

論文96-33B-1-15

Shell 분할 기반 CMA

(Shell Partition-based Constant Modulus Algorithm)

李基憲*, 朴來弘*, 朴在赫**, 李炳旭**

(Gi Hun Lee, Rae-Hong Park, Jae Hyuk Park, and Byung-Uk Lee)

요 약

널리 사용되는 blind 등화 알고리즘의 하나인 constant modulus algorithm (CMA)은 등화기 출력신호의 2차 통계 특성을 이용하여 채널을 등화한다. Quadrature amplitude modulation (QAM) 신호와 같은 다중레벨을 갖는 신호에 대한 CMA의 성능은 모든 신호의 전력을 하나의 modulus에 투영시켜 등화함에 따라 성능이 떨어지게 된다. 본 논문에서는 QAM 시스템에 대한 등화성능을 개선시키기 위해 오차크기에 따른 shell 분할방법을 제안하였다. 등화기 출력신호의 분포를 가우시안으로 가정하여, 등화기 출력신호전력의 분포가 noncentral χ^2 분포를 이룸으로부터 maximum likelihood 추정에 의한 결정경계를 구했다. 결정경계에 의해 분리되는 각 shell이 하나의 modulus를 가짐에 착안하여 제안한 CMA는 다중 modulus 등화시스템을 구성한다. 32-QAM과 64-QAM 신호에 대한 전산모의실험을 통하여 제안한 알고리즘이 효과적임을 보였다.

Abstract

The constant modulus algorithm (CMA), one of the widely used blind equalization algorithms, equalizes channels using the second-order statistic of equalizer outputs. The performance of the CMA for multi-level signals such as the quadrature amplitude modulation (QAM) signal degrades because the CMA maps all signal power onto a single modulus. In this paper, to improve the equalization performance of a QAM system, we propose a shell partitioning method based on error magnitude. We assume the probability distribution of an equalizer output as Gaussian, and obtain decision boundaries by maximum likelihood estimation based on the fact that the distribution of the equalizer output power is noncentral χ^2 . The proposed CMA constructs a multi-moduli equalization system based on the fact that each shell separated by decision boundaries employs a single modulus. Computer simulation results for 32-QAM and 64-QAM show the effectiveness of the proposed algorithm.

* 正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Sogang Univ.)

** 正會員, 大宇電子(株) 映像研究所

(Daewoo Electronics Co., Ltd., Video Research Center)

※ 본 연구는 대우전자(주) 연구비 지원에 의해 수행되었음

接受日字: 1995年5月19日, 수정완료일: 1995年12月28日

I. 서론

적응등화기 (adaptive equalizer)^[1]는 시간에 따라 변하는 채널의 특성을 적응적으로 보상하는 것으로 채널 전달함수 (transfer function)의 역함수를 추정하여 원신호 (original signal)를 복원하는 시스템이다. 적응등화 알고리즘으로는 least mean squares (LMS)나 recursive least squares (RLS) 알고리즘이 많이 사용된다.^[2] 일반적으로 적응등화기는 실

제 정보를 전송하기 앞서, 알려진 기준신호 (reference signal)를 수신단에 전송한다.^[3,4] 즉 기준신호를 이용하여 적응등화기의 탭 계수를 최적에 가깝게 조정해서 실제 정보를 전송할 때 채널에 의한 신호의 열화 (degradation)를 줄인다. 기준신호를 전송하는 방법은 채널등화의 대표적인 방법으로, 채널에 의한 수신신호의 열화로부터 원신호의 복원 성능이 좋다. 그러나 기준신호를 전송하기 위해서는 수신단에 이를 위한 회로가 추가되기 때문에 비용이 더 들고 기준신호의 전송이 어려운 경우에는 사용하기 부적절하다. 하나의 송신단에 여러 사용자가 존재하는 방송 시스템의 경우 훈련기간 (training period)내에 등화가 이루어져야 하나 일반적으로 각각의 사용자가 이용하는 시간이 다르므로 다시 기준신호를 전송하거나 사용자가 기준신호가 전송될 때까지 기다려야 하는 단점이 있다. 이와 같이 기준신호를 사용하는 것이 부적절할 경우 blind 등화 알고리즘을 이용하여 채널 등화를 할 수 있다. Blind 등화에는 고차 통계 특성 (high order statistics)을 이용하는 알고리즘^[5]과 수정 오류신호 알고리즘 (modified error signal algorithm)^[6]이 있다. 전자는 채널 출력의 2차이상의 통계 특성을 이용하는 알고리즘인데 계산이 복잡하기 때문에 실시간 등화가 어려워 빠른 시간내의 등화를 필요로 하는 통신시스템에서는 사용하기 어렵다. 후자는 LMS와 유사한 알고리즘으로 LMS 알고리즘에서 비용함수 (cost function)가 기준신호를 포함하는 것과 달리 원신호의 통계적 특성을 등화에 이용한다.

Blind 등화는 LMS나 RLS 등에 비해 연구 역사가 짧으나 기준신호없이 등화가 가능하고 잡음에 민감하지 않은 장점을 가지기 때문에 최근 많이 연구되고 있다. High definition television (HDTV)의 통합 환경 시스템인 Grand Alliance (G-A) 시스템에서는 airplane flutter와 같이 순간적으로 채널의 특성이 크게 변할 때 적절히 보상하기 위해 blind 등화^[7]의 채택을 고려하고 있으며 최근 전송대역의 효율적 이용이 관심을 끌게됨에 따라 blind 등화에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히 constant modulus algorithm (CMA)은 위상의 변화가 등화에 영향을 주지 않으므로 HDTV에서 초기등화시 사용을 고려하고 있으며 CMA로 초기등화할 경우 등화가 어느 정도 이루어 졌을 때 직접결정 (decision-directed) 모드^[8]로 전환하여 보다 정확한 등화를 할 수 있도록 한다.

CMA에서 직접결정 모드로의 전환은 매우 신중하게 이루어져야 하는데 결정오차가 클 경우의 전환은 직접결정 모드에서의 수렴을 어렵게 하는 요인이 될 수 있으며 오차의 크기가 작아질 때까지 기다린 후의 전환은 전체 수렴속도를 느리게 하는 요인이 된다. 또한 CMA의 수렴특성은 신호 성좌 (signal constellation)에 따라 달라질 수 있는데 phase shift keying (PSK)과 같이 constant modulus를 만족하는 신호 성좌에서의 CMA의 수렴은 constant modulus를 만족하지 않는 quadrature amplitude modulation (QAM) 신호에 비해 빠르며 정상상태에서의 오차가 작다. 본 논문에서는 다중레벨 신호인 QAM 신호에 대한 정상상태에서의 오차를 작게 하고 보다 빠르며 안정적으로 직접결정 모드로 전환할 수 있는 CMA의 변형 알고리즘을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 II장에서 blind 등화에 관해 간략히 설명하고 III장에서 CMA와 CMA의 변형 알고리즘인 dual-mode CMA의 계수갱신식과 modulus 결정 등을 알아본다. IV장에서 shell 분할 기반 CMA를 제안하고 이의 특성을 알아본다. V장에서 전산모의실험을 통해 기존의 CMA 방법과 dual-mode CMA, 그리고 제안한 shell 분할 기반 CMA 방법의 성능을 평가하고 끝으로 VI장에서 결론을 맺었다.

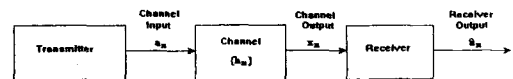


그림 1. 채널 등화시스템

Fig. 1. Channel equalization system.

II. Blind 등화

그림 1은 일반적인 채널 등화시스템을 나타낸다. 전송단에서 전달된 입력신호 a_n 이 채널 h_n 을 통과하여 수신단에 전달되며 등화기 입력신호 x_n 이 등화와 결정을 통해 \hat{x}_n 으로 검출된다. 일반적으로 blind 등화기의 구조는 가장 단순하며 구현하기 쉬운 횡단선 (transversal) 필터로 이루어지며 LMS와 유사한 방법으로 계수를 갱신한다. 그림 2는 blind 등화기의 블럭선도를 나타내며 LMS 알고리즘과의 차이점은 zero-memory인 비선형 함수 $g(\cdot)$ 를 이용하여 출력을 결정하는 것이다. 탭 계수갱신을 위한 오차함수 e_n 은 등화

기 출력 z_n 과 비선형함수 $g(z_n) = \hat{a}_n$ 의 차로

$$e_n = g(z_n) - z_n \quad (1)$$

과 같이 정의되고 여기서 첨자 n 은 sequence의 n 번째 값을 나타낸다. 이 오차함수에 의해

$$W_{n+1} = W_n - \mu X_n e_n \quad (2)$$

과 같이 등화기의 계수를 갱신한다. 여기서 W 는 등화기의 계수벡터를, X 는 등화기 입력신호 벡터이며 스텝크기 μ 는 수렴속도와 안정성을 결정하는 상수이다. 식 (2)에 의해 등화기가 수렴하면 개안도 (eye pattern)가 열리게 되고 이 때 등화기는 직접결정 모드^[8]로 전환된다. 직접결정 모드는 초기등화이후 보다 세밀한 등화를 하기 위한 것으로 계수갱신식은 식 (2)와 동일하며 이 때의 오차함수 e_n 은 식 (1)의 $g(z_n)$ 을 결정회로 (decision device)를 통과한 등화기 출력 $dec(z_n)$ 으로 대체한 것이다.

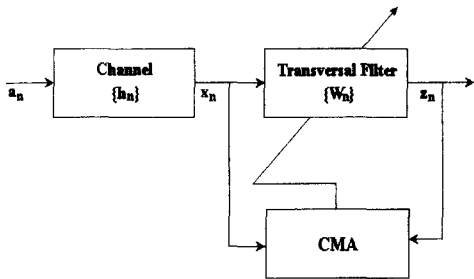


그림 2. Blind 등화기의 블럭선도
Fig. 2. Block diagram of a blind equalizer.

III. CMA와 dual-mode CMA

지금까지 많은 알고리즘이 제안되었는데 그 알고리즘은 크게 Sato 계열 알고리즘^[9]과 Godard 계열 알고리즘^[10]으로 분류할 수 있으며 전자는 등화기 출력 신호의 1차 통계 특성을, 후자는 등화기 출력신호의 2차 이상의 통계 특성을 이용한다. 본장에서는 Godard 계열 알고리즘의 하나인 CMA와 이의 변형 알고리즘인 dual-mode 알고리즘의 특성을 알아본다.

1. CMA

CMA는 직접결정 모드로 전환하기 전 초기등화에 사용된다. 이의 특징은 위상복원을 하지 않는다는 점이며 초기등화후에는 carrier recovery에 의한 위상복원이 필요하다.

CMA의 비용함수가

$$J = \frac{1}{4} E\{(|z_n|^2 - R_p)^2\} \quad (3)$$

로 주어질 때 이의 W 에 대한 편미분 값을 구하면

$$\frac{\partial J}{\partial W} = E\{z_n X_n^* (|z_n|^2 - R_p)\} \quad (4)$$

이다. 이로부터 CMA의 계수갱신식

$$W_{n+1} = W_n - \mu X_n^* z_n (|z_n|^2 - R_p) \quad (5)$$

을 얻는다. CMA의 modulus R_p 는

$$R_p = \frac{E[|a_n|^4]}{E[|a_n|^2]^2} \quad (6)$$

로 정의된다. 신호 성좌의 실수부와 허수부 $a_{n,R}$ 과 $a_{n,I}$ 가 $\{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$ 로 구성될 경우 16-QAM에서 $R_p = 13.2$ 이고 32-QAM에서 $R_p = 26.2$ 이다.^[11]

CMA에서 스텝크기 μ 는 일반적인 LMS 경우와 비슷하게 결정될 수 있다. [10]에서는

$$\mu = \frac{1}{L E[|a_n|^2]} \quad (7)$$

로 스텝크기를 정했는데 여기서 L 은 필터의 차수이다. 식 (7)로부터 원신호의 전력 이 증가하거나 필터의 차수가 증가할수록 스텝크기는 작게 선택되어야 함을 알 수 있다. 일반적으로 신호 성좌 개수가 증가함에 따라 전력이 증가하게 되므로 스텝크기를 작게 설정해야 한다. 수렴속도는 스텝크기가 클수록 빠르므로 신호의 성좌 개수가 증가함에 따라 스텝크기가 작아져 수렴속도는 떨어진다. LMS 등화기의 경우 비용함수는 convex하므로 수렴을 항상 보장할 수 있으나 CMA의 경우 비용함수가 convex하지 않고 국부 최소값 (local minimum)이 존재하여 최적값으로의 수렴을 항상 보장할 수 없다. 특히 saddle point에 수렴할 수도 있는 단점이 있는데 이와 같은 blind 알고리즘의 ill convergence는 연구 과제로 남아 있다.^[12]

2. Dual-mode CMA

CMA에 의해 QAM 신호를 등화할 경우 크기가 서로 다른 신호들을 하나의 modulus에 투영 (projection)시키는 결과가 되어 최적의 등화를 보장하기 힘들다.^[13,14] Dual-mode CMA^[15]는 식 (5)의

CMA가 1개의 modulus R_b 만을 이용하는 것과 다르게 다중 modulus $R_k, k \geq 1$ 을 R_b 와 결합하여 등화 성능을 개선한 방법으로 R_k 는 식 (6)에서 R_b 가 전체 신호 성좌에 대해 구해지는 것과 달리 신호 성좌를 크기가 서로 같은 신호들로 구성되는 집합들로 구분한 후 이를 식 (6)에 대입해서 구해진다.

이를 등화에 이용하기 위해서 등화기 출력신호에 따라 1개의 modulus R_b 를 이용하여 등화하는 영역과 다중 modulus R_k 를 이용하여 등화하는 영역으로 나눈다. 즉, 출력신호의 전력이 $D_{i,k} \leq |z_n|^2 \leq D_{o,k}$ 일 경우는 다중 modulus R_k 를 이용하여 등화하고 출력신호의 전력이 이 영역을 벗어날 경우는 일반적인 CMA로 동작하는 알고리즘이다. 여기서 $D_{i,k}$ 와 $D_{o,k}$ 는 매개변수인데 이 값들을 결정하는 구체적 방법이 없는 것이 dual-mode CMA의 가장 큰 단점이다.

IV. 제안한 Shell 분할 기반 CMA

본장에서는 dual-mode CMA와 유사하게 출력신호를 몇 개의 shell로 분할한 후 각 shell에 각기 다른 modulus를 적용하여 보다 개선된 등화성능을 갖는 shell 분할 기반 CMA를 제안한다. 제안한 방법의 용이한 설명을 위해서 32-QAM을 예로 들었다.

1. 신호에 대한 가정과 근사

가정 1. 원신호 a_n 은 평균이 0이며 실수부와 허수부가 서로 independent identically distributed (i.i.d.)인 신호이다. 이의 한 예로 QAM을 들 수 있다.

가정 2. 원신호 a_n 에 대한 등화기 출력신호 z_n 은 복소수 가우시안 불규칙 변수 (random variable)이다.

가정 3. 등화기 탭계수 W_n 과 등화기 입력신호 X_n 은 서로 상관성이 없다. 이 가정은 작은 스텝크기에서 유효하다.

가정 4. 정상상태 (steady state)에서 출력신호 z_n 은 원신호 a_n 에 근접한다.

등화기 출력신호전력의 통계적 특성을 알아보기 위해 이와 같이 각 신호에 대해 가정과 근사를 한다.^[16]

2. 등화기 출력신호전력의 통계적 특성

채널과 등화기를 결합한 합성 시스템의 충격응답 (impulse response) s_n 을

$$s_n = h_n * w_n = \sum_l w_{n-l} h_l \tag{8}$$

로 채널 h_n 과 등화기의 계수값 w_n 으로 나타낼 때 등화기 출력신호 z_n 은

$$z_n = \sum_l a_{n-l} s_l \tag{9}$$

로 나타낼 수 있다. 이를 이용하여 출력신호전력 $|z_n|^2$ 의 기대값 (expectation)을

$$\begin{aligned} E[|z_n|^2] &= E[|\sum_l a_{n-l} s_l|^2] \\ &= \sum_l \sum_m E[a_{n-l} a_{n-m}^*] s_l s_m^* \\ &= E[|a_n|^2] \sum_l |s_l|^2 \end{aligned} \tag{10}$$

로 나타낼 수 있다.^[17]

3. 등화기 출력신호전력의 확률밀도함수

먼저 원신호 $\{a_n\}$ 에 대한 등화기 출력신호의 조건부 확률밀도함수 (probability density function)를 가우시안 (Gaussian) 분포로 가정하자.^[18] 출력신호의 실수부와 허수부가 각각 $z_R = r \cos \phi, z_I = r \sin \phi$ 일 때, 출력신호의 크기는 $r = \sqrt{z_R^2 + z_I^2} \geq 0$ 이고 joint 확률밀도함수 $p(z_R, z_I)$ 는

$$p(z_R, z_I) = \frac{1}{2\pi\sigma_R\sigma_I} \exp\left(-\frac{(z_R - \mu_R)^2}{2\sigma_R^2} - \frac{(z_I - \mu_I)^2}{2\sigma_I^2}\right) \tag{11}$$

로 joint 가우시안 분포를 갖는다. 여기서 μ_R 과 μ_I 는 각각 실수성분과 허수성분의 평균을 의미하며 $\sigma_R = \sigma_I = \sigma$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} p_A(r) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{(r\cos\phi - \mu_R)^2}{2\sigma^2} - \frac{(r\sin\phi - \mu_I)^2}{2\sigma^2}\right) r d\phi \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{r^2 + \mu_R^2 + \mu_I^2}{2\sigma^2} + \frac{r(\mu_R\cos\phi + \mu_I\sin\phi)}{\sigma^2}\right) d\phi \\ &= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + \mu_R^2 + \mu_I^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{r\sqrt{\mu_R^2 + \mu_I^2}}{\sigma}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

이다. 여기서 I_0 는

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \theta) d\theta \tag{13}$$

로 정의되는 modified Bessel 함수이며 식 (12)는 Rayleigh 분포를 갖는다. 이로부터 출력신호전력 $c = r^2$ 의 분포함수는

$$p_c(c) = \frac{1}{2\sqrt{c}} p_A(\sqrt{c})$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{c + \frac{\mu_R^2}{2\sigma^2} + \mu_I^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{(\mu_R^2 + \mu_I^2)c}}{\sigma^2}\right) \quad (14)$$

로 noncentral chi-square (χ^2) 분포를 갖는다.^[19]

4. 등화기 출력신호의 분산 추정

Q 개의 신호 성좌의 한점 $q = \{1, 2, \dots, Q\}$ 에서의 기대값 $E[|z^2|_q] = E[z_R^2 + z_I^2|_q]$ 를

$$\begin{aligned} E[|z^2|_q] &= \int_{z_{Rq}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(z_{Rq} - \mu_{Rq})^2}{2\sigma^2}\right) dz_{Rq} \\ &+ \int_{z_{Iq}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(z_{Iq} - \mu_{Iq})^2}{2\sigma^2}\right) dz_{Iq} \\ &= 2\sigma^2 + \mu_{Rq}^2 + \mu_{Iq}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

로 나타낼 때 전체 Q 개의 점에 대한 기대값을 구하면 (부록 A 참조)

$$E[|z_m|^2] = 2\sigma^2 + E[|a_m|^2] |s_0|^2 \quad (16)$$

이며 식 (10)으로부터 등화기 출력신호의 분산은

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} E[|a_m|^2] \sum_{j_0} |s_j|^2 \quad (17)$$

로 신호들간의 간섭성분으로 나타낼 수 있다. 원신호와 등화기 출력신호와의 MSE를

$$\begin{aligned} E[|e_m|^2] &= E[|z_m - a_m|^2] \\ &= E[|z_m|^2 - 2\text{Re}\{E[z_m a_m^*]\} + E[|a_m|^2]] \\ &= E[|a_m|^2] \sum |s_j|^2 - 2\text{Re}\{E[\sum a_{n-s_j} a_n^*]\} + E[|a_m|^2] \\ &= E[|a_m|^2] \{|s_0 - 1|^2 + \sum_{j \neq 0} |s_j|^2\} \end{aligned} \quad (18)$$

로 정의하면^[16] 정상상태에 도달할수록 원신호 성분 s_0 가 1에 가깝게 되므로^[17] 정상상태에서는

$$E[|e_m|^2] \approx 2\sigma^2 \quad (19)$$

의 관계가 성립한다.

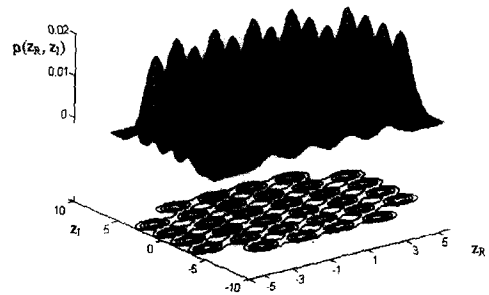
5. 등화기 출력신호의 분산에 따른 modulus와 shell 분할

그림 3(a)는 32-QAM 시스템에서 가정 2와 같이 등화기 출력신호를 가우시안으로 가정할 때의 한 예로 $\sigma^2 = 0.25$ 인 경우의 등화기 출력신호의 3-D plot과 contour를 나타낸다. 그림 3(b)는 원점으로부터의 거리를 고려하여 등화기 출력신호를 5개의 부분집합 G_k , $1 \leq k \leq 5$ 로 나눈 것이다. 각각의 G_k 는 검은 점으로 표시된 신호 성좌를 중심으로 그림 3(a)와 같이 가

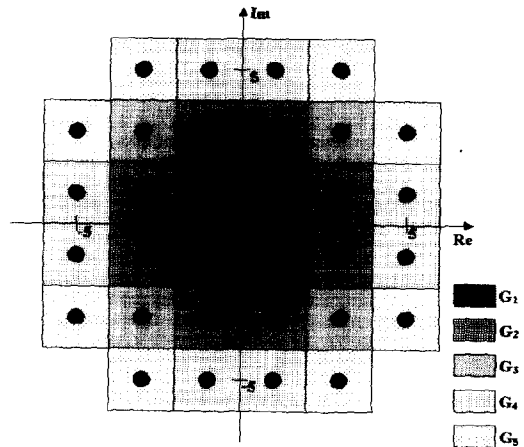
우시안분포를 이루며 등화기 출력신호의 분산에 따른 symbol error rate와 관련지어 shell을 분할하는데 사용된다. Symbol error rate P_e 는 (부록 B 참조)

$$P_e = \frac{13}{4} Q(1/\sigma) - \frac{11}{4} Q^2(1/\sigma) \quad (20)$$

로 분산이 클수록 오차가 커지는 특성을 갖는다. 여기서 $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$ 이다.^[19]



(a)



(b)

그림 3. 32-QAM에서 등화기 출력신호의 분포 (a) 등화기 출력신호의 3-D plot과 contour (b) 등화기 출력신호의 부분집합

Fig. 3. Distribution of an equalizer output for 32-QAM.

(a) 3-D plot and contour of an equalizer output, (b) Subsets of an equalizer output.

등화기 출력신호전력의 분포를 몇 개의 구역으로 구분한 후 각 구역에 서로 다른 modulus를 적용하여 등화성능을 개선하기 위해 식 (5)의 일반적인 CMA 계

수행신식에서 1개의 modulus R_k 를 이용하는 것과 다르게 5개의 modulus R_k

$$R_k = \frac{E[|a_n \in G_k|^4]}{E[|a_n \in G_k|^2]} \quad (21)$$

를 각각의 구역에 할당하여 등화하기 위해 shell 분할을 행해야 한다. Shell 분할을 달리 표현하면 각 구역들을 구분하기 위한 결정경계 (decision boundary)를 구하는 것인데 결정경계를 구하는 방법은

$$L(|z|^2) = \frac{p(|z|^2 | G_k)}{p(|z|^2 | \bar{G}_k)} > \frac{P(\bar{G}_k)}{P(G_k)} \quad (22)$$

로 maximum likelihood (ML) 추정방법을 이용한다.

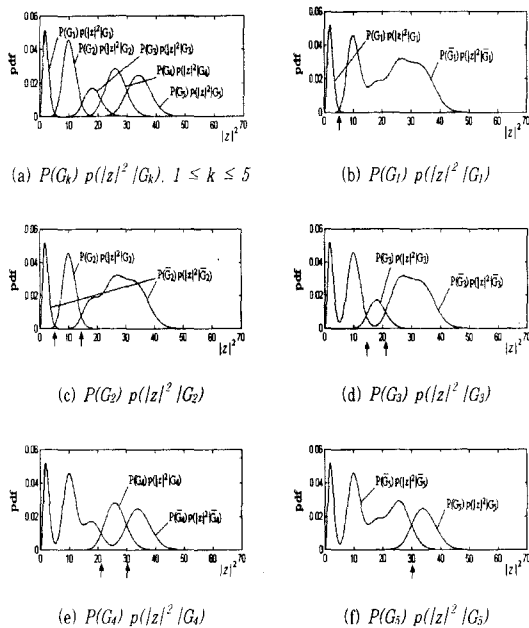


그림 4. 등화기 출력신호전력의 분포 (32-QAM)
Fig. 4. Distribution of the equalizer output power (32-QAM).

여기서 \bar{G}_k 는 전체집합에서 G_k 를 제외한 여집합으로 구성되며 각 G_k 의 확률분포는 식 (14)의 non-central χ^2 분포를 이룬다. 등화기 출력신호전력으로부터 결정경계를 구하는 이유는 식 (5)에서와 같이 계수행신식이 출력신호전력과 modulus와의 차의 항을 포함하기 때문이고 출력신호는 2차원 분포를 지나 출력신호전력은 1차원 분포를 가지므로 2차원 신호에 대한 결정경계를 1차원에서 구할 수 있는 장점이 있기

때문이다. 이로부터 각 shell S_k , $1 \leq k \leq 5$,는

$$S_k = \begin{cases} 0 \leq |z_n|^2 < d_k, & k = 1 \\ d_{k-1} \leq |z_n|^2 < d_k, & k = 2, 3, 4 \\ d_{k-1} \leq |z_n|^2 < \infty, & k = 5 \end{cases} \quad (23)$$

로 정의된다.

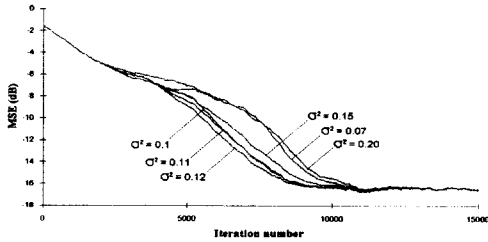
표 1. 등화기 상태에 따른 moduli와 결정경계 (32-QAM)

Table 1. Moduli and decision boundaries depending on the state of an equalizer (32-QAM).

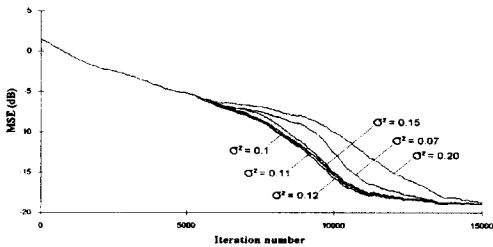
		초기상태	정상상태
modulus	R_1	26.2	2
	R_2		10
	R_3		18
	R_4		26
	R_5		34
결정경계	d_1	존재하지 않음	5.2
	d_2		14.5
	d_3		21.1
	d_4		30.1

그림 4는 등화기 출력신호의 분산이 0.12인 경우의 등화기 출력신호전력의 분포이다. 그림 4(a)는 각각의 noncentral χ^2 분포를 나타내고 그림 4(b)-(e)는 식 (22)의 ML 추정으로부터 결정경계를 구하기 위한 각 분포를 나타낸다. 그림 4에서 화살표는 결정경계를 의미하며 이 결정경계와 식 (21)의 modulus를 표 1에 나타내었다. CMA와 직접결정 모드를 결합한 등화시스템의 경우 모드전환이 결정오차가 $P_e < 10^{-2}$ 일 때 이루어 지는 것이 안정적인데^[21] $\sigma^2 = 0.12$ 인 경우 $P_e = 6.3 \times 10^{-3}$ 으로 이 조건을 만족한다. 그림 5는 등화기 출력신호의 분산에 따른 수렴특성으로 처음에는 modulus가 하나인 일반적인 CMA로 동작을 하다가 등화기 출력신호의 분산이 해당 값에 다다랐을 경우 표 1의 modulus와 결정경계를 이용하여 shell 분할에 의해 등화할 때의 수렴특성을 나타낸다. 그림 5는 표 2의 실험채널을 대상으로 $\sigma^2 = 0.07, 0.1, 0.11, 0.12, 0.15, 0.2$ 에서 shell 분할 기반 등화로 전환했을 때의 수렴특성으로, $\sigma^2 = 0.2$ 일 때와 같이 분산이 큰 경우의 전환은 오차가 타 경우에 비해 크게 발생하

여 수렴성능이 떨어지며 $\sigma^2 = 0.07$ 일 때와 같이 분산이 작은 경우의 전환은 shell 분할에 따른 오차는 감소하지만 다른 경우에 비해 늦게 전환이 이루어져 수렴성능이 떨어진다. 참고로 $\sigma^2 = 0.13$ 일 경우는 $\sigma^2 = 0.11$ 일 때와 아주 유사한 수렴특성을 갖는다.



(a) 채널 1



(b) 채널 2

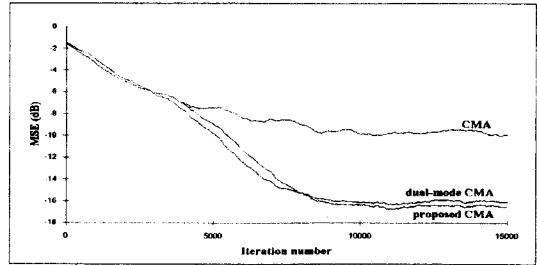
그림 5. 등화기 출력신호의 분산에 따른 수렴특성 (32-QAM)

Fig. 5. Convergence characteristics as a function of the variance of an equalizer output (32-QAM).

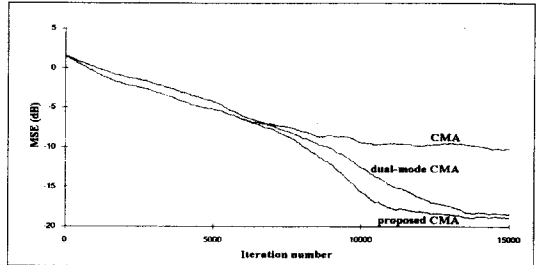
각 등화기 출력신호의 분산에 대한 symbol error rate는 $\sigma^2 = 0.07$ 일 때 $P_e = 2.55 \times 10^{-4}$, $\sigma^2 = 0.1$ 일 때 $P_e = 2.54 \times 10^{-3}$, $\sigma^2 = 0.11$ 일 때 $P_e = 4.2 \times 10^{-3}$, $\sigma^2 = 0.12$ 일 때 $P_e = 6.3 \times 10^{-3}$, $\sigma^2 = 0.15$ 일 때 $P_e = 1.5 \times 10^{-2}$, $\sigma^2 = 0.20$ 일 때 $P_e = 4.03 \times 10^{-2}$ 이다. 그림 6으로부터 $\sigma^2 = 0.12$ 일 때 오차의 영향과 상태전환 시기를 고려할 때 가장 좋은 수렴성능을 가짐을 알 수 있다.

V. 전산 모의 실험

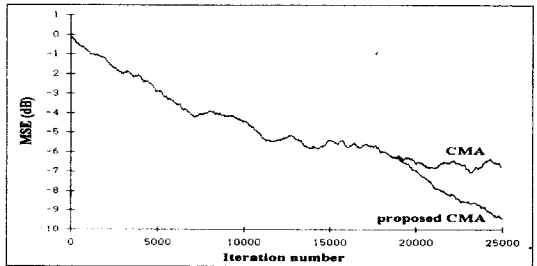
본 장에서는 III장에서 언급한 일반적인 CMA와 IV장의 제안한 shell 분할 기반 CMA, 그리고 제안한 방법과 같이 다중 modulus를 이용하는 dual-mode CMA의 성능을 전산 모의 실험을 통하여 비교한다.



(a) 채널 1 (32-QAM)



(b) 채널 2 (32-QAM)



(c) 채널 3 (64-QAM)

그림 6. 각 방법들의 수렴특성

Fig. 6. Convergence characteristics of each method.

모의실험은 다중경로에 의한 신호의 감쇄와 가우시안 잡음을 고려한 표 2의 실험채널에 대해 행하였으며 실험에 사용한 신호는 32-QAM과 64-QAM이다. CMA의 경우 II장에서 언급한 R_p 값을 사용하였고 제안한 shell 분할 기반 CMA의 경우 표 1의 결과를 이용하여 출력신호의 분산이 $\sigma^2 > 0.12$ 인 경우는 shell 분할을 하지 않고 식 (5)의 CMA에 의해 등화하며 $\sigma^2 \leq 0.12$ 일 때 shell 분할을 이용하여 등화한다. Dual-mode CMA의 경우 실험채널 1에서는 $D = R_k - D_{i,k} = D_{o,k} - R_k = 2.1$, 실험채널 2에서는 $D = 1.8$ 을 이용하였으며 이 값들은 실험을 통하여 얻은 최적의 값이다. 실험채널 3에서는 $R_k = \{2, 10, 18, 26, 34, 50, 58, 74, 98\}$ 이며 $D_{i,k} = \{0, 4.5,$

14.5, 20.5, 29.5, 40.0, 54.5, 65.0, 86.0)이고 $D_{o,k} = \{3.5, 13.5, 19.5, 28.5, 37.5, 53.5, 63.0, 83.0, 114.0\}$ 로 이 값들은 [15]에서 정한 값으로부터 구한 것이다.

표 2. 실험채널
Table 2. Test channels.

채널	시간지연 (symbol)	신호감쇄 (dB)	위상 (degree)	Gaussian 잡음 (dB)
채널 1	1	-14	30	27
	5	-24	0	
	11	-26	-40	
채널 2	1	-11	45	30
	3	-20	-10	
	8	-29	30	
채널 3	1	-18	15	23
	4	-23	-30	

다음은 제안한 shell 분할 기반 CMA의 전체 등화 알고리즘이다.

전체 등화 알고리즘

- ① 원신호 $a_n = \hat{a}_n$ 과 등화기 출력신호 z_n 과의 MSE를 $\sum |a_n - z_n|^2$ 로부터 추정한다 (식 (18) 이용).
- ② 등화기 출력신호의 분산 σ^2 을 추정한다. 이 때의 MSE는 -6.2 (dB)에 해당한다. (식 (19) 이용)
- ③ 등화기 출력신호의 분산 σ^2 에 따라 등화상태를 결정한다 ($\sigma^2 > 0.12$).
- ④ 결정경계 d_k 로부터 등화기 출력신호전력 $|z_n|^2$ 이 어느 shell에 속하는지를 결정하고 modulus R_k , $k = 1, 2, \dots$ 값을 lookup table로부터 구한다 (표 1 이용).
- ⑤ CMA 알고리즘에서의 R_p 를 선택된 modulus $R_{select} = R_k$ 로 대체하여

$$W_{n+1} = W_n - \mu X_n^* z_n (|z_n|^2 - R_{select}) \quad (24)$$

로 계수갱신을 한다.

그림 6은 각 방법의 수렴특성을 mean square error (MSE: dB)로 표시한 것으로 두개의 채널 모두 다중 modulus를 이용하는 shell 분할 기반 CMA와 dual-mode CMA가 1개의 modulus를 사용한 CMA에 비해 정상상태에 도달했을 때의 MSE가 경우

가 훨씬 작음을 알 수 있다. 실험결과로부터 제안한 shell 분할 기반 CMA와 dual-mode CMA가 유사한 성능을 가짐을 알 수 있다. 그러나, dual-mode CMA는 채널의 특성에 따라 최적의 등화를 위해서는 매개변수 $D_{i,k}$, $D_{o,k}$ 값을 변화시켜야 하는 단점이 있으며 이 값들을 설정하는 뚜렷한 기준이 존재하지 않는다. 또한, 초기 등화에서 채널의 열화가 심할 경우 발산할 가능성이 CMA보다 dual-mode CMA가 큰 단점이 있다.

그림 6(b)가 그림 6(a)에 비해 수렴속도가 떨어지는 것은 실험채널 2가 실험채널 1에 비해 간섭신호가 많이 포함되어 있기 때문이며 최종 MSE가 작은 이유는 실험채널 2가 실험채널 1에 비해 가우시안 잡음이 적게 포함되어 있기 때문이다. 이와같은 이유에서 가우시안 잡음이 가장 크게 포함된 실험채널 3의 제안한 shell 기반 CMA와 dual-mode CMA의 정상상태에서의 오차가 다른 채널에 비해 크다. 실험채널 3에서 CMA의 정상상태에서의 오차가 다른 채널에 비해 큰 이유는 CMA가 신호 성좌의 개수가 증가할수록 성능이 떨어지기 때문이다.

다중 modulus를 이용할 경우의 스텝크기는 1개의 modulus를 이용할 때의 스텝크기보다 4배 크게 설정했는데 이는 III장에서 설명한 바와 같이 신호의 성좌 개수와 스텝크기는 반비례 관계에 있기 때문이다. 즉, 다중 modulus를 이용할 경우 모든 32-QAM 신호 성좌에 대해 등화하는 것이 아니라 각 shell에 포함되는 4개나 8개의 신호 성좌에 대해 등화하는 의미이므로 스텝크기를 4배 이상 증가시킬 수 있다. 스텝크기는 수렴속도와 비례하므로 스텝크기가 4배 증가하면 수렴속도를 4배 빠르게 할 수 있다는 의미이다.

등화기 계수값이 최적값에 도달했을 경우는 $W_{n+1} = W_n$ 으로 더 이상 계수갱신이 이루어지지 않는 상태로 생각할 수 있는데 식 (5)의 CMA의 경우 $W_{n+1} = W_n$ 이려면

$$|z_n|^2 - R_p = 0 \quad (25-a)$$

이고 식 (24)를 이용한 shell 분할 기반 CMA의 경우

$$|z_n|^2 - R_{select} = 0 \quad (25-b)$$

이어야 한다. 등화가 종료된 경우는

$$|z_n|^2 \approx |a_n|^2 \quad (26)$$

로 등화기 출력이 원신호에 근사한 값으로 접근하게 되는데 식 (25)에 식 (26)을 대입하면 식 (25-a)의 경우 $R_p = 26.2$ 이므로 원신호 전력과의 차가 항상 일정값이 남게 된다. 반면 shell 분할을 이용한 경우 식 (25-b)에서 R_{select} 가 원신호 전력과 같게 되므로 이상적인 경우 최적의 등화를 할 수 있다. Dual-mode CMA도 정상상태에 다다랐을 경우 제안한 CMA와 같은 개념으로 생각할 수 있다.

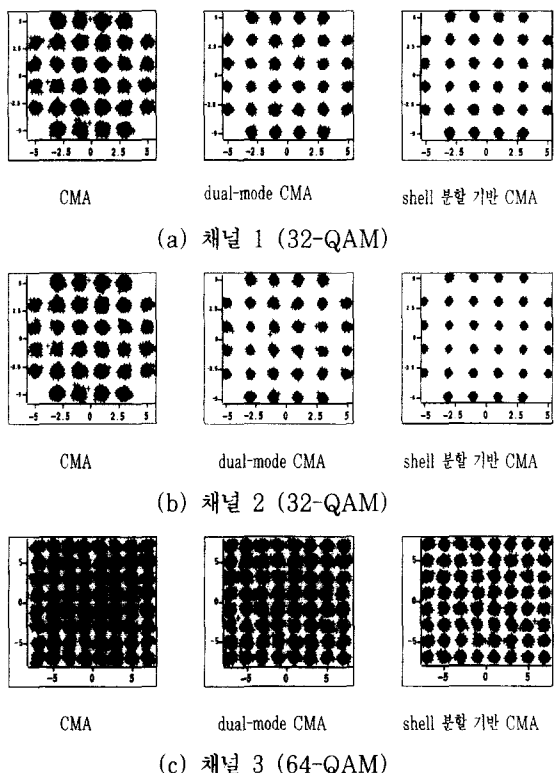


그림 7. 등화기 출력의 scatter도
Fig. 7. Scatter diagrams of the equalizer output.

그림 7은 실험채널에 대한 scatter도로 제안한 shell 분할 기반 CMA의 scatter도가 다른 두 방법의 scatter도보다 신호간의 분리가 잘 되어있음을 알 수 있다. 실험결과에서는 신호가 회전되지 않고 신호 성좌를 중심으로 분포하는데 일반적으로 CMA는 신호의 회전을 보상하지 못하므로 carrier recovery가 필요하며 앞서 언급한 것과 같이 CMA의 등화성능이 떨어져 보다 정확한 등화를 위해 직접결정 모드로 전환이 필수적이다. 반면 shell 분할 기반 CMA의 경우 carrier recovery와 함께 사용할 경우 직접결정 모드의

전환이 필요하지 않을만큼 등화결과가 좋음을 알 수 있다. 실험채널 2의 결과가 실험채널 1의 결과에 비해 좋은 이유는 가우시안 잡음이 상대적으로 적게 포함되어 있기 때문이다.

VI. 결론

본 논문에서는 QAM 신호와 같이 하나의 modulus에 모든 신호를 대응시키기 힘든 신호에 대해 shell을 나누는 방법을 이론적으로 고찰하였다. 등화기 출력신호전력의 분포가 noncentral χ^2 분포를 이룸을 보였으며 추정된 출력신호의 분산값으로부터 maximum likelihood에 의한 결정경계를 구했다. 각각의 결정경계를 이용하여 해당영역에 속하는 신호에 대한 modulus를 달리하는 shell 분할에 의한 CMA를 제안하였다. 제안한 알고리즘은 정상상태에서의 오차크기가 작기 때문에 CMA에서 결정경계 알고리즘으로 안정된 전환을 하여 등화할 수 있으며 carrier recovery와 같이 사용할 경우 결정경계 알고리즘으로의 전환이 필요하지 않는 장점을 가진다. 추후과제는 등화기 출력신호 분산에 따른 상태변화의 최적화에 관한 연구이다.

附錄 A

실수성분과 허수성분을 각각 아래첨자 R과 I로 나타낼 때 평균 μ_R 과 μ_I 를

$$\begin{aligned} \mu_R &= E[z_{n,R}] = E[\sum_j (a_{n-1,R} s_{i,R} - a_{n-1,I} s_{i,I})] \\ &= E[\sum_j a_{n-1,R} s_{i,R}] - E[\sum_j a_{n-1,I} s_{i,I}] \end{aligned} \quad (A 1)$$

$$\mu_I = E[z_{n,I}] = E[\sum_j a_{n-1,R} s_{i,I}] + E[\sum_j a_{n-1,I} s_{i,R}] \quad (A 2)$$

로 나타낼 수 있다. 전체 Q개의 성좌중 임의의 한 점 $a_{n,q}$ 가 전송되었을 경우

$$\begin{aligned} \mu_{Rq} &= E[a_{n,Rq} s_{0,R} + \sum_{k \neq q} a_{n-1,R} s_{i,k}] - E[a_{n,Iq} s_{0,I} + \sum_{k \neq q} a_{n-1,I} s_{i,k}] \\ &= a_{n,Rq} s_{0,R} + \sum_k E[a_{n-1,k}] s_{i,R} - a_{n,Iq} s_{0,I} + \sum_k E[a_{n-1,k}] s_{i,I} \\ &= a_{n,Rq} s_{0,R} - a_{n,Iq} s_{0,I} \end{aligned} \quad (A 3)$$

이며 같은 방법으로

$$\mu_{Iq} = a_{n,Rq} s_{0,I} + a_{n,Iq} s_{0,R} \quad (A 4)$$

이다. 이로부터

$$\mu_{RQ}^2 + \mu_{Ia}^2 = |a_{mla}|^2 |s_0|^2 \quad (A 5)$$

이다. 식 (A 5)을 식 (15)에 대입하고 이로부터 전체 Q 개의 성좌에 대해 확장하면 식 (16)을 얻는다.

附錄 B

등화기 출력신호가 가우시안 분포를 이루며 $0 \leq |z_{fd}| \leq 2$ 이고 $0 \leq |z_d| \leq 2$ 인 G_1 의 4개의 구역중 하나의 구역에 위치할 때의 확률은

$$P[\text{correct}|G_1] = [1 - 2Q(1/\phi)]^2 = 1 - 4Q(1/\phi) + 4Q^2(1/\phi) \quad (B 1)$$

이고 이로부터 오차확률은

$$P[\text{error}|G_1] = 1 - P[\text{correct}|G_1] = 4Q(1/\phi) - 4Q^2(1/\phi) \quad (B 2)$$

로 나타낼 수 있다. G_1, G_2, G_3 는 실수축이나 허수축 모두 이웃한 신호들이 존재하므로 G_1, G_2, G_3 에 해당하는 신호의 오차확률은 식 (B 2)와 같다.

G_4 의 8개의 구역중 한 구역에서의 출력신호의 오차확률은

$$P[\text{error}|G_4] = 1 - [1 - 2Q(1/\phi)] [1 - Q(1/\phi)] \\ = 3Q(1/\phi) - 2Q^2(1/\phi) \quad (B 3)$$

로 구해진다. 같은 방법으로 G_5 의 8개의 구역중 한 구역에 대한 출력신호의 오차확률이며 이 때의 오차확률은

$$P[\text{error}|G_5] = 1 - [1 - Q(1/\phi)]^2 = 2Q(1/\phi) - Q^2(1/\phi) \quad (B 4)$$

로 구해진다. 식 (B 2), (B 3), (B 4)로부터 P_e 는

$$P_e = \frac{4}{32} P[\text{error}|G_1] + \frac{8}{32} P[\text{error}|G_2] + \frac{4}{32} P[\text{error}|G_3] \\ + \frac{8}{32} P[\text{error}|G_4] + \frac{8}{32} P[\text{error}|G_5] \quad (B 5)$$

로 식 (20)의 결과를 얻는다.

참 고 문 헌

- [1] S. U. Qureshi, "Adaptive equalization," *Proc. IEEE*, vol. 73, pp. 1349-1387, Sept. 1985.
- [2] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall Inc., 1985.
- [3] 이기현, 최진호, 박래홍, 송익호, 박재혁, 이병욱, "LMS 기반 적응 등화기에서 빠른 수렴을 위한 기준신호 변형," 한국통신학회논문지, 제 19권 제 5호, pp. 939-951, 1994년 5월
- [4] T. J. Wang, "Complex-valued ghost cancellation reference signal for TV broadcasting," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. CE-37, pp. 731-736, Nov. 1991.
- [5] G. D. Forney, Jr., "Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-18, pp. 363-378, May 1972.
- [6] C. R. Johnson, Jr., "Admissibility in blind adaptive channel equalization," *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 12, pp. 3-15, Jan. 1991.
- [7] *Grand Alliance HDTV System Specification*, submitted to the ACATS Technical Subgroup, Feb. 1994.
- [8] J. E. Mazo, "Analysis of decision-directed equalizer convergence," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 59, pp. 1857-1876, Dec. 1980.
- [9] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-23, pp. 679-692, June 1975.
- [10] D. N. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-28, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- [11] N. K. Jablon, "Joint blind equalization, carrier recovery, and timing recovery for high-order QAM signal constellations," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-40, pp. 1383-1398, June 1992.
- [12] Z. Ding, R. A. Kennedy, B. D. O. Anderson, and C. R. Johnson, "Ill-convergence of Godard blind equalizers in data communication systems," *IEEE Tr-*

- ans. *Commun.*, vol. COM-39, pp. 1313-1327, Sept. 1991.
- [13] J. R. Treichler and B. G. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, pp. 459-472, Apr. 1983.
- [14] J. R. Treichler, C. R. Johnson, Jr., and M. G. Larimore, *Theory and Design of Adaptive Filters*. John Wiley & Sons, Inc., 1987.
- [15] V. Weerackody and S. A. Kassam, "Dual-mode type algorithms for blind equalization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-42, pp. 22-28, Jan. 1994.
- [16] V. Weerackody, S. A. Kassam, and K. R. Laker, "Convergence analysis of an algorithm for blind equalization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-39, pp. 856-865, June 1991.
- [17] O. Shalvi and E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-36, pp. 312-321, Mar. 1990.
- [18] K. Metzger, "On the probability density of intersymbol interference," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp. 396-402, Apr. 1987.
- [19] C. W. Helstrom, *Probability and Stochastic Processes for Engineers*. Second ed., Macmillan, Inc., 1991.
- [20] E. A. Lee and D. G. Messerschmitt, *Digital Communication*. Second ed., Kluwer Academic Pub., 1994.
- [21] R. D. Giltin, J. F. Hayes, and S. B. Weinstein, *Digital Communications Principles*. Plenum Press, 1992.

— 저 자 소 개 —

李 基 憲(正會員) 第 31 卷 第 4 號 參照

현재 서강대학교 전자공학과 박사
과정

朴 在 赫(正會員)

1980. 3. ~ 1984. 2. 한양대학교 전자공학과 학사. 1983. 12. ~ 현재 대우전자 영상연구소 선임연구원. 1995. ~ 현재 대우전자 프랑스 연구소 근무. 주관심 분야는 디지털 HDTV, 디지털 통신, 그림자 상 제거 시스템 등임

朴 來 弘(正會員) 第 23 卷 第 6 號 參照

현재 서강대학교 전자공학과 교수

李 炳 旭(正會員)



1975. 3. ~ 1979. 2. 서울대학교 전자공학과 학사. 1979. 3. ~ 1981. 8. 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사. 1985. 8. ~ 1991. 6. Stanford University Electrical Eng. 박사. 1981. 8. ~ 1983. 4. 대한전선 Video 개발부. 1983. 5. ~ 1985. 8. 대우전자 중앙연구소 Video 개발부. 1991. 7. ~ 1995. 8. 대우전자 영상연구소 수석연구원. 1995. 9. ~ 현재 이화여자대학교 전자공학과 조교수. 주관심 분야는 영상부호화, 컴퓨터 비전, 컴퓨터 그래픽스 등임