

論文96-33B-1-1

가변 구조를 갖는 적응 제어기의 설계에 관한 연구

(A Study on the Design of an Adaptive Controller with Variable Structure)

洪淵榮*, 崔鍾憲**

(Yeon Chan Hong and Jong Hun Choi)

요 약

고전적인 선형 제어와 가변 구조 제어를 융합한 방식에서 가상 공정(nominal plant)을 적응 관측기로 대체하여 실제 공정의 출력과 가상 공정의 출력 간의 오차가 계속 잔존하게 되는 문제를 해결하였다. 적응 관측기로서는 지수 함수적으로 수렴하는 적응 관측기를 사용하였으므로, 실제 공정의 출력에 적응 관측기의 출력이 빠르게 수렴하여 오차가 잔존하지 않게 되어 제어 시스템의 성능이 저하되는 것을 방지할 수 있다.

Abstract

In the unification method of classical linear control and variable structure control, a problem that the error between the actual plant output and the nominal plant output exists consistently is solved by replacing the nominal plant with an adaptive observer. Since the exponentially convergent adaptive observer is used, the adaptive observer output converges to the actual plant output rapidly. So, the error does not exist after all and as a result the performance degradation of the control system is prevented.

I. 서 론

슬라이딩 모드를 갖는 가변 구조 제어는 매개변수의 비확실성과 외부 잡음에 대하여 강인한 특성을 갖고 있기 때문에, 많은 사람들에 의해서 이론과 응용 분야에 걸쳐 연구되어 왔다. 또한, 가변 구조 제어에 적응 제어를 적용하여 전체 시스템의 안정도를 보장하도록 하는 설계 방식이 연구되어 왔다.

Young^[1,2]은 가변 구조 제어에 점근적으로 안정한 선형 모델추종 제어(linear model-following control)를 도입하여 과도응답 특성을 개선하였다. Zino

ber 등^[3]은 등가 제어(equivalent control)의 개념으로 가변 구조 제어에 적응 모델추종 제어를 도입하였다. 그리고 Ambrosino 등^[4]은 입력과 출력의 측정치만이 유효할 때 가변 구조 제어를 사용하여 기준 모델 적응 제어기를 설계하였다.

본 논문에서는 고전적인 선형 제어와 가변 구조 제어를 융합한 방식^[5]에서 가상 공정(nominal plant)을 적응 관측기로 대체하여 실제 공정의 출력과 가상 공정의 출력 간의 오차가 계속 잔존하게 되는 문제를 해결하였다. [5]의 방식에서는 만일 가상 공정의 출력과 실제 공정의 출력 간의 오차가 매우 크다면, 그 오차가 제어 시스템의 특성에 계속해서 영향을 주므로 제어 시스템의 성능이 현저하게 저하된다. 그러나 본 논문에서의 적응 관측기로서는 지수 함수적으로 수렴하는 적응 관측기^[6]를 사용하였으므로, 실제 공정의 출력에 적응 관측기의 출력이 빠르게 수렴하여 오차가 잔존하지 않게 되어 제어 시스템의 성능이 저하되는

* 正會員, ** 準會員, 仁川大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Univ. of Incheon)

* 이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

接受日字: 1994年7月14日, 수정완료일: 1995年12月28日

것을 방지할 수 있다.

II. 선형 제어기의 설정

다음과 같은 출력 방정식으로 표현되는 선형 시불변 SISO 공정을 고려한다.

$$\begin{aligned} y(t) &= G(p)u(t) \\ G(p) &= \frac{B(p)}{A(p)} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} A(p) &= p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n \\ B(p) &= b_1p^{n-1} + b_2p^{n-2} + \dots + b_n \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 p 는 미분 연산자이다. 공정에 관하여 다음 사항들을 가정한다.

- A1) 공정 $G(p)$ 는 BIBO 안정하다.
- A2) $A(p)$ 와 $B(p)$ 는 서로소이다.
- A3) 공정의 상태변수들은 측정 불가능하다.
- A4) 공정의 차수 n 을 알고 있다.

다음과 같은 미분 방정식으로 표현되는 안정한 선형 제어기를 고려한다.

$$\frac{1}{k} A_c(p)u(t) = B_c(p)e(t) \quad (3)$$

여기서

$$\begin{aligned} e(t) &= y_d(t) - y(t) \\ A_c(p) &= p^r + a_1p^{r-1} + \dots + a_r \\ B_c(p) &= p^s + \beta_1p^{s-1} + \dots + \beta_s \end{aligned} \quad (4)$$

(3) 식의 제어기에 슬라이딩 모드(sliding-mode) 기법을 도입하면 강인한 제어기를 설계할 수 있다. 슬라이딩 모드를 실현하기 위해서는 두 단계가 필요하다. 첫째로는 슬라이딩 표면(sliding surface)을 설계하는 것이고, 둘째로는 슬라이딩 표면에 도착하여 슬라이딩 동작을 유지하도록 하는 제어 입력 $u(t)$ 를 구하는 것이다. 슬라이딩 동작을 위한 충분 조건은 $\alpha(t)\dot{\alpha}(t) < 0$ 이며, 이때 $\alpha(t)$ 는 슬라이딩 변수(sliding variable)이다. 시스템이 슬라이딩 모드에 있는 경우, 시스템의 상태는 슬라이딩 표면 위에 있게 될 것이고, 이때 다음이 성립한다.

$$\alpha(t) \equiv 0 \quad (5)$$

슬라이딩 모드 기법에 의해 (3) 식의 제어기를 실현하

기 위해서는 다음과 같은 슬라이딩 변수를 선택해야 한다.

$$\alpha(t) = B_c(p)e(t) - \frac{1}{k} A_c(p)u(t) \quad (6)$$

따라서 일단 시스템이 슬라이딩 모드로 들어가면 (6) 식의 $\alpha(t)$ 는 0이 될 것이므로 (3) 식의 선형 제어기가 실현된다. 슬라이딩 변수 $\alpha(t)$ 를 구성함에 있어서 상태 변수가 포함되지 않았다.

III. 적응 관측기의 도입

(1)과 (2) 식의 공정을 다음과 같은 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 1 \\ -a_n & 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(8) 식에서 미지의 매개변수 a_i 와 b_i ($i=1,2,\dots,n$)는 적응 관측기에 의하여 추정된다. 본 논문에서 적응 관측기의 역할은 공정의 매개변수를 추정하여 그 추정치로부터 공정의 출력을 재구성하는 것이다.

(7)과 (8) 식의 상태 방정식을 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + gx(t) + hu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (9)$$

여기서 F , g , 그리고 h 는 다음과 같이 정의된다.

$$F = \begin{bmatrix} -f_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -f_2 & 0 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 1 \\ -f_n & 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$g = f - a, \quad h = b$$

여기서 F 의 고유치는 실수부가 $-\sigma$ ($\sigma > 0$)이어야 한다. a 와 b 가 미지이기 때문에, g 와 h 도 미지이다.

e_i 를 i 번째 단위 벡터(unit vector)라고 정의하고, 다음의 미분 방정식을 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) &= F\xi_i(t) + e_{i-1}(t), \quad \xi_i(0) = 0 \\ \dot{\xi}_{i+n}(t) &= F\xi_{i+n}(t) + e_i u(t), \quad \xi_{i+n}(0) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

그러면 (9) 식의 선형성과 중첩의 정리에 의해서 관측기의 상태변수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_{2n}(t)] p + \exp(Ft)x_0 \quad (12)$$

여기서 $p = [g^T, h^T]^T$ 이다.

(11) 식을 다음의 미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1(t) &= F^T \xi_1(t) + e_1 y(t), & \xi_1(0) &= 0 \\ \dot{\xi}_2(t) &= F^T \xi_2(t) + e_1 u(t), & \xi_2(0) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

여가서

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= T_i \xi_1(t), & \xi_{i+n}(t) &= T_i \xi_2(t) \\ (sI - F)^{-1} e_i &= T_i (sI - F^T)^{-1} e_1 \end{aligned} \quad (14)$$

$y(t) = c^T x(t)$ 이므로 $z(t) = [\xi_1^T(t), \xi_2^T(t)]^T$ 라고 정의하면, (12) 식으로부터 출력 $y(t)$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y(t) = z^T(t)p + c^T \exp(Ft)x_0 \quad (15)$$

공정의 매개변수를 포함하는 벡터 p 는 미지이므로 추정 알고리즘에 의하여 추정되어야 하고, 상태변수의 초기치도 미지이므로 추정치를 사용해야 한다. p 와 x_0 를 추정치로 바꾸면 (15) 식은 다음과 같이 된다.

$$\hat{y}(t) = z^T(t)\hat{p}(t) + c^T \exp(Ft)\hat{x}_0 \quad (16)$$

여기서 상태변수 초기치의 에러 $x_0 - \hat{x}_0$ 은 t 가 ∞ 로 감에 따라 0이 된다.¹⁷⁾ 따라서 $\hat{y}(t)$ 가 $y(t)$ 에 수렴하기 위해서는 $p(t)$ 가 p 에 수렴해야 한다.

p 의 추정치 $p(t)$ 를 구하기 위하여 다음과 같은 평가 함수를 정의한다.

$$J(t) = \int_0^t [z^T(\tau)\hat{p}(\tau) + c^T \exp(F\tau)\hat{x}_0 - y(\tau)]^2 \exp[-q(t-\tau)] d\tau \quad (17)$$

여기서 q 는 양의 상수이다. $p(t)$ 에 관한 $J(t)$ 의 편미분을 구하여 $J(t)$ 가 감소하도록 하는 $p(t)$ 의 변화율을 구하면, 다음과 같은 적응 법칙을 구할 수 있다.

$$\dot{p}(t) = -G [R(t)\hat{p}(t) + r(t)] \quad (18)$$

여기서

$$\begin{aligned} R(t) &= \int_0^t z(\tau)z^T(\tau) \exp[-q(t-\tau)] d\tau \\ r(t) &= \int_0^t z(\tau) [c^T \exp(F\tau)\hat{x}_0 - y(\tau)] \exp[-q(t-\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

(18) 식의 적응 법칙으로부터 $p(t)$ 를 구할 수 있으며 $p(t)$ 는 p 에 지수 함수적으로 수렴한다. 추정치 $p(t)$ 를 (16) 식에 대입하면 적응 관측기의 출력 $\hat{y}(t)$ 는 공정의 출력 $y(t)$ 에 수렴하게 된다.

IV. 가변 구조 시스템 제어기의 설계

적용 관측기의 출력과 공정의 출력 간의 오차를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{\alpha}(t) = \hat{y}(t) - y(t) \quad (20)$$

적용 관측기의 출력 $\hat{y}(t)$ 는 공정의 출력 $y(t)$ 에 수렴하기 때문에, 시간이 감에 따라서 실제로는 $\tilde{\alpha}(t)$ 가 전체 시스템에 영향을 주지 못하게 된다. 추적 오차는 다음과 같이 주어진다.

$$e(t) = y_d(t) - \hat{y}(t) + \tilde{\alpha}(t) \quad (21)$$

(6) 식을 미분하고 (21) 식을 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= pB_c(p)[y_d(t) - \hat{y}(t)] + pB_c(p)\tilde{\alpha}(t) \\ &\quad - \frac{1}{k} pA_c(p)u(t) \end{aligned} \quad (22)$$

위식의 두번째 항은 측정된 신호 $\tilde{\alpha}(t)$ 를 계속해서 미분하기 때문에, 큰 잡음을 발생시킬 수 있다. 따라서 $1/w(p)$ 의 전달함수를 갖는 필터를 사용하여 잡음을 억제시킬 필요가 있다. 필터링된 신호가 다음과 같이 주어진다.

$$v(t) = \frac{1}{w(p)} [pB_c(p)\tilde{\alpha}(t)] \quad (23)$$

여기서

$$w(p) = w_{s+1}p^{s+1} + w_s p^s + \dots + w_1 p + 1 \quad (24)$$

이며 안정한 다항식이어야 한다. (23) 식을 이용하여 (22) 식의 두번째 항을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$pB_c(p)\tilde{\alpha}(t) = w(p)v(t) = v(t) + \rho(t) \quad (25)$$

여기서

$$\rho(t) = [w_{s+1}p^{s+1} + w_s p^s + \dots + w_1 p] v(t) \quad (26)$$

(25) 식을 (22) 식에 대입하면 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= pB_c(p)[y_d(t) - \hat{y}(t)] + v(t) + \rho(t) \\ &\quad - \frac{1}{k} pA_c(p)u(t) \end{aligned} \quad (27)$$

슬라이딩 조건 $\alpha(t)\alpha'(t) < 0$ 를 만족하도록 제어입력 $u(t)$ 를 설계하도록 한다. 먼저 다음과 같은 보조 제어 신호를 도입한다.

$$\ddot{u}(t) = \frac{1}{k} p A_c(p) u(t) \quad (28)$$

그러면 (27) 식이 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha(t) = p B_c(p) [y_d(t) - \hat{y}(t)] + v(t) + \rho(t) - \ddot{u}(t) \quad (29)$$

슬라이딩 모드 기법에 따라서 $\ddot{u}(t)$ 를 연속 부분 $\ddot{u}_c(t)$ 와 스위칭 부분 $\ddot{u}_s(t)$ 로 나눈다.

$$\ddot{u}(t) = \ddot{u}_c(t) + \ddot{u}_s(t) \quad (30)$$

여기서

$$\ddot{u}_c(t) = p B_c(p) [y_d(t) - \hat{y}(t)] + v(t) = g(t) + v(t) \quad (31)$$

$$\ddot{u}_s(t) = k_s \text{saf} \left[\frac{\alpha(t)}{k_s} \right]$$

이고

$$\text{saf} \left[\frac{\alpha(t)}{k_s} \right] = \begin{cases} 1 & \text{for } \alpha(t) \geq k_s \\ \frac{\alpha(t)}{k_s} & \text{for } -k_s < \alpha(t) < k_s \\ -1 & \text{for } \alpha(t) \leq -k_s \end{cases} \quad (32)$$

이때 k_o 와 k_s 는 양의 상수들이다. $\ddot{u}_c(t)$ 를 사용한 목적은 (29) 식의 첫번째 두 항을 소거시키기 위한 것이고, $\ddot{u}_s(t)$ 를 사용한 목적은 $\rho(t)$ 의 영향을 줄이기 위한 것이다. 또한, 스위칭 부분에서 $\text{sgn}(0)$ 대신에 비선형 함수 $\text{saf}(\alpha/k_s)$ 를 사용한 이유는 채터링 문제^[8]를 경감시키기 위한 것이다. 전체 시스템의 안정도는 적응 관측기를 가상 공정에 대치함으로써 [5]의 안정도 분석이 그대로 적용될 수 있다.

V. 시뮬레이션

제어하고자 하는 공정의 다항식을 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} A(p) &= p^2 + 0.48p + 0.08 \\ B(p) &= 0.43p + 0.08 \end{aligned} \quad (33)$$

위의 공정은 안정한 극점들과 안정한 영점을 갖고 있다.

공정의 출력이 추종해야 할 $y_d(t)$ 는 1 초마다 1과 0의 값을 반복하도록 설정하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에 필요한 매개변수 값들을 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} f_1 &= 3.49, & f_2 &= 1.94 \\ A_c(p) &= 1, & u(p) &= 1 \\ \beta_1 &= 21.9075, & \beta_2 &= 147.963 \\ k &= 0.00675, & k_s &= 50, & k_o &= 20 \\ \lambda &= 0.5 \\ \rho(t) &= [0.51, 0.06, 0, 0]^T \end{aligned} \quad (34)$$

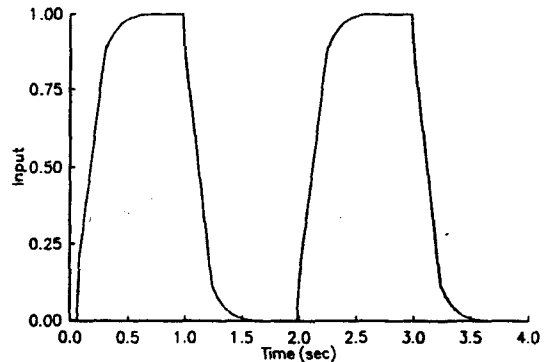


그림 1. 공정의 입력
Fig. 1. Input of the plant.

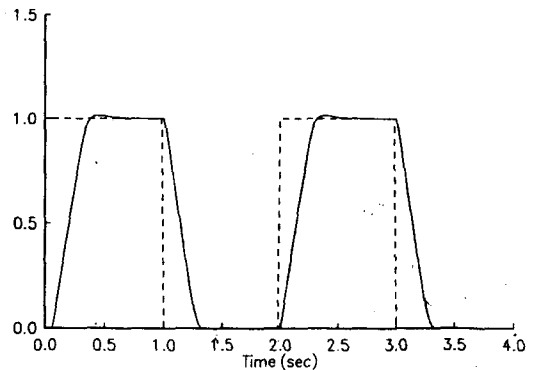


그림 2. 공정의 출력과 $y_d(t)$
Fig. 2. Output of the plant and $y_d(t)$.
— $y(t)$, - - $y_d(t)$

그림 1은 공정의 입력을 나타내고, 그림 2는 공정의 출력과 공정의 출력이 추종해야 할 기준 신호 $y_d(t)$ 를 나타낸다. 그림 1에서 입력의 채터링 현상이 없음을 알 수 있다. 그림 2에서는 공정의 출력이 0.7 초 이내에 기준 신호를 추종하는 양호한 특성을 보이고 있다.

VI. 결론

가상 공정을 적응 관측기로 대체하여 가상 공정의

출력과 실제 공정의 출력 간의 오차가 계속 유지되는 현상을 방지하였다. 본 논문의 적응 관측기는 수렴 속도가 빠르기 때문에 오차가 빠르게 0이 되므로 가변 구조 제어와 고전적인 선형 제어의 융합 구조의 특성에 거의 영향을 주지 않게 된다. 따라서 본 논문에서 설계한 제어 시스템은 실제 공정의 동특성을 모르는 경우에 가상 공정을 사용하여 발생하는 큰 오차를 제거할 수 있다는 장점이 있다.

설계한 제어 시스템의 응답 특성을 확인하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과로부터 원하는 제어 목적이 달성되었음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] K.-K. D. Young, "Asymptotic stability of model reference systems with variable structure control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, no. 2, pp. 279-281, Apr. 1977.
 [2] K.-K. D. Young, "Design of variable structure model-following control systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-23, no. 6, pp. 1079-1085, Dec. 1978.
 [3] A. S. I. Zinober, O. M. E. El-Ghezawi, and S. A. Billings, "Multi-variable var-

iable-structure adaptive model-following control systems," IEE Proc., vol. 129, Pt. D, No. 1, pp. 6-12, Jan. 1982.
 [4] G. Ambrosino, G. Celentano, and F. Garofalo, "Variable structure model reference adaptive control systems," Int. J. Contr., vol. 39, no. 6, pp. 1339-1349, 1984.
 [5] K. S. Yeung, Chih-Chiang Cheng, and Chi-Man Kwan, "A unifying design of sliding mode and classical controllers," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-38, no. 9, pp. 1422-1427, Sep. 1993.
 [6] Y. C. Hong, J.-H. Kim, and K.-K. Choi, "Discrete adaptive observer with exponential weighting properties," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-34, no. 2, pp. 229-231, Feb. 1989.
 [7] 홍 연찬, 김 종환, 최 계근, "적응 관측기를 이용한 기준 모델 적응 제어," 대한전자공학회논문지, 제 23권, 제 5호, pp. 35-40, 1986년 9월
 [8] K. S. Yeung and Y. P. Chen, "A new controller design for manipulators using the theory of variable structure systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-33, no. 2, pp. 200-206, Feb. 1988.

저 자 소 개



洪 淵 燦(正會員)
 1983년 서울대학교 전자공학과 졸업(학사). 1985년 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)
 1989년 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(박사). 1985년 ~ 1990년 LG 정보통신(주) 연구소 선임연구원. 1990년 ~ 1992년 순천향대학교 전자공학과 전임강사. 1994년~1995년 미국 Georgia Institute of Technology, Post-Doctor. 1992년 ~ 현재 시립인천대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 GMCH, 신경회로망, VSS, 퍼지 제어, 공장자동화 등임



崔 鍾 憲(準會員)
 1968년 3월 30일생. 1994년 시립 인천대학교 전자공학과 졸업. 1996년 2월 시립 인천대학교 전자공학과 졸업예정(석사). 주관심분야는 PNN(GMDH), VSS, 신경회로망, 퍼지 등임