_b$ 단위를 동시에 주문할 경우 구매자가 부담하는 연간비용은

(6) $C = \sum_{i \in \Omega} \left(D_i p_i + H_i \frac{q_i}{2} \right) + A \frac{D_b}{q_b}$ 이며 여기서,

$D_i p_i$ = 제품 i 를 단위가격 p_i 에 연간 D_i 단위만큼 구매하는 데 대한 구매자 비용,

$H_i \frac{q_i}{2}$ = 제품 i 에 대해 1 년동안 평균재고량 $\frac{q_i}{2}$ 만큼을 유지하는 데 대한 구매자 비용,

$A \frac{D_b}{q_b}$ = 연간 $\frac{D_b}{q_b}$회 주문에 대한 구매자 비용이다.

항등식 $D_i p_i = \frac{D_i}{D_b} D_b p_i = D_b k_i p_i$ 와 $H_i \frac{q_i}{2} = H_i \frac{k_i q_b}{2}$ 을 식 (6)에 대입하면 다음을 얻게 된다.

(6-1) $C = D_b \sum_{i \in \Omega} k_i p_i + \frac{q_b}{2} \sum_{i \in \Omega} k_i H_i + A \frac{D_b}{q_b}$ 그리고

(7) $p = \sum_{i \in \Omega} k_i p_i$ 이고

(8) $H = \sum_{i \in \Omega} k_i H_i$ 이라고 하자.

즉, p는 각 제품 $i \epsilon \Omega$의 k_i 단위에 대한 가격이고, H는 제품 $i \epsilon \Omega$의 k_i단위에 대한 구매자의 재고비용이라고 하자. 식 (6-1)에서 p 와 H로 대체하면,

(6-2) $C = p D_b + H \frac{q_b}{2} + A \frac{D_b}{q_b}$ 가 된다.

식(6-2)은 구조 면에서 식 (1)과 동일하다. 그러나, 식 (1)은 제품간 구매의 조정 전 단일 제품에 대한 구매자의 연간비용을 나타내는 반면, 식(6-2)은 구매정책 조정 후 제품들 전체에 대한 구매자의 연간비용을 나타낸다.

$\Delta C = C_0 - C$ 는 제품들간 구매의 조정 전(C_0)과 후(C) 구매자의 연간비용의 감소가 된다. 구매자는 조정으로 인해 연간 총비용이 감소할 때(즉, $\Delta C > 0$ 일 때)에만 조정된 구매정책을 선호한다. C_0(식 2)에서 C(식 6-2)를 빼면 ΔC에 대한 다음 식을 얻을 수 있다:

(9)

$$\Delta C = C_0 - C = \sum_{i \in \Omega} \left(D_i P_i + H_i \frac{Q_i}{2} + A_i \frac{D_i}{Q_i} \right) - \left(p D_b + H \frac{q}{2} + A \frac{D_b}{q_b} \right)$$

식(9)를 p에 대해 정리하고, $\frac{D_i}{D_b}$를 k_i로 바꾸면,

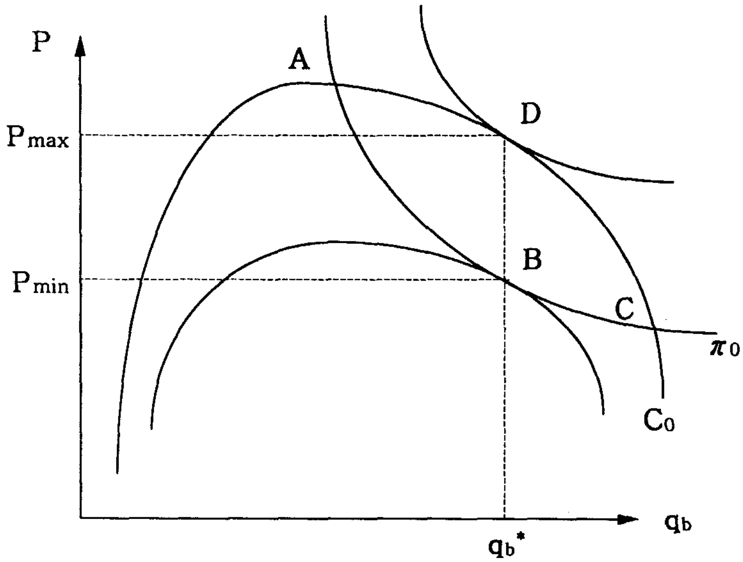
(10) $p = \sum_{i \in \Omega} \left(k_i P_i + \frac{H_i Q_i}{2 D_b} + \frac{A_i k_i}{Q_i} \right) - \left(\frac{H q_b}{2 D_b} + \frac{A}{q_b} + \frac{\Delta C}{D_b} \right)$ 가 된다.

식(10)에서 p는 q_b의 오목함수이며, $q_b = \sqrt{\frac{2A D_b}{H}}$ 에서 최대값을 갖는다.

각각의 ΔC 값에 대해, 식(10)은 공간 (q_b, p) 상 각각의 오목한 등비용곡선을 나타낸다(그림 1). 등비용곡선상의 각 점마다 1) 각각의 기준 제품(base product)에 대한 주문량 q_b (따라서 다른 제품들에 대한 주문량 $q_i = k_i q_b$)와 2) 각 제품 $i \epsilon \Omega$별로 k_i 단위를 합한 전체에 대한 단일가격 $p = \sum_{i \in \Omega} k_i p_i$ 가 존재한다. 등비용곡선이 더 낮게 위치할수록(즉, 등비용곡선이 원점에 더 가까울

수록) 더 높은 ΔC 값을 의미한다. 따라서 $\Delta C > 0$ 일 때, 판매자는 가능한 한 낮은 위치의 등비용곡선 상에서 실현 가능한 조정된 거래를 선택함으로써 가장 적은 비용을 부담하게 된다.

<그림 1> 조정된 파레토 효율적인 구매정책



2. 판매자의 분석

여러 제품에 걸친 구매 조정이 있기 전, 제품 i로부터의 연간 이윤은 다음과 같다(Lal and Staelin 1984).

(11) $\pi_{i0} = D_i(P_i - V_i) + h_i \frac{Q_i}{2} - a_i \frac{D_i}{Q_i} - FC_i$, 이며, 이때

$D_i(P_i - V_i)$:제품 i를 평균 단가 P_i로 D_i 수량만큼 판매할 때의 총 공헌이익,

$h_i \frac{Q_i}{2}$: $Q_i/2$의 연간 평균 재고량을 구매자에게 이전시킬 때 판매자의 비용 감소분,

$a_i \frac{D_i}{Q_i}$: 판매자의 D_i/Q_i 회 주문에 대한 처리비용이다.

제품 i로부터의 각각의 이윤을 합한, 여러 제품에 걸친 구매 조정 전의 판매자 총이윤은 다음과 같다,

(12) $\pi_0 = \sum_{i\in\Omega} \pi_{i0} = \sum_{i\in\Omega}[D_i(P_i - V_i) + h_i \frac{q_i}{2} - a_i \frac{D_i}{Q_i} - FC_i)]$

만일 구매자가 주문정책을 조정하여 제품 i 를 각각 $q_i = k_i\, q_b$ 만큼 동시에

주문하면, 판매자의 연간 이윤은 다음과 같다.

(13) $\pi = \sum_{i \in Q}[D_i(p_i - V_i) + h_i \frac{q_i}{2} - FC_i)] - a\frac{D_b}{q_b}$, 여기에서 D_ip_i: p_i의 단가로 D_i만큼을 판매할 때 제품 i 로부터의 수익 $h_i\frac{q_i}{2}$: $\frac{q_i}{2}$개의 제품 i가 구매자에게 이전됨으로써 생기는 판매자의 재고보유비용의 감소분,

$a\frac{D_b}{q_b}$: 판매자의 $\frac{D_b}{q_b}$회 주문처리비용이 된다.

생산일정 불변의 가정으로부터, 각 제품 i 의 고정비용 FC_i는 여러 제품에 걸쳐 구매 정책이 조정되어도 변하지 않는다.

다음의 항등식 $D_i = \frac{D_i}{D_b} D_b = k_iD_b$ 와 $q_i = k_iq_b$을 식 (13)에 대입하면 다음과 같다.

(13-1) $\pi = D_b\sum_{i \in Q}[k_i(p_i - V_i)] + \frac{q_b}{2}\sum_{i \in Q}(k_ih_i) - a\frac{D_b}{q_b} - \sum_{i \in Q}FC_i$, 그리고

(14) $h = \sum_{i \in Q}k_ih_i$ 는 각각의 제품 i 를 k_i 단위만큼 보유할 때 판매자의 재고보유비용이라고 하자. 식 (14)의 h와 식 (7)의 p를 식 (13-1)에 대입하면,

(13-2) $\pi = D_b(p_i - \sum_{i \in Q}k_iV_i) + h\frac{q_b}{2} - a\frac{D_b}{q_b} - \sum_{i \in Q}FC_i$ 이다.

식 (13-2)은 식 (11)과 같은 구조를 갖는다. 식 (11)이 개별 제품에 대한 판매자의 이윤이라면, 식 (13)은 여러 제품에 대해 조정된 거래에 대한 이윤을 가리킨다.

$\Delta\pi = \pi - \pi_0$ 를 구매 조정 전과 조정 후 판매자 이윤의 차이라 하자. 그렇다면 판매자는 $\Delta\pi > 0$ 인 경우 조정된 구매정책을 선호할 것이다. 식 (13-2)에서 식 (12)을 빼면,

(15) $\Delta\pi = \pi - \pi_0 = (D_bp + h\frac{q_b}{2} - a\frac{D_b}{q_b}) - \sum_{i \in Q}(D_iP_i + h_i\frac{Q_i}{2} - a_i\frac{D_i}{Q_i})$

식 (15)를 p에 대해 정리하고 $\frac{D_i}{D_b}$를 k_i로 대치시키면

(16) $p = \frac{\Delta\pi}{D_b} - h\frac{q_b}{2D_b} + \frac{a}{q_b} + \sum_{i \in Q}(k_iP_i + h_i\frac{Q_i}{2D_b} - a_i\frac{k_i}{Q_i})$

식 (16)은 볼록한 모양의 q_b에 대한 연속감소함수이다. 식 (16)에서 각각의 $\Delta\pi$ 값은 (q_b, p) 공간상에서 하나의 등이윤곡선에 대응된다. 즉 등이윤곡선상의 각 점들은 제품 b 에 대한 주문량 q_b (따라서 각각의 i에 대해서 주문량 $q_i = k_iq_b$이다) 와 제품 i 각각의 k_i 단위들에 걸친 가격 p에 해당된다. $\Delta\pi$ 가 더 큰 값을 가

질수록 등이윤곡선은 더 높은 곳에 위치한다(즉 그림 1의 원점에서 더 멀어진다). 따라서 $\Delta\pi > 0$ 인 한, 판매자는 가능한한 가장 높은 위치의 등이윤곡선 상에서 조정된 거래가 선택될 때 가장 큰 이윤을 얻게 된다.

3. 파레토 효율적인 거래

만일 $\Delta C=0$ 인 경우 식 (10)은 구매정책의 조정 후 구매자의 연간비용이 조정 전과 같게 되는 경우의 등비용곡선이 된다. 마찬가지로 만일 $\Delta\pi=0$ 이면 식 (16)은 구매정책의 조정 후 판매자의 연간 이윤이 조정 전과 같은 경우의 등이윤곡선이 된다. 이 두 곡선은 두 지점에서 교차하는데, 교차점에서의 제품 b의 주문량은 각각

(18) $q_b = X + \sqrt{X^2 - (A+a)\dfrac{2D_b}{H-h}}$,

(19) $q_b = X - \sqrt{X^2 - (A+a)\dfrac{2D_b}{H-h}}$ 이며, 이 때

(20) $X = \dfrac{1}{H-h} \sum_{i \in Q} [\, \dfrac{D_i}{Q_i}(A_i + a_i) + \dfrac{Q_i}{2}(H_i - h_i)]$ 이다.

등비용곡선 C_0와 등이윤곡선 π_0의 교차점에서 q_b가 실수값을 갖는다면, 식 (18)과 (19)에서 제곱근 안의 항들은 음수가 아니어야만 한다. 즉 두 곡선이 교차하기 위해서는 다음의 조건

(21) $X^2 \geq (A+a)\dfrac{2D_b}{H-h}$ 이 만족되어야 한다.

여기서 X^2은 항상 양수이므로, $H < h$ 이면 식 (21)의 우항은 항상 음의 값을 가지므로 식 (21)의 조건이 만족되게 된다. 그러나 뒤에서 증명되겠지만 $H < h$ 는 여러 제품에 걸친 구매의 조정에 있어서 실현 불능(infeasible)이다.
만일 $H > h$ 이면 X와 H-h는 모두 양의 값을 가지며 식 (21)의 조건은

(21-1) $X \geq \sqrt{(A+a)\dfrac{2D_b}{H-h}}$ 와 동일하다.

이 경우 식 (18)과 (19)에서 q_b 는 양의 값을 가지므로, $H > h$ 이면서 식 (21)의 조건이 만족되면, 등비용곡선 C_0는 등이윤곡선 π_0와 교차한다. 식 (21-1)이 만족되기 위한 조건은 구매자와 판매자가 부담하는 거래비용(유지 및 주문/주문처리 비용)이 여러 제품에 대한 구매 조정 후 더 작아야만 한다는 것인데,

이는 부록에 제시되어 있다.

앞에서도 지적되었듯이, 더 낮은 위치의 등비용곡선은 구매자가 더 적은 비용을 부담한다는 것이고, 더 높은 위치의 등이윤곡선은 판매자가 더 큰 이윤을 얻는다는 것이다. 따라서 (그림 1)의 곡선 A-D-C와 A-B-C 내의 모든 점들에서는 여러 제품에 걸친 구매를 조정함으로써 구매자는 더 적은 비용을 부담하고, 판매자는 더 많은 이윤을 얻게 된다. 따라서 여러 제품에 걸친 구매 정책의 조정이 실현가능하기 위해서는, H > h이면서 조정 전보다 조정 후 구매자-공급자의 재고 비용이 더 작아야만 한다.

등비용곡선과 등이윤곡선에 대한 식 (10)과 (16)의 구조는 단일 제품의 효율적 거래에 해당하는 등비용곡선과 등이윤곡선의 구조와 동일하다(Kohli and Park 1989). 단일 제품에 대한 경우에서와 마찬가지로, 그림 1에서 A-B-C-D-A은 등비용곡선과 등이윤곡선이 접하는 영역으로서 파레토 효율적인 조정된 거래들의 집합이며, 이 거래들은 다른 모든 조정된 거래와 조정되지 않은 거래들을 지배한다.

식 (10)으로부터 등비용곡선의 기울기는 $\frac{A}{q_b^2}-\frac{H}{2D_b}$ 이며,

식 (16)으로부터 등이윤곡선의 기울기는 $-\frac{a}{q_b^2}-\frac{h}{2D_b}$ 이다. 따라서 두 곡선의 기울기가 같으면, 즉

(22) $\frac{A}{q_b^2}-\frac{H}{2D_b}=-\frac{a}{q_b^2}-\frac{h}{2D_b}$ 이면 두 곡선은 접하게 된다. 식(22)를 정리하면

(22-1) $q_b^*=\sqrt{\frac{2D_b(A+a)}{(H-h)}}$ 으로서, 이는 여러 제품에 걸쳐 구매 조정 후 파레토 효율적인 로트규모 주문량이 된다. H > h일 경우에만 q_b^*가 실수값이 되며, 이는 여러 제품에 걸친 구매의 조정이 가능하기 위한 필요조건이다. 식 (4)로부터 $q_i = k_i q_b$ 이다. 따라서 여러 제품에 걸친 구매의 조정을 통해서 거래의 경제적 효율성을 극대화하기 위해서는 구매자는 반드시 각 제품 i를

(23) $q_i^*=k_iq_b^*=k_i\sqrt{\frac{2D_b(A+a)}{(H-h)}}$ 만큼 동시에 주문해야 한다.

$k_i=\frac{D_i}{D_b}$, $H=\sum_{i\in Q}k_iH_i$, $h=\sum_{i\in Q}k_ih_i$ 이므로 식 (23)에 대입하면

(23-1) $q_i^* = D_i\sqrt{\dfrac{2(A+a)}{\sum_{i\varepsilon\Omega} D_i(H_i - h_i)}}$ 이며, 이는 여러 제품에 걸친 거래의 효율성을 극대화시키는, 개별 제품 i 에 대한 주문량이다. 파레토 효율적인 조정된 거래에 있어서의 주문량은 수직선 q = q_b^*에서 위로는 등비용곡선 C_0 와 아래로는 등이윤곡선 π_0 사이의 부분에 해당된다(그림 1 참조). 따라서 p의 최대값은 q = q_b^* 와 등비용곡선 C_0 가 교차하는 지점에서이므로, 식 (10)에서 P_{max} 는 $\Delta C=0$ 으로 놓음으로써 구할 수 있다.

(10-1) $$P_{max} = \Sigma\left(k_iP_i + \frac{H_i Q_i}{2D_b} + \frac{k_iA_i}{Q_i}\right) - \frac{H' q_b^*}{2D_b} + \frac{A}{q_b^*}$$

마찬가지로 p의 최소값은 q = q_b^* 와 등이윤곡선 π_0 가 교차하는 지점에서이므로, 식 (16)에서 P_{min} 는 $\Delta\pi=0$ 으로 놓음으로써 구할 수 있다.

(16-1) $$P_{min} = -h\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{a}{q_b^*} + \sum_{i\varepsilon\Omega}\left(k_iP_i + h_i\frac{Q_i}{2D_b} + k_i\frac{a_i}{Q_i}\right)$$

따라서 p ε [P_{min}, P_{max}]일 때, (q_b^*, p)의 쌍은 I 개의 제품에 대해, 각각 q_i^* 단위를 총가격 pq_b^* 에 주문하는, 실행가능한 파레토 효율적 거래를 의미한다. 파레토 효율적인 조정된 거래를 하는 것이 구매자와 판매자 모두에게 제품을 개별적으로 거래하는 것보다 더 유리하므로, 구매자와 판매자는 조정된 효율적 거래를 하는 데 동의할 것이다. 여기서 어떤 거래가 선택되느냐는 가격 책정 시스템에 달려 있다. Lal과 Staelin(1984), Dada 와 Srikanth(1987)의 모형에서와 같이, 판매자가 가격을 정할 경우 판매자는 가격을 가능한 한 P_{max} 에 가깝도록 정할 것이고, 이때 구매자의 비용절감분은 여러 제품에 걸쳐 조정된 거래로 전환하도록 할 만큼의 크기이다. 이와 반대로 Kohli와 Park(1989)의 모형에서와 같이 구매자와 판매자가 가격 협상을 할 경우, 협상 가격은 구매자와 판매자의 효용함수와 교섭력에 달려 있다.

협상가격의 문제를 논하면 조정 전의 원래 가격 하에서 구매자의 주문량만 변화시키면서도 파레토 효율적인 조정된 거래가 가능할 수 있을까? 어떤 경우에는 원래의 가격 하에서도 파레토 효율적인 조정된 거래가 가능할 수 있다.

원래의 가격 Pi가 구매정책의 조정 후에도 실현 가능이기 위해서, 개별 제품 i 각각의 k_i 단위에 걸친 가격 $P = \sum_{i\varepsilon\Omega} k_i P_i$ 는 파레토 효율적 구매정책에 대응해야 한다. 즉 반드시 $P_{max} \geq P \geq P_{min}$이어야 한다. 식 (16-1)로부터 $P \geq P_{min}$ 는

(24) $\sum_{i \in \Omega} k_i P_i \geq -h\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{a}{q_b^*} + \sum_{i \in \Omega} (k_i P_i + h_i \frac{Q_i}{2D_b} + k_i \frac{a_i}{Q_i})$

이며, 이는 다시

(24-1) $-h\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{a}{q_b^*} \leq \sum_{i \in \Omega}(-h_i \frac{Q_i}{2D_b} + k_i \frac{a_i}{Q_i})$ 이다.

마찬가지로 식 (10-1)에서 $P_{max} \geq F$ 는

(25) $\sum_{i \in \Omega} k_i P_i \leq \sum_{i \in \Omega} (k_i P_i + H_i \frac{Q_i}{2D_b} + k_i \frac{A_i}{Q_i}) - (H\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{A}{q_b^*})$

이며, 이는 다시

(25-1) $H\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{A}{q_b^*} \leq \sum_{i \in \Omega}(H_i \frac{Q_i}{2D_b} + k_i \frac{A_i}{Q_i})$ 이다.

부등식 (24)와 (25)의 좌우 각 항을 더하면

(26)

$(H-h)\frac{q_b^*}{2D_b} + \frac{(A+a)}{q_b^*} \leq \sum_{i \in \Omega} [(H_i - h_i)\frac{Q_i}{2D_b} + k_i \frac{(A_i + a_i)}{Q_i}]$ 이

다.

식 (26)에서 q_b^*에 대해 식 (22)로 대치시키고 양변에 $\frac{D_b}{H-h}$를 곱하면 다

음과 같다.

(26-1) $\frac{1}{H-h} \sum_{i \in \Omega}[(H_i - h_i)\frac{Q_i}{2} + D_i \frac{(A_i + a_i)}{Q_i}] \geq \sqrt{\frac{2D_b(A+a)}{H-h}}$

식 (26-1)의 좌항은 식 (20)에서 정의되어진 X 이므로 식 (26-1)을 다시 정리하면 다음과 같다.

(26-2) $X \geq \sqrt{2D_b \frac{(A+a)}{H-h}}$

식 (26-2)는 효율적인 조정된 거래의 실행가능조건과 동일하다. 따라서 원래 가격이 $P = \sum_{i \in \Omega} k_i P_i$ 로서 P_{min}과 P_{max} 사이에 존재한다면 원래의 가격에서 파레토 효율적인 조정된 거래가 가능하다. 그러나 원래 가격 P_i가 P_{max} 보다 크

거나 P_{min} 보다 작다면 그 가격하에서는 파레토 효율적인 거래가 이루어질 수 없다. 그럴 경우 각 제품 i 의 k_i 단위들에 걸친 가격이 P_{max} 와 P_{min} 사이에 들도록 하기 위해, 개별 제품들의 가격들은 변화되어야만 한다. 따라서 원래의 가격은 식 (21)의 여러 제품에 걸친 조정된 파레토 효율적인 거래의 조건과 모든 경우는 아니더라도 부합할 수 있다.

만일 원래의 가격에서 파레토 효율적인 조정된 거래가 실현 가능하다 하더라도, 구매자와 판매자가 반드시 그 가격에 머물러 있는 것은 아니다. 우리가 가정한 완전 정보의 상황에서는, 구매자와 판매자 모두 효율적 거래가 가능한 가격 p의 범위를 알고 있으므로 가격 협상을 하게 되는데, 구매자는 P_{min}을, 판매자는 P_{max}에 가까운 가격을 선호할 것이다. 이러한 협상의 성격과 본질에 대해서는 협상 관련 문헌에서 광범위하게 연구되었다(예를 들면 Roth 1979, 1988, 그리고 Eliashberg 1986 등). 구매자와 판매자의 효용함수가 주어졌을 때, 여러 대안적인 협상 모형들에 의해 협상 가격 p가 결정될 수 있다(예를 들면, Nash 1950, Kalai and Smordinsky 1975).

P_{max} 와 P_{min} 사이에서 어떤 한 가격 p가 주어졌을 때, 단일 제품에 대한 수량 할인에서와 같이, 파레토 효율적인 조정된 구매 정책을 보장하는 가격 결정 체계가 존재할 것인가? 만일 원래의 가격에서 파레토 효율적인 구매가 가능하고 구매자와 판매자가 그 가격을 유지하기로 동의한다면, 파레토 효율적인 주문량으로 거래를 하게 되고 구매자와 판매자 어느 쪽도 조정된 구매 정책으로부터 일방적으로 이탈할 동기가 없다. 그러나 원래의 가격이 파레토 효율 조건에서 벗어나거나 구매자와 판매자가 가격을 협상한다면, 협상 내용이 이행되기 위한 가격 결정 절차가 필요하다. 이 중 하나는 p의 정의로부터 바로 도출되는 혼합 결합형 묶음(mixed joint bundling)이다(Guiltinan 1987). 여기서 판매자는 구매자에게 각 제품을 개별적으로 구입하든지 아니면 묶음으로 구입하라는 제안을 한다. 각각 k_i 개씩 구성되는 묶음의 협상 가격은 p로 책정된다. 이와 조금 다른 또 하나의 메카니즘은 혼합 선도형 묶음(mixed leader bundling)이다. 이 경우 판매자는 선도제품에 대해 고정가격으로 구매자에게 할인을 제공한다. 혼합 선도형 묶음은 다음의 두 조건이 만족되는 한, 파레토 효율적인 여러 제품에 걸쳐 조정된 구매가 된다. a) 각각 k_i 개씩의 제품에 걸친 총가격이 P_{min}과 P_{max} 사이에 있고 b) 개별 제품의 할인가격이 원래의 가격 P_i보다 작다. 이 두 종류의 묶음에 대해 구매자는 제품의 개별적 구입보다 조정된 구매를 더 선호할 것이다.

4. 주문비용이 증가하는 경우

이전까지의 분석에서는 판매자의 주문처리비용과 구매자의 주문비용이 구매

정책의 조정 전과 후의 경우 일정하다고 가정하였다. 그러나 많은 경우 비용은 주문량에 따라 변동한다. 예를 들어 주문량 증가에 따라 단위당 선적비용은 감소한다. 여기서는 Lal과 Staelin(1984)를 따라서 주문비용을 이차 함수로 모형화하기로 한다.

구체적으로 보면 구매정책의 조정 전 구매자의 제품 i 에 대한 주문비용은

(27-1) $A_i = \alpha_i + \beta_i Q_i + \gamma_i Q_i^2$ 라고 하자.

마찬가지로 구매정책의 조정 전 판매자의 주문처리비용은

(27-2) $a_i = \delta_i + \rho_i Q_i + \phi_i Q_i^2$ 라고 하자.

이차함수형태를 가정하면 주문비용과 주문처리비용의 모형화가 상당히 유연해진다.

만일 $\alpha_i > 0$, $\delta_i > 0$ 이고 $\beta_i = \gamma_i = \rho_i = \phi_i = 0$ 이면 주문비용과 주문처리비용은 이전의 분석에서와 같이 상수값이 된다. 만일 $\gamma_i = \phi_i = 0$ 이면 β_i 와 ρ_i 의 부호에 따라 주문량에 따라 선형 증가 또는 선형 감소하게 된다. 모든 계수가 영이 아닌 가장 일반적인 경우 각 비용함수의 계수의 부호에 따라 비용은 체증형식으로 증가하거나 체감형식으로 증가하게 된다.

조정후 주문비용과 주문처리비용은 총주문량의 이차함수 형태로 모형화될 수 있다.

(28-1) $A = \alpha + \beta \sum_{i \in \Omega} q_i + \gamma (\sum_{i \in \Omega} q_i)^2$

(28-2) $a = \delta + \rho \sum_{i \in \Omega} q_i + \phi (\sum_{i \in \Omega} q_i)^2$

단순화를 위해서 식 (28-1)와 (28-2)은 주문비용과 주문처리비용은 주문항목의 구성이 아니라 조정된 주문의 총 규모에 따라 결정된다고 가정한다.

구매자의 등비용곡선에 대한 식은 식 (27-1)와 (27-2)의 A_i와 A를 식 (10)에 대입하여 얻을 수 있다. 그리하여 얻은 식은 다시 다음의 식 (29)로 축약되는데,

(29) $p = \sum_{i \in \Omega} (k_i P'_i + \frac{A'k_i}{Q_i} + \frac{H'_i Q_i}{2D_b}) - (\frac{A'}{q_b} + \frac{H' q_b}{2D_b} + \frac{\Delta C'}{D_b})$, 이 때

$P'_i = P_i + \beta_i$, $A'_i = \alpha_i$, $A' = \alpha$, $H'_i = H_i + 2\gamma_i D_i$, $H' = H + 2D_b \gamma (\sum_{i \in \Omega} k_i)^2$

$\Delta C' = \Delta C + \beta D_b \sum_{i \in \Omega} k_i$ 이다. 식 (29)의 구조는 일정한 주문비용을 가정한 등비용곡선의 식인 식 (10)의 구조와 동일하다.

마찬가지로 판매자의 등이윤곡선에 대한 식은 식 (27-2)와 (28-2)의 a_i 와 a를 식 (16)에 대입하여 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 식은 다음의 식 (30)으로 축

약되는데,

$$(30)\quad p = \frac{\Delta\pi'}{D_b} - \frac{h'q_b}{2D_b} + \frac{a'}{q_b} + \sum_{i\in\Omega}\left(k_iP_i'' - \frac{a_i'k_i}{Q_i} + \frac{h_i'Q_i}{2D_b}\right) \text{ 이 때}$$

$$P_i'' = P_i - \rho_i,\ a_i' = \delta_i,\ a' = \delta,\ h_i' = h_i - 2\phi D_i,\ h' = h - 2D_b\phi(\sum_{i\in\Omega}k_i)^2$$

, $\Delta\pi' = \Delta\pi + \rho D_b \sum_{i\in\Omega} k_i$ 이다.

식 (30)의 구조는 주문비용이 일정한 경우의 등이윤곡선인 식 (16)의 구조와 동일하다. 따라서 수식의 항들을 적절히 대체하면, 주문비용과 주문처리비용이 증가하는 경우에도 등비용함수와 등이윤함수는 비용이 일정한 경우에서와 같이 동일한 구조를 갖는다. 그러므로 주문비용과 주문처리비용에 대해 이차함수를 도입한 경우의 분석도 결국 비용이 일정한 경우의 분석으로 환원될 수 있다. 따라서 실질적 결과는 동일한데 즉 여러 제품에 걸친 구매의 조정은 특정 조건 하에서만 실행 가능하고, 원래가격 하에서도 가능할 수 있지만 때로는 가격의 변경이 필요할 수도 있으며, 판매자가 제공하는 묶음제품을 통해 실행되며, 이는 구매자의 주문량이 되며, 개별 제품들의 가격과는 독립적이다.

III. 결 론

최근에 수많은 학자들이 구매자와 판매자 사이의 거래의 효율성 증진을 위해 많은 모형을 연구하였다. 이의 연장선상에서 본 논문은 구매자가 한 판매자로부터 여러 종류의 제품을 구입할 경우 개별 제품 거래의 효율성을 최대화하는 것보다 여러 제품들에 걸쳐 제품구매를 조정함으로써 더 큰 거래의 효율성을 얻을 수 있다는 것을 밝혔다. 그리고 개별 제품의 효율적 거래를 위해 제품가격의 변화가 필요하지만(Lal and Staelin 1984), 원래의 가격 하에서도 여러 제품에 걸쳐 조정된 효율적인 구매가 가능하다는 것을 밝혔다. 원래 가격 하에서 거래의 효율성이 달성되지 않거나 구매자와 판매자가 서로 가격을 교섭할 경우, 제품묶음을 통해서 구매자와 판매자는 여러 제품에 걸쳐 조화된 효율적인 거래를 할 수 있다는 것을 보였다. 따라서 단일 제품의 경우에 있어 수량 할인과 같이, 제품묶음은 판매자나 구매자가 여러 제품에 걸쳐 조정된 구매정책으로부터 이탈할 유인을 갖지 않도록 하는 메카니즘이다.

참 고 문 헌

Dada,Maqbool and K.N.Srikanth(1987), "Pricing Policies for Quantity Discounts," *Management Science*, 33, 1247-52.

Dolan,Robert J.(1978), "A Normative Model of Industrial Buyer Response to Quantity Discounts," in *Research Frontiers in Marketing: Dialogues and Directions*, S.C. Jain (Ed.), American Marketing Association, Chicago, .

Eliashberg,Jehoshua(1986), "Arbitrating a Dispute: A Decision Analytic Approach," *Management Science*, 32 , 963-74.

Guiltitan,Joseph P.(1987), "The Price Bundling of Services: A Normative Framework," *Journal of Marketing*, 51 , 74-85.

Kalai,Ehud and Dov Smordinsky(1975), "Other Solutions to Nash's Bargaining Problem," *Econometrica*, 43 , 513-18.

Karp,Richard M.(1975), "On The Computational Complexity of Combinotorial Problems," *Networks*, 5 , 45-68.

Kohli,Rajeev and Heungsoo Park(1989), "A Cooperative Game Theory Model of Quantity Discounts," *Management Science*, 35 , 693-707.

Lal,Rajiv and Richard Staelin(1984), "An Approach for Developing an Optimal Discount Pricing Policy," *Management Science*, 30 , 1524-39.

Lee,Hau L. and Meir J. Rosenblatt(1986), "A Generalized Quantity Discount Pricing Model to Increase Supplier's Profits," *Management Science*, 32 , 1177-85.

Nash John F. Jr.(1950), "The Bargaining problem," *Econometrica*, 18 , 155-62.

Roth,Alvin E.(1979), *Axiomatic Models of Bargaining*, Lecture Notes in Econometrics and Mathematical Systems, N0. 170, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York .

Roth,Alvin E.(1988), Lecture Notes on Axiomatic Models of Bargaining, Economics Department, University of Pittsburg.

부 록

(20) $X = \frac{1}{H-h} \sum_{i \in \Omega} [\frac{D_i}{Q_i} (A_i + a_i) + \frac{Q_i}{2} (H_i - h_i)]$일 경우 다음의 조건

(21-1) $X \geq \sqrt{(A+a)\frac{2D_b}{H-h}}$ 을 해석해 보자.

식 (21-1)에 X 대신 대입하고 양변에 (H-h)를 곱하면

(A1) $\sum_{i \in \Omega} [\frac{D_i}{Q_i} (A_i + a_i) + \frac{Q_i}{2} (H_i - h_i)] \geq \sqrt{2(A-a)(H-h)D_b}$ 이다.

식 (A1)과 따라서 식 (21-1)에서, 구매자와 판매자간 총거래비용은 제품간 구매조정 후에 더 작아야 한다.

$\frac{D_i}{Q_i}$ 는 구매 조정 전 구매자의 주문회수이므로, $\frac{D_i}{Q_i} (A_i + a_i)$ 는 제품 i ε Ω 에 대한 구매자의 주문비용과 판매자의 주문처리비용의 합이다. 이를 각 제품 i ε Ω 별로 모두 합하면

(A2) $\sum_{i \in \Omega} \frac{D_i}{Q_i} (A_i + a_i)$ 인데, 이는 구매 조정 전 구매자의 주문비용과 판매자의 주문처리비용의 총합이 된다. 또한 판매자는 연평균 $\frac{Q_i}{2}$ 단위의 재고량을 구매자에게 이전하므로, 연간 구매자는 제품 i 에 대해 재고유지비용 $H_i \frac{Q_i}{2}$ 를 부담하고 판매자는 $h_i \frac{Q_i}{2}$ 만큼의 재고보유비용을 절감한다. 따라서 제품 i 에 대해 판매자-구매자 시스템의 재고유지비용은 $\frac{Q_i}{2} (H_i - h_i)$ 이며, 구매자가 판매자로부터 구매하는 총 I 개의 제품에 대해서는

(A3) $\sum_{i \in \Omega} \frac{Q_i}{2} (H_i - h_i)$ 이다. 식 (A2)와 식 (A3)을 더하면

(A4) $\sum_{i \in \Omega} [\frac{D_i}{Q_i} (A_i + a_i) + \frac{Q_i}{2} (H_i - h_i)]$ 인데, 이는 조정 전 구매자와 판매자의 총거래비용이다. 식 (A4)는 식 (A1)의 좌항과 동일하다.

구매자와 판매자간 구매조정후 판매자는 기준제품 b 에 대해 $q_b^* = \sqrt{\dfrac{2D_b(A+a)}{(A+a)}}$

단위의 주문을 하므로 연간으로

(A5) $\dfrac{D_b}{q_b^*} = \sqrt{\dfrac{(H-h)D_b}{2(A+a)}}$ 회의 주문을 하게 된다. 따라서 조정된 거래에 대한 구매자의 주문비용은 $A\dfrac{D_b}{q_b^*} = A\sqrt{\dfrac{(H-h)D_b}{2(A+a)}}$ 이며 판매자의 주문처리비용은 $a\dfrac{D_b}{q_b^*} = a\sqrt{\dfrac{(H-h)D_b}{2(A+a)}}$ 이며, 구매자-판매자 시스템의 주문/주문처리 총비용은 (A6) $(A+a)\dfrac{D_b}{q_b^*} = \sqrt{\dfrac{(H-h)D_b(A+a)}{2}}$ 이다. 또한 구매 조정 후 제품 i 에 대해 판매자는 평균 $\dfrac{k_i q_b^*}{2}$ 단위의 재고를 구매자에게 이전한다. H(h) 는 제품 i 별로 각각 k_i 단위에 걸친 구매자(판매자)의 재고유지비용이므로, 구매자는 연간 평균 $H\dfrac{q_b^*}{2}$ 의 재고유지비용을 부담하고, 판매자는 $h\dfrac{q_b^*}{2}$ 만큼의 재고유지비용을 줄이게 된다. 따라서 구매자-판매자 시스템의 총재고유지비용은

(A7) $(H-h)\dfrac{q_b^*}{2} = \sqrt{\dfrac{(H-h)D_b(A+a)}{2}}$ 이다. 식 (A6)과 식 (A7)을 더하면

(A8) $\sqrt{2(H-h)D_b(A+a)}$ 인데, 이는 구매 조정 후 구매자와 판매자의 총거래비용인 것이다. 식 (A8)은 식 (A1)의 우항과 동일하다. 따라서 식 (21-1)에서 구매 조정 후 구매자와 판매자의 총거래비용은 조정 전보다 작아야 한다.

Abstract

Recent research has examined how changing a buyer's purchasing policy can improve the efficiency of buyer-seller transactions for a single product. This paper extends the analysis to consider transactions involving multiple products. We show that under certain conditions, coordinating purchases across products is more efficient for the buyer and the seller than maximizing transctions efficiency for each separate product. In contrast to the single product case, the original prices of the products sometimes can support efficient, coordinated transactions across products. Mechanisms like quantity discounts, which are necessary to enforce efficient transactions for a single product, are therefore not always necessary for efficient, coordinated transactions of multiple products. When such mechanisms are required, we show that product bundling by the seller can be used to maximize transactions efficiency across products.